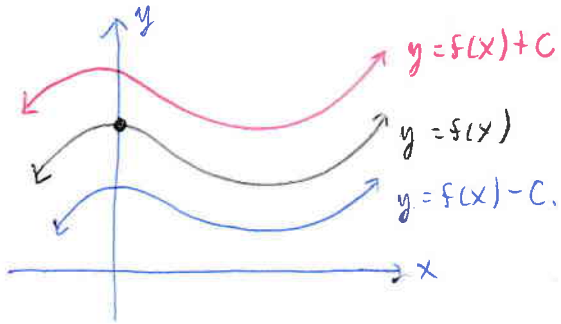
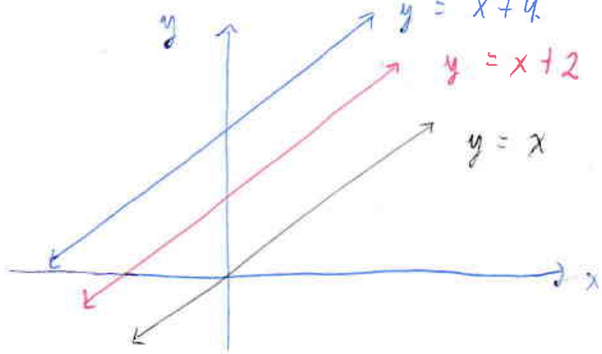
1.3.3 Transformaciones de funciones

Desplazamientos verticales, $c>0$.

$y_1 = f(x)+c$ desplaza la gráfica de $y=f(x)$ c unidades hacia arriba.

$y_2 = f(x)-c$ desplaza la gráfica de $y=f(x)$ c unidades hacia abajo.

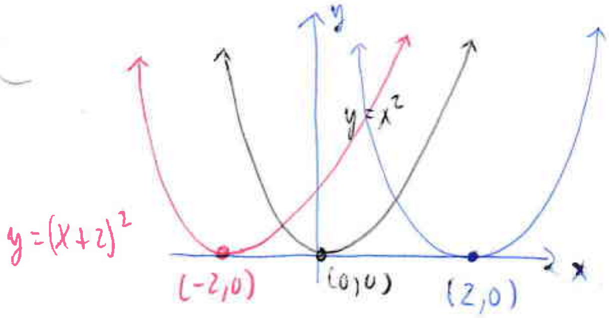




Desplazamientos horizontales

$y_3 = f(x+c)$ desplaza la gráfica de $y=f(x)$ c unidades hacia la izquierda.

$y_4 = f(x-c)$ desplaza la gráfica de $y=f(x)$ c unidades hacia la derecha.



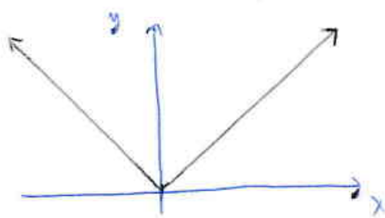
Para visualizar este desplazamiento identifique un punto clave como un vértice e identifique a dónde se traslada

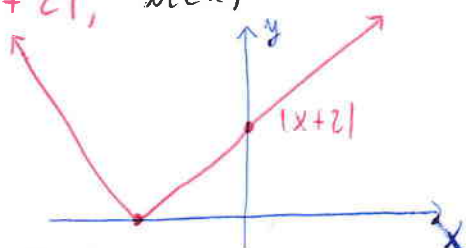
$f(x) = x^2$ vértice está en $(0,0)$

$g(x+2) = (x+2)^2$ el vértice está en $(-2,0)$ se traslada 2 uds a la izq.

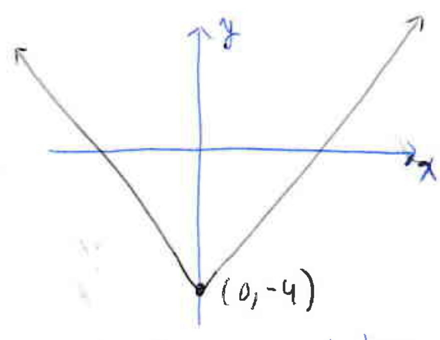
Ejercicio 1: Grafique las sigs. funciones. Indique los desplazamientos verticales y horizontales realizados.

$f(x) = |x|$, $g(x) = |x+2|$, $h(x) = |x| - 4$



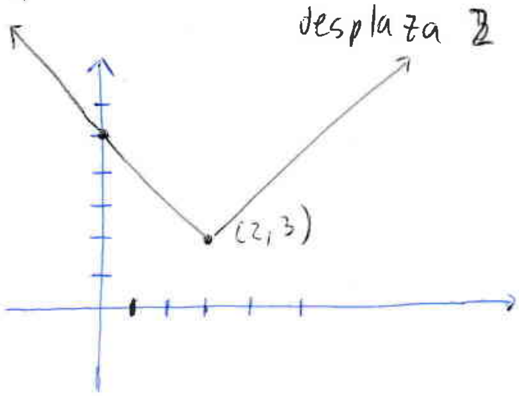


desplaza 2 unidades a la izquierda.



desplaza 4 unidades hacia abajo.

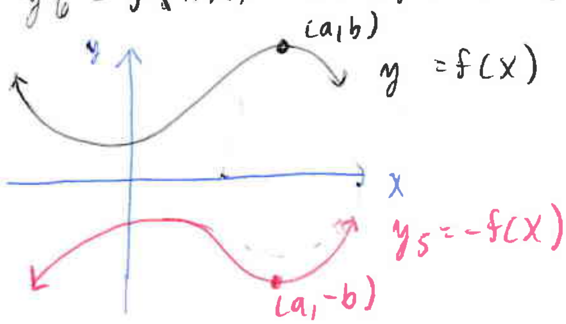
$i(x) = |x-3|+2.$ Note que el vértice está en $(3,2)$
desplaza 2 unidades hacia arriba y 3 a la derecha.



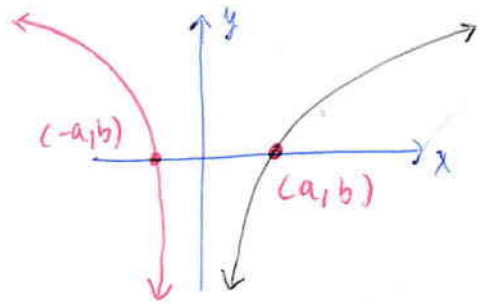
Reflexiones:

$y_5 = -f(x)$ refleja la gráfica sobre el eje x

$y_6 = f(-x)$ refleja la gráfica sobre el eje-y.

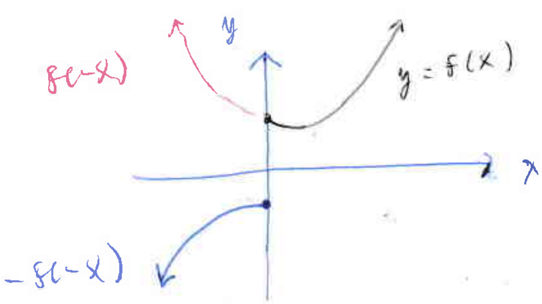


Reflexión sobre el eje-x

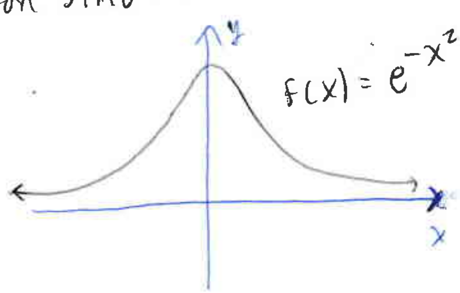


Reflexión sobre el eje-y.

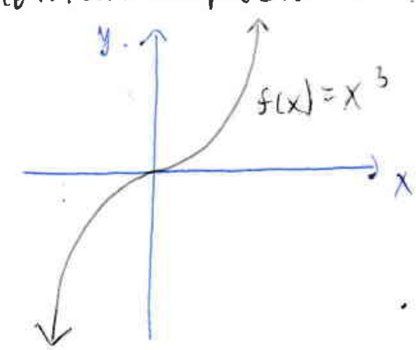
Adicionalmente, $y_7 = -f(-x)$ refleja la gráfica sobre el origen (combina las 2 reflexiones)



Funciones Pares: $f(x) = f(-x)$
son simétricas respecto al eje-y.



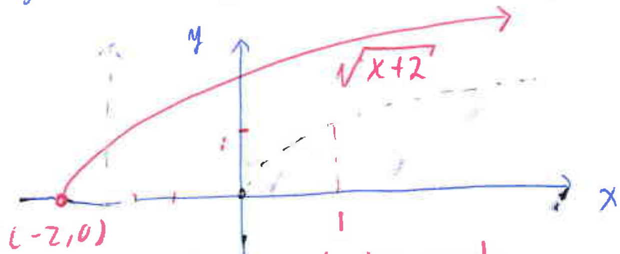
Funciones Impares. $f(x) = -f(x)$
son simétricas respecto al origen



Ejercicio 2: Grafique las sigs. funciones utilizando desplazamientos y reflexiones.

a) $f(x) = \sqrt{x+2}$

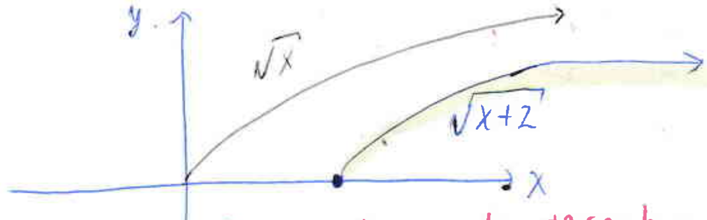
Dominio $[-2, \infty)$



2 unidades a la izquierda.

b) $g(x) = \sqrt{x-2}$

Dominio $[2, \infty)$



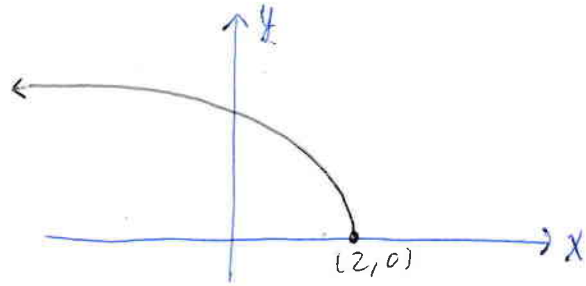
2 unidades a la derecha

c) $h(x) = \sqrt{2-x}$

Hay una reflexión y traslación

El nuevo dominio es $(-\infty, 2)$

El vértice está en $(2,0)$



refleja respecto al eje-y

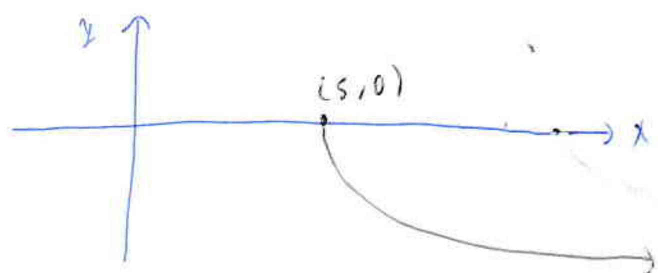
luego desplaza 2 unidades a la derecha

d. $i(x) = -\sqrt{x-5}$

El dominio es $[5, \infty)$

desplaza 5 unidades a la derecha

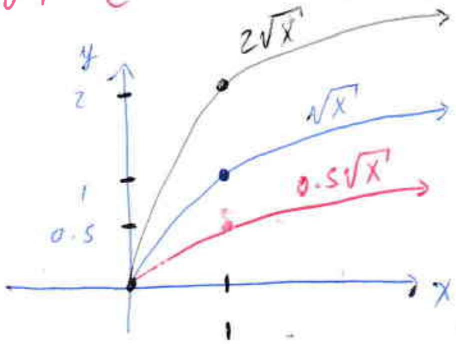
refleja respecto al eje-y

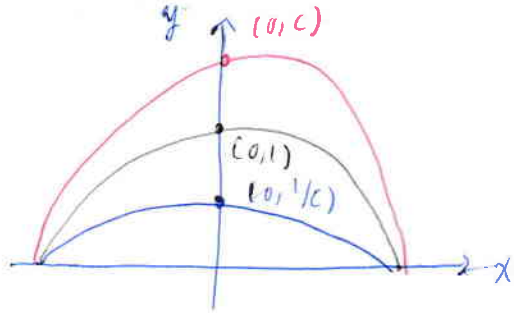


Alargamientos Verticales $c > 1$

$y_8 = c f(x)$ Alarga verticalmente la gráfica de $y = f(x)$ por un factor de c.

$y_9 = \frac{1}{c} f(x)$ comprime verticalmente la gráfica de $y = f(x)$ por un factor de c.

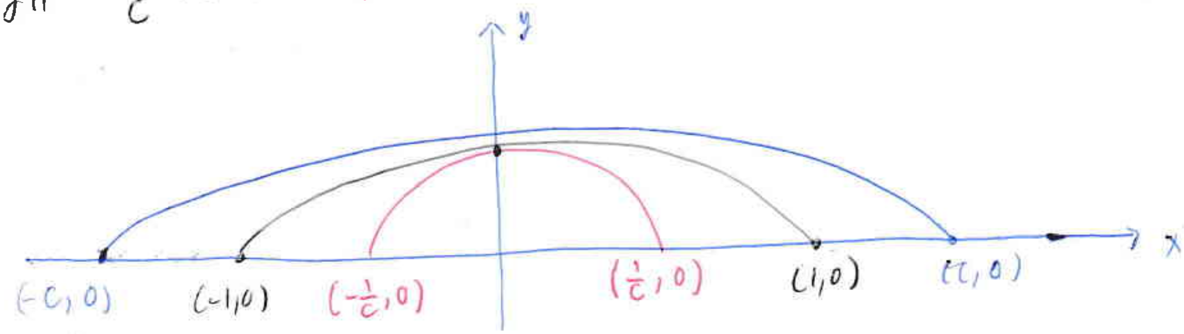




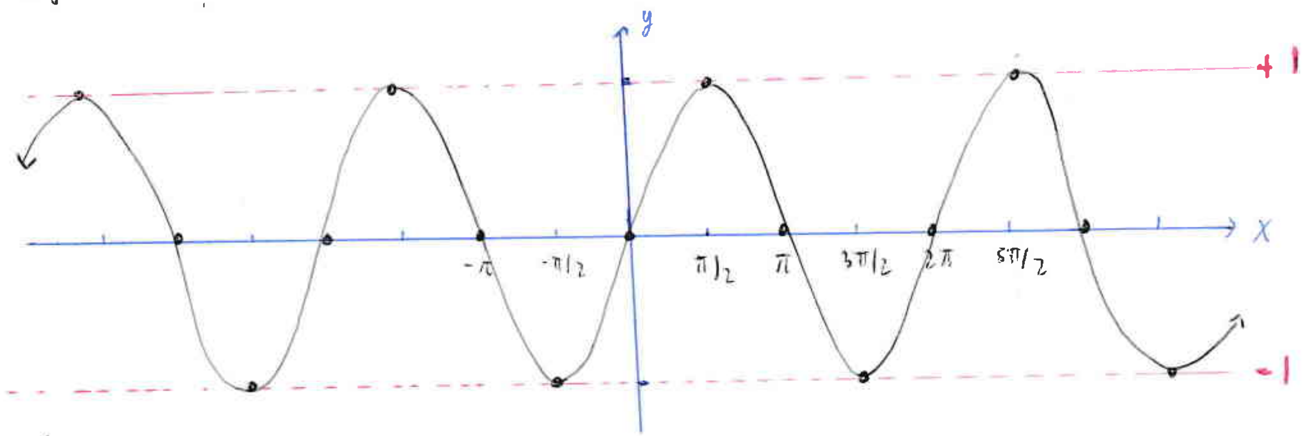
Alargamientos Horizontales

$y_{10} = f(cx)$ comprime horizontalmente la gráfica por un factor de c.

$y_{11} = \frac{1}{c} f(x)$ comprime verticalmente la gráfica por un factor de c.



Los alargamientos son difíciles de visualizar pero se aprecian mejor con funciones como seno y coseno.



Dominio $(-\infty, \infty)$

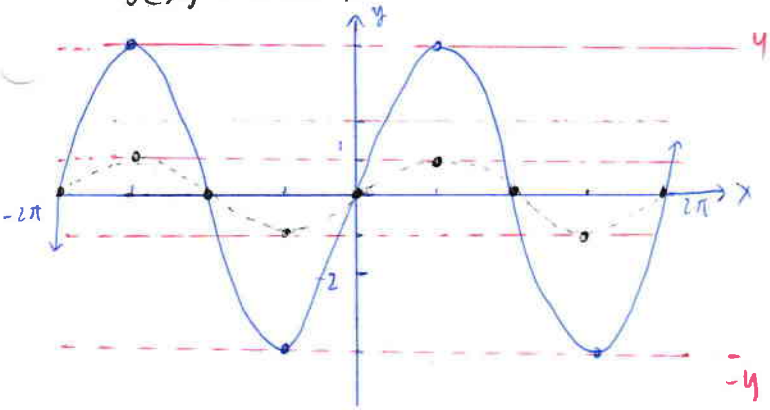
Rango $[-1, 1]$

Algunos valores

x	0	$\pi/2$ ó $90°$	π ó $180°$	$\frac{3\pi}{2}$ ó $270°$	2π
sen x	0	1	0	-1	0

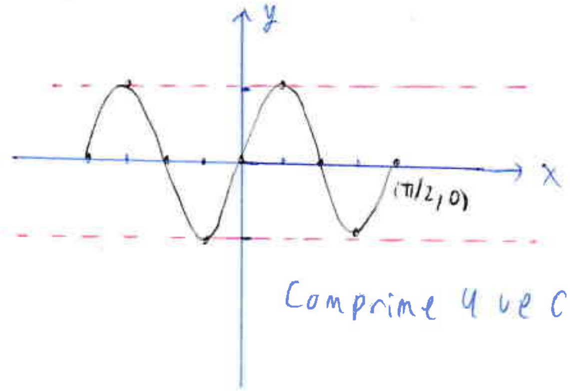
Ejercicio 3: Grafique las siguientes funciones.

$f(x) = 4 \operatorname{sen} x$



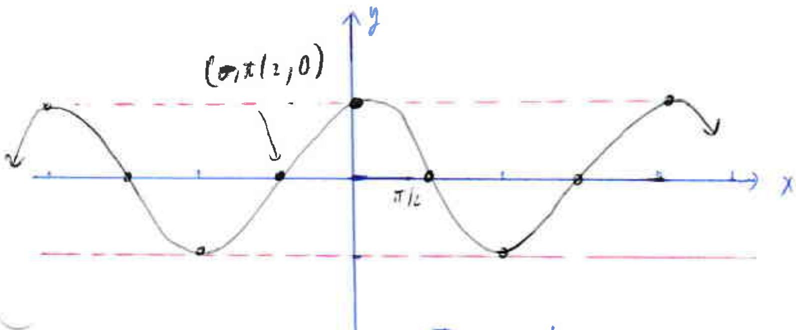
Alarga verticalmente 4 veces

$g(x) = \operatorname{sen} 4x$



Comprime 4 veces

$h(x) = \operatorname{sen}(x + \pi/2)$



desplaza sen $\frac{\pi}{2}$ a la izquierda

$i(x) = 2\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{180}x\right)$

conversión de radianes a ángulos

como $\frac{\pi}{180} < 1$ senx se alarga horizontalmente $\frac{180}{\pi}$ por.

y se estira vert. 2 veces