Permutaciones y combinaciones generalizadas 2019-09-2

- Remover el factor de repetición:
  ahora <u>sí</u> puedo repetir

(todos distintos)

- Dado un conjunto de n elementos, la selección ordenada de r de ellos con repetición puede hacerse de:

$$n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot \ldots \cdot n = n^r$$

- Ej el número de cadenas binarias de K bits es:
  El conjunto de opciones para cadenas binarias es $\{0,1\}$
  - Seleccionamos ordenadamente K opciones 2^K

- Cuantas permutaciones de la palabra ball en inglés hay.
  * Falla la premisa de tener todos distintos, las letras L aparece 2 veces, son $\boxed{\text{indistinguibles}}$, es decir

$$B\,A\,L_1L_2 = B\,A\,L_2\,L_1$$

(1) Contar todos como si todos los objetos fueran distintos.

$$P(4,4) = 4!$$

(2) Descontamos las permutaciones de L:

$$P(2,2) = 2!$$

En total (4!) le descuento 2!:

$$\frac{4!}{2!} = 12 \text{ palabras distintas}$$

■ Ej: Permutaciones de la palabra:

PATATA

1) Todas distintas:

$$P(6,6) = 6! = 720$$

2) descontamos:

2.1) 3 letras A: $P(3,3) = 3!$

2.2) 2 letras T: $P(2,2) = 2!$

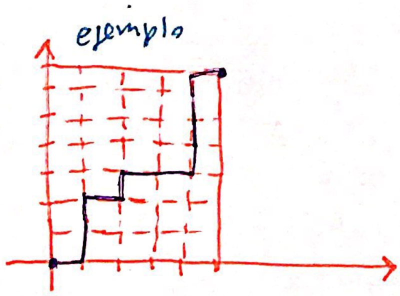
En total hay:

$$\frac{6!}{3! * 2!} = 60 \text{ palabras distintas}$$

En general: de un conjunto de n elementos de los cuales hay n_1 elementos tipo 1, n_2 elementos tipo 2, ..., n_K elementos tipo K. Podemos de este conjunto elegir de forma ordenada. (permutación):

$$\frac{n!}{n_1! * n_2! * \ldots * n_K!}$$

Ej: ¿Cuantos posibles caminos hay desde el punto (0,0) hasta el punto (5;7), si los únicos movimientos permitidos son 1 unidad a la derecha o 1 unidad hacia arriba?



- El camino de opciones:

$$\{R, U\}$$

R: derecha

U: arriba

- Un camino desde $(0,0)$ hasta $(5,7)$ incluye 12 movimientos:

5 a la derecha y

7 hacia arriba

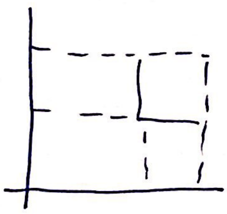
- Por ejemplo, la ruta del dibujo es:

$$\underset{1}{R}\ \underset{2}{U}\ \underset{3}{U}\ \underset{4}{R}\ \underset{5}{U}\ \underset{6}{R}\ \underset{7}{R}\ \underset{8}{U}\ \underset{9}{U}\ \underset{10}{U}\ \underset{11}{U}\ \underset{12}{R}$$

una palabra de tamaño 12 con 5 R's indistinguibles y 7 U's indistinguibles:

$$\frac{12!}{5!\,7!} = 792$$

- Variante: Comenzamos en $(3,4)$



2 movimientos
+ 3 movimientos
= 5 en total

$$\underset{1}{R}\ \underset{2}{U}\ \underset{3}{U}\ \underset{4}{R}\ \underset{5}{U}$$

$$\frac{5!}{2!\,3!} = 10 \text{ rutas}$$

Variante 2: Cuántos caminos hay de $(0,0)$ a $(5,7)$ que <u>no pasan</u> por $(3,4)$; $\underbrace{792}_{\frac{12!}{5!7!}} - \underbrace{10}_{\frac{5!}{3!2!}} = 782$

▲ Permutaciones y combinaciones generalizadas:

Una tienda de donas tiene cinco sabores diferentes de donas:

- glaseada
- chocolate
- crema bavaria
- café
- maple

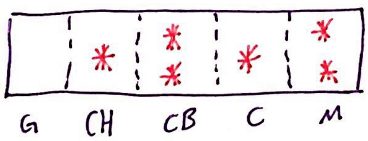
¿Cuántas opciones diferentes tenemos para elegir 6 donas?

*Consideraciones:

- selección no ordenada.
- podemos repetir un sabor.

La estrategia es asociar este problema como uno conocido, el de las cadenas binarias.

5 sabores 4 separadores



Analogía: cadenas binarias