

Examen Simulacro #2, (Corto 12)

Cálculo Diferencial

Nombre y Carnet: _____

Tema:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total
Puntos:	35	15	15	15	15	10	10	15	15	145
Nota:										

1. Encuentra la derivada dy/dx para las siguientes expresiones.

No simplifiques tu respuesta.

(a) (5 pts.) $y = x^7 + 7^x + 7^\pi + e^{7x}$

(b) (5 pts.) $y = \frac{\tan^{-1} x}{\cot x}$

(c) (5 pts.) $y = \log[\operatorname{sech}(10^{x^3+x^2})]$

(d) (10 pts.) $y = (\sinh x + \cosh 2x)^{\tanh 3x + \operatorname{sech} 4x}$

(e) (10 pts.) $\frac{x}{y^2} + \frac{y^2}{x} = 5$

2. SIMPLIFICA las siguientes funciones, luego encuentra sus derivadas.

(a) (7 pts.) $5^{\log_5 a(x)} = 8^{10 \log_8 (x^2+x+1)}$

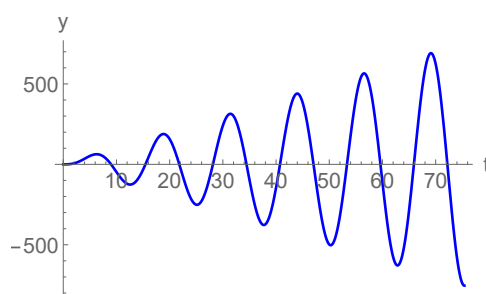
(b) (8 pts.) $b(x) = \frac{\log_{e^e} x^e}{4^{\log_4(1/x)}}$

3. **Resonancia:** Un resorte con frecuencia $\omega = \frac{1}{2}$ 1/s está sujeto a una fuerza externa de $F_o \sin \omega t$, donde $F_o = 10$ N. El desplazamiento vertical del resorte (en metros) es:

$$y(t) = \frac{F_o}{2\omega^2} \sin(\omega t) - \frac{F_o}{2\omega} t \cos(\omega t)$$

- (a) (7 pts.) Encuentra la velocidad del resorte cuando $t = \pi$ segundos.

- (b) (8 pts.) Encuentra la aceleración del resorte cuando $t = \pi$ segundos.



4. La técnica del carbono 14, cuya vida media es de 5,730 años, se utiliza para fechar antigüedades. En el sudario de Turín, el negativo de la imagen del cuerpo de un hombre que parece que fue crucificado; se cree que es el sudario del entierro de Jesús de Nazaret.

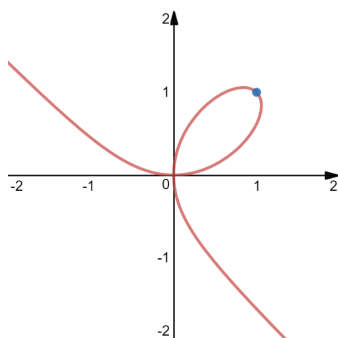
- (a) (5 pts.) Encuentra la tasa relativa de decaimiento del carbono 14 en el manto.

Expresa la respuesta en términos de logaritmos.

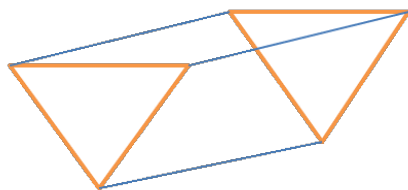
- (b) (5 pts.) Encuentra la ecuación de la cantidad de carbono 14 en el manto. Simplifica la función a una función exponencial de base 2.

- (c) (5 pts.) En 1988, tres laboratorios científicos independientes analizaron el sudario y concluyeron que queda $2^{-1/8}$ de la cantidad original de C-14. Determina la antigüedad del sudario. La respuesta debe ser una fracción.

5. La curva de la ecuación $x^3 + y^3 - 2xy = 0$ es conocida como el Folio de Descartes.
- (a) (5 pts.) Encuentra la derivada de y respecto a x .
 - (b) (5 pts.) Encuentra la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto $(1, 1)$.
 - (c) (5 pts.) Explica si el Folio de Descartes tiene una tangente horizontal en $x = -1$.



6. Considera la función $f(x) = \sqrt[4]{x} + \sqrt[3]{x}$.
- (a) (5 pts.) Encuentra la aproximación lineal de $f(x)$ en $x = 16$.
 - (b) (5 pts.) Utiliza la aproximación lineal para estimar el valor de $\sqrt[4]{20} + \sqrt[3]{20}$.
7. La arista x de un cubo mide 30 mm con un error posible de $\pm 0.5 \text{ mm}$.
- (a) (5 pts.) Encuentra el diferencial del volumen V respecto a x .
 - (b) (5 pts.) ¿Cuál es el error porcentual aproximado en el volumen del cubo?
8. (15 pts.) Realiza uno de los dos siguientes problemas.
- (a) El volumen entre dos esferas concéntricas es $V = \frac{4}{3}\pi(r_2^3 - r_1^3)$. El radio de la esfera exterior crece a una razón constante de 2m/h, mientras que el de la interna disminuye a una razón constante 1/2 m/h. ¿A qué razón cambia el volumen V cuando $r_2 = 3 \text{ m}$ y $r_1 = 1 \text{ m}$?
 - (b) Un depósito tiene 12 pies de largo y 4 de ancho en su parte superior (ver figura), sus extremos tienen la forma de triángulo isósceles con una altura de 4 pies. Si el agua sube a un ritmo de 3/10 de pulgada por minuto cuando la altura del agua es de 3 pies, encuentre la razón de cambio del volumen de agua respecto al tiempo.



9. Evalúa los siguientes límites.

- (a) (5 pts.) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cot 2x}{\cot x}$
- (b) (5 pts.) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2}{\ln(x + 3x^2)}$
- (c) (5 pts.) $\lim_{x \rightarrow 2^+} (5 - x^2)^{1/\sin(x-2)}$