

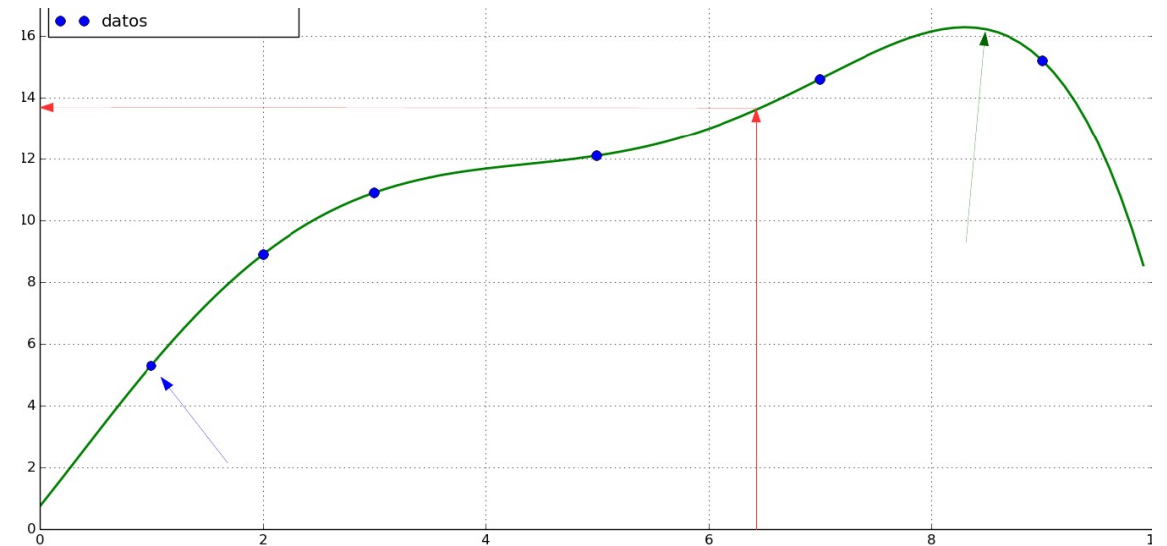
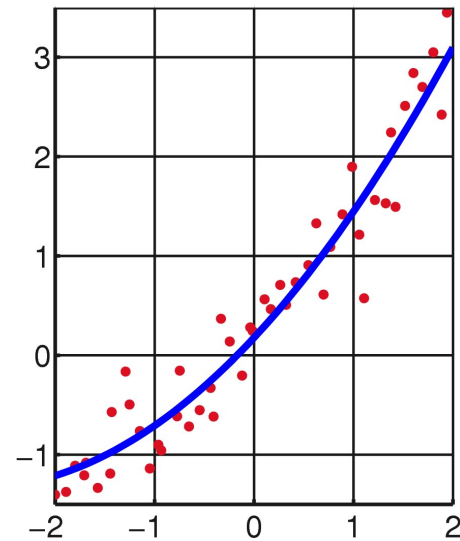
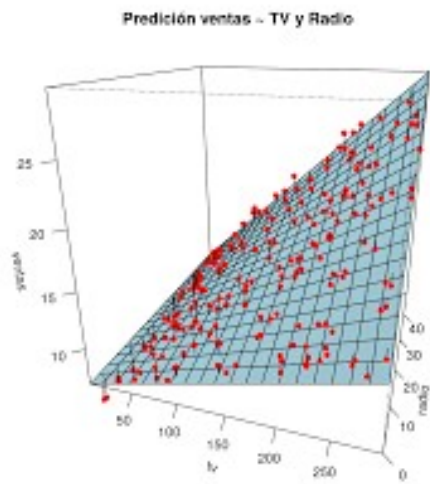
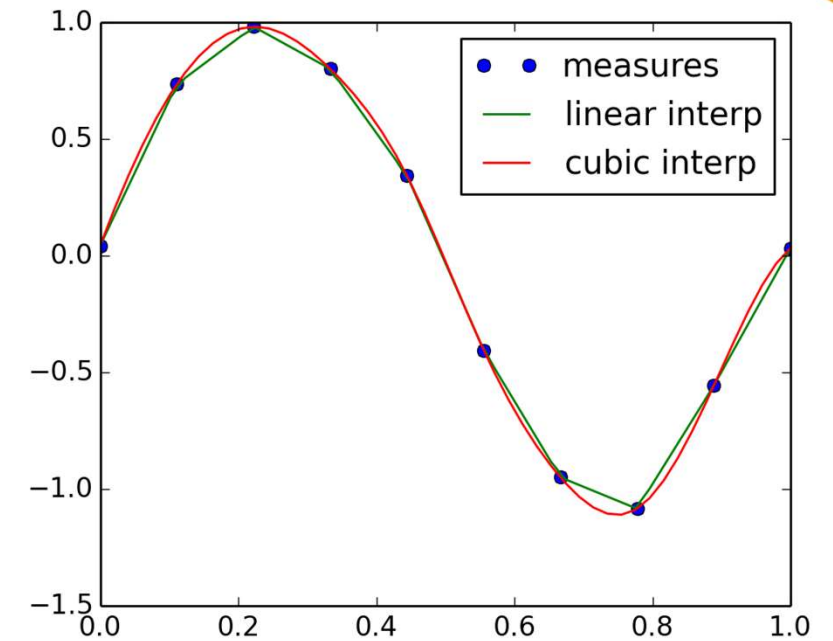
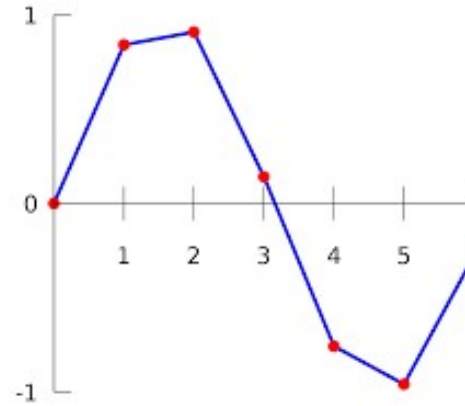
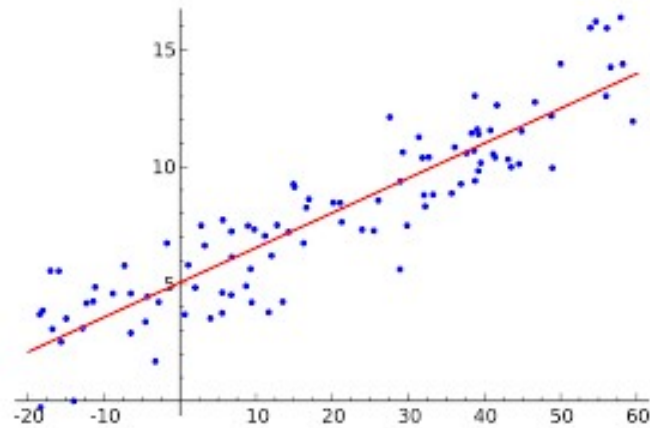
Interpolación

Polinomios de Lagrange

Tomado de:

Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2015). *Métodos numéricos para ingenieros*. Mexico: McGraw-Hill

Ajuste de curvas



Polinomio de interpolación

Ejemplo 1: Construya el polinomio $P(x)$ de grado 3 que contenga los puntos $(1,0)$, $(4,1.3862)$, $(5,1.6094)$, $(6,1.7917)$. Calcule el valor del polinomio en $x = 2$, $P(2)$.

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$$

$$a_0 + a_1(1) + a_2(1)^2 + a_3(1)^3 = 0$$

$$a_0 + a_1(4) + a_2(4)^2 + a_3(4)^3 = 1.3862$$

$$a_0 + a_1(5) + a_2(5)^2 + a_3(5)^3 = 1.6094$$

$$a_0 + a_1(6) + a_2(6)^2 + a_3(6)^3 = 1.7917$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \\ 1 & 5 & 25 & 125 \\ 1 & 6 & 36 & 216 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,3862 \\ 1,6094 \\ 1,7917 \end{bmatrix}$$

$$P(x) = -0.8558 + 0.988x - 0.138x^2 + 0.008x^3$$

Polinomio de Lagrange

El polinomio de Lagrange de grado n está dado por

$$f_n(x) = \sum_{i=0}^n L_i(x) f(x_i)$$

donde

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

y la letra pi mayúscula representa una productoria

$$\prod_{i=1}^n x_i = x_1 x_2 \cdots x_n$$

Polinomio de Lagrange

El polinomio de Lagrange de grado n está dado por

$$f_n(x) = \sum_{i=0}^n L_i(x) f(x_i)$$

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

Para $n = 1$:

$$f_1(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} f(x_1)$$

Para $n = 2$:

$$f_2(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} f(x_0) + \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} f(x_1) + \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} f(x_2)$$

Ejemplo 2. Construya el polinomio de Lagrange de grado 3 que contenga los puntos $(1,0)$, $(4,1.3862)$, $(5,1.6094)$, $(6,1.7917)$. Calcule el valor del polinomio en $x = 2$, $P(2)$.

Polinomio de Lagrange

Ejercicio 1. Construya una gráfica en la que se aprecien los datos dados en los ejemplos y las interpolaciones polinómicas obtenidas. Explique los resultados.

Ejemplo 2. Calcule el error verdadero relativo porcentual entre las interpolaciones polinomiales construidas y el valor verdadero en $x = 2$. Tenga en cuenta que los puntos $(1,0)$, $(4,1.3862)$, $(5,1.6094)$ y $(6,1.7917)$ están sobre la gráfica de la función $y = \ln x$.

Ejercicio 3. Construya una interpolación polinomial para aproximar la función

$$f(x) = [\cos x]^{10}$$

sobre el intervalo $[-2,2]$. Utilice 9 puntos sobre la gráfica de f de tal forma que sus abscisas estén distribuidas de manera uniforme sobre el intervalo.