No.Lista: 07
TAREA: 14

Universidad Nacional Autonoma de México
Facultad de Ingeniería

Ejercicios de Intervalos de Confianza Segunda Parte

Celaya González David Alejandro
Grupo: 02
Estadistica
08/Enero/2021

Celaya González David Alejandro.

① En un experimento se compararán las economías de combustible de dos tipos de vehículos. Se utilizaron 12 automóviles Volkswagen y 10 Nissan pruebas de velocidad fija de 90 km/h. Si para los autos Volkswagen se obtuvo un promedio de 12.5 Km/L con una desviación estándar de 2.0 Km/L y para los autos Nissan fue de 14.2 Km/L con una desviación estándar de 1.8 Km/L. Suponga que la distancia recorrida por litro para cada modelo de vehículo se distribuye aproximadamente en forma normal. Con 95% de confianza.

a) Construya un intervalo para la diferencia del rendimiento promedio por litro, de los dos automóviles y suponga que $\sigma^2_{Volkswagen} = 5$ y $\sigma^2_{NISSAN} = 4$

$n_1 = 12 \quad n_2 = 10 \quad \bar{X}_1 = 12.5 \quad \bar{X}_2 = 14.2 \quad \sigma_1^2 = 5 \quad \sigma_2^2 = 4 \quad 1-\alpha = 0.95 \quad \alpha = 0.05$

$\frac{\alpha}{2} = 0.025$

$$12.5 - 14.2 - 1.96\sqrt{\frac{5}{12} + \frac{4}{10}} \le \mu_1 - \mu_2 \le 12.5 - 14.2 + 1.96\sqrt{\frac{5}{12} + \frac{4}{10}}$$

$$-3.47 \le \mu_1 - \mu_2 \le 0.071$$

∴ El intervalo obtenido $-3.47 \le \mu_1 - \mu_2 \le 0.071$, debido a que tiene el 0, se puede estimar que las medias poblacionales son iguales. Para este nivel de confianza de 95% el intervalo indica que la media μ_1 es igual a la media μ_2. Por lo que se concluye: $\mu_1 = \mu_2$

b) Determine el tamaño mínimo de la muestra que debe elegirse para que el error de la estimación de la diferencia de medias de los autos sea menor a 1 Km/L.

$n_1 = n_2 \Rightarrow n$

$$E = z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{n}} = z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{n}} = 1 \quad \Rightarrow \quad z_{0.0025} = 1$$

$$1.96\sqrt{\frac{5+4}{n}} = 1 \quad \Rightarrow \quad n = \frac{9}{\left(\frac{1}{1.96}\right)^2} = 34.57$$

∴ El tamaño mínimo de la muestra es 35

$n_1 = 35 \quad n_2 = 35$

c) Si el límite inferior del I.C. vale -3 ¿Cuánto vale el límite superior y cuál es $1-\alpha$?

$L.I = -3$

$L.I = (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - E \quad \therefore E = -L.I + (\bar{X}_1 - \bar{X}_2)$

$\Rightarrow E = (-3) + (12.5 - 14.2) = 1.3$

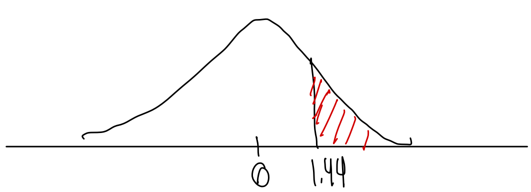
$L.S. = \bar{X}_1 - \bar{X}_2 + E = 12.5 - 14.2 + 1.3 = -0.4$

$$z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{1.3}{\sqrt{\frac{5}{12} + \frac{4}{10}}} = 1.439$$

$P(Z \ge 1.44) = \frac{\alpha}{2} = 0.0749 \quad \therefore \alpha = 0.1498 \quad \Rightarrow 1-\alpha = 0.8502$

∴ El límite superior es -4

$1-\alpha = 85.02\%$



② Del ejercicio anterior sobre los autos Volkswagen y Nissan con 95% de confianza:

a) Construya un intervalo para la diferencia de rendimiento promedio por litro, de los dos automoviles suponga $\sigma^2_{volkswagen} = \sigma^2_{NISSAN}$

$n_1 = 12 \quad n_2 = 10 \quad \bar{X}_1 = 12.5 \quad \bar{X}_2 = 14.2 \quad S_1 = 2 \quad S_2 = 1.8$

$t_{0.0025,(12+10-2)}$
$t_{0.0025,20} = 2.086$

$1-\alpha = 0.95 \quad \frac{\alpha}{2} = 0.025$

$$S_p = \sqrt{\frac{(12-1)(2^2) + (10-1)(1.8)^2}{12+10-2}} = 1.91$$

$$12.5 - 14.2 - 2.086(1.91)\sqrt{\frac{1}{12}+\frac{1}{10}} \leq \mu_1 - \mu_2 \leq 12.5 - 14.2 + 2.086(1.91)\sqrt{\frac{1}{12}+\frac{1}{10}}$$

$$-3.41 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq 0.00596$$

∴ El intervalo obtenido $-3.41 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq 0.00596$, debido a que tiene el 0, se puede estimar que las medias poblacionales son iguales. Para este nivel de confianza de 95% el intervalo indica que la media μ_1 es igual a la media μ_2. Por lo que se concluye: $\mu_1 = \mu_2$

b) Si el limite inferior del I.C. vale -3 ¿Cuanto vale el limite superior y cual es $1-\alpha$?

$L.I. = -3 \qquad E = \bar{X}_1 - \bar{X}_2 - L.I \quad \Rightarrow \quad E = 12.5 - 14.2 - (-3) = 1.3$

$L.S. = \bar{X}_1 - \bar{X}_2 + E = 12.5 - 14.2 + 1.3 = -0.4$

$$E = t_{\frac{\alpha}{2}(n_1+n_2-2)}\, S_p \sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}} \Rightarrow t_{\frac{\alpha}{2},20} = \frac{E}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} = \frac{1.3}{1.91\sqrt{\frac{1}{12}+\frac{1}{10}}} = 1.589$$

$P(T \geq 1.589) = \frac{\alpha}{2} = 0.065 \Rightarrow \alpha = 0.13 \Rightarrow 1-\alpha = 1-0.13 = 87\%$

∴ El limite superior es -0.4 con un nivel de confianza $1-\alpha = 87\%$

3) Del ejercicio anterior sobre los autos Volkswagen y Nissan con 95% de confianza.

a) Construya un intervalo para la diferencia del rendimiento promedio por litro, suponga que $\sigma^2_{volkswagen} \neq \sigma^2_{NISSAN}$, desconocidas.

$n_1 = 12 \quad n_2 = 10 \quad \bar{X}_1 = 12.5 \quad \bar{X}_2 = 14.2 \quad S_1 = 2 \quad S_2 = 1.8 \quad 1-\alpha = 0.95 \quad \frac{\alpha}{2} = 0.025$

$$v = \frac{\left(\frac{2^2}{12} + \frac{1.8}{10}\right)^2}{\left(\frac{2}{12}\right)^2\left(\frac{1}{12-1}\right) + \left(\frac{1.8}{10}\right)^2\left(\frac{1}{10-1}\right)} = 19.85 \approx 20$$

$t_{0.025,10} = 2.086$

$$(12.5-14.2) - 2.086\sqrt{\frac{2^2}{12}+\frac{1.8^2}{10}} \le \mu_1 - \mu_2 \le (12.5-14.2) + 2.086\sqrt{\frac{2^2}{12}+\frac{1.8^2}{10}}$$

$$-3.39 \le \mu_1 - \mu_2 \le -0.00875$$

$\therefore$ El intervalo obtenido $-3.39 \le \mu_1 - \mu_2 \le -0.00875$ podemos interpretarlo de manera que ambos son negativos, entonces la media μ_2 es mayor que la media μ_1. En este caso para el nivel de confianza de 95%, el intervalo tendría que la media μ_2 es mayor que la media μ_1. por lo que concluimos que:

$\mu_1 < \mu_2$

b) Si el límite inferior del I.C. vale -3 ¿Cuánto vale el límite superior y cuál es $1-\alpha$?

$L.I. = -3 \qquad E = \bar{X}_1 - \bar{X}_2 - L.I. \quad \Rightarrow \quad E = 12.5 - 14.2 - (-3) = 1.3$

$L.S. = \bar{X}_1 - \bar{X}_2 + E = 12.5 - 14.2 + 1.3 = -0.4$

$$E = t_{\frac{\alpha}{2}(n_1+n_2-2)}\, S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}} \Rightarrow t_{\frac{\alpha}{2},20} = \frac{E}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} = \frac{1.3}{1.91\sqrt{\frac{1}{12}+\frac{1}{10}}} = 1.589$$

$P(T \ge 1.589) = \frac{\alpha}{2} = 0.065 \Rightarrow \alpha = 0.13 \Rightarrow 1-\alpha = 1-0.13 = 87\%$

$\therefore$ El límite superior es -0.4 con un nivel de confianza de 87%

4) Del ejercicio anterior sobre los autos Volkswagen y Nissan con 95% de confianza

a) Construya un intervalo para la razón entre varianzas del rendimiento por litro para los dos tipos de automoviles.

$$F = \frac{S_y^2\, \sigma_x^2}{S_x^2\, \sigma_y^2} \qquad \frac{S_x^2}{S_y^2} F_{1-\frac{\alpha}{2},(n_y-1,n_x-1)} \le \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} \le \frac{S_x^2}{S_y^2} F_{\frac{\alpha}{2}(n_y-1,n_x-1)}$$

$$\frac{2^2}{1.8^2}\,0.25 \le \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} \le \frac{2^2}{1.8^2}\,3.388 \Rightarrow 0.308 \le \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} \le 4.43$$

$\therefore$ Al contener el uno no se puede estimar que las varianzas poblacionales son iguales, es decir: $\sigma_V^2 = \sigma_N^2$

b) Si el límite inferior del IC vale 0.5 ¿Cuánto vale el límite superior y cuál es $1-\alpha$?

$$\frac{2^2}{1.8^2} F_{1-\frac{\alpha}{2}(9,11)} = 0.5 \Rightarrow F_{1-\alpha(9,11)} = 0.5\left(\frac{1.8^2}{2^2}\right) \Rightarrow F_{1-\frac{\alpha}{2}(9,11)} = 0.405$$

$$F_{\frac{\alpha}{2}(11,9)} = \frac{1}{0.405} = 2.46 \approx 2.40 \qquad \frac{\alpha}{2} = 0.1 \quad \alpha = 0.2 \quad 1-\alpha = 0.8$$

$$\frac{2^2}{1.8^2} F_{\frac{\alpha}{2}(9,11)} \Rightarrow \frac{2^2}{1.8^2} F_{0.1(9,11)} \Rightarrow \frac{2^2}{1.8^2}\,2.274 \Rightarrow L.S. = 2.807$$

5) Los fabricantes de un refresco de cola afirman que en la actualidad más de 20% de los habitantes de la CDMX y área metropolitana consumen su producto. Para verificar de manera estadística y con una confianza de 95% la afirmación de los fabricantes, fue seleccionada una muestra aleatoria de 400 ciudadanos, de los cuales 70 contestarón que sí consumen el producto.

a) ¿Es cierta la afirmación de los fabricantes? Justifique su respuesta.

$1-\alpha = 0.95 \qquad n_1 = 400 \qquad \hat{p} = \frac{70}{400} = \frac{7}{40}$

$$\frac{7}{40} - 1.96\sqrt{\frac{7/40(1-7/40)}{400}} \leq p \leq \frac{7}{40} + 1.96\sqrt{\frac{7/40(1-7/40)}{400}}$$

$\therefore\ 0.1377 < p < 0.2122$ nos indica que no se rechaza la afirmación de los fabricantes ya que el porcentaje del consumo va de 13% a 21%

b) Limite inferior 0.145 $\qquad \frac{7}{40} - E = 0.145 \qquad \therefore\ E = 0.03$

$$E = z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{0.03}{\sqrt{\frac{(7/40)(1-7/40)}{400}}} = 1.57 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.0582 \Rightarrow \alpha = 0.1164$$

$\Rightarrow 1-\alpha = 88\%$ $\qquad L.S = \frac{7}{40} + 1.57\sqrt{\frac{(7/40)(1-7/40)}{400}} = 0.205$

6) El gerente de la marca A de cigarros asegura que sobrepasa en ventas a su competencia, la marca B, en al menos 11% con una probabilidad de 0.95. Para comprobar de manera estadística la afirmación el gerente realiza encuestas de forma independiente a dos grupos de fumadores. En el grupo 1 la pregunta fue ¿prefiere la marca A de cigarros?, en el grupo 2 fue ¿Prefiere la marca B de cigarros? En el grupo 1 de 200 personas 41 contestarón que sí, mientras que el grupo 2 18 de 150 respondierón de la misma manera. Con una confianza de 95% obtenga:

a) $n_1 = 200 \qquad n_2 = 150 \qquad \hat{p}_1 = \frac{41}{200} \qquad \hat{p}_2 = \frac{18}{150} \qquad z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0.025} = 1.96$

$\bar{X}_1 = 47 \qquad \bar{X}_2 = 132$

$$\Rightarrow \left(\frac{41}{200} - \frac{18}{150}\right) \pm 1.96\sqrt{\frac{(41/200)(1-18/150)}{200} + \frac{(18/150)(1-41/200)}{150}}$$

$\therefore\ 0.03613 \leq P_1 - P_2 \leq 0.1814$ ya que no contiene al 0 se puede estimar que las proporciones no son iguales. En este caso el intervalo P_2 es mayor que P_1 entonces la afirmación del gerente NO se rechaza.

$LI = 0.02 \qquad \hat{p}_1 - \hat{p}_2 = \frac{17}{200} \Rightarrow \frac{17}{200} - \varepsilon = 0.02 \quad \therefore \varepsilon = -0.065$

$LS. = \frac{17}{200} - (-0.065) = \underline{0.02}$ ✓

$$z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{(41/200 - 18/150) - 0.02}{\sqrt{\frac{(41/200)(1 - 41/200)}{200} + \frac{(18/150)(1 - 18/150)}{150}}} = 1.67$$

$\frac{\alpha}{2} = 0.0475 \qquad \alpha = 0.095 \qquad 1-\alpha = 0.905 \qquad NC = \underline{90.5\%}$ ✓