

### Interpolación polinomial.

1. Genere 8 puntos igualmente espaciados de la función  $f(t) = \sin^2 t$  entre  $t = 0$  y  $t = 2\pi$ . Ajuste estos datos con un polinomio de interpolación de Lagrange de séptimo grado. Grafique  $f$ , los datos y la interpolación.
2. Los siguientes datos definen la concentración de oxígeno,  $O(mg/L)$ , disuelto a nivel del mar para agua dulce como función de la temperatura,  $T(^{\circ}C)$ :

$T$	0	8	16	24	32	40
$O$	14.621	11.843	9.870	8.418	7.305	6.413

Estime  $O(27)$  utilizando: a) un polinomio lineal, b) un polinomio cuadrático, c) un polinomio cúbico, d) un polinomio de grado 4 y e) el polinomio de grado 5 que pasa por los datos. Tenga en cuenta que el resultado exacto es  $7.986 mg/L$ .

3. La siguiente es la función incorporada de gibas que usa MATLAB para demostrar algunas de sus capacidades numéricas:

$$f(x) = \frac{1}{(x - 0.3)^2 + 0.01} + \frac{1}{(x - 0.9)^2 + 0.04} - 6$$

La función de gibas muestra regiones tanto llanas como escarpadas a lo largo de un rango relativamente corto de  $x$ . Genere valores de esta función a intervalos de 0.1 en el rango de  $x = 0$  a 1. Ajuste estos datos con un polinomio de Lagrange y cree una gráfica que compare el polinomio con la función exacta de gibas.

4. La función de Runge se escribe como

$$f(x) = \frac{1}{1 + 25x^2}.$$

- a) Grafique la función sobre el intervalo  $(-1,1)$ .
  - b) Genere y grafique el polinomio de interpolación de Lagrange usando valores de función equiespaciados correspondientes a  $x = -1, -0.5, 0, 0.5$  y  $1$ .
  - c) Estime  $f(0.8)$  con polinomios de interpolación de grados uno, dos tres y cuatro.
  - d) Explique sus resultados.
5. Dados los puntos  $(0,1)$ ,  $(0.05,1.1052)$  y  $(0.1,1.2214)$  construya a) dos interpolaciones polinómicas de grado 1 ( $P_L$  y  $Q_L$ ) y b) una interpolación polinómica de grado 2,  $P_C$ , para aproximar la integral de una función  $f$  cuya gráfica pasa por los puntos dados:  $\int_0^{0.1} f(x)dx$ .

6. El caballo llamado Mine That Bird ganó el Derby de Kentucky de 2009 con un tiempo de 2:02.66 (2 minutos y 2.66 segundos) en la carrera de  $1\frac{1}{4}$  de milla. Los tiempos en los postes que marcan el cuarto de milla, la mitad de la milla y la milla fueron, respectivamente, 0:22.98, 0:47.23 y 1:37.49.
  - a) Use los valores anteriores junto con el tiempo de arranque y construya una interpolación polinómica que permite visualizar el desplazamiento de Mine That Bird durante la carrera.
  - b) Utilice la interpolación para predecir el tiempo en el poste de tres cuartos de milla y compare el resultado con el tiempo real de 1:12.09
  - c) Use la interpolación para aproximar la velocidad inicial de Mine That Bird y la velocidad en la meta.
  
7. Se sospecha que las concentraciones altas de “Tanina” en las Hojas Maduras de Roble inhiben el crecimiento de larvas de la polilla de invierno que tanto dañan a estos árboles en algunos años. En la tabla se incluye el peso promedio de dos muestras de larvas en los primeros 28 días después del nacimiento. La primera muestra se crió en hojas de roble joven y la segunda en hojas maduras del mismo árbol.
  - a) Por medio una interpolación aproxime la curva de peso promedio de cada muestra.
  - b) Obtenga un peso promedio máximo aproximado de cada muestra, determinando para ello el máximo de la interpolación

Día	0	6	10	13	17	20	28
<b>Peso Promedio de la muestra 1 (mg)</b>	6.67	17.33	42.67	37.33	30.10	29.31	28.74
<b>Peso Promedio de la muestra 2 (mg)</b>	6.67	16.11	18.89	15.00	10.56	9.44	8.89