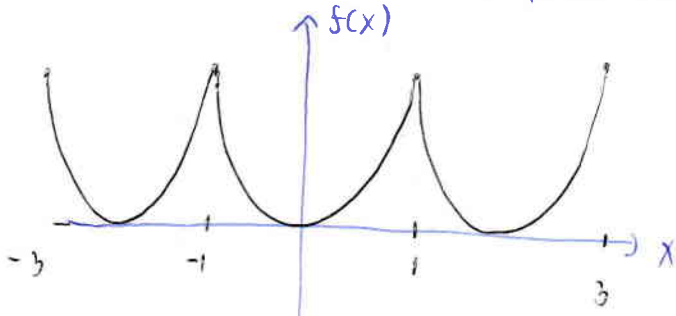
Gráficas de funciones Trigonométricas.

- **Función Periódica:** Una función es periódica si hay un número positivo p tal que

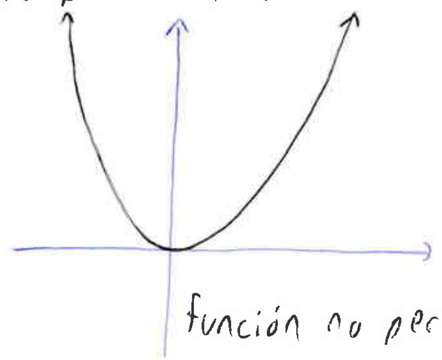
$$f(x+p)=f(x) \quad \text{para todo número } x$$

Período de una función periódica. el número p más pequeño



Función de período 2

$f(x+2)=f(x)$

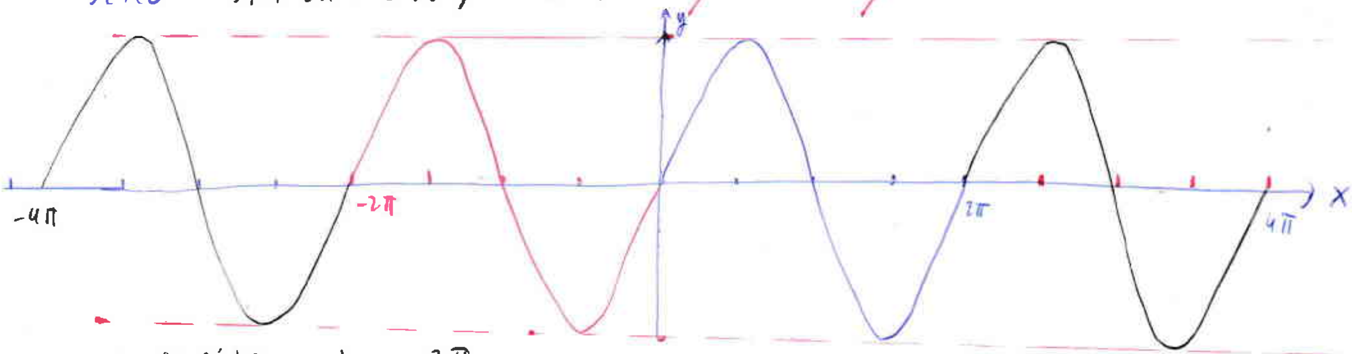


función no periódica

(no se repiten los valores de f)

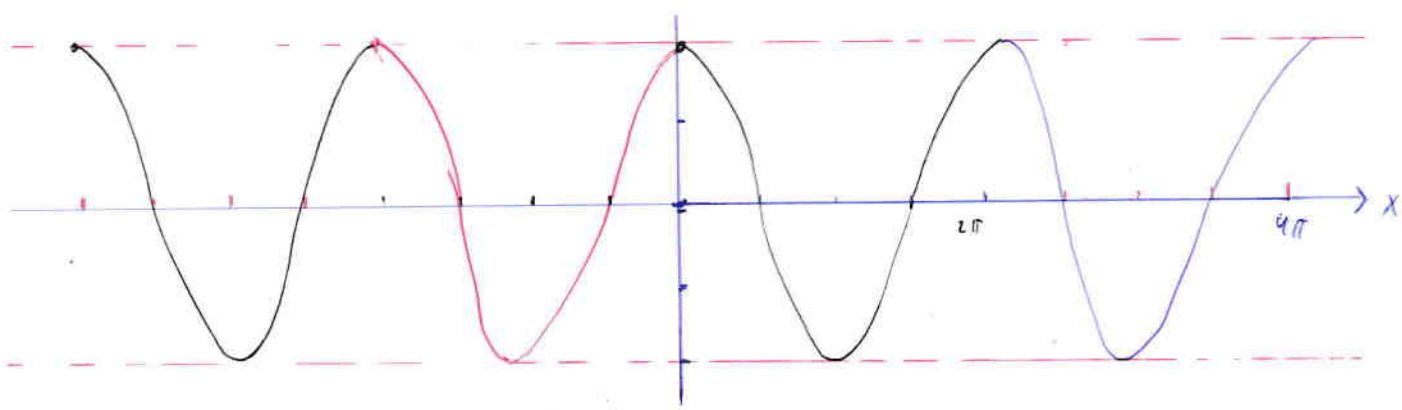
Ejemplos de funciones periódicas

- seno $\sin(x+2\pi)=\sin x\cancelto{1}{\cos 2\pi}+\cancelto{0}{\sin 2\pi}\cos x=\sin x$



se repite cada 2π.

- coseno $\cos(x+2\pi)=\cos x\cancelto{1}{\cos 2\pi}-\sin x\cancelto{0}{\sin 2\pi}=\cos x$



Funciones que són periódicas.

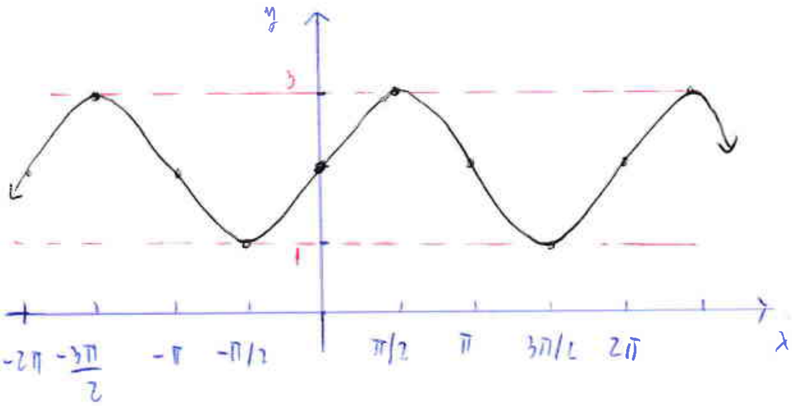
Función Cuadrática $f(x)=x^2$ $\quad f(x+p)=x^2+2px+p^2 \neq x^2$

Raíz Cuadrada $g(x)=\sqrt{x}$ $\quad g(x+p)=\sqrt{x+p} \neq \sqrt{x}$

Gráficas de transformaciones de las funciones seno y coseno

Ejercicio 1: Trace las gráficas de las sigs. funciones

a) $f(x) = 2+\sin x$ $\quad$ desplace la gráfica de $\sin x$ 2 uds hacia arriba



Dominio $\mathbb{R}$

Rango $[1,3]$

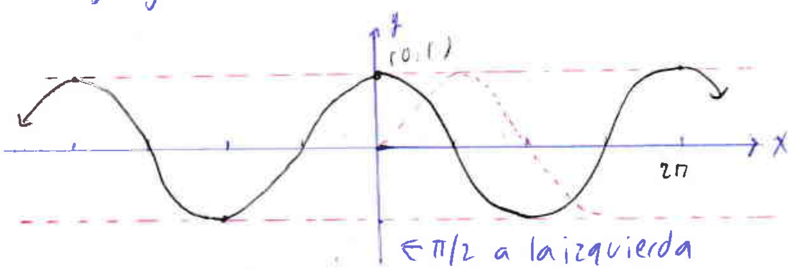
Ya no es impar $f(-x) \neq -f(x)$

No tiene interceptos con el eje-x

$2+\sin x \neq 0$ porque

$\sin x \neq -2$.

b) $g(x) = \sin(x+\pi/2)$ $\quad$ desplaza la gráfica de $\sin x$ 2 uds. a la izquierda.



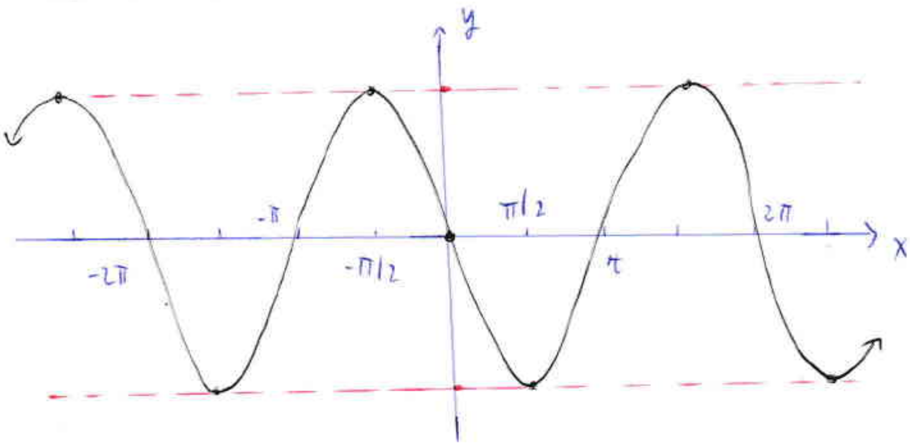
Utilice la suma de ángulos

$\sin(x+\pi/2) = \sin x \cancelto{0}{\cos \pi/2} + \cancelto{1}{\sin \pi/2} \cos x$

$\sin(x+\pi/2) = \cos x$

La gráfica corresponde a $\cos x$.

c) $h(x) = -\sin x$ $\quad$ refleja la gráfica de $\sin x$ respecto al eje x.



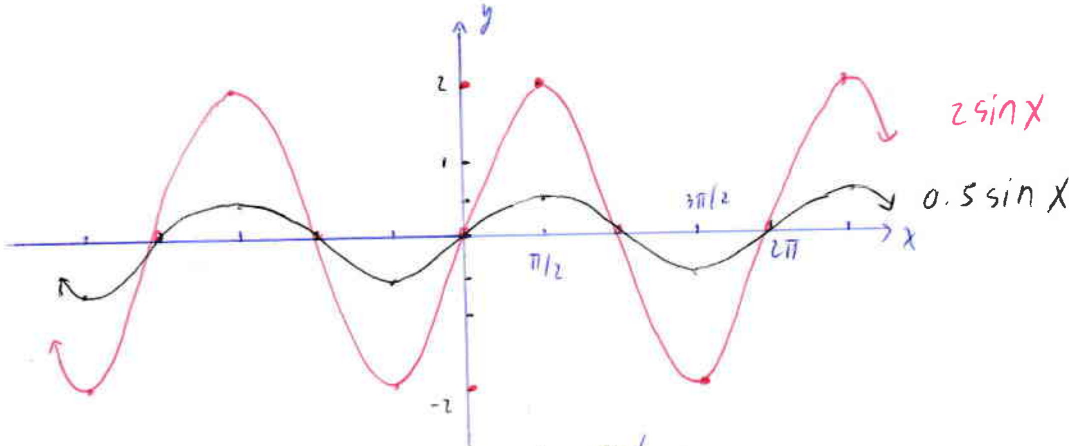
Sigue siendo una función impar

tiene los mismos intersectos con los ejes

d. $i(x) = 2\sin x$ $\quad j(x) = \frac{1}{2}\sin 2x.$

La primera se alarga verticalmente por un factor de 2

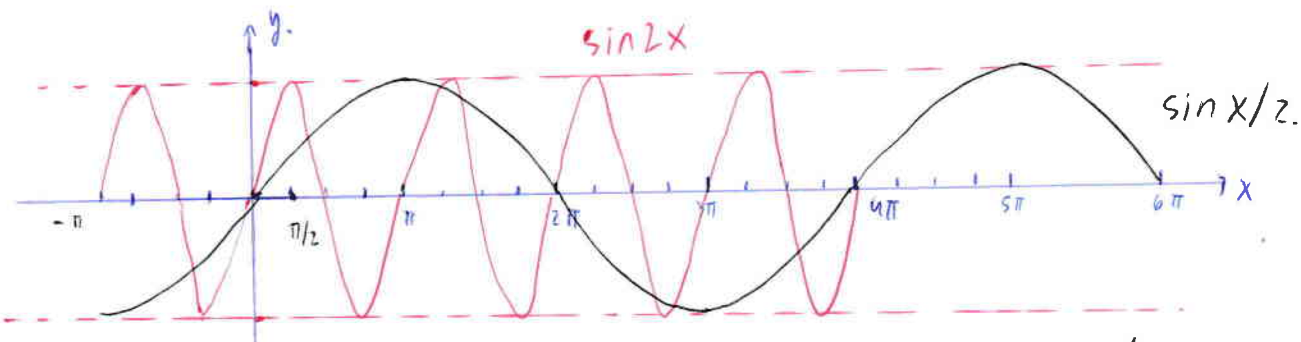
La segunda se comprime verticalmente por un factor de 2.



e. $K(x) = \sin 2x$ $\quad l(x) = \sin x/2$

La primera se comprime horizontalmente por un factor de 2 (período es π)

La segunda se alarga horizontalmente por un factor de 2 (período es 4π).

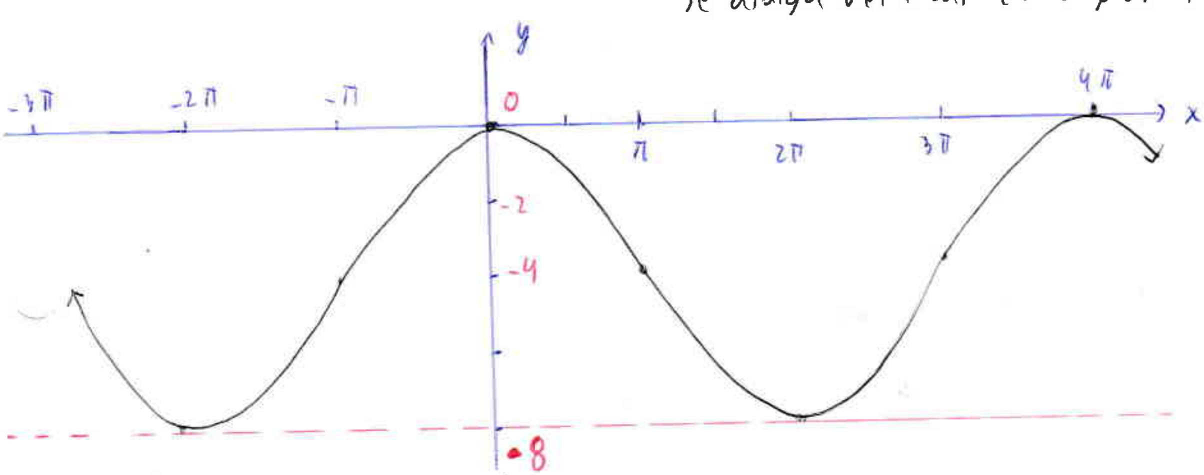


$K(x)$ oscila más rápido sus intersectos-x son $x = n\pi/2.$ $\quad , n \in \mathbb{Z}$

$l(x)$ oscila más lento sus intersectos-x son $x = 2n\pi$

f. $K(x) = -4 + 4\cos(x/2)$ se alarga horizontalmente por 2

se alarga verticalmente por 4, se desplaza 4 hacia abajo.



Rango $[-8, 0]$

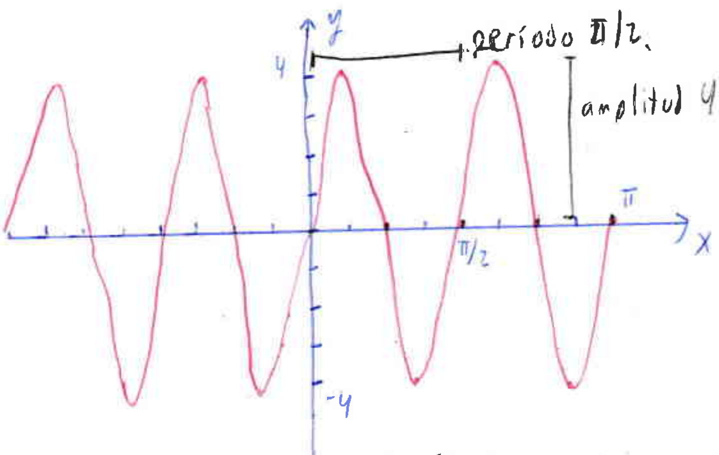
Forma General de Funciones Trigonométricas.

La curva sinusoidal $y = a \sin(K(x-b)) + c$.

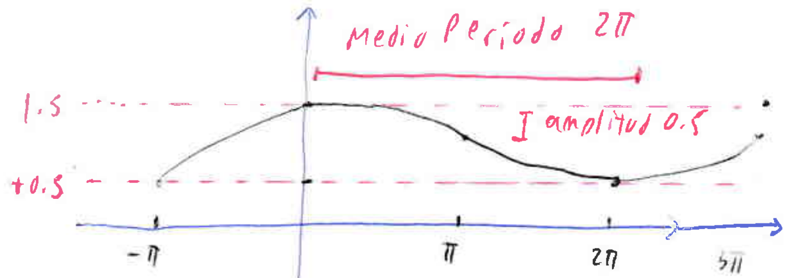
tiene una amplitud $|a|$, período $\frac{2\pi}{K}$, desfase b y traslación vertical c.

La curva cosenoidal $y = c + a \cos K(x-b)$

tiene traslación vertical c, amplitud a, período $\frac{2\pi}{K}$ y desfase b.



curva $y = 4\sin 4x$



gráfica de $y = 1 + 0.5\cos(x/2)$

Ejercicio 2: Ritmo circadiano, la presión distólica de una persona promedio durante cada hora del día es

$$B(t) = 80 + 7\operatorname{sen}\left(\frac{\pi t}{12}\right) \quad \text{mm Hg.}$$

a. Encuentre el período, amplitud y rango de la presión.

La gráfica se comprime horizontalmente por $\frac{\pi}{12}$, el período es

$$p = \frac{2\pi}{\pi/12} = \frac{24\pi}{\pi} = 24 \text{ horas.}$$ B(t) se repite cada 24 horas

La amplitud es 7 y el rango es 80 ± 7 $\quad 73 \leq B \leq 87$. ó $[73, 87]$

b. Si $t = 0$ a las 12 am, encuentre la presión a las $\quad \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$

i 6 am $\quad B(6) = 80 + 7\operatorname{sen}\pi/2 = 87$ Alta presión

ii 12 pm $\quad B(12) = 80 + 7\operatorname{sen}\pi = 80$

iii 6 pm $\quad B(18) = 80 + 7\operatorname{sen}\underbrace{\frac{3\pi}{2}}_{-1} = 73$ Baja presión.

Curvas Sinusoidales con Amplitud Variable.

Tienen la ecuación general
$f(x) = a(x)\cos(Kx)$
$g(x) = a(x)\sin(Kx)$

Como $-1 \leq \cos(Kx) \leq 1$ y $-1 \leq \sin(Kx) \leq 1$ multiplique por $a(x)$

$-a(x) \leq \underline{a(x)\cos(Kx)} \leq a(x)$ $\quad -a(x) \leq \underline{a(x)\sin(Kx)} \leq a(x)$

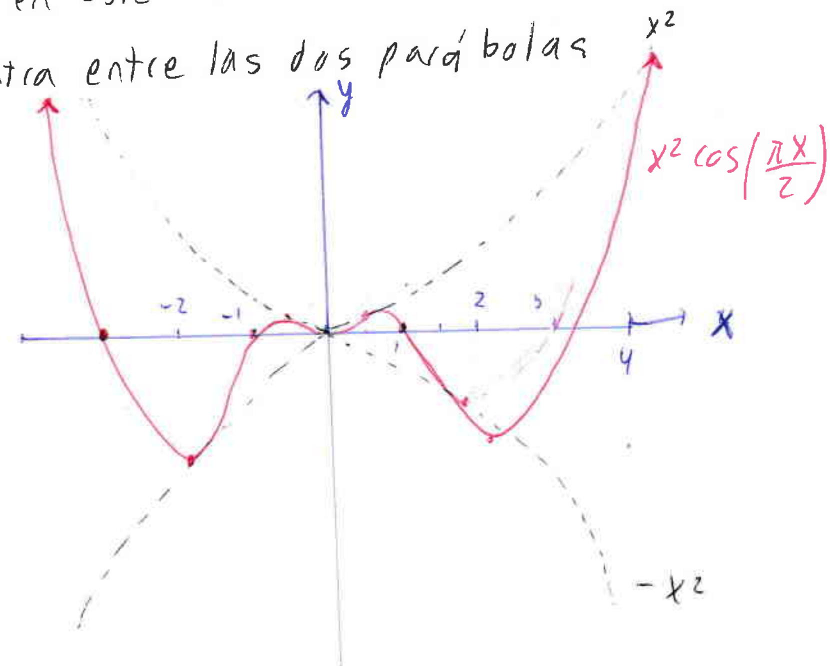
Las gráficas de estas funciones están entre las curvas $-a(x)$ y $a(x)$.

Ejercicio 3: Grafique las sigs. curvas.

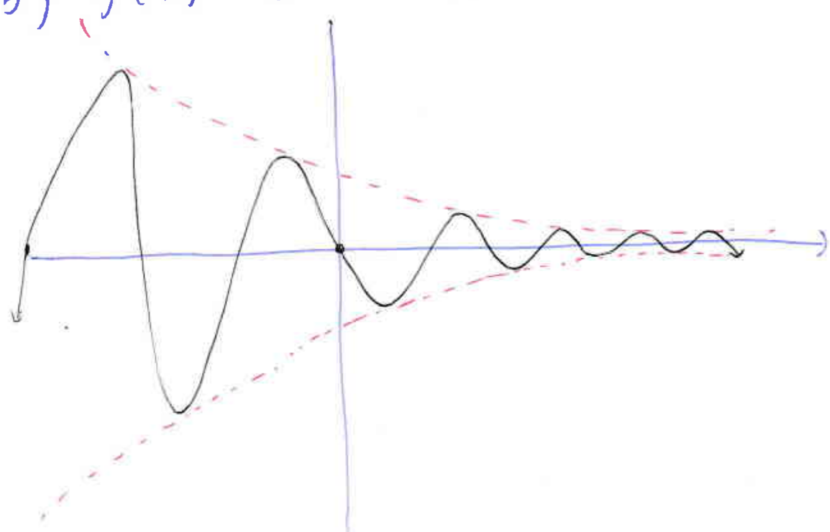
a) $y_1 = x^2\cos(\pi x/2)$ en este caso $-x^2 \leq \cos(\pi x/2) \leq x^2$.

Por lo que y_1 se encuentra entre las dos parábolas

x	y_1
-4	$16\cos(-2\pi) = 16$
-3	$9\cos(-3\pi/2) = 0$
-2	$4\cos(\pi) = -4$
-1	$1\cos(\pi/2) = 0$
0	$0 \cdot \cos 0 = 0$
1	$1 \cdot \cos(\pi/2) = 0$
2	$4 \cdot \cos\pi = -4$
3	$9\cos(3\pi/2) = 0$
4	$16\cos(2\pi) = 16$



b) $g(x) = e^{-x/\pi}\sin x$



$g(x)$ está entre $-e^{-x/\pi}$ y $e^{-x/\pi}$.