5.4 Desplazamientos y Distancias

Antiderivada de $f'(x)$ es $f(x)+c$.

$$\int_a^b f'(x)\,dx = f(x)\Big]_a^b = \underbrace{f(b)-f(a)}_{\text{cambio neto.}}$$

La integral de la razón de cambio es el cambio neto.

Razón de cambio puede ser la velocidad $s'(t)$

costo marginal $c'(x)$.

cambio poblacional $p'(t)$

Desplazamiento: $s=\int_a^b s'(t)\,dt$ cambio neto en la posición.

Costo Neto: $c=\int_a^b c'(x)\,dx$

Población: $p=\int_a^b p'(t)\,dt.$

Ejemplo: velocidad $v(t)=\dfrac{2}{t^{4/3}}$, $t\geq 1$ m/s.

Encuentre el desplazamiento de la partícula entre 1 y 8 s.

$v(t)=s'(t)$ $\quad s=\int_1^8 2t^{-4/3}\,dt. = -6t^{-1/3}\Big]_1^8 = 6t^{-1/3}\Big]_8^1$

$$s=-6\left(\frac{1}{\sqrt[3]{8}}-\frac{1}{\sqrt[3]{1}}\right)=-6\left(\frac{1}{2}-1\right)=6\cdot\frac{1}{2}=3 \text{ m.}$$

Ejercicio 1: Velocidad $v(t)=64-32t$ Encuentre el desplazamiento entre 1 y 3 segundos. v - p/s.

$$s=\int_1^3 (64-32t)\,dt = \underline{64t-16t^2}\Big]_1^3 = 64\cdot 3-16\cdot 9-(64-16)$$

$$=64\cdot 2-16\cdot 4\cdot 2$$

$$128-128 = 0 \text{ pies.}$$

$$64t\Big]_1^3 - 16t^2\Big]_1^3$$

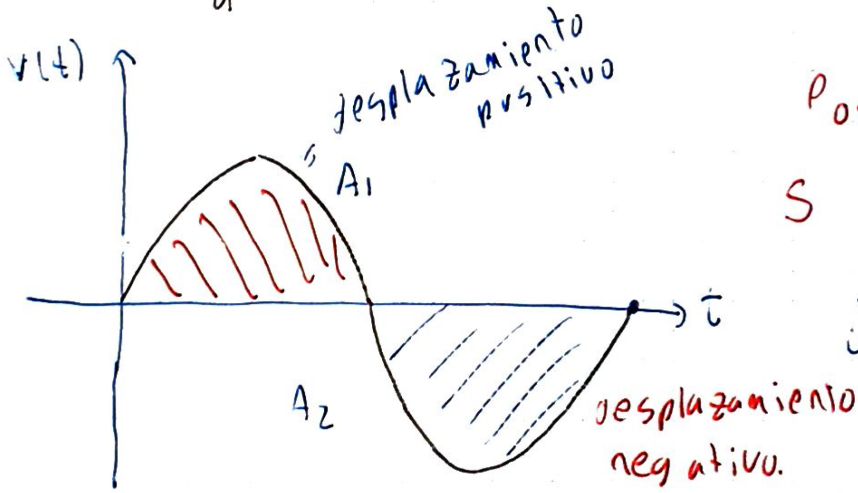
$$64\cdot 2 - 16(8)$$

Distancia vs. Desplazamiento.

$$s = a\hat{i}+b\hat{j}$$
$$d=\sqrt{a^2+b^2}$$

La distancia es la magnitud del desplazamiento.

$d=\int_a^b |v(t)|\,dt$. Área $s=\int_a^b v(t)\,dt$. Cambio Neto.

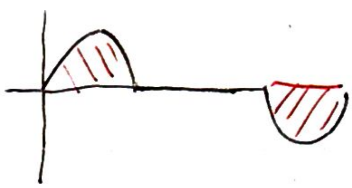


Posición relativa

$$S = A_1 + A_2 = 0$$

$$d = A_1 - A_2 > 0$$

positivo.



Rapidez $|v(t)|$ escalar

Velocidad vector.

Ejercicio 2: Un vehiculo da vueltas en un circuito a una velocidad de $v(t) = 27 - 3t^2$ mph.

a. Encuentre la velocidad y rapidez del vehiculo a las 5 horas.

velocidad: $v(5) = 27 - 3(25) = 27 - 75 = -48$ mph.

rapidez: $|v(5)| = |-48| = 48$ mph, speed.

b. Encuentre el desplazamiento en $0 \leq t \leq 4$

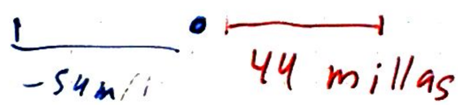
$$s = \int_0^4 (27 - 3t^2)\,dt = 27t\Big]_0^4 - t^3\Big]_0^4 = 27 \cdot 4 - 64$$

$108 - 64 = 44$ mill[illegible]

c. Encuentre el desplazamiento en $0 \leq t \leq 6$.

$$s = \int_0^6 (27 - 3t^2)\,dt = 27t\Big]_0^6 - t^3\Big]_0^6 = 27 \cdot 6 - 6^3$$

$s = 162 - 216. = -54$ mph.



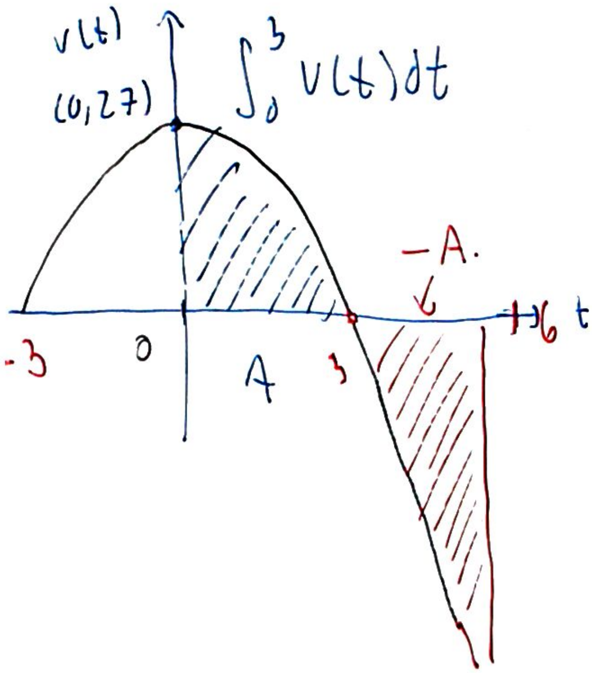
d. Encuentre la distancia recorrida durante las primeras seis horas. $0 \leq t \leq 6$.

$$d = \int_0^6 |v(t)|\,dt \qquad d = \int_0^6 |27 - 3t^2|\,dt.$$

¿Cuándo $v(t) = 0$? $\quad 27 - 3t^2 = 0$

$3t^2 = 27 \Rightarrow t = \pm 3.$

		-3		3	
$27 - 3t^2$	$-$	|	$+$	|	$-$



$$d = \int_0^3 (27-3t^2)\,dt - \int_3^6 (27-3t^2)\,dt.$$

$$d = \left(27t - t^3\Big]_0^3\right) + \left(t^3 - 27t\Big]_3^6\right)$$

$$d = (81-27) + (\underbrace{216-162}_{54} - \underbrace{27+81}_{54})$$

$$d = 54 + (108) = 162 \text{ millas.}$$

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C$$

$\int_a^b f(x)\,dx$ es un número.

Integrales Indefinidas.

aceleración: $a(t)$

velocidad inicial.

Función de velocidad: $v(t) = \int a(t)\,dt$ use $v(0) = v_0$.

Función de desplazamiento: $s(t) = \int v(t)\,dt.$ use $s(0) = s_0$

posición inicial.

Derivando. $v(t) = s'(t)$ y $a(t) = v'(t) = s''(t)$.

Ejercicio 3: Un cohete despega con una aceleración vertical $a(t) = t^2\left(\frac{72}{t} - 36\right)$, con una posición inicial de 0 pies, y velocidad inicial de 400 pies/s.

a) Encuentre la posición del cohete en cualquier tiempo.

Velocidad: $v(t) = \int a(t)\,dt = \int (72t - 36t^2)\,dt.$

Use $\quad v(t) = 36t^2 - 12t^3 + \cancel{C}.$ 400.

$v(0) = 400$: $\quad v(0) = 0 - 0 + C = 400$

Posición: $\quad s(t) = \int v(t)\,dt = \int (36t^2 - 12t^3 + 400)\,dt.$

$$s(t) = 12t^3 - 3t^4 + 400t + C_2.$$

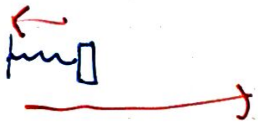
Use $s(0) = 0$: $\quad s(0) = 0 + C_2 = 0$

Posición $\quad \boxed{s(t) = 12t^3 - 3t^4 + 400t}$

b) Velocidad y rapidez del cohete a los 10s.

$v(10) = 36(100) - 12(1000) = 3{,}600 - 12{,}000 = -8{,}400$ p/s.

Rapidez: $\quad |v(10)| = 8{,}400$ pies/s.



Ejercicio 4: Un resorte $a(t) = 4\cos t - 3\sin t.$

Encuentre la velocidad y desplazamiento del resorte si parte del reposo y su posición inicial es cero.

velocidad: $\quad v(t) = \int a(t)\,dt = 4\sin t + 3\cos t + C_1$

$v(0) = 0.$ $\quad v(0) = 0 + 3 + C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = -3.$

desplazamiento: $\quad s(t) = \int v(t)\,dt = -4\cos t + 3\sin t - 3t + C_2.$

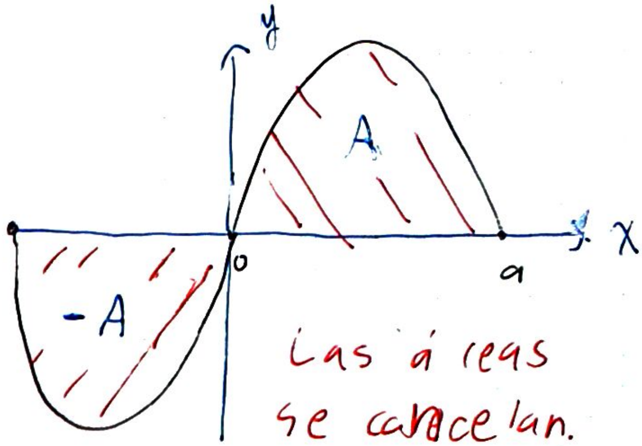
$s(0) = 0$ $\quad s(0) = -4 + 0 + C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = 4.$

$v(t) = 4\sin t + 3\cos t - 3$

$s(t) = -4\cos t + 3\sin t - 3t + 4.$

Integrales Definidas para funciones Impares en intervalos simétricos.

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$$



f(x) es impar.

$f(-x) = -f(x)$

$$\int_{-50}^{50} \Big(\underbrace{x^3 + \sinh^5 x + \tan\frac{x}{200}}_{\text{es impar}}\Big)^9 dx = 0$$

$\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ $\quad \dfrac{\text{IMPAR}}{\text{PAR}} = \text{impar}$ $\quad \tan(-x) = \dfrac{-\sin x}{\cos x} = -\tan x$

Integral Definida Función PAR

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int_{0}^{a} f(x)\,dx$$

$f(-x) = f(x)$