

Pendelsimulation

In dieser Aufgabe soll mit Matlab/Simulink ein Pendel simuliert werden, das durch die folgenden physikalischen Parameter gekennzeichnet ist:

- Masse des Pendels: $m = 0.2 \text{ kg}$
- Länge der Pendelstange: $l = 40 \text{ cm}$
- Reibungskoeffizient: $c_R = 0.02$

Die Pendelstange kann als masselos angenommen werden, so dass für das Massenträgheitsmoment $J = m \cdot l^2$ gilt. Für die Konfiguration von Simulink wählen Sie folgende Einstellungen: *Start time*: 0, *Stop time*: 20, unter Solver selection für *Type*: *Fixed-step*, und für Solver: *auto*, außerdem den Wert 0.001 für die *Fixed-step size*.

- a) Erstellen Sie eine Simulink-Datei des Pendels basierend auf dem in der Vorlesung hergeleiteten nichtlinearen Zustandsmodell mit zwei Integratoren, deren Ausgangssignal jeweils den Zustandsgrößen $x_1(t) = \varphi(t)$ und $x_2(t) = \omega(t)$ entspricht. Wählen Sie in dem Integratorblock für den Winkel $\varphi(t)$ die Anfangsbedingung $\varphi_0 = \varphi(0) = \pi/2$, das Eingangssignal $u(t)$ sei null, und stellen Sie mit einem Oszilloskop-Block das Ausgangssignal $y(t)$ dar. Welchen Einfluss hat c_R auf die Schwingung, und was passiert, wenn $\varphi_0 = \pi$ gewählt wird?
- b) Nehmen Sie jetzt die Sprungantwort des Systems auf. Setzen Sie dazu die Anfangsbedingung für den Winkel auf $\varphi_0 = 0$, und ergänzen Sie in dem Simulink-Modell ein sprungförmiges Eingangssignal $u(t) = u_0 \cdot \sigma(t)$ mit $u_0 = 1$. Welchen zeitlichen Verlauf hat der sogenannte *Ruck* in diesem Fall, und welchen stationären Winkel φ in Grad nimmt das Pendel nach Abklingen der Schwingung ein?
- c) Das System soll jetzt im Arbeitspunkt $u_A = x_{1A} = x_{2A} = 0$ linearisiert werden. Ersetzen Sie dazu in der Simulink-Datei das Eingangssignal und das Oszilloskop jeweils durch einen in- bzw. out-Block. Verwenden Sie in Ihrem m-File die Funktion *linmod()*, um die Zustandsparameter A, b, c sowie d aus dem Simulink-Modell zu bestimmen, und vergleichen Sie die so numerisch ermittelten Zahlenwerte mit den analytisch bestimmten Werten aus der Vorlesung.
- d) Fügen Sie jetzt das lineare Modell des Pendels mit einem State-Space Block in das Simulink-Modell des nichtlinearen Systems aus b) ein. Stellen Sie für $u_0 = 1$ die Sprungantworten beider Systeme auf dem Oszilloskop dar, lesen Sie die Periodendauer der Schwingungen ab und vergleichen Sie die Werte mit dem theoretisch für das lineare System erwarteten Zahlenwert. Wie erklären sich die Unterschiede beider Sprungantworten, wenn Sie die Sprunghöhe auf $u_0 = 10$ ändern?