/100
74

Universidad Francisco Marroquín

Facultad de Ciencias Económicas

Cálculo Integral

Examen Parcial 1

2do Semestre 2019

Nombre: David Corzo Carnet: 20190432

Instrucciones:

- Para tener calificación toda respuesta requiere de procedimiento correcto.
- La duración del examen es de 90 minutos.
- No es permitido utilizar diccionarios, notas, calculadora ni cualquier otro tipo de ayuda.
- Escriba la respuesta final de cada inciso con lapicero o utilice un resaltador.
- Sanciones Académicas. Reglamento General, inciso XV.2 ufm.edu/reglamento-general

Tema:	1	2	3	4	5	6	Total
Puntos:	20	12	18	19	14	17	100
Nota:							

1. Considere la función $v(t) = |t| - 8$ km/h en el intervalo ~~$-12 \leqslant t \leqslant 12$~~ . $-10 \leq t \leq 10$

   (a) (5 **pts.**) Evalúe $\displaystyle\int_{-10}^{10} v(t)\,dt$.

   (b) (8 **pts.**) Bosqueje las regiones entre $v(t)$ y el eje-t en el intervalo dado. Encuentre el área de las regiones.

   (c) (3 **pts.**) Encuentre el desplazamiento de la partícula en $-10 \leqslant t \leqslant 10$.

   (d) (4 **pts.**) Encuentre la distancia de la partícula en $-10 \leqslant t \leqslant 10$.

a) $$\int_{-10}^{10} [|t| - 8]\,dt = \frac{t^2}{2} - 8t\Big]_{-10}^{10} =$$

$$= \left\{\frac{10^2}{2} - 8(10)\right\} - \left\{\frac{(-10)^2}{2} - 8(-10)\right\}$$

$$= \left\{\frac{100}{2} - 80\right\} - \left\{\frac{100}{2} + 80\right\}$$

$$= \{50 - 80\} - \{50 + 80\}$$

$$= \{-30\} - \{130\}$$

$$= -30 - 130$$

$$= -160$$ 0 pts

b) el resto en hoja

b, c, d en hoja

6 pts

2. Considere la función $g(x) = \int_0^{\pi x} \sin x \, dx + \int_0^{2\ln x} e^{x^4 - x^2} \, dx$.

(a) (4 **pts.**) Encuentre $g(1)$.

(b) (5 **pts.**) Encuentre $g'(1)$. Para su información $\sin 1 \approx 0.84$.

(c) (3 **pts.**) Encuentre la ecuación de la recta tangente a g en $x = 1$.

$$g(1) = \int_0^{\pi} \sin(t)\, dt + \cancel{\int_0^{0} e^{t^4 - t^2}\, dt}$$

$$= -\cos(t)\Big]_0^{\pi} = \{-\cos(\pi)\} - \{-\cos(0)\}$$

$$= 1 + 1$$

(a) $= \underline{2}$ ✓ 4 pts

$$g'(x) = \sin(\pi x)\cdot\pi + e^{(2\ln x)^4 - (2\ln x)^2} \cdot \frac{2}{x}$$

$$g'(1) = \sin(\pi)\cdot\pi + \cancel{e^{2\ln(1)^4 - (2\ln 1)^2}}$$

$$g'(1) = 0 + 1$$

✗ 3pts

(b) $g'(1) = \underline{1}$

$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

(c) $y = \underline{2 + 1(x-1)}$ ✗ 2 pts

9 pts

3. **Resonancia:** Un resorte sujeto a una fuerza oscilatoria tiene la función de aceleración:

$$a(t) = 10t\cos\left(\frac{t}{2}\right) \qquad cm/min^2$$

(a) (8 **pts.**) Encuentre la función de velocidad si el resorte se encuentra en reposo.

(b) (10 **pts.**) Encuentre la función de posición si la posición inicial es de 5 cm.

en hoja las dos

13 pts.

4. Evalúe las siguientes integrales indefinidas.

~~(a)~~ (14 **pts.**) $\displaystyle\int \frac{x^2}{\sqrt{x^6-4}}\,dx$

~~(b)~~ (5 **pts.**) $\displaystyle\int \frac{\cos x-\sin x+\sec^2 x}{\sin x+\cos x+\tan x}\,dx$

en hoja las dos.

18 pts +2

5. Evalúe las siguientes integrales indefinidas.

(a) (10 **pts.**) $\int_0^{\pi/2} \sin^9 x \cos^3 x \, dx$

(b) (4 **pts.**) $\int_{-495}^{495} \left(\frac{\sin^9}{x^4 + \cos x} + \frac{\tan x}{x^2+1} \right)^{111} dx$

en hoja las dos

14pts

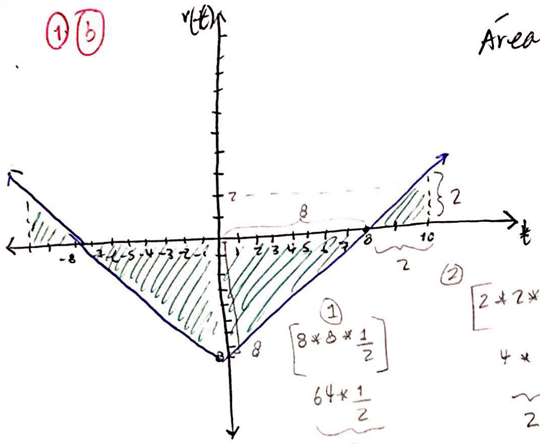
6. (17 **pts.**) Evalúe $\displaystyle\int_1^e \frac{24\ln^2 x}{(\ln^6 x+1)^2}\,\frac{1}{x}\,dx$

en hoja

6pts

David largo

1 b



Área = 32

(1) $[8*8*\frac{1}{2}]$

$64*\frac{1}{2}$

$\underbrace{}_{32}$

(2) $[2*2*\frac{1}{2}]$ X 4pts

$4*\frac{1}{2}$

$\underbrace{}_{2}$

1 c

$$\int_{-10}^{10} |t|-8 \, dt = -160$$

X 8pts

1 d

$$\int_{-10}^{10} \big| |t|-8 \big| \, dt = \left|\left[\int_{-10}^{-8} |t|-8 \, dt\right]\right| + \left|\left[\int_{-8}^{0} |t|-8 \, dt\right]\right| + \left|\left[\int_{0}^{8} |t|-8 \, dt\right]\right| + \left|\int_{8}^{10} |t|-8 \, dt\right|$$

distancia = 32 X 0pts

2 $g(x) = \underbrace{\int_{0}^{\pi x} \sin(t)\,dt}_{(1)} + \underbrace{\int_{0}^{2/\ln(x)} e^{t^4} - t^2 \, d}_{(2)}$

$g(x) = -\cos(\pi x)$

(a)

(b)

③ $a(t) = 10t\cos\left(\frac{t}{2}\right)$

$v(t) = \int 10t\cos\left(\frac{t}{2}\right) dt$

LIPET

$u = \frac{t}{2}$

$du = \frac{1}{2} dt = 2 du$

$= 2\int \cos(u)\, du$

$= 2\sin\left(\frac{t}{2}\right)$

IPP: $u = 10t$ $\quad v = \cos\left(\frac{t}{2}\right) dt$

$du = 10\, dt$ $\quad dv = 2\sin\left(\frac{t}{2}\right)$

ⓐ $v(t) = 10t\cos(t/2) - 10\int \cos(t/2)\, dt$

$v(t) = 10t\cos\left(\frac{t}{2}\right) - 10(2\sin(t/2)) + C$

6 pts

$v(0) = 10(0)\cos\left(\frac{0}{2}\right) - 10(2\sin(0/2)) + C$

$\int \sin(u)\, dt = -\cos(u)$

$u = t/2$

$2du = dt$

$2\boxed{-\cos(t/2)}$

ⓑ $f(t) = \int v(t)\, dt$

$= \int 10t\cos(t/2) - 10(2\sin(t/2))\, dt$

$= 10t\cos(t/2) - 10\cdot 2\sin(t/2) + C_0 - 10\cdot 2\cdot 2\cdot -\cos(t/2) + C_1$

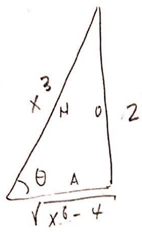
$f(t) = 10t\cos(t/2) - 20\sin(t/2) + 40\cos(t/2) + C_0 + C_1$

7 pts

$f(5) = 50\cos(5/2) - 20\sin(5/2) + 40\cos(5/2) + C_0 + C_1$

David Largo

4. (a) $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^6-4}}\,dx = \int \frac{\quad}{\quad}$



$c^2 = a^2 + b^2$
$-a^2 = -c^2 + b^2$
$a^2 = c^2 - b^2$

S $\frac{O}{H}$ C $\frac{A}{H}$ T $\frac{O}{A}$

$\csc = \frac{H}{O}$ $\sec = \frac{H}{A}$ $\cot = \frac{A}{O}$

$\cot\theta = \frac{\sqrt{x^6-4}}{2}$

$\cot\theta = \frac{\sqrt{x^6-4}}{2}$

$\csc\theta = \frac{x^3}{2}$

$\boxed{2\cot\theta = \sqrt{x^6-4}}$

$\theta = \csc^{-1}(x^3)$

$2\csc\theta = x^3$

$-\csc\theta\cot\theta\,d\theta = \frac{3x^2}{2}\,dx$

$-\frac{2}{3}\csc\theta\cot\theta\,d\theta = x^2\,dx$

$\int \csc\theta\,d\theta = -\ln|\csc\theta + \cot|$

$= \int \frac{\left[-\frac{2}{3}\csc\theta\cot\theta\right]d\theta}{2\cot\theta}$

$= \int \frac{-\frac{2\csc\theta\cot\theta}{3}}{\frac{2\cot\theta}{1}}\,d\theta = \int -\frac{2\csc\theta\,\cancel{\cot\theta}}{6\,\cancel{\cot\theta}}\,d\theta = -\frac{2}{6}\int \csc\theta\,d\theta = +\frac{2}{6}\ln|\csc\theta + \cot| + C$

$= +\frac{2}{6}\ln\left|\frac{x^3}{2} + \frac{\sqrt{x^6+4}}{2}\right| + C$ □

13 pts +1

(b) $\int \frac{\cos x - \sin x + \sec^2 x}{\sin x + \cos x + \tan x}\,dx = \int \frac{du}{u} = \ln|\sin x + \cos x + \tan x| + C$ □

5 pts +1

$u = \sin x + \cos x + \tan x$

$du = \cos x - \sin x + \sec^2 x\,dx$

3 a

$$\int_0^{\pi/2} \sin^9 x \cos^3 x \, dx =$$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

$$\int \sin^9 x \cos^2(x) \cos(x)\, dx$$

$$\sin^9 x \, (1 - \sin^2 x) \cos(x)\, dx$$

$$(\sin^9 x - \sin^{11} x) \cos(x)\, dx$$

$u = \sin x$ $\quad u(\pi/2) = \sin(\pi/2) = 1$

$du = \cos x \, dx$ $\quad u(0) = 0$

$$= \int_0^1 u^9 - u^{11}\, du = \frac{u^{10}}{10} - \frac{u^{12}}{12} = \left[\frac{\sin^{10} x}{10} - \frac{\sin^{12} x}{12}\right]_0^{\pi/2}$$

$$= \left\{\frac{\sin^{10}(\pi/2)}{10} - \frac{\sin^{12}(\pi/2)}{12}\right\} - \left\{\cancel{\frac{\sin^{10}(0)}{10}} - \cancel{\frac{\sin^{12}(0)}{12}}\right\}$$

$$= \left\{\frac{1}{10} - \frac{1}{12}\right\} - \{0\} = \left\{\frac{12-10}{10 \cdot 12}\right\} = \frac{12-10}{1200} \quad \square$$

$$\frac{2}{1200}$$

10 pts

b

$$\int_{-495}^{495} \left(\frac{\sin^a x}{x^4 + \cos x} + \frac{\tan x}{x^2+1}\right)^{111} = 0$$ por ser impar y tener un limite negativo y el mismo positivo

4 pts +1

⑥ $\int_1^e \frac{24 \ln^2 x}{(\ln^6 x + 1)^2} \cdot \frac{1}{x}\, dx$

David Lorza

$u = \ln^3 x$

$du = 3(\ln x)^2 \cdot \frac{1}{x} dx$

$\boxed{8du = 24 \ln^2 x \cdot \frac{1}{x}}$

$(\ln (x))^2 = 2(\ln x) \cdot \frac{1}{x}$

$(\ln x)^3 = \frac{3(\ln x)^2}{x}$

$= \int_1^e \frac{8du}{(u^2+1)^2} = 8\int_1^e \frac{du}{(u^2+1)^2}$

$u = (u^2+1)^{-2}$ $\quad dv = du$

$du = -2(u^2+1)^{-1} \cdot 2u \cdot du$ $\quad v = u$

$= \frac{u}{(u^2+1)^2} - \left[-4\int_1^e \frac{u}{u^2+1} du\right]$ $\quad \frac{1}{2}\int \frac{1}{u} du$

$v = u^2+1$

$dv = 2u$ $\quad -\left\{-4\left[\frac{1}{2}\ln|u|\right]\right\}$

$\cancel{= \frac{u}{(u^2+1)^2}}$ $\quad \frac{dv}{2} = u$ $\quad +\frac{4}{2}\ln|u|$

$= \frac{u}{(u^2+1)^2} + 2\ln\left|\frac{1}{(u^2+1)^2}\right|$

$= \left[\frac{\ln^3 x}{(\ln^3 x+1)^2} + 2\ln\left|\frac{1}{(\ln^6 x+1)^2}\right| + C\right]_1^e$

$= \left\{\frac{1}{4} + 2\ln\left|\frac{1}{4}\right|\right\} - \left\{\frac{0}{1} + 2\ln\left|\cancel{\frac{1}{1}}\right|\right\}$

$= \frac{1}{4} + 2\ln|1/4|$

8pts