

## **2. Definiciones**

### **■ Grados de Libertad ( GDL )**

**El número de coordenadas independientes requeridas para definir la posición y orientación de un cuerpo.**

### **■ Eslabón**

**Es un cuerpo rígido que posee al menos 2 nodos ( puntos de unión con otros cuerpos ).**

### **■ Junta ( Par Cinemático )**

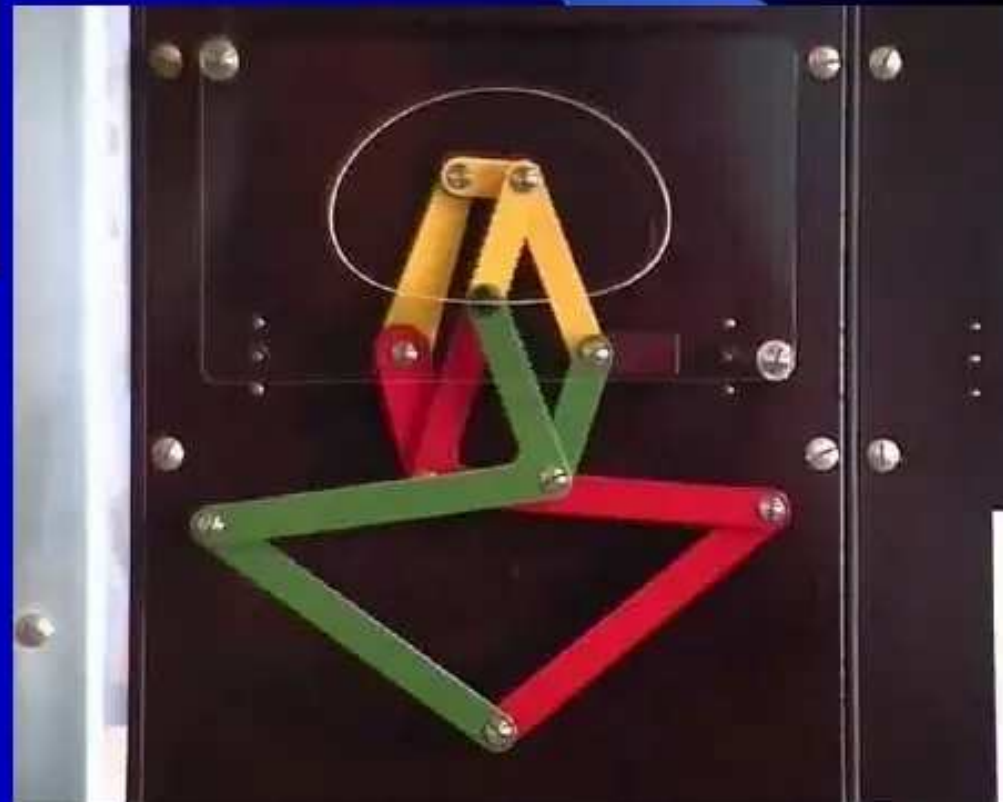
**Es la unión entre 2 o más eslabones en sus nodos y permite el movimiento entre ellos.**

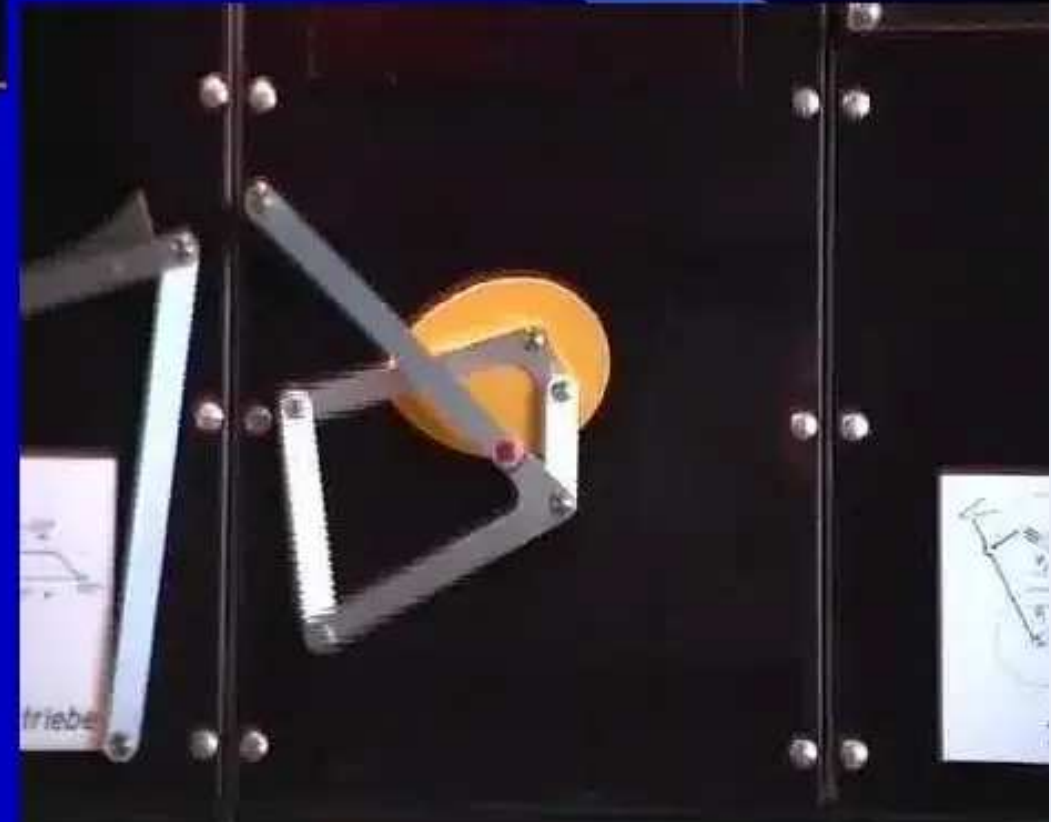
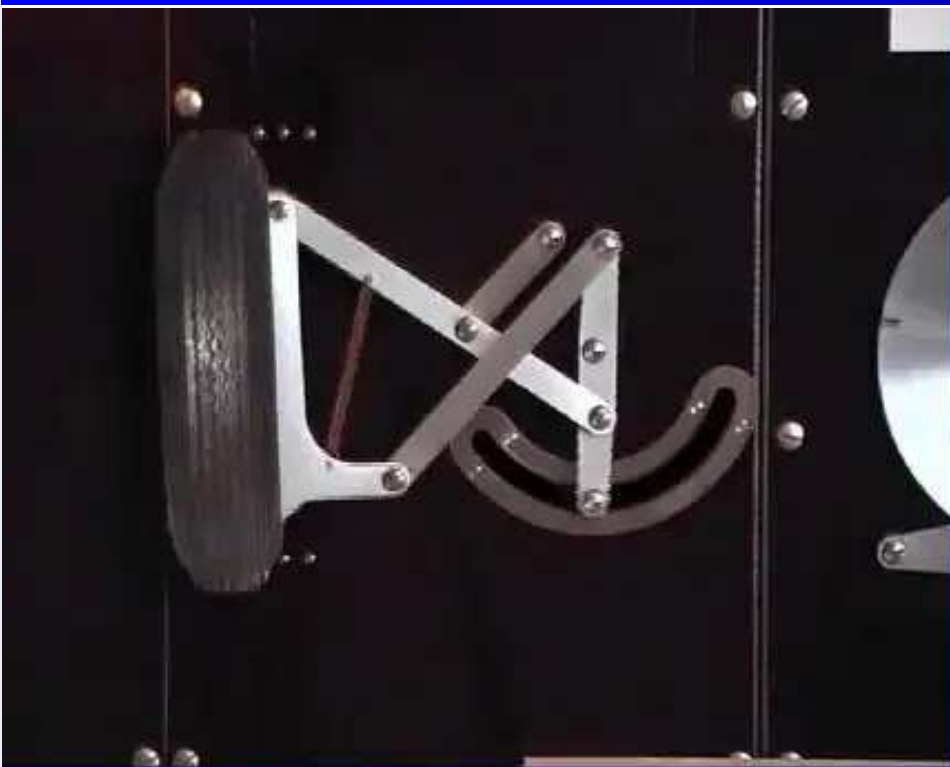
## ■ **Eslabonamiento ( Cadena Cinemática )**

Un conjunto de eslabones conectados por juntas. Y pueden identificarse los siguientes elementos:

1. **Tierra (elemento fijo).**- Es cualquier eslabón o eslabones que están fijos en el espacio.
2. **Acoplador (biela)** .- Un eslabón que experimenta un movimiento complejo y no está conectado a la “tierra”.
3. **Manivela** .- Un eslabón que hace una revolución completa y está conectado a la “tierra” por un pivote.
4. **Seguidor** .- Un eslabón que sigue el movimiento de la manivela.
5. **Balancín** .- Un eslabón que hace un movimiento oscilatorio y está conectado a la tierra.

# Identificar Tierra – Acoplador – Manivela – Balancín











## ■ Mecanismo

Una cadena cinemática en la cual al menos un eslabón está conectado a la tierra o está fijo.

¿Una cadena de motocicleta es un mecanismo?

## ■ Máquina

Es un  
fuerza

transmitir



■ **Orden .-Número de nodos por eslabón:**



**Eslabón Binario ( 2 nodos )**



**Eslabón Ternario ( 3 nodos )**





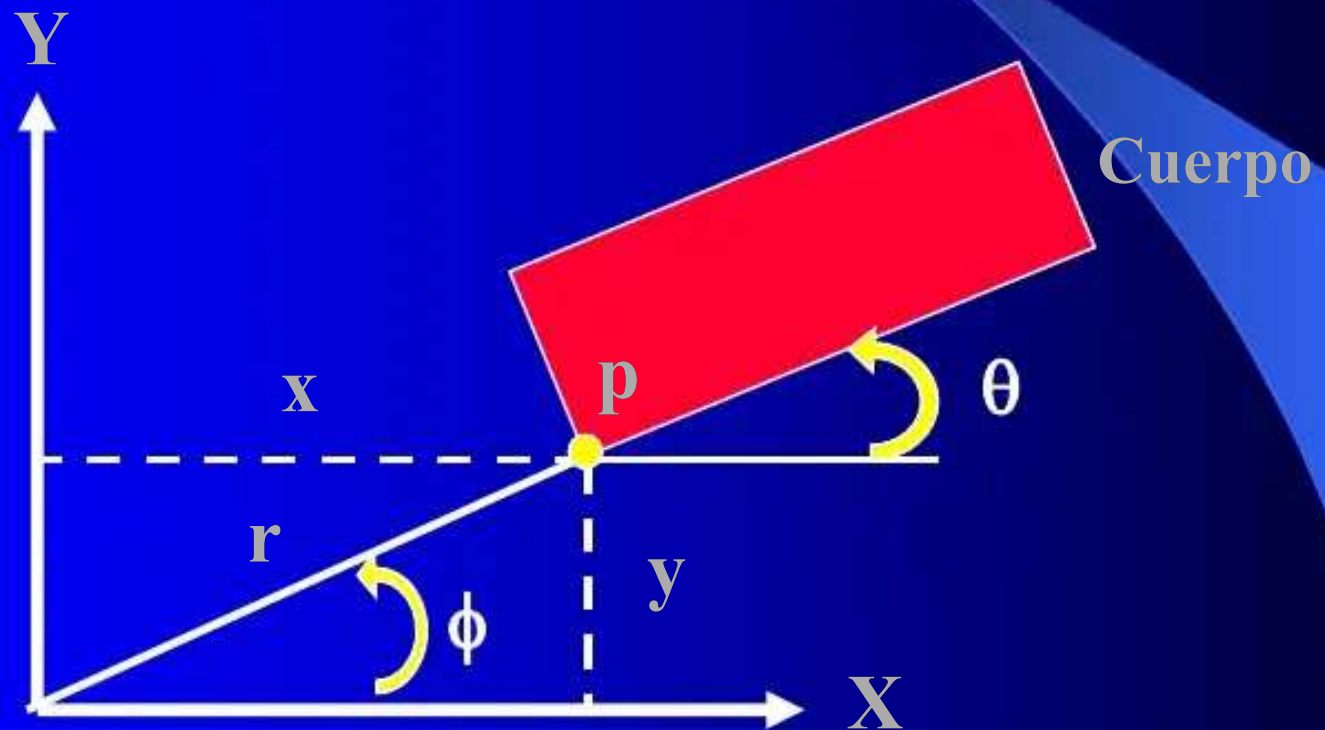
**Eslabón Cuaternario ( 4 nodos )**

**¿Y un eslabón con 5 nodos?**

**R = Eslabón Quinario, etc.**

### 3. Grados de Libertad (GDL) en el Plano

El movimiento de un cuerpo en el plano necesita 3 parámetros para definir sus GDL.



1).- Los GDL en el plano son generalmente:

$x, y$	2 distancias		3 GDL
$\theta$	1 ángulo		

también:

$r$	1 distancia		3 GDL
$\phi, \theta$	2 ángulos		

2).- Los GDL en el plano para “n” cuerpos **no unidos** son:

$$GDL = 3n$$

# Ecuación de Gruebler – Kutzbach para GDL en el Plano



**Gruebler Martin**  
**(1851-1935)**



**karl kutzbach**  
**(1875-1942)**

# Ecuación de Gruebler – Kutzbach para GDL en el Plano

1.- Un eslabón cualquiera en el plano tiene:

$$\text{GDL} = 3$$

2.- Un sistema de “L” eslabones **no conectados** tiene:

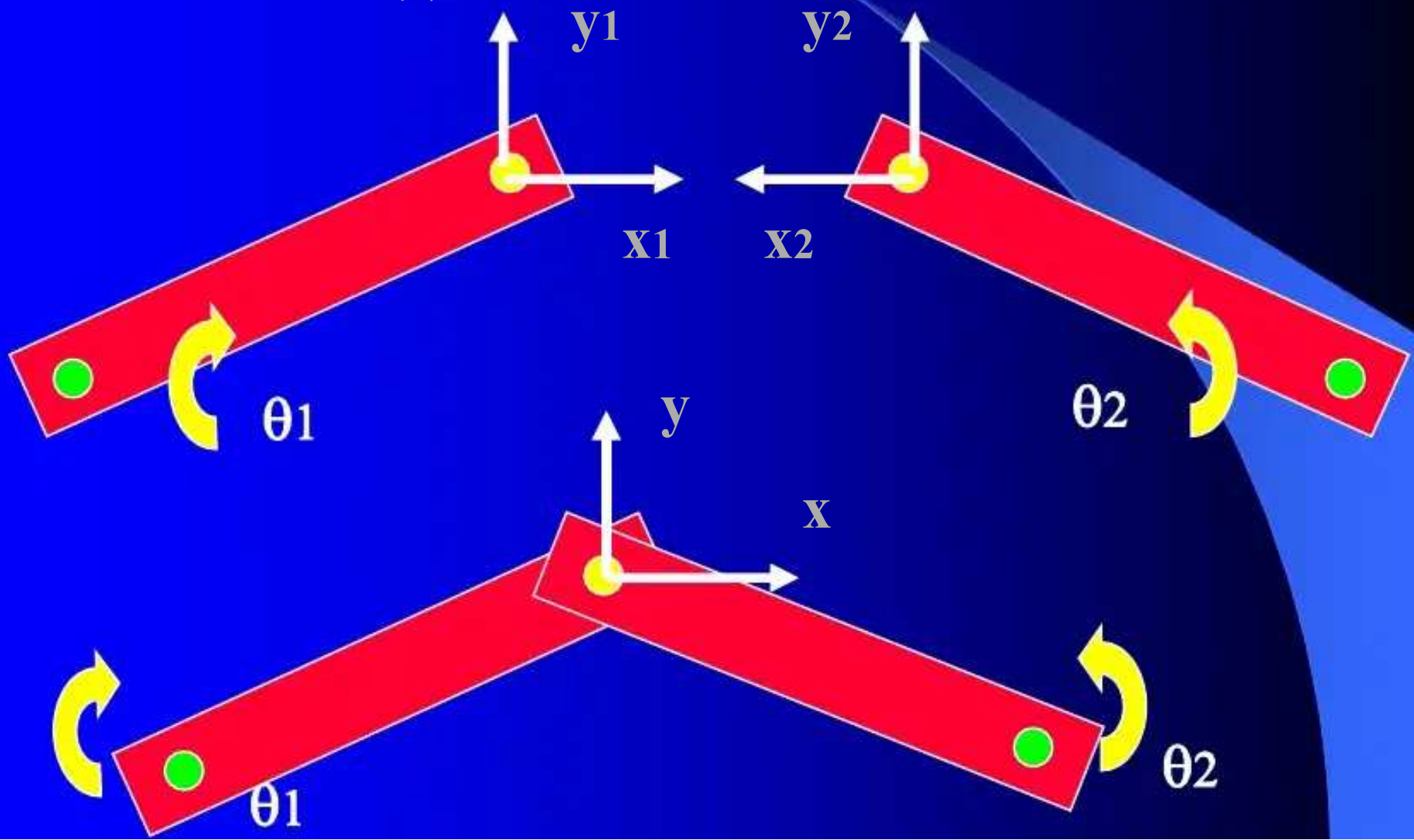
$$\text{GDL} = 3 L$$

3.- Dos eslabones **no conectados** tienen:

$$\text{GDL} = 3 (2) = 6$$

4.- Dos eslabones unidos por una **JUNTA COMPLETA** ( juntas con un 1 GDL ) pierden 2 GDL y quedan:

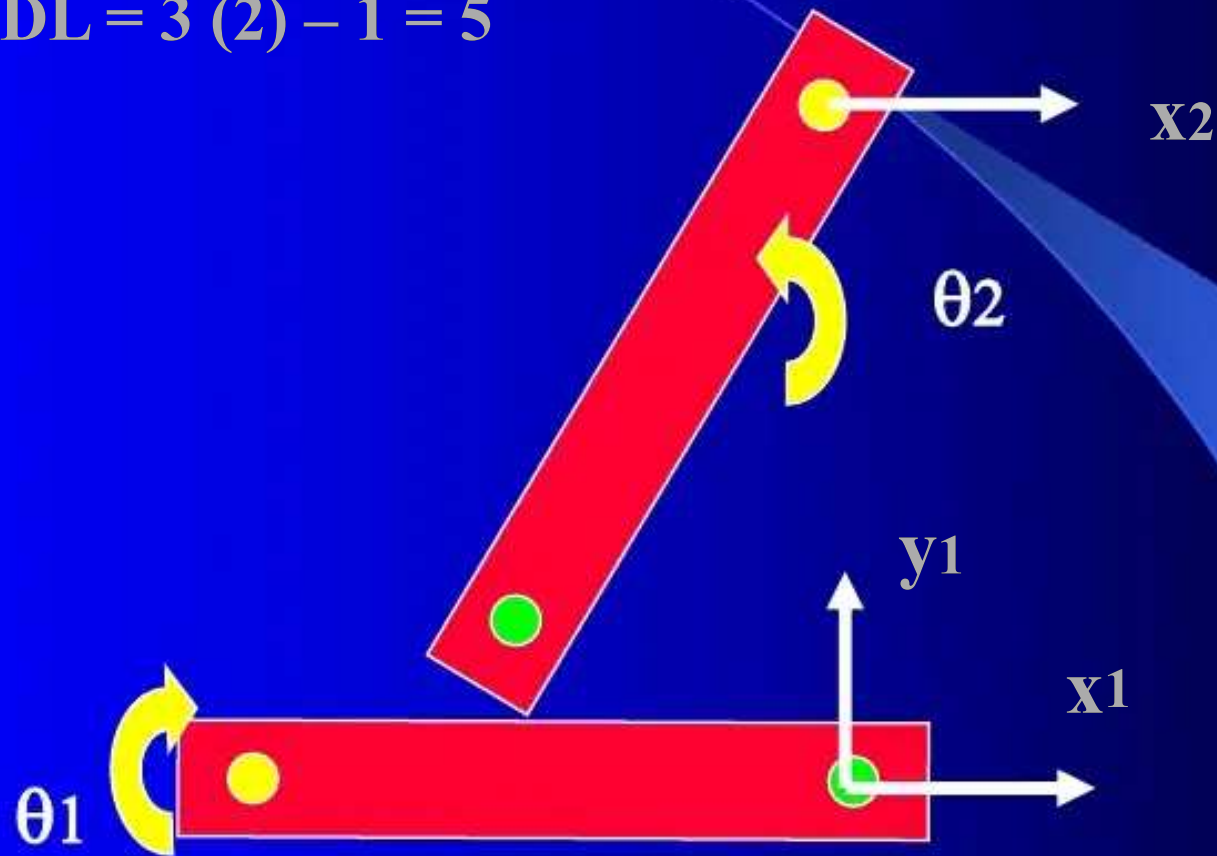
$$\text{GDL} = 3 (2) - 2 = 4$$





5.- Dos eslabones unidos por una **SEMIJUNTA** ( juntas con **2 GDL** ) pierden 1 GDL y quedan:

$$\text{GDL} = 3 (2) - 1 = 5$$



6.- Cuando un eslabón se fija o sujeta a tierra se eliminan 3 GDL.

**L ( link ) = número total de eslabones, incluyendo la tierra**

**J ( joint ) = número total de juntas**

**G ( ground ) = tierra**

**Estas ideas conducen a la ecuación de GRUEBLER:**

$$\text{GDL} = 3 L - 2 J - 3 G = 3 (L - G) - 2 J$$

**Ya que solo hay un eslabón fijo o tierra  $G = 1$ , la ecuación de GRUEBLER es:**

$$\text{GDL} = 3 (L - 1) - 2 J$$

**J toma en cuenta juntas completas y semijuntas. Para semijuntas J se multiplica por  $\frac{1}{2}$  , ya que solo elimina 1 GDL.**

Lo anterior se simplifica si usamos la modificación de KUTZBACH

$$GDL = 3 (L - 1) - 2 J_1 - 1 J_2$$

**L** = número total de eslabones, incluyendo la tierra

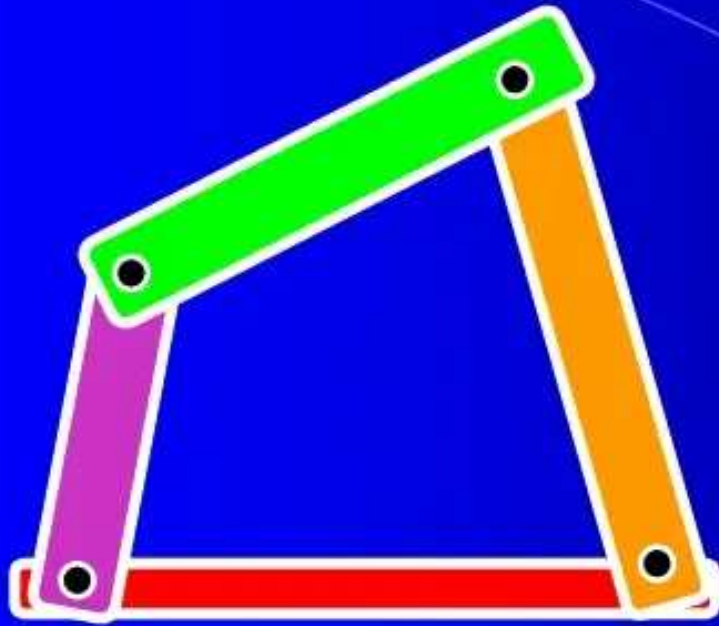
**J1** = número de juntas completas

**J2** = número de semijuntas

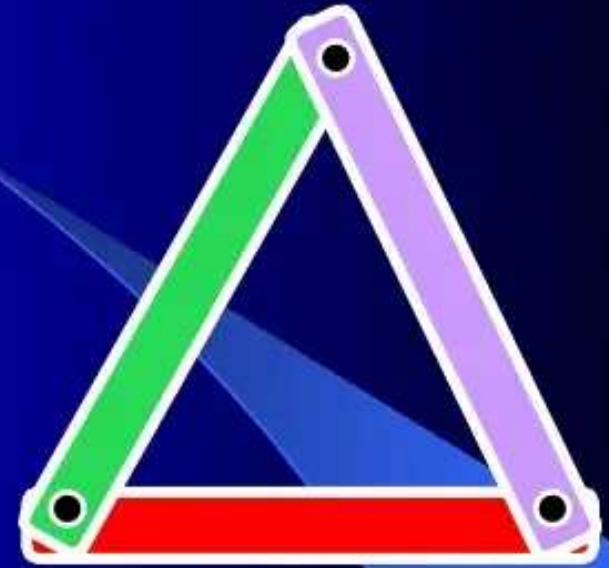
**Para JUNTAS MULTIPLES (3 eslabones unidos o más) contamos el número de eslabones unidos a la junta y le restamos 1 y lo contamos como JUNTA COMPLETA. Es decir:**

$$J_1 = \# \text{ eslabones} - 1$$

# Valores Posibles de GDL



valores positivos  
 $GDL = +1$  es un mecanismo



$GDL = 0$  es un estructura



valores negativos  
 $GDL = -1$  estructura precargada

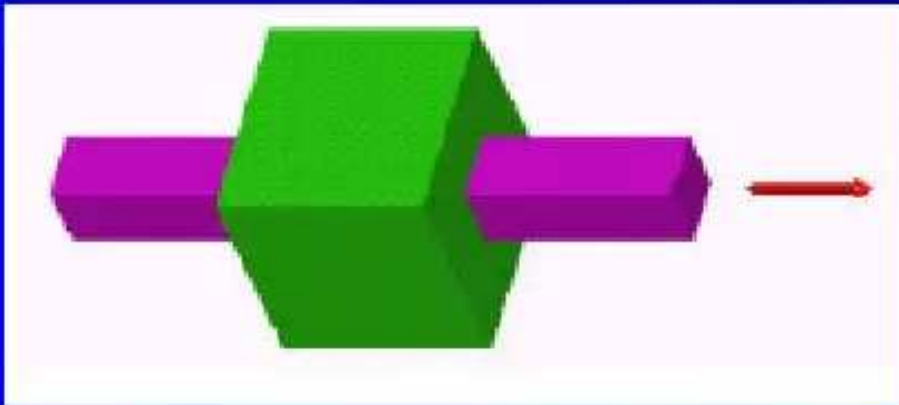
## 4. Tipos de Juntas o Pares Cinemáticos



**Junta rotacional ( 1 GDL )**

Permite un giro  $\theta$  entre eslabones.

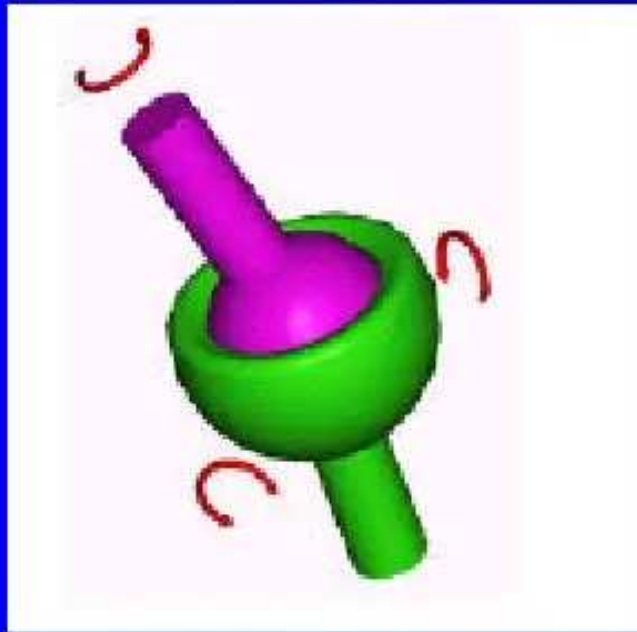
Usado en movimiento plano y espacial.



**Junta prismática ( 1 GDL )**

Permite traslación  $d$  entre eslabones.

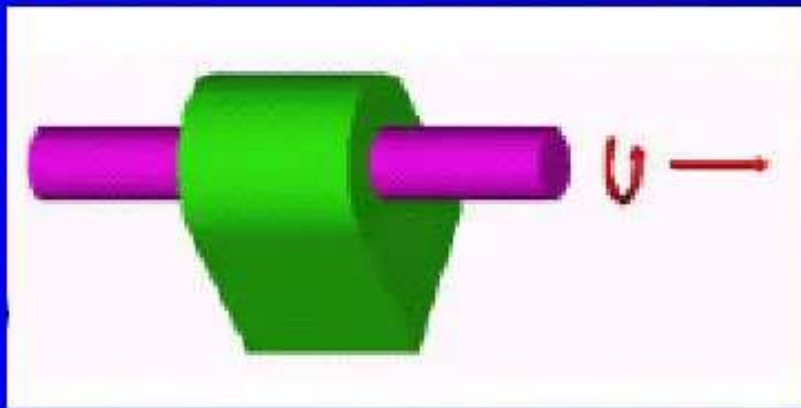
Usado en movimiento plano y espacial.



### Junta esférica ( 3 GDL )

Permite 3 giros  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$  entre eslabones.

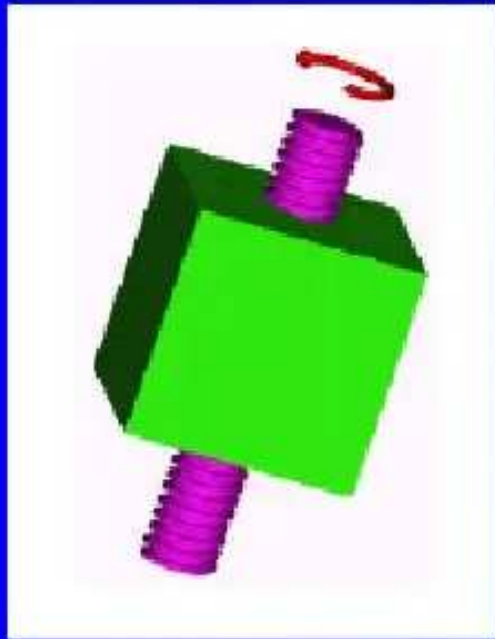
Usado en movimiento espacial.



### Junta cilíndrica ( 2 GDL )

Permite traslación  $d$  y giro  $\theta$ . Usado en movimiento espacial.

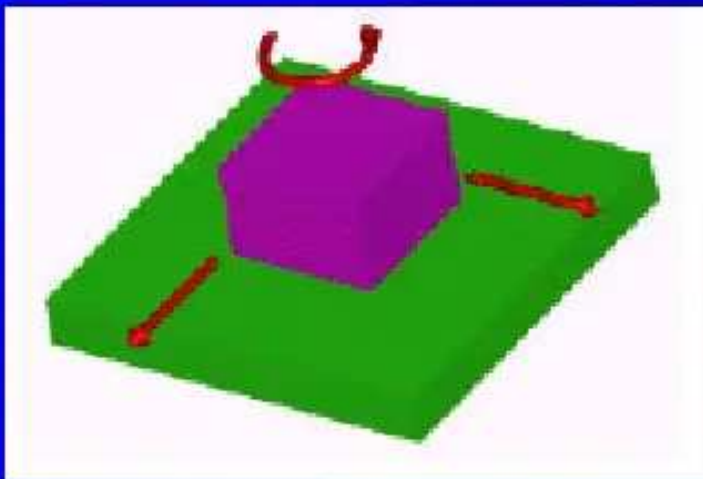




### **Junta de tornillo ( 1 GDL )**

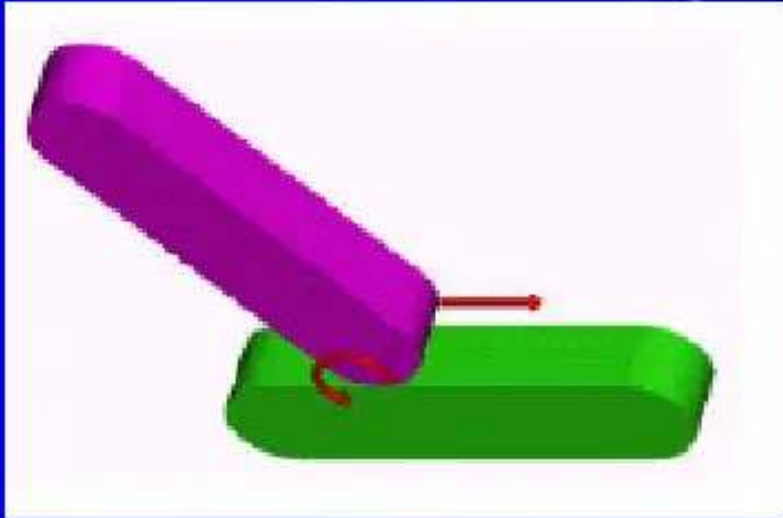
Permite una traslación  $d$  y un giro  $\theta$ , pero están relacionados.

Usado en movimiento espacial.



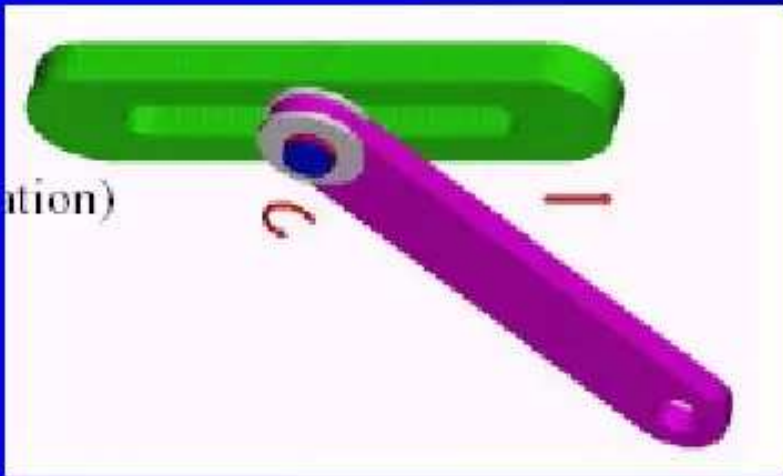
### **Junta plana ( 3 GDL )**

Permite 2 traslaciones ( $x$  ,  $y$ ) y un giro  $\theta$ . Usado en movimiento plano y espacial.



## Semijunta ( 2 GDL )

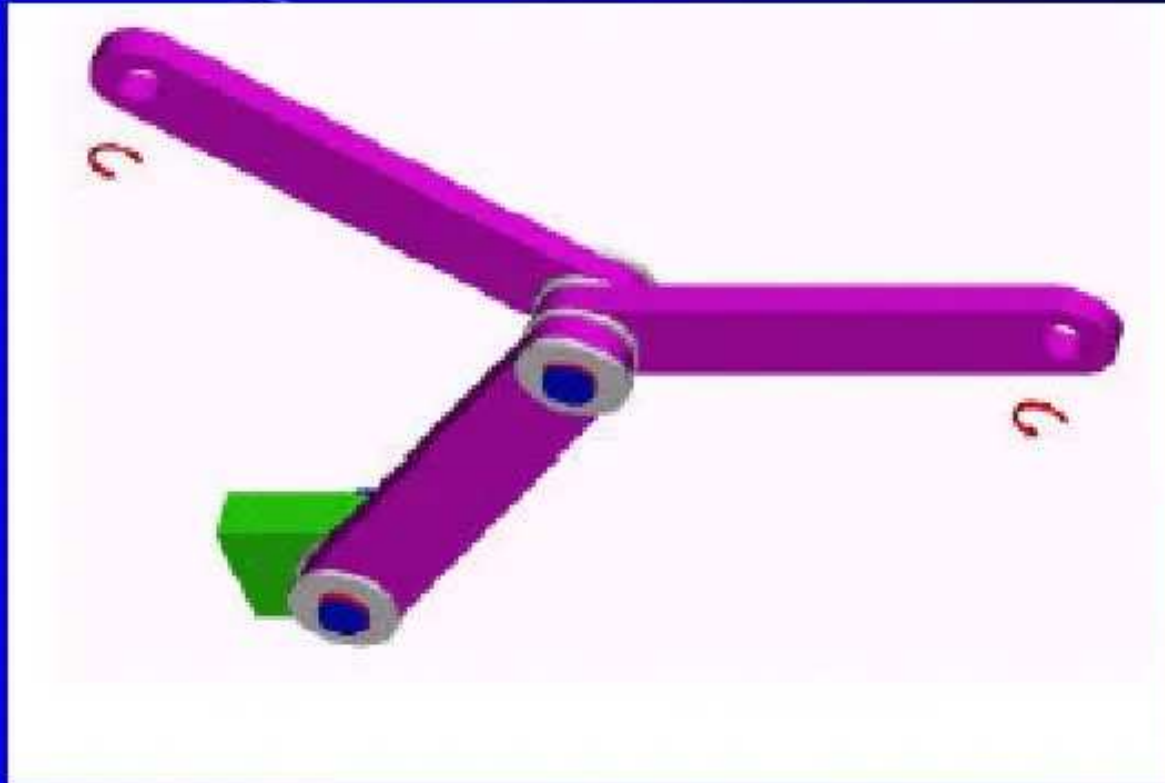
Permite una traslación  $d$  y un giro  $\theta$ . Usado en movimiento plano y espacial.



## Perno y ranura

## Semijunta ( 2 GDL )

Permite una traslación  $d$  y un giro  $\theta$ . Usado en movimiento plano y espacial.



### **Junta Múltiple ( 2 GDL )**

Permite 2 giros  $\theta$ . Usado en movimiento plano y espacial.

**EJEMPLOS DE GDL**

## 5. Paradojas (afirmación absurda con apariencia de verdad)

A causa de que el criterio de Gruebler **no toma en cuenta tamaño y forma de los eslabones**, este puede dar resultados erróneos, ante configuraciones geométricas únicas.

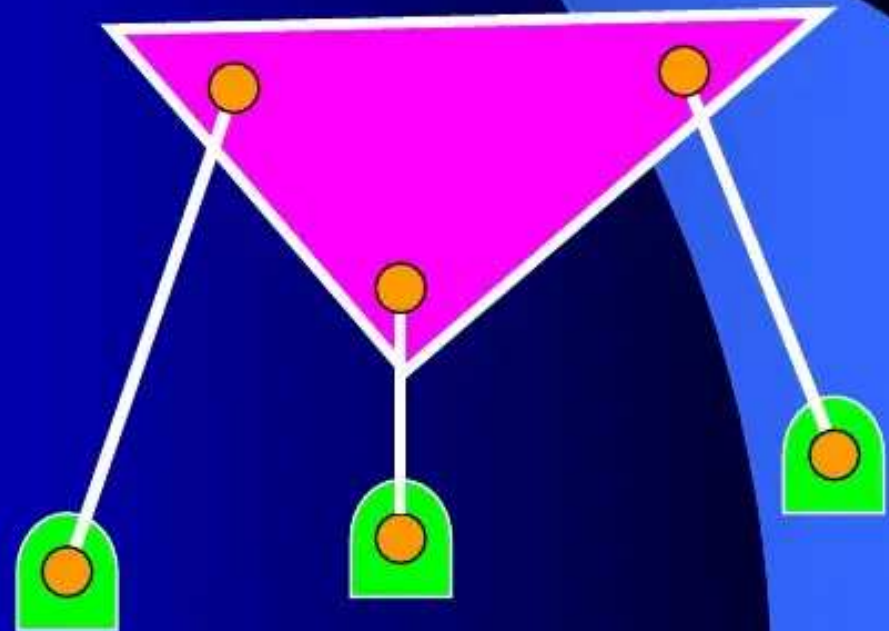
### Ejemplos

1.- Quinteto E (tiene 5 eslabones y parece una letra E)

$$\text{GDL} = 3 (L - 1) - 2 J_1 - 1 J_2$$

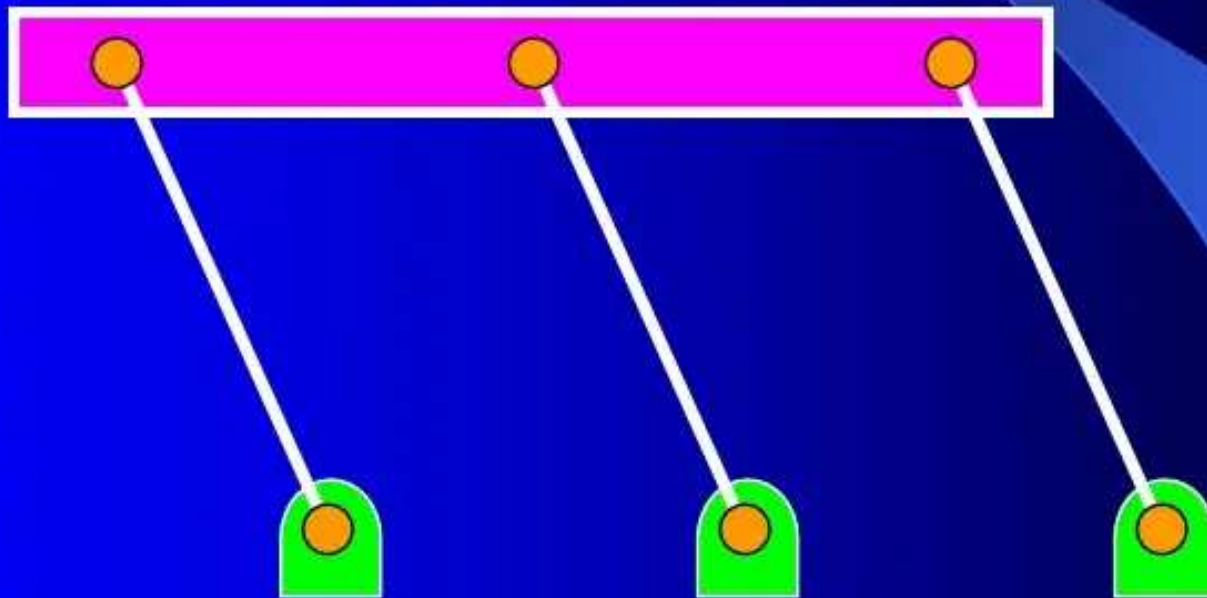
$$= 3 (5 - 1) - 2 (6) - 1 (0)$$

$$= 12 - 12 = 0 \text{ estructura}$$



## 2.- Quinteto E

Cuando los eslabones son **iguales** y **equidistantes**, el mecanismo se mueve, teniendo  $GDL = 1$  debido a su geometría única.



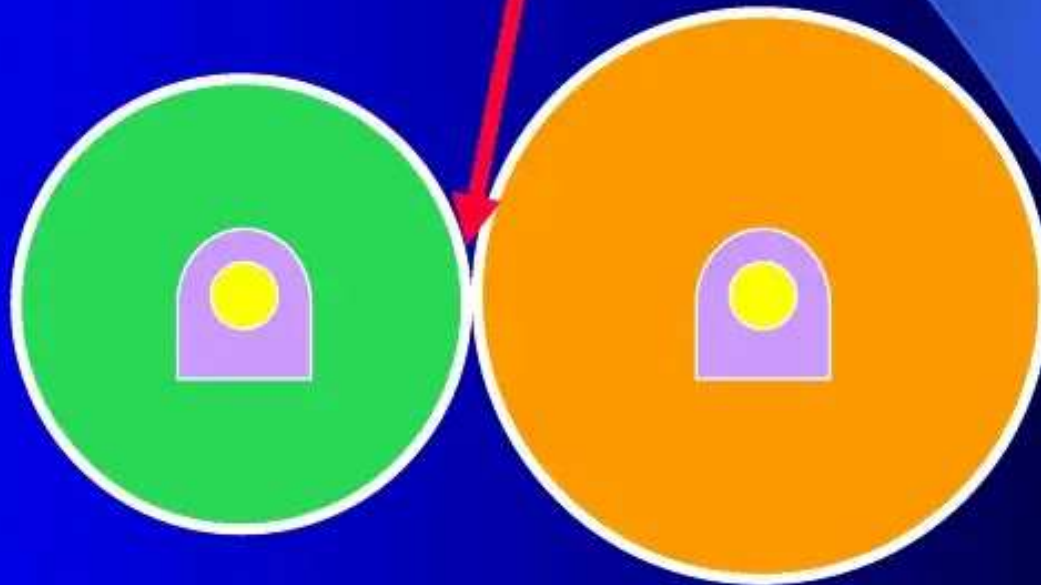
### 3.- Rodillos de Fricción

$$\begin{aligned} \text{GDL} &= 3 (L - 1) - 2 J_1 - 1 J_2 \\ &= 3 (3 - 1) - 2 (3) - 1 (0) \\ &= 6 - 6 = 0 \text{ estructura} \end{aligned}$$

En realidad:

$$\text{GDL} = 1$$

Junta completa,  
rodamiento sin  
deslizamiento





- **Cemil Bagci**, profesor de ingeniería mecánica en la **Universidad Tecnológica de Tennessee**, aconsejó a la compañía de producción de **George Lucas** en cómo animar modelos de robots, cómo funcionan los motores y cómo crear mecanismos.

- La contribución de **Bagci** es agradecida en la película cuando se le pregunta al androide C3P0:



### ¿Hablas el lenguaje Batchi?

- **Bagci**, aporta una fórmula más completa de GDL para evitar paradojas, en su artículo “Degrees of Freedom on Motion in Mechanism”, Journal of Engineering for Industry,

february 1971 page 140-148.

[www.tntech.edu/publicaffairs/rel/19](http://www.tntech.edu/publicaffairs/rel/19)

[97/feb97/bagci.html](http://www.tntech.edu/publicaffairs/rel/1997/feb97/bagci.html)



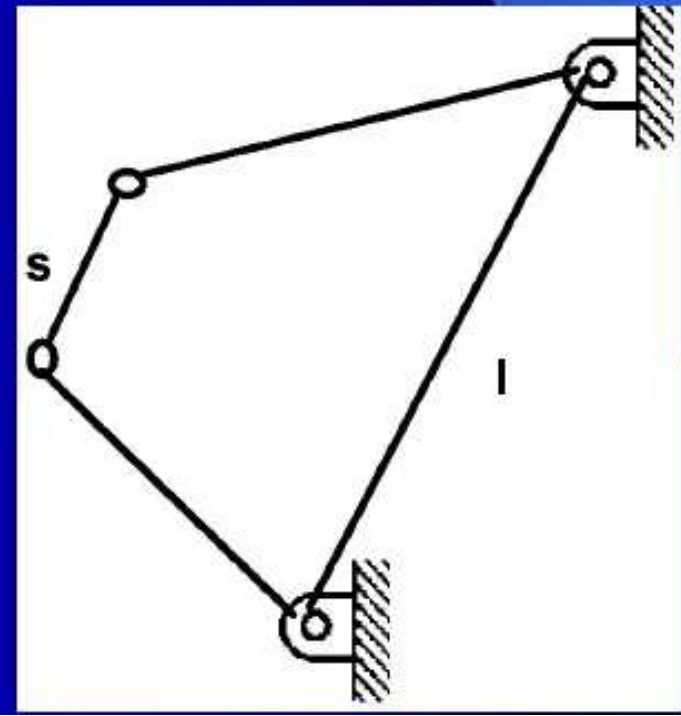
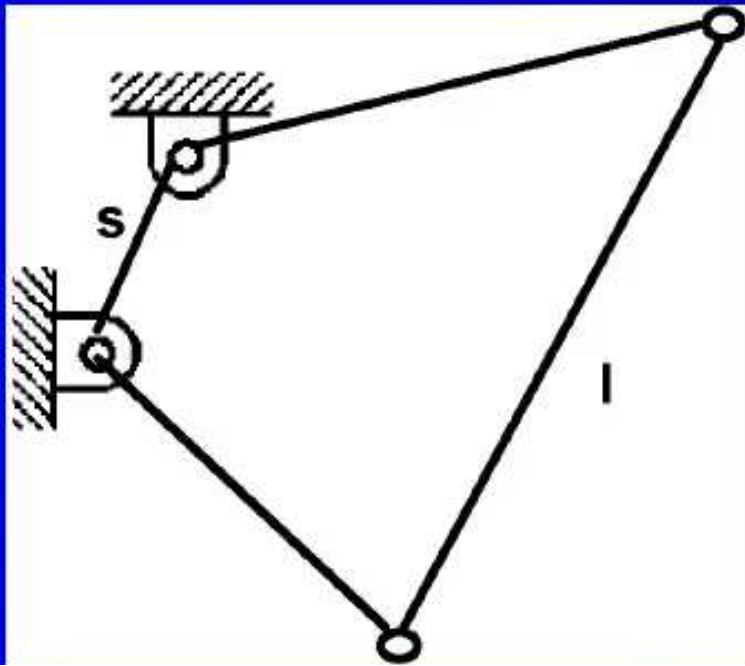
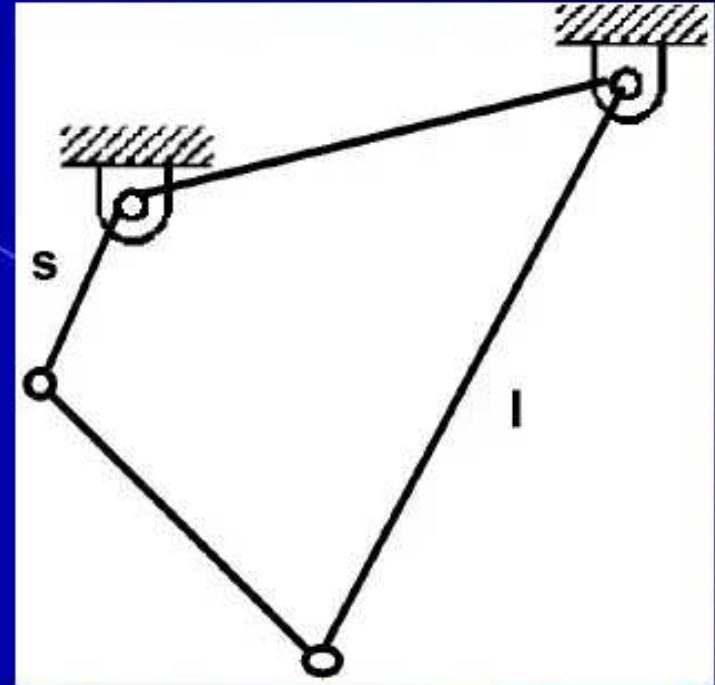
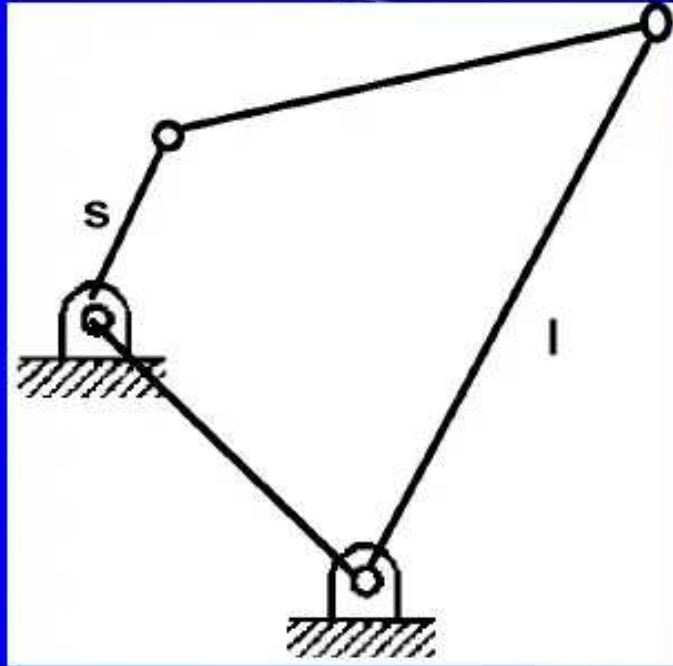
## 6. Inversión

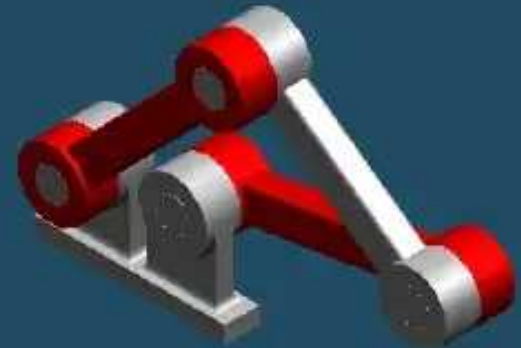
Una inversión se crea por la fijación de un eslabón diferente en la cadena cinemática.

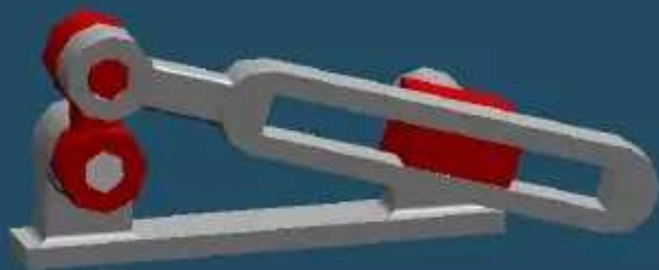
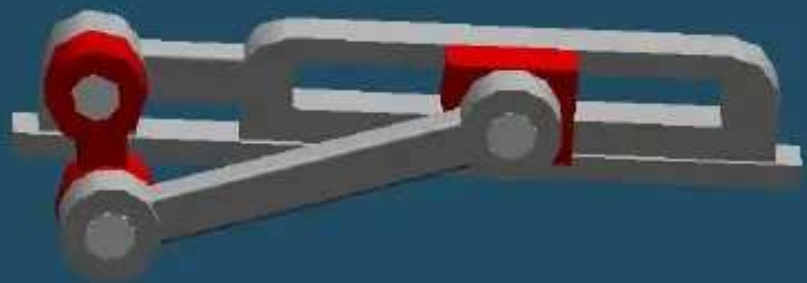
De esta manera existen tantas inversiones de un mecanismo como eslabones tenga.

Ejemplos

**<http://www.brockeng.com/mechanism/index.htm>**









## 7. Condición de Grashof



La condición de Grashof es una relación que pronostica el comportamiento de rotación de las inversiones de un eslabonamiento de 4 barras con base sólo en las longitudes del eslabón.

Franz Grashof 1823 - 1893



**Sea:**

**S (short) = longitud del eslabón más corto.**

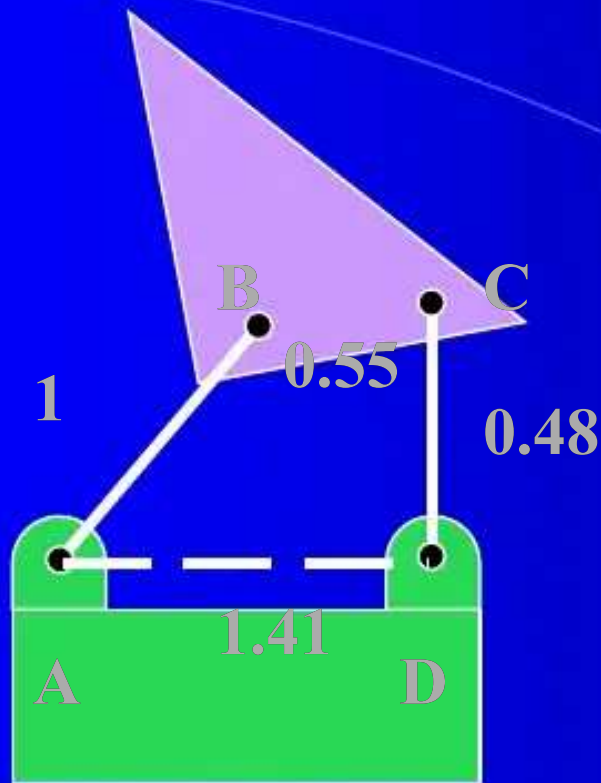
**L (large) = longitud del eslabón más largo.**

**P y Q = longitudes de los eslabones restantes.**

$$S + L \leq P + Q$$

**Condición  
de Grashof**

**La Condición de Grashof también asegura que existe un eslabón que da un giro completo. EJEMPLOS**



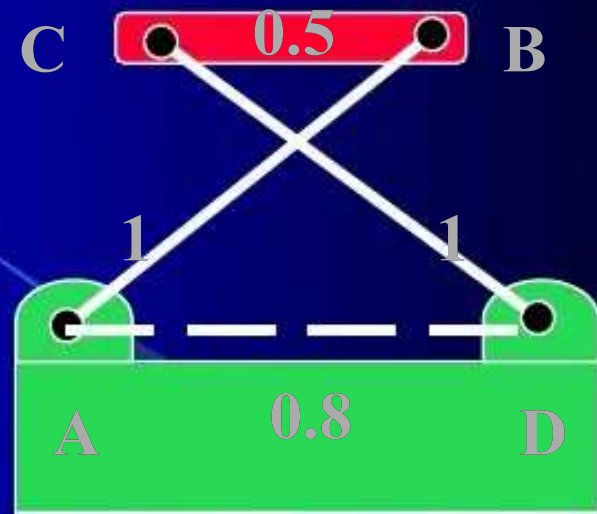
$$S + L \leq P + Q$$

$$(0.48 + 1.41) > (1 + 0.55)$$

no Grashof

$$(1 + 4) > (1 + 2)$$

no Grashof



$$(0.5 + 1) < (1 + 0.8)$$

Grashof

