

# Corto 10

## Cálculo Diferencial UFM

21 de marzo 2018

Nombre: \_\_\_\_\_

1. Sea  $f(x) = \log_a(3x^2 + 3)$ . ¿Para qué valor de  $a$  se cumple que  $f'(1) = \frac{1}{\ln 4}$ ? (30 pts.)

10  $f'(x) = \frac{6x}{(3x^2+3) \ln a}$

10  $f'(1) = \frac{6}{6 \ln a} = \frac{1}{\ln 4} \Rightarrow \ln 4 = \ln a$   
 $e^{\ln 4} = e^{\ln a}$

$4 = a$  10

2. Encuentre la derivada de  $dy/dx$  de  $y = (\sin x)^{\ln x}$ . (40 pts.) Ni Potencia ni exponenciales

10  $\ln y = \ln(\sin x^{\ln x})$

$\ln y = (\ln x) \ln(\sin x)$

20  $\frac{y'}{y} = \frac{1}{x} \ln(\sin x) + (\ln x) \frac{\cos x}{\sin x}$

10  $y' = (\sin x)^{\ln x} \left[ \frac{\ln(\sin x)}{x} + (\ln x) \cot x \right]$

3. Una sustancia radiactiva decae exponencialmente. Inicialmente, hay 200 mg de una sustancia y luego de 6 horas sólo quedan 50 mg. Encuentra la tasa relativa de decrecimiento  $k$ . (30 pts.)

10  $y = 200 e^{kt}$  Encuentre  $k$ .

10  $y(6) = 200 e^{6k} = 50$   
 $e^{6k} = \frac{1}{4}$

$6k = \ln\left(\frac{1}{4}\right)$

10  $k = \frac{1}{6} \ln\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{-\ln 4}{6}$  5 pts +  
 $\frac{1}{hr}$