No.Lista: 7
TAREA: 7

Universidad Autonoma de México
Facultad de Ingeniería

Demostración matemática de la Variancia Sesgada y de la Variancia Insesgada

Celaya González David Alejandro
Grupo: 02
Estadistica
30/Octubre/2020

CELAYA GONZÁLEZ DAVID ALEJANDRO NO. LISTA 7

$$S_n^2 = 1/n \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X}_{n-1})^2$$

=> SI SE DENOTA A X COMO UNA V.A. DE LEY P S_n^2 ES UN ESTIMADOR CONSISTENTE

$Var(X) = E(X - E(X))^2$ PERO NO ESTIMADOR INSESGADO

$$E[S_n^2] = \frac{n-1}{n} Var(X)$$

CALCULAMOS $E(\bar{X}_n^2)$

$$E(\bar{X}_n^2) = \frac{1}{n^2} E[(X_1 + X_2 + \dots + X_n)^2]$$

$$E(\bar{X}_n^2) = \frac{1}{n^2} E[\sum_{i=1}^{n} X_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j \neq i} X_i X_j]$$

POR DEFINICIÓN DE MUESTRA $X_1, \dots, X_n$ SON INDEPENDIENTES Y DE LA MISMA LEY

$E(X_i^2) = EX^2$ y $E[X_i X_j] = E[X]$ DONDE X ES UNA VARIABLE ALEATORIA DE LA LEY P $E[\bar{X}_n^2] = \frac{1}{n^2} (n E(X^2) + n(n-1)(E[X] + 7)$

$$E[\bar{X}_n^2] = \frac{1}{n} E[X^2] + \frac{n-1}{n} (E(X))^2$$

$\therefore$

$$E[S_n^2] = \frac{1}{n} E[X_1^2 + \dots + X_n^2] - \frac{1}{n} E[X^2] - \frac{(n-1)}{n} [E(X)^2]$$

$$E[S_n^2] = \frac{n-1}{n} E(X^2) - \frac{n-1}{n} (E(X)^2)$$

$$E[S_n^2] = \frac{n-1}{n} Var(X)$$

PARA TRANSFORMAR S_n^2 EN UN ESTIMADOR INSESGADO SE CORRIJE EL SESGO POR UN FACTOR MULTIPLICATIVO

$$V_n = \frac{n}{n-1} S_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X}_n)^2$$