No.Lista: 07
TAREA: 10

Universidad Nacional Autonoma de México
Facultad de Ingeniería
Ejercicios de Regresión lineal Segunda Parte

Celaya González David Alejandro
Grupo: 02
Estadistica
25/Noviembre/2020

11.1 Se realizo un estudio en Virginia Tech para determinar si ciertas medidas de la fuerza estática del brazo influyen en las características de "levantamiento dinamico" de un individuo. Veinticinco individuos se sometieron a pruebas de fuerza y luego se les pidio que hicieran una prueba de levantamiento de peso, en el que el peso se elevaba en forma dinámica por encima de la cabeza. A continuación se presentan los datos.

Individual	Fuerza del brazo, X	Levantamiento dinámico, y	Fuerza del Brazo X^2	Levantamiento dinamico Y^2	F. L XY
1	17.3	71.7	299.29	5140.89	1240.41
2	19.3	48.3	372.49	2332.89	932.19
3	19.5	88.3	380.25	7796.89	1721.85
4	19.7	75.0	388.09	5625.00	1475.50
5	22.9	91.7	524.41	8408.89	2099.93
6	23.1	100.0	538.61	10,000.00	2310.00
7	26.4	73.3	696.96	5372.89	1935.12
8	26.8	65.0	718.24	4225.00	1742
9	27.6	75.0	761.76	5625.00	2070.00
10	28.1	88.3	789.61	7796.89	2481.23
11	28.2	68.3	795.24	4664.89	1926.06
12	28.7	96.7	823.69	9350.89	2775.29
13	29.0	76.7	841.00	5882.89	2224.3
14	29.6	78.3	876.16	6130.89	2317.68
15	29.9	60.0	894.01	3600.00	1794.00
16	29.9	71.7	894.01	5055.21	2143.83
17	30.3	85.0	918.09	7225.00	2575.50
18	31.3	85.0	979.69	7225.00	2660.50
19	36.0	88.3	1296.00	7796.89	3178.80
20	39.5	100.0	1560.25	10,000.00	3950
21	40.4	100.0	1632.16	10,000.00	4040
22	44.3	100.0	1962.49	10,000.00	4430
23	44.6	91.7	1989.16	8408.89	4089.82
24	50.4	100.0	2540.16	10,000.00	5040
25	55.9	71.7	3124.81	5140.89	4008.03
Σ	778.7	2045	26591.63	172233.46	65023.04

a) estime los valores de β_0 y β_1 para la curva de regresión lineal $\mu_{Y|x} = \beta_0 + \beta_1 x$

b) Calcule un estimado puntual de $\mu_{Y|30}$

c) Grafique los residuales en comparación con las x (fuerza del brazo). Comente los resultados.

$$SSxy = 65023.04 - \frac{(778.7)(2045)}{25} = 1325.38$$

$$\bar{X} = 31.148$$

$$SSxx = 26591.63 - \frac{(778.7)^2}{25} = 2336.6824$$

$$\bar{Y} = 81.8$$

$$SS_{yy} = 172233.46 - \frac{(2045)^2}{25} = 4952.46$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{1325.38}{2336.6824} = 0.5672$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}$$

$$\hat{\beta}_0 = 81.8 - (0.5672)(31.148)$$

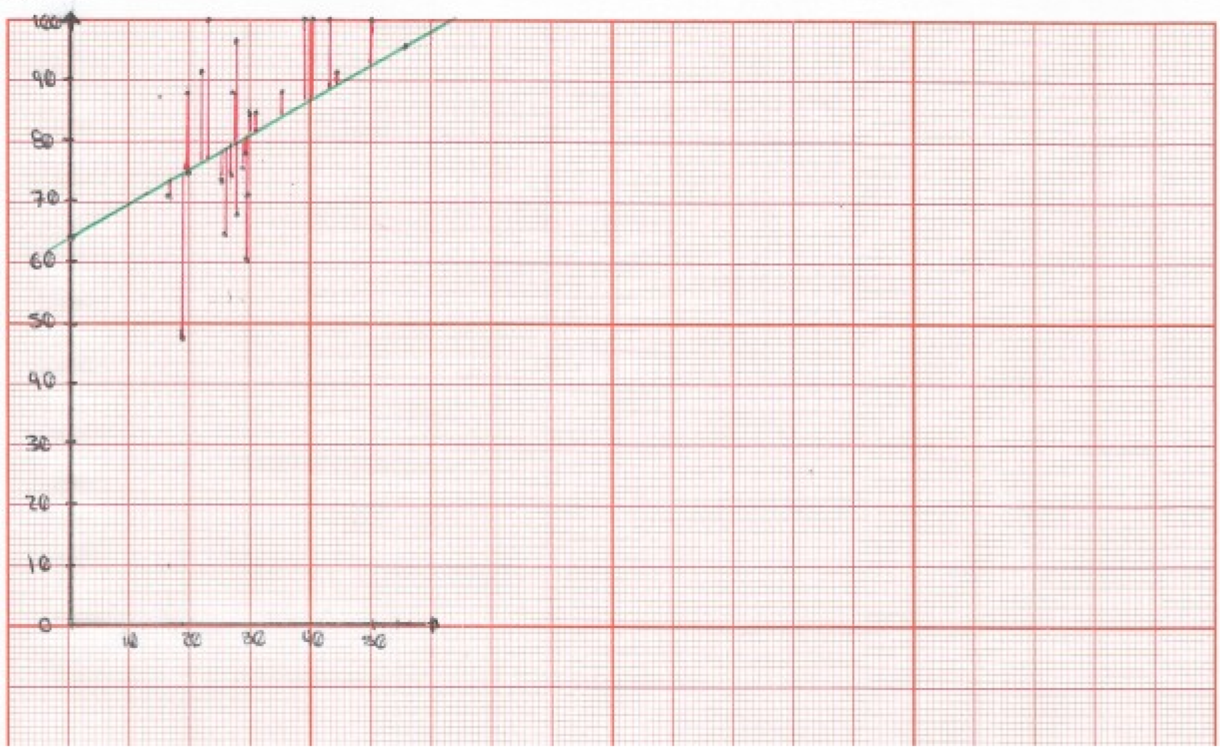
$$\hat{\beta}_0 = 64.1328$$

$$\therefore y = 64.1328 + 0.5672x$$

b) Estimado puntual $\mu_{Y|30}$

$$y = 64.1328 + 0.5672(30)$$
$$y = 81.1488$$

c) 11.1



d)

Covarianza:

$$Cov = \frac{SSxy}{n} = \frac{1325.38}{25} = 53.0152$$ ∴ Existe una dependencia directa entre variables

e) Coeficiente de determinación:

$$r^2 = \frac{SSxy^2}{SSxxSyy} = \frac{(1325.38)^2}{(2336.6824)(4952.46)} = 0.1518$$ La variable X explica el 15.18% del comportamiento de la variable Y.

f) Coeficiente de correlación:

$$r = \frac{SSxy}{\sqrt{SxxSyy}} = 0.3896$$ Dependencia fuerte y positiva.

11.2) Las siguientes son calificaciones de un grupo de 9 estudiantes en un informe de medio semestre (x) y en el examen final (y)

x	y	x^2	y^2	xy
77	82	5929	6724	6314
50	66	2500	4356	3300
71	78	5041	6084	5538
72	34	5184	1156	2448
81	47	6561	2209	3807
94	85	8836	7225	7990
96	99	9216	9801	9504
99	99	9801	9801	9801
67	68	4489	4624	4556
Σ 707	658	57557	51980	53258

a) Estime la recta de regresión lineal

b) Calcule la calificación final de un estudiante que obtuvo 85 de calificación en el informe de medio semestre.

$n = 9$

$$SS_{xy} = 53258 - \frac{(707)(658)}{9} = 1568.44\bar{4}$$

$$SS_{xx} = 57557 - \frac{(707)^2}{9} = 2018.22\bar{2}$$

$$SS_{yy} = 51980 - \frac{(658)^2}{9} = 3872.8889$$

$\bar{x} = 78.5556$ $\bar{y} = 73.1111$

a)

$$\hat{\beta}_1 = \frac{1568.44\bar{4}}{2018.22\bar{2}} = 0.7771$$

$$\hat{\beta}_0 = 73.1111 - (0.7771)(78.5556)$$

$$\hat{\beta}_0 = 12.0655$$

$$y = 12.0655 + 0.7771x$$

b) $x = 85$

$\Rightarrow y = 12.0655 \quad 0.7771(85)$

$y = 78.119 \approx 79$

∴ La calificación de un estudiante que obtuvo 85 de calificación en el informe de semestre, obtendrá 79 en el examen final

c)

$$Cov = \frac{SS_{xy}}{n} = \frac{1568.44\bar{4}}{9} = 174.2716$$

∴ Existe dependencia directa entre variables

d) Coeficiente de determinación:

$$r^2 = \frac{SS_{xy}^2}{SS_{xx}S_{yy}} = \frac{(1568.44\bar{4})^2}{(2018.22\bar{2})(3872.8889)} = 0.3147$$

∴ La variable x explica en un 31.47% el comportamiento de la variable y.

e) Coeficiente de correlación:

$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_{xx}SS_{yy}}} = 0.5610$$

∴ Dependencia fuerte y positiva

11.3) Se registraron las cantidades de un compuesto químico y se disuelve en 100 gramos de agua a distintas temperaturas x:

X (°C)	Y (gramos)			X^2			y^2			X Y		
0	8	6	8	0	0	0	64	36	64	0	0	0
15	12	10	14	225	225	225	144	100	196	180	150	210
30	25	21	24	900	900	900	625	441	576	750	630	720
45	31	33	28	2025	2025	2025	961	1089	784	1395	1485	1260
60	44	39	42	3600	3600	3600	1936	1521	1764	2640	2340	2520
75	48	51	44	5625	5625	5625	2304	2601	1936	3600	3825	3300
Σ 675	488			37125			17142			25005		

a) Calcule la ecuación de la recta de regresión.
b) Grafique la recta en un diagrama de dispersión.
c) Estime la cantidad de producto químico que se disolverá en 100 gramos de agua a 50°C.

$$SS_{xy} = 25005 - \frac{(675)(488)}{18} = 6705 \qquad \bar{X} = 37.5$$

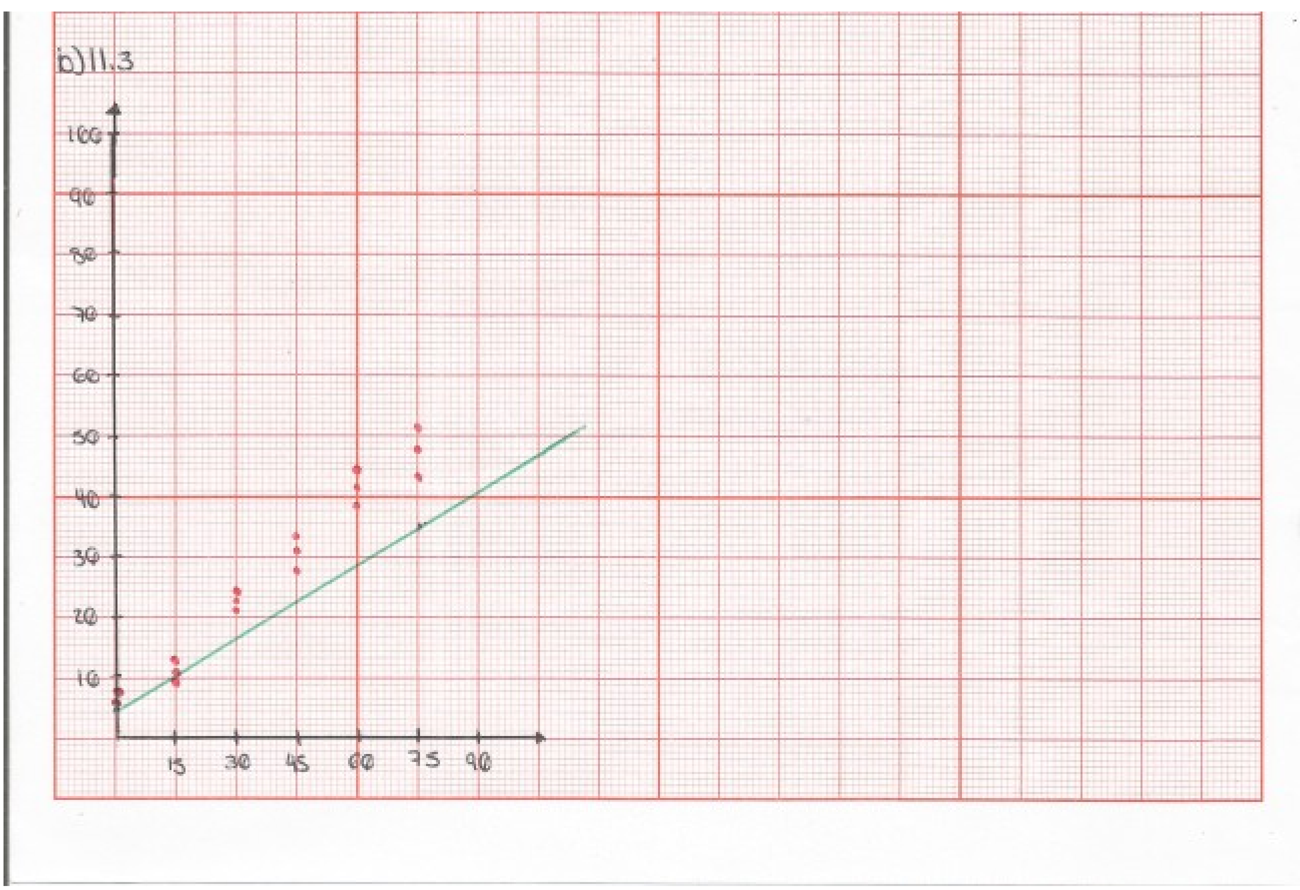
$$SS_{xx} = 37125 - \frac{(675)^2}{18} = 11812.5 \qquad \bar{Y} = 27.1111$$

$$SS_{yy} = 17142 - \frac{(488)^2}{18} = 3911.7778$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{6705}{11812.5} = 0.5676 \qquad \hat{\beta}_0 = 27.1111 - (0.5676)(37.5)$$

$$\hat{\beta}_0 = 5.8261$$

$$y = 5.8261 + 0.5676\,x$$



c) $X = 50\ [°C]$

$y = 5.8261 + 0.5676(50)$
$y = 34.2061 \approx 35$

∴ La cantidad de producto que se disolverá en 100 gramos de agua a 50 °C serán 35 gramos.

d)

$$Cov = \frac{SS_{xy}}{n} = \frac{6705}{18} = 372.5$$

∴ Existe dependencia directa

e) Coeficiente de determinación

$$r^2 = \frac{(6705)^2}{(11812.5)(3911.7778)} = 0.9729$$

∴ La variable x explica en un 97.29% el comportamiento de la variable y.

f) Coeficiente de correlación

$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_{xx} S_{yy}}} = 0.9864$$

∴ Dependencia fuerte y positiva.

11.4) Para fines de calibración se recabarón los siguientes datos, los cuales permitirían determinar la relación entre la presión y la lectura correspondiente en la escala.

Presión x (lb/pulg²)	Lectura en la escala, y	x^2	y^2	xy
10	13	100	169	130
10	18	100	324	180
10	16	100	256	160
10	15	100	225	150
10	20	100	400	200
50	86	2500	7396	4300
50	90	2500	8100	4500
50	88	2500	7744	4400
50	88	2500	7744	4400
50	92	2500	8464	4600
Σ 300	526	13,000	40822	23020

a) Calcule la ecuación de la recta de regresion.

b) En esta aplicación el propósito de la calibrasión es estimar la presión a partir de la lectura observada en la escala. Estime la presión para una lectura en la escala de 54, usando $\hat{x} = (54-b_0)/b_1$

$$SS_{xy} = 23020 - \frac{(300)(526)}{10} = 7240 \qquad SS_{yy} = 40822 - \frac{(526)^2}{10} = 13154.4$$

$$SS_{xx} = 13{,}000 - \frac{(300)^2}{10} = 4000 \qquad \bar{X} = 30 \qquad \bar{Y} = 52.6$$

a)

$$\hat{\beta}_1 = \frac{7240}{4000} = 1.81 \qquad \hat{\beta}_0 = 52.6 - (1.81)(30) \qquad y = -1.7 + 1.81x$$

$$\hat{\beta}_0 = -1.7$$

b) $\hat{x} = (54 - (-1.7)) / 1.81$ ∴ La presión estimada para una escala de 54

$\hat{x} = 30.7735 \approx 31$ será 31 [lb/pulg²]

c)

$$Cov = \frac{SS_{xy}}{n} = \frac{7240}{10} = 724$$ ∴ Indica una dependencia directa.

d)

$$r^2 = \frac{(7240)^2}{(4000)(13154.4)} = 0.9962$$ ∴ La variable x explica en un 99.62% a la variable y.

e)

$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_{xx}S_{yy}}} = 0.9981$$ ∴ Es positiva con dependencia fuerte.

11.5) Se realizó un estudio sobre la cantidad de azúcar convertida en cierto proceso a distintas temperaturas. Los datos se codificaron y registraron como sigue:

Temperatura x	Azucar convertida y	x^2	y^2	xy
1.0	8.1	1	65.61	8.1
1.1	7.8	1.21	60.84	8.58
1.2	8.5	1.44	72.25	10.2
1.3	9.8	1.69	96.04	12.74
1.4	9.5	1.96	90.25	13.3
1.5	8.9	2.25	79.21	13.35
1.6	8.6	2.56	73.96	13.76
1.7	10.2	2.89	104.04	17.34
1.8	9.3	3.24	86.49	16.74
1.9	9.2	3.61	84.64	17.48
2.0	10.5	4	110.25	21
Σ 16.5	100.4	25.85	923.58	152.59

a) Estime la recta de regresión lineal.
b) Calcule la cantidad media de azúcar convertida que se produce cuando se registra una temperatura codificada de 1.75
c) Grafique los residuales en comparación con la temperatura. Comente sus resultados.

$$SS_{xy} = 152.59 - \frac{(16.5)(100.4)}{11} = 1.99$$

$$SS_{yy} = 923.58 - \frac{(100.4)^2}{11} = 7.2018$$

$$SS_{xx} = 25.85 - \frac{(16.5)^2}{11} = 1.1$$

$$\bar{x} = 1.5 \qquad \bar{y} = 9.1273$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{1.99}{1.1} = 1.8091$$

$$\hat{\beta}_0 = 9.1273 - (1.8091)(1.5)$$

$$\hat{\beta}_0 = 6.4136$$

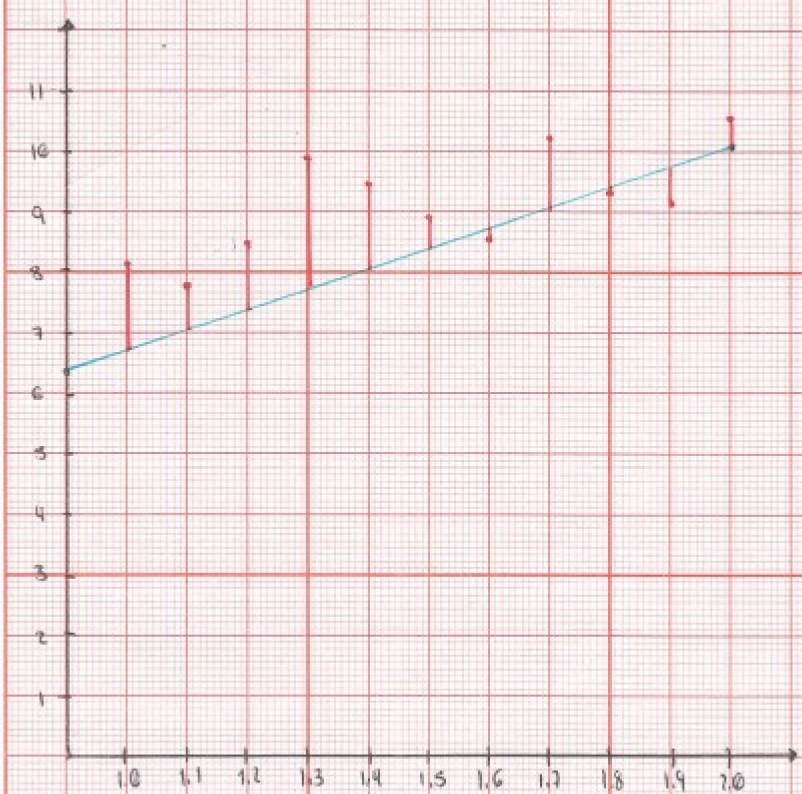
$$y = 6.4136 + 1.8091x$$

b) $x = 1.75 \Rightarrow y = 6.4136 + 1.8091(1.75)$

$y = 9.5795$

∴ Para una temperatura de 1.75 se espera una cantidad de 9.57 de azucar convertida

(1.5) c)



SE OBSERVA QUE LA MAYORIA DE LOS PUNTOS SE ENCUENTRAN ENCIMA DE NUESTRA RECTA, ESTO EXPLICA PORQUE EL COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN ES MENOR AL 50%.

d)

$\mathrm{Cov} = \dfrac{1.99}{11} = 0.1809$ $\therefore$ Existe una dependencia directa

e)

$r^2 = \dfrac{(1.99)^2}{(1.1)(7.2018)} = 0.4999$

$\therefore$ la variable x explica en un 49.99% a la variable y.

f)

$r = \dfrac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_{xx}\, SS_{yy}}} = 0.7070$

$\therefore$ Es positivo y tiene dependencia fuerte