

Equivalencias lógicas

29/07/2019

Definiciones preliminares

- tautología = una proposición compuesta que siempre es verdadera.
- Contradicción = proposición compuesta que siempre es Falsa.
- contingencia = una proposición compuesta que no es tautología ni contradicción

- P y Q son lógicamente equivalentes si la bicondicional es una tautología

$$P_1 \wedge (P_2 \wedge P_3)$$

$$P \leftrightarrow Q$$

- P y Q son lógicamente equivalentes:

$$P \equiv Q$$

- Ej. Prohemos que $\neg(\neg P) \equiv P$:
 - construiremos una tabla

P	$\neg P$	$\neg(\neg P)$	$\neg(\neg P) \leftrightarrow P$
0	1	0	1
1	0	1	1

tautología

Por lo tanto

$$\neg(\neg P) \equiv P ; \text{ doble negación}$$

Ej.: Propiedad identidad

$$P \wedge V \equiv P$$

P	V	$P \wedge V$	$P \wedge V \leftrightarrow P$
0	1	0	1
1	1	1	1

tautología

$P \wedge V \equiv P$ es verdadero

- o Equivalences lógicas
 - logical equivalences involving conditional statements
 - logical equivalences involving biconditional statements

Ej.: Sin usar tablas de verdad, mostrar:

$$\neg (\neg P \wedge Q) \equiv P \vee \neg Q$$

Prueba: (Algebra booleana)

$$\neg(\neg P \wedge Q) \equiv \underbrace{\neg(\neg)}_P \vee \neg Q \} \text{ De Morgan}$$

~~$$\text{Ex: } \neg (P \vee (\neg P \wedge Q)) \equiv \neg (P \vee Q)$$~~

Ej.: $\neg(P \vee (\neg P \wedge Q)) \equiv \neg(P \vee Q)$

Prueba:

$$\begin{aligned}\neg(P \vee (\neg P \wedge Q)) &\equiv \neg([P \vee \neg P] \wedge [P \vee Q]) \text{ Distributividad} \\ &\equiv \neg(V \wedge [P \vee Q]) \text{ Negación} \\ &\equiv \neg(P \vee Q) \text{ identidad}\end{aligned}$$

Se trabaja desde adentro hacia afuera.

Jerarquía de operaciones

- ① \neg
- ② \wedge
- ③ \vee
- ④ \rightarrow
- ⑤ \leftrightarrow

Ej.: $\neg(P \rightarrow Q) \equiv P \wedge \neg Q$

Ej.: mostrar que

$[P \wedge (P \rightarrow Q)] \rightarrow Q$ es tautología

$P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$ 1º Ley

$\neg(P \rightarrow Q) \equiv \neg(\neg P \vee Q)$

$\equiv [P \wedge (\neg \neg P \vee Q)] \rightarrow Q$ Equivalencia

$\equiv P \wedge (\neg P \vee Q) \rightarrow Q$ Distributiva

$\equiv (P \wedge \neg P) \vee (P \wedge Q) \rightarrow Q$ Negación

$\equiv F \vee (P \wedge Q) \rightarrow Q$ Identidad

$\equiv P \wedge Q \rightarrow Q$ Equiv \rightarrow

$\equiv \neg P \vee \neg Q \vee Q$ De Morgan

$\equiv \neg P \vee V$ Asoc. y negación

$\equiv V$ Dominación

Regla de inferencia:
modus ponens

$P \wedge (P \rightarrow Q) \rightarrow Q$

$P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$

equiv. \rightarrow

$\equiv Q \vee \neg P$

comutativa

$\equiv \neg Q \rightarrow \neg P$

Equiv. \rightarrow

Contrareciproca

$P \rightarrow Q \equiv \neg Q \rightarrow \neg P$

Validación de Argumentos:

--	--