Matemática Discreta

2019-08/14

- Probar que $a \geq 2$, entonces $a \nmid b$ o $a \nmid b+1$

suponemos $a | b$ y $a | b+1$

$\Rightarrow$ $b = m_1 \cdot a$ y $b+1 = m_2 \cdot a$

sustituimos $b = m_1 \cdot a$ en $b+1 = m_2 \cdot a$:

$$m_1 \cdot a + 1 = m_2 \cdot a$$
$$1 = m_2 \cdot a - m_1 \cdot a$$
$$1 = (m_2 - m_1) \cdot \underset{\geq 2}{\underset{\uparrow}{a}}$$

Entonces, $\frac{1}{m_2 - m_1} = a \longrightarrow a \leq 1$

- $a \geq 2$ y $a \leq 1$ $(\rightarrow\leftarrow)$
contradicción

En conclusión, $a \nmid b$ o $a \nmid (b+1)$

$\square$

Ej: $\sqrt{2}$ es irracional

todos los números que no se pueden escribir como la división de dos enteros son irracionales.

Prueba: supongamos, para fines de contradicción, $\sqrt{2}$ es racional.

fracción reducida

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b}, \quad b \neq 0 \quad y \quad mcd(a, b) = 1$$

- elevamos al cuadrado ambos lados

$$((2)^{1/2})^2 = (a/b)^2 \Rightarrow 2 = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow a^2 = 2b^2$$

a es par.

Luego, $\underbrace{a = 2k}$. Entonces,

$$a^2 = \cancel{4}^{\,2} k^2 = 2b^2$$

$$b^2 = 2k^2 \qquad b^2 = 2k^2,\ b^2 \text{ es par} \rightarrow b \text{ es par}$$

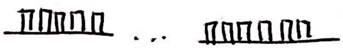
a es par y b es par $(\rightarrow\leftarrow)$

En conclusión,

$\sqrt{2}$ es irracional $\square$

Indución Matemática Es una técnica de demonstración para propiedades de los números enteros

Analogía: Dóminos



validar argumento es el procedimiento de lógica.

1. Paso base tengo que demostrar que puedo botar el primero.
2. tengo que demostrar que si se cae el primero se va a botar el que le sigue paso inductivo
3. Conclusión todos se caen

Formalmente, si $p(n)$ es una proposición abierta y $n \in \mathbb{Z}^+$, entonces el argumento

1. $P(n_0)$ es verdad (para algún $n_0 \in \mathbb{Z}^+$)
2. $P(n) \rightarrow P(n+1)$ es verdad

Entonces, $p(n)$ es cierta para toda $n \in \mathbb{Z}^+$

La suma de los primeros n impares (positivos) consecutivos es un cuadrado perfecto, en particular n^2.

<u>matematizar:</u>

$$\sum_{i=1}^{n}(2i-1) = n^2$$

$2k+1$, si k arranca en 0

$2k-1$, si k arranca en 1

<u>Paso base:</u> $n = 1$

$$\sum_{i=1}^{1}(2i-1) = 1 = 1^2$$

<u>Paso inductivo:</u> Asumimos (prueba directa) $\sum_{i=1}^{n}(2i-1) = n^2$

$$\sum_{i=1}^{n+1}(2i-1) = \underbrace{1+3+5+7+\dots+(2n-1)}_{n} + \underbrace{2(n+1)-1}_{n+1}$$

$$= \overbrace{\sum_{i=1}^{n}(2i-1)}^{n^2} + 2n+1$$

$$= n^2+2n+1$$ factorizo

$$= (n+1)^2$$

$\square$

Ej: La suma de los primeros n consecutivos es $\frac{n(n+1)}{2}$