

Función Cuadrática o Parábola.

Forma General

$$y = ax^2 + bx + c.$$

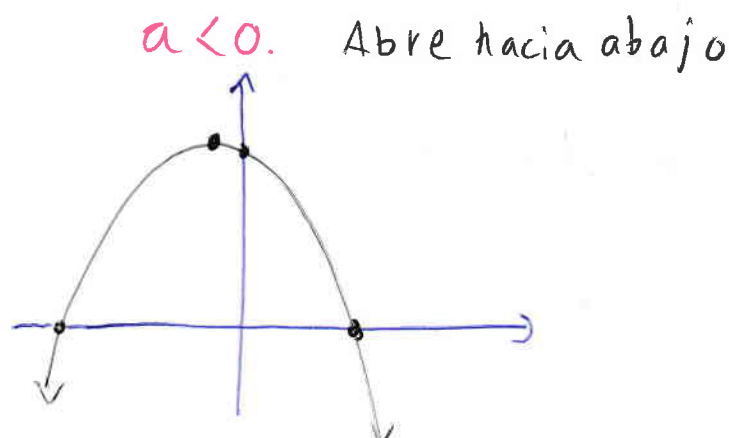
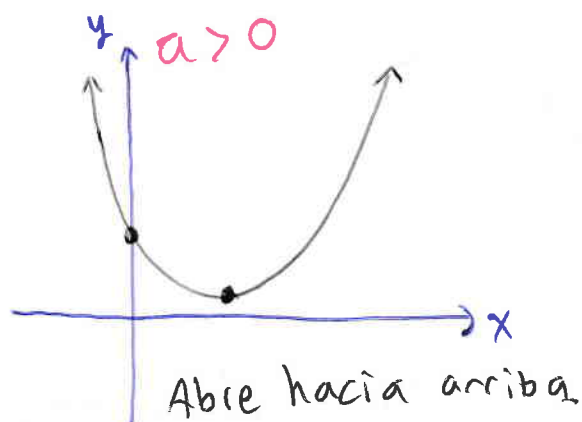
Dominio:

\mathbb{R} .

Rango: depende de a , b , y c .

coeficiente principal

a .



Puntos esenciales para graficar una parábola son:

Intersecto - y : $y(0) = 0 + 0 + c$ $(0, c)$

Intersecto - x : $ax^2 + bx + c = 0$

Factorizando el polinomio.

(puede que no existan)

Vértice: i. Cálculo: $f'(x) = 2ax + b = 0$
 (a, b) $x = -\frac{b}{2a}$

ii. Forma general con su vértice.

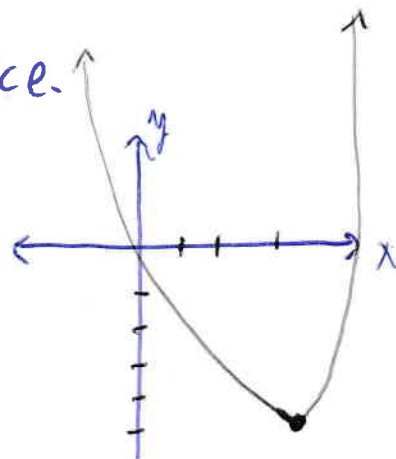
Completando el cuadrado

$$y = a(x - h)^2 + k$$

coordenadas (h, k)
vértice.

$(3, -5)$

$a > 0$



Ejercicio 1: Encuentre los interceptos y grafique las sigs.² parábolas.

a) $f(x) = 9 - x^2 = -(x+0)^2 + 9$.

Intercepto-y: $f(0) = 9$ $(0, 9)$

Intercepto-x: $9 - x^2 = 0$

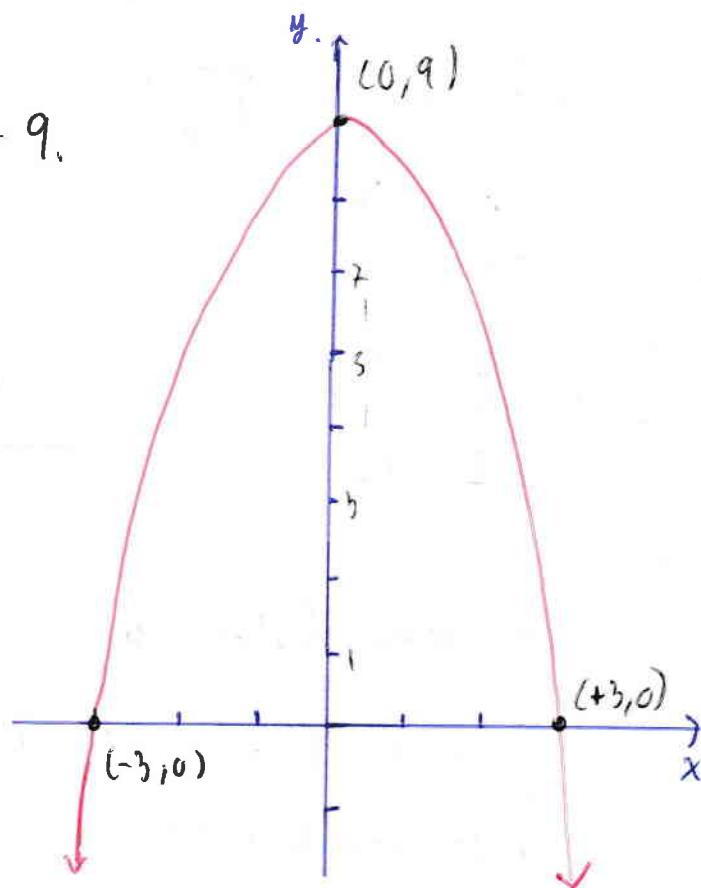
$x^2 = 9$ $9 = x^2$ $(3-x)(3+x) = 0$

$x = \pm 3$ $x = 3, -3$

$(-3, 0)$ $(3, 0)$

Por inspección el vértice es $(0, 9)$

$\mathbb{R} \quad (-\infty, 9]$



b. $g(x) = x^2 - 4x$

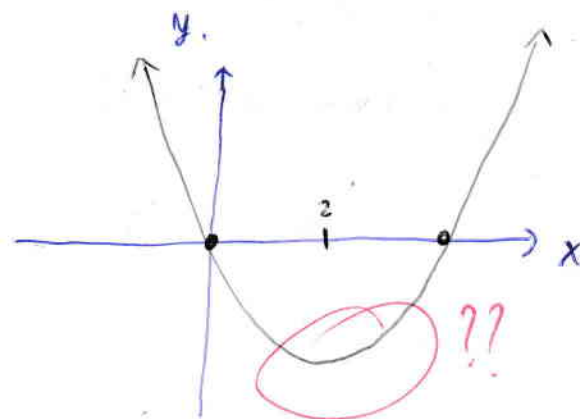
Intercepto-y: $g(0) = 0$ $(0, 0)$

Intercepto-x: $x^2 - 4x = 0$

$x(x-4) = 0$

$x = 0, x = 4$

$(0, 0)$ y $(4, 0)$



Cálculo: $g'(x) = 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{4}{2} = 2$.

vértice

$g(2) = 4 - 8 = -4$

$(2, -4)$

Sin Cálculo: Complete al cuadrado y reescriba como un cuadrado perfecto.

$g(x) = (x^2 - 4x + 4) - 4$

divida por 2 y eleve al cuadrado. $(-2)^2 = 4$

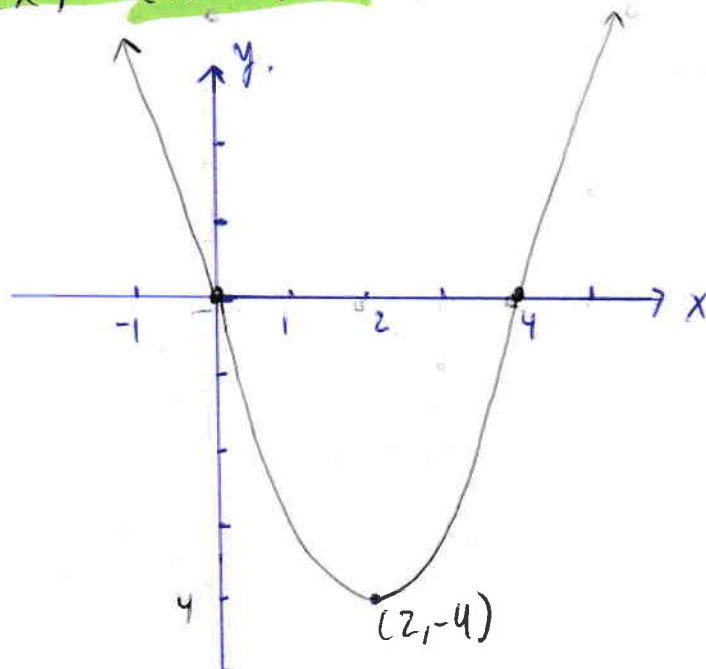
$$x^2 - 4x + 4 = (x-2)(x-2) = (x-2)^2.$$

Cápsula Álgebra.

3.

$$g(x) = (x-2)^2 - 4$$

vértice $(2, -4)$.



$(0, 0)$ y $(4, 0)$

vértice $(2, -4)$.

pág. 17.

Ejercicio 2: Cuaderno de Trabajo Considere $y = x^2 + 6x + 8$.

b. Encuentre los interceptos con los ejes.

Intercepto-y: $(0, 8)$ $y(0) = 0 + 0 + 8 = 8$.

Intercepto-x: $x^2 + 6x + 8 = (x+4)(x+2) = 0 \cdot x = -4, -2$.

1, 2, 4, 8

$(-4, 0)$ y $(-2, 0)$

a. Encuentre el vértice completando el cuadrado de y .

Coefficiente 6, divide por 2, 3 eleve al cuadrado 9.

1, 3, 3, 9

$$y = (x^2 + 6x + 9) + 8 - 9$$

$$y = (x+3)^2 - 1$$

vértice está en $(-3, -1)$

Comprobación Cálculo

$$y' = 2x + 6 = 0$$

$$x = \frac{-6}{2} = -3$$

c. Grafique la parábola, indicando los puntos esenciales.⁴

Resumen

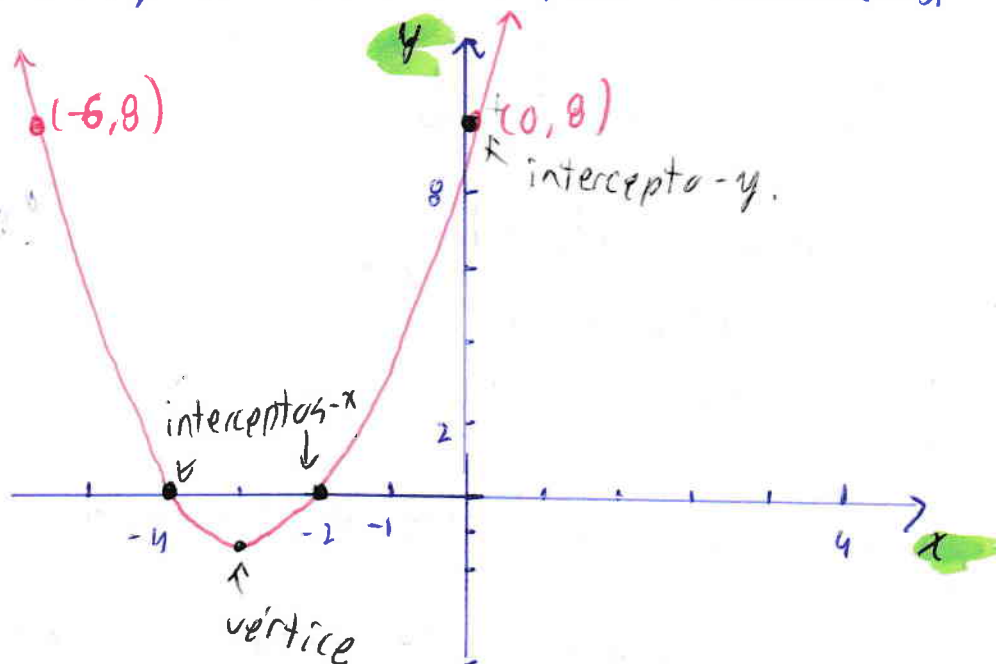
Intercepto-y. $(0, 8)$

Interceptos-x $(-4, 0)$; $(-2, 0)$

Vértice $(-3, -1)$.

Abre para Arriba.

Rango $[-1, \infty)$



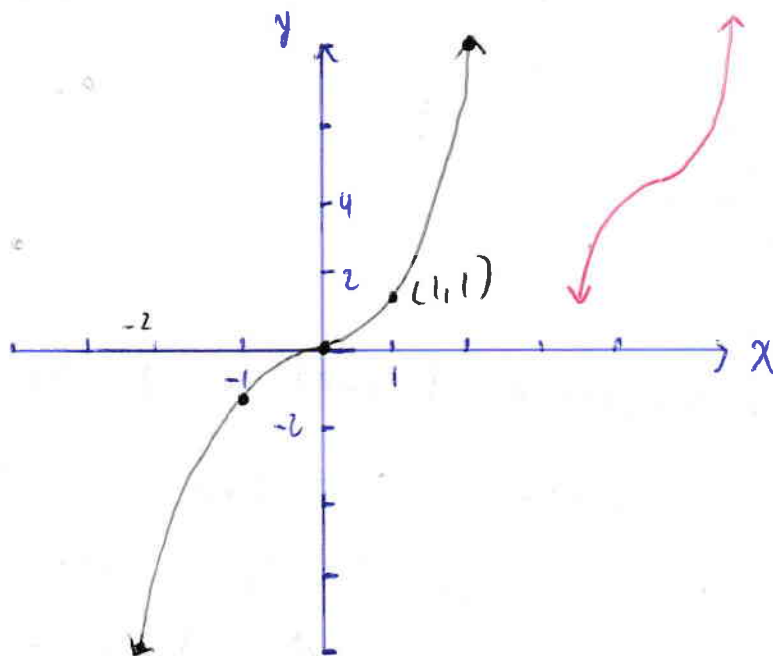
Otras funciones Polinomiales.

Funciones Cúbicas: más común $f(x) = x^3$

Dominio: \mathbb{R} . Rango \mathbb{R} .

Tabla:

x	y
-2	-8
-1	-1
0	0
1	1
2	8

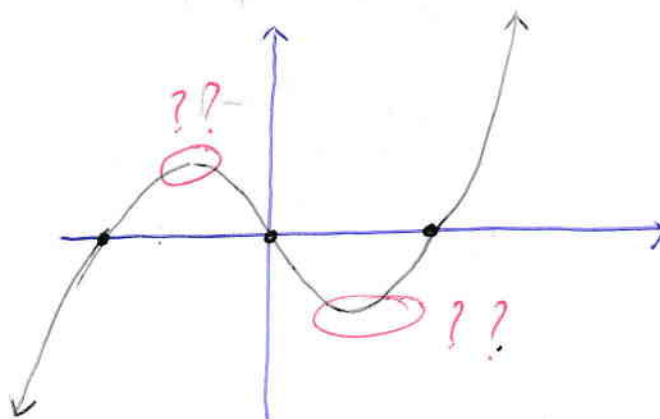


Otras funciones cúbicas como en

$$f(x) = x^3 - 16x$$

$$f(x) = x(x^2 - 16)$$

$$f(x) = x(x-4)(x+4)$$



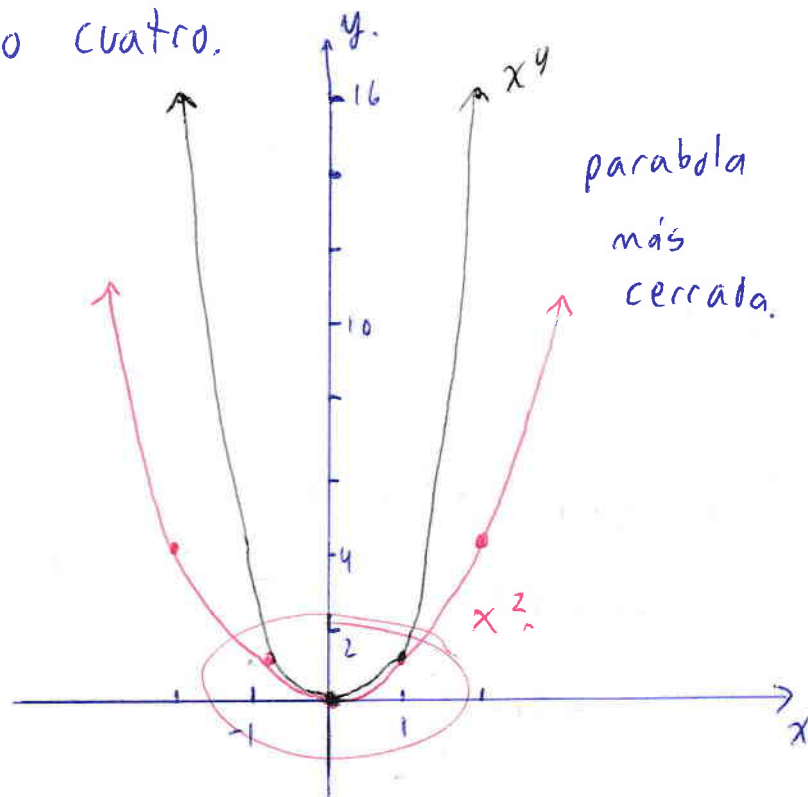
Forma General Cúbica $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Dominio \mathbb{R} .

Función Cuártica o de grado cuatro.

Más común $f(x) = x^4$

x	y	x^2
-2	16	4
-1	1	1
0	0	0
1	1	1
2	16	4



Funciones Potencia.

$$f(x) = b x^r$$

r es cualquier constante, $r \in \mathbb{R}$.

Ejemplos

$$f(x) = x^{1/2}$$

$$g(x) = x^{1/3}$$

$$h(x) = x^{-1}$$

$$j(x) = x^\pi$$

Funciones Raíz: la potencia es una fracción. $x^{1/n}$.

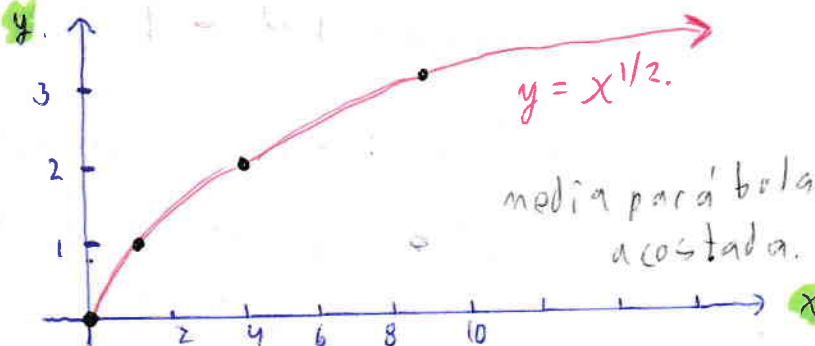
$$f(x) = x^{1/n} = \sqrt[n]{x}$$

Rango: $[0, \infty)$

Dominio: $[0, \infty)$

Función Raíz Cuadrada $f(x) = \sqrt{x}$

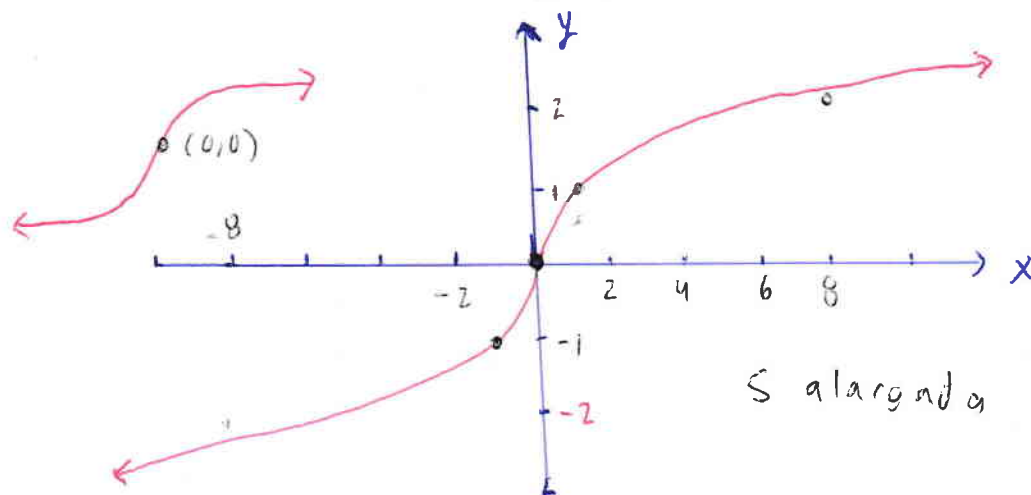
x	\sqrt{x}
1	1
4	$\sqrt{2^2} = 2$
9	$\sqrt{3^2} = 3$
0	0



Función Raíz Cúbica. $f(x) = x^{1/3} = \sqrt[3]{x}$

6.

x	$x^{1/3} = y$
-8	$\sqrt[3]{-8} = -2$
-1	-1
0	0
1	1
8	2



Domínio: \mathbb{R} Rango: \mathbb{R} .

Hipérbola ó función recíproca $f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$

Domínio $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

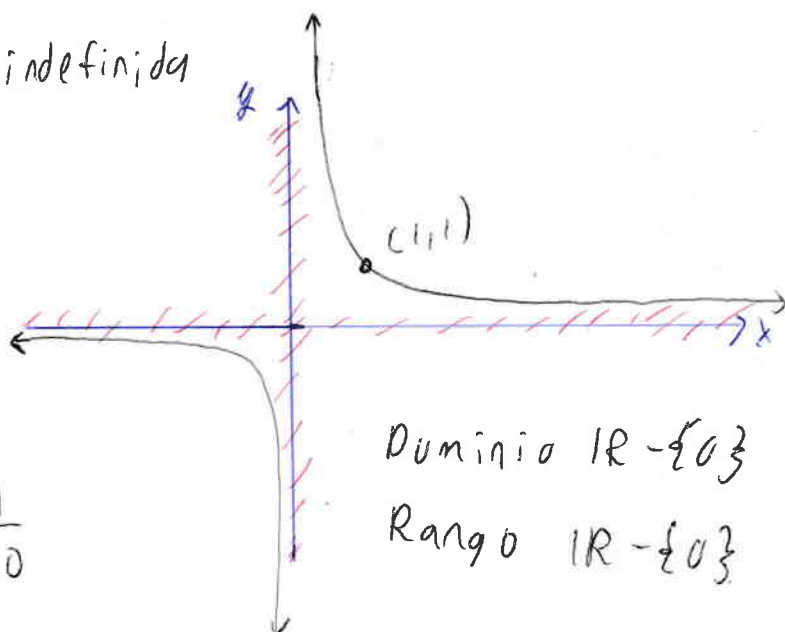
No tiene intercepto $\frac{1}{x} \neq 0$ $f(0)$ indefinida

x	$f(x)$
$1/100$	100
$1/10$	10
1	1

$$f\left(\frac{1}{100}\right) = \frac{1}{1/100} = 100$$

$$f(10) = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{-1} = -1$$

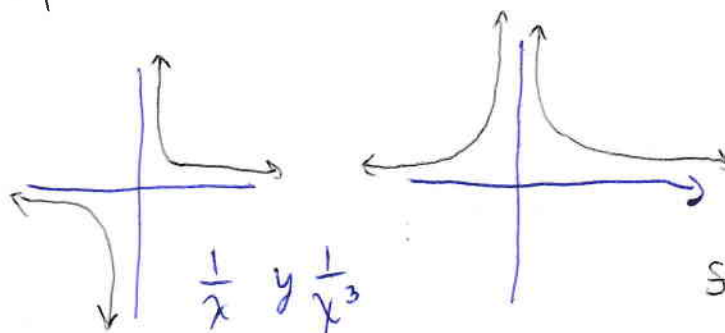


Domínio $\mathbb{R} - \{0\}$

Rango $\mathbb{R} - \{0\}$

$(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

x	$f(x)$
-100	-0.01
-10	-0.1
-1	-1
$-1/10$	-10
$-1/100$	-100



$$\frac{1}{x^2}$$

$$f(-1) = \frac{1}{(-1)^2} = 1$$