# Computational Engineering

## Übung zu Kapitel 2: Eindimensionale Wärmeleitung

Wir betrachten das diskrete Modell für die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung

$$T_i^{j+1} = \frac{\Delta t}{\rho c} Q_i^j + \alpha (T_{i+1}^j + T_{i-1}^j) + (1 - 2\alpha) T_i^j$$

mit $\alpha = \frac{K \Delta t}{\rho c (\Delta x)^2}$ auf dem Intervall

$$x \in [0, L] \qquad \text{und} \qquad t \in [0, t_{\max}]$$

$$i = 0, 1, \ldots, n = \frac{L}{\Delta x}, \quad j = 0, 1, \ldots, N = \frac{t_{\max}}{\Delta t}.$$

Wir nehmen in dieser Übung generell $\rho = 1$, $c = 2$ und $K = 0.001$, sowie die Randbedingung $T_0^j = T_n^j = 0$ für alle $j$ (d.h. die Enden des Stabes sind immer auf Temperatur $0$) an.

**Aufgabe 2.1**:

Schreiben Sie ein Matlab-Skript, welches die Temperaturen nach dem diskreten Modell für die eindimensionale Wärmegleichung berechnet für folgende Vorgaben:

- $\Delta x = 0.1$ und $L = 1$,
- $\Delta t = 10$ und $t_{\max} = 150$,
- Anfangstemperatur $T_i^1 = 0$ für alle $i$,
- Intensität der äußeren Wärmequelle $Q_i^j = 1$ für alle $i$ und alle $j$.

Visualisieren Sie den räumlichen und zeitlichen Verlauf der Temperaturentwicklung in einem geeigneten Diagramm (z.B. mit dem `mesh`, `surface` oder `contour` Befehl). Interpretieren Sie das Ergebnis.

**Aufgabe 2.2**:

Schreiben Sie ein Matlab-Skript, welches die Temperaturen nach dem diskreten Modell für die eindimensionale Wärmegleichung berechnet für folgende Vorgaben:

- $\Delta x = 0.02$ und $L = 1$,
- $\Delta t = 0.2$ und $t_{\max} = 100$,
- Anfangstemperatur $T_i^1 = 20|\sin(2\pi x_i)| + 10|\sin(8\pi x_i)|$ (wie lässt sich das physikalisch interpretieren?),
- Intensität der äußeren Wärmequelle $Q_i^j = 0$ für alle $i$ und alle $j$.

Visualisieren Sie den räumlichen und zeitlichen Verlauf der Temperaturentwicklung in einem geeigneten Diagramm (z.B. mit dem `mesh`, `surface` oder `contour` Befehl). Interpretieren Sie das Ergebnis.

**Aufgabe 2.3**:

Schreiben Sie ein Matlab-Skript, welches die Temperaturen nach dem diskreten Modell für die eindimensionale Wärmegleichung berechnet für folgende Vorgaben:

- $\Delta x = 0.1$ und $L = 1$,
- $\Delta t = 0.2$ und $t_{\mathrm{max}} = 100$,
- Anfangstemperatur $T_i^1 = 0$ für alle $i$,
- Intensität der äußeren Wärmequelle $Q_i^j = 5$ für $i = 2, 3, 4$ und $j = 1, 2, \ldots, 10$, sonst $Q_i^j = 0$. Interpretieren Sie dies physikalisch.

Visualisieren Sie den räumlichen und zeitlichen Verlauf der Temperaturentwicklung in einem geeigneten Diagramm (z.B. mit dem `mesh`, `surface` oder `contour` Befehl). Interpretieren Sie das Ergebnis.