INSTITUCIÓN UNIVERSITARIA DE ENVIGADO
Ciencia , educación y desarrollo
Vigilada Mineducación

Problemas con Valores en la Frontera (*PVF*)

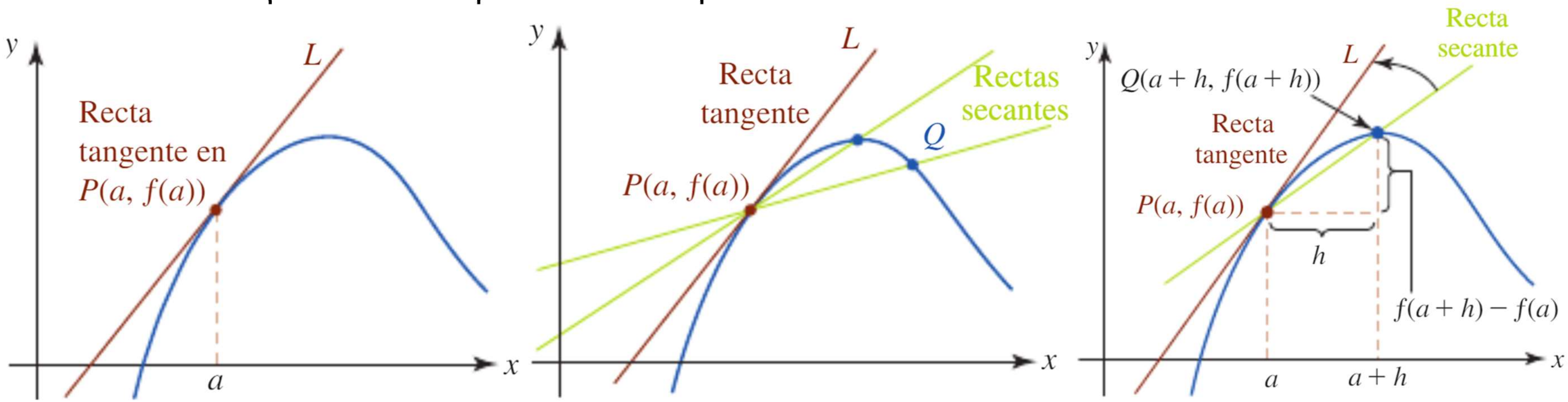
Tomado de:
Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2015). *Métodos numéricos para ingenieros.* Mexico: McGraw-Hill

Diferencias Finitas

Un *PVF* puede plantearse de dos formas que son equivalentes

$$\begin{cases} \dfrac{d^2y}{dx^2} = f(x, y(x), y'(x)), \\ y(a) = \alpha, \qquad y(b) = \beta \end{cases} \iff \begin{cases} A\dfrac{d^2y}{dx^2} + B\dfrac{dy}{dx} + Cy = f(x) \\ y(a) = \alpha, \qquad y(b) = \beta \end{cases}.$$

Las derivadas pueden ser aproximadas a partir de su definición.



$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Diferencias Finitas

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Derivadas hacia atrás

$$y_i' \approx \frac{y_i - y_{i-1}}{h}$$

$$y_i' \approx \frac{3y_i - 4y_{i-1} + y_{i-2}}{2h}$$

$$y_i'' \approx \frac{y_i - 2y_{i-1} + y_{i-2}}{h^2}$$

Derivadas centradas

$$y_i' \approx \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}$$

$$y_i' \approx \frac{-y_{i+2} + 8y_{i+1} - 8y_{i-1} + y_{i-2}}{12h}$$

$$y_i'' \approx \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2}$$

Derivadas hacia adelante

$$y_i' \approx \frac{y_{i+1} - y_i}{h}$$

$$y_i' \approx \frac{-y_{i+2} + 4y_{i+1} - 3y_i}{2h}$$

$$y_i'' \approx \frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i}{h^2}$$

Ejercicio 1. Utilizar las expresiones anteriores para aproximar $f'(1)$ si $f(x) = 2^x$.

Diferencias Finitas

Ejercicio 2. Solucionar los siguientes *PVF*

$$a)\ \begin{cases} \dfrac{d^2T}{dx^2} = 0, \\ T(0) = 40, \qquad T(10) = 200 \end{cases}$$

$$b)\ \begin{cases} \dfrac{d^2T}{dx^2} - 0.01(T - 20) = 0, \\ T(0) = 40, \qquad T(10) = 200 \end{cases}$$

$$c)\ \begin{cases} 7\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} - y + x = 0 \\ y(0) = 5, \qquad y(20) = 8 \end{cases}$$