

Matemática Discreta Aplicada

Material de apoyo

David Gabriel Corzo Mcmath

2019-08-03 02:29

Índice general

I Cortos	3
1. Corto # 1	4
2. Corto # 2	8
3. Corto # 3	9
II Resumenes	12
4. Sumarry on spiral on discrete mathematics	13
III Parciales	18
IV Simulacros y repasos	25
5. Repaso simulacro de parcial	26
V Material de apoyo	31
6. Formulario de equivalencias lógicas y reglas de inferencia	32
VI Hojas de trabajo	34
7. Hoja de trabajo #1	35

Parte I

Cortos

Capítulo 1

Corto # 1

Corto 1 Matemática Discreta

Miércoles, 7 de agosto 2019

Nombre y Apellidos: David Gabriel Corzo Monath 20190432

Tema:	1	2	Total
Puntos:	50	50	100
Nota:	15	50	65

1. (50 pts.) El día miércoles 7 de agosto, David le gustaría determinar las notas de dos colegas usando dos hechos. El primero es que él sabe que si Jean Pierre no es la nota más alta, entonces Sharon lo es. Segundo, él sabe que si Sharon no es la nota más baja, entonces Andrea es la nota más alta. ¿Será posible para David poder ordenarlos en base a su nota del corto? Por qué? Utilice reglas de inferencia lógica.

Premisas

en hoja ✓ ok.

2. (50 pts.) Muestre que $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$ es equivalente a $(p \wedge q) \rightarrow r$. Muestrelo por medio del uso de tablas de verdad.

en hoja ok.

Premisas

David Corzo

20190432

J: Jean Pierre es la nota más alta.

S: Sharon es la nota más alta. $\{$ alguna es la nota más alta pero no más de una

A: Andrea es la nota más alta.

Proposiciones:

1. $\neg J \rightarrow S$.

2. $\neg(\neg S) \rightarrow A$
no es cierto.

Alterno

(3) $(\neg J \rightarrow S) \wedge (S \rightarrow A)$

(4) $\neg J \rightarrow A$ silogismo
n.potética

3. $\neg(\neg J \rightarrow S) \wedge (\neg(S \rightarrow A))$ equiv lógica (1)
4. $(\neg S \rightarrow J) \wedge (\neg(S \rightarrow A))$ contra recíproca (1)
5. $(\neg S \vee J) \wedge (\neg(S \rightarrow A))$ equiv lógica (2)
6. $(\neg S \vee J) \wedge (\neg(S \vee A))$ equiv lógica (2)
7. $\neg S \vee (\neg J \wedge A)$ equivalencia
falta. (1) y (2)

$$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$$

P	q	$p \rightarrow q$	q	r	$q \rightarrow r$	$(p \rightarrow r)$	$(q \rightarrow r)$	$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$
0	0	1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1

$$(p \wedge q) \rightarrow r$$

P	q	r	$(p \wedge q) \rightarrow r$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

$\begin{array}{l} \textcircled{1} \\ 0 \wedge 0 \rightarrow 0 \\ \textcircled{2} \\ 0 \wedge 1 \rightarrow 1 \\ \textcircled{3} \\ 0 \wedge 1 \rightarrow 0 \\ \textcircled{4} \\ 0 \wedge 1 \rightarrow 1 \\ \textcircled{5} \\ 1 \wedge 0 \rightarrow 0 \\ \textcircled{6} \\ 1 \wedge 0 \rightarrow 1 \\ \textcircled{7} \\ 1 \wedge 1 \rightarrow 0 \\ \textcircled{8} \\ 1 \wedge 1 \rightarrow 1 \end{array}$

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \textcircled{1} \\ 0 \rightarrow 0 \\ \textcircled{2} \\ 0 \rightarrow 1 \\ \textcircled{3} \\ 1 \rightarrow 0 \\ \textcircled{4} \\ 1 \rightarrow 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{or} \\ \textcircled{1} \\ 0 \rightarrow 0 \\ \textcircled{2} \\ 0 \rightarrow 1 \\ \textcircled{3} \\ 1 \rightarrow 0 \\ \textcircled{4} \\ 1 \rightarrow 1 \end{array}$$

el resultado es equivalente.

P	q	r	$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$
0	0	0	① 1
0	0	1	② 1
0	1	0	③ 1
0	1	1	④ 1
1	0	0	⑤ 1
1	0	1	⑥ 1
1	1	0	⑦ 0
1	1	1	⑧ 1

$\begin{array}{l} \textcircled{1} \\ 0 \rightarrow 0 \vee (0 \rightarrow 0) \\ \textcircled{2} \\ 0 \rightarrow 1 \vee (0 \rightarrow 1) \\ \textcircled{3} \\ 0 \rightarrow 0 \vee (1 \rightarrow 0) \\ \textcircled{4} \\ 0 \rightarrow 1 \vee (1 \rightarrow 1) \\ \textcircled{5} \\ 1 \rightarrow 0 \vee (0 \rightarrow 0) \\ \textcircled{6} \\ 1 \rightarrow 1 \vee (0 \rightarrow 1) \\ \textcircled{7} \\ 1 \rightarrow 0 \vee (1 \rightarrow 0) \\ \textcircled{8} \\ 1 \rightarrow 1 \vee (1 \rightarrow 1) \end{array}$

Capítulo 2

Corto # 2

Capítulo 3

Corto # 3

Corto 3 Matemática Discreta

Miércoles, 2 de octubre 2019

Nombre y Apellidos: David Gabriel Cárdenas Monzón

Tema:	1	2	3	4	Total
Puntos:	35	30	35	10	110
Nota:	25	30	25	8	88

1. (35 pts.) Utilice el algoritmo de Euclides para encontrar el máximo divisor común de 100 y 101.

$$\text{mcd}(100, 101)$$

$$101 = 100 \cdot 1 + 1$$

$$\text{mcd}(100, 1)$$

$$100 = 100 \cdot 1 + 0$$

~~$$\text{mcd}(1, 0)$$~~

así no se escribe.

$$\boxed{\text{mcd}(101, 100) = 1.}$$

2. (30 pts.) ¿Qué enteros positivos menores que 12 son sus primos relativos?

$$\text{mcd}(11, 12)$$

$$12 = 11 \cdot 1 + 1$$

$$\text{mcd}(11, 1)$$

$$12 = 1 \cdot 11 + 0$$

$$\text{mcd}(1, 0)$$

$$\text{mcd}(10, 12)$$

$$12 = 10 \cdot 1 + 2$$

$$\text{mcd}(10, 2)$$

$$10 = 2 \cdot 5 + 0$$

$$\text{mcd}(2, 0)$$

$$\text{mcd}(9, 12)$$

$$12 = 9 \cdot 1 + 3$$

$$\text{mcd}(9, 3)$$

$$9 = 3 \cdot 3 + 0$$

$$\text{mcd}(3, 0)$$

$$\text{mcd}(7, 12)$$

$$12 = 7 \cdot 1 + 5$$

$$\text{mcd}(7, 5)$$

$$5 = 5 \cdot 1 + 0$$

$$\text{mcd}(5, 2)$$

$$5 = 2 \cdot 2 + 1$$

$$\text{mcd}(2, 1)$$

$$2 = 2 \cdot 1 + 0$$

$$\text{mcd}(1, 0)$$

~~Lista de primos relativos:~~

~~$$11, 7, 5, 1$$~~

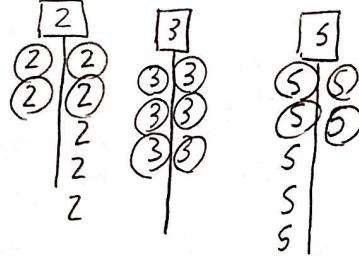
Def. Primo relativo:

es cuando el mcd queda 1, es decir, el número en cuestión solo se divide por uno.

3. (35 pts.) ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de los siguientes números: $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^5$ y $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$?

$$\text{mcm}(ab) = \frac{a \cdot b}{\text{mcd}(a, b)}$$

~~$$\text{mcm} = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$$~~



4. (10 pts.) ¿Puede determinar una fórmula para la siguiente secuencia de tal forma que pueda predecir el siguiente término?

, 1, ~~2~~, 3, ~~2~~, 5, ~~2~~, 7, ~~2~~, 11, ~~2~~, 13, ~~2~~, ... 15, 2, 1 ~~10~~

$$\textcircled{4} \quad R // \quad f(x) = \begin{cases} \text{if } x \leq 2k & \text{enforces, } f(x) = 2 \\ \text{if } x > 2k + 1 & \cancel{\text{enforces}} \quad \cancel{f(x) = 2}^1 \\ \text{no} \end{cases}$$

Parte II

Resumenes

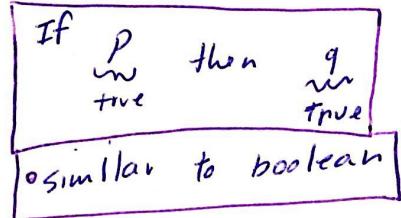
Capítulo 4

Summary on spiral on discrete mathematics

Discrete Mathematics Applied

2.1 Book summary 2.1 - 2.4

- Rules of logic validate arguments



establishing this we validate arguments and also validate arguments using the same format

- Proposition - (statement or assertion) is a sentence that is either true or false but not both.
(questions and exclamations are not propositions)
- we can turn not statements into statements by adding conditions
- cannot decide Truth \neq we don't know how of false to verify it.
- A proposition can only have the possibility of being true or false, even if we don't know how to prove it if we know it is true or false, it is a proposition.
- P, q, r used as propositional variables, (truth tables vary)
- negation of p for example, \bar{p} or $\neg p$ or $\sim p$

$$P = \text{True} \quad \bar{P} = \text{False}$$

- Notations to facilitate discussion

\mathbb{N} = Natural numbers (positive integers)

A, B, C, S, T
sets

\mathbb{Z} = integers

$b \in B$

a, b, c, s, t

\mathbb{R} = Real numbers

b belongs to B

elements of sets

\mathbb{Q} = Rational numbers

$B \ni b$
 B contains b

- Superscript notation

\mathbb{R}^+ = positive real numbers

\mathbb{R}^- = negative real numbers

\mathbb{R}^* = set of all nonzero real numbers

- Same convention applies to \mathbb{Z}, \mathbb{Q} ;

- Notation as multiples

kS = means in a set S obtained by multiplying k to every number in S .

2.2

- Binary operators = $+, -, \times, \div$
- Unary operators = $-(x)$
- Compound statements = joined statements using operands or logical connectives

- Conjunctions and disjunction

AND		OR	disjunction
$\hookrightarrow \wedge$	\downarrow	$\hookrightarrow \vee$	
true if both are true	False if both false		
	true otherwise		

* Don't use logical operators in math

$$\underbrace{x \wedge y}_{\text{incorrect}} \in \mathbb{R}$$

maybe like this

$$\underbrace{(x \in \mathbb{R})}_{\text{T or F}} \wedge \underbrace{(y \in \mathbb{R})}_{\text{T or F}}$$

and result

short circuit evaluation =
only assess the first
to know the result and
skip the second operator

2.3 Implications

- condition statements are also called implications
- " $P \Rightarrow q$ " if P is True and q false it is false
otherwise it is true
- " P " is considered a hypothesis, premise, antecedent and " q " is the conclusion or consequence
- if an implication is True, the hypothesis when is met, the consequence must be true as well, this is why conditional statement.
- takes the form "if P _____, then _____."
- " P unless q " means $\bar{P} \Rightarrow q$, q is a necessary condition that prevents p from happening.

converse $q \Rightarrow P$

inverse $\bar{P} \Rightarrow \bar{q}$

contrapositive $\bar{q} \Rightarrow \bar{P}$

P	Q	$P \Rightarrow Q$	$Q \Rightarrow P$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	T	F
F	F	T	T

• given " $x > 2 \Rightarrow x^2 > 4$ "

$$\hookrightarrow \text{converse } [x^2 > 4 \Rightarrow x > 2]$$

$$\hookrightarrow \text{inverse } [x \leq 2 \Rightarrow x^2 \leq 4]$$

$$\hookrightarrow \text{contrapositive } [x^2 \leq 4 \Rightarrow x \leq 2]$$

$\bar{q} \mid P$	$\bar{q} \Rightarrow \bar{P}$
F	T
T	F
F	T
T	T

• The converse of a theorem in the form of an implication

$$(P \Rightarrow Q) \neq (Q \Rightarrow P)$$

P is a sufficient condition for q .

q is a necessary condition for p .

- for q to be true, it's enough to say that P is true
- for p to be true it's necessary for q to be true as well.

or if $\boxed{?}$ = what implies, pg. 22

2.4 Biconditional statements, "p if and only if q"

T T = T
T F = F
F T = F
F F = T

- also a compound statement
- Both are true or false simultaneously
 $(P \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
- the "exclusive or"
- Order of operations

not and or implies Biconditional	Highest : : : Lowest
--	----------------------------------

Parte III

Parciales

$$P \rightarrow q \\ \neg P \circlearrowleft \neg q \Rightarrow (\rightarrow \Leftarrow)$$

Examen Parcial 1

Nombre: David Gabriel Corzo Monroy 20140432

Resumen:

Ejercicio:	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
Puntos:	20	20	20	10	10	5	5	10	100
Resultado:	12	2	13	10	5	0	2	8	49+3 = 52

Instrucciones: Resuelva los siguientes ejercicios de forma clara y ordenada, dejando constancia de todo su procedimiento.

1. (20 puntos) Utilice las leyes de la lógica y las reglas de inferencia para validar o refutar el siguiente argumento. Indique el nombre de cada ley y/o regla cuando las utilice.

Si Fred no malgasta su salario u obtiene el ascenso a gerente, entonces comprará un carro nuevo en enero. Si compra el carro, entonces deberá solicitar un crédito o deberá vender el carro viejo. Si vende el carro viejo, entonces obtendrá un ingreso extra. Fred no solicitó el crédito y tampoco obtuvo un ingreso extra. En conclusión, Fred no obtuvo el puesto de gerente.

F: fred no malgasta

A: Fred asciende a gerente

C: Comprará el carro nuevo

H: solicita el crédito

V: Venta del carro viejo

I: ingreso extra

Proposiciones:

$$\textcircled{1} (F \vee A) \rightarrow C \quad \{ (F \vee A) \rightarrow (H \vee V)$$

$$\textcircled{2} C \rightarrow (H \vee V)$$

$$\textcircled{3} V \rightarrow I$$

faltan.

no se lo menciona
de planear y/o
resolver el problema

$$\therefore (F \vee A) \rightarrow (H \vee V) \quad \begin{array}{l} \text{Sílogismo} \\ \text{Hipotético} \\ \textcircled{1} \textcircled{2} \end{array}$$

$$\textcircled{3} [F \rightarrow V] \wedge [V \rightarrow \emptyset] \quad (\rightarrow \Leftarrow)$$

Análisis: Si Fred vende el sí carro por la implicación se contradice

$$\textcircled{2} [(F \vee A) \rightarrow (H \vee V)] \wedge [V \rightarrow I]$$

Sabemos que Fred no solicitó el crédito ni obtuvo el ingreso extra, ni fue gerente.

$$H = \emptyset \quad I = \emptyset \dots \quad A = \emptyset$$

$$\begin{cases} [F \vee \emptyset] \rightarrow (\emptyset \vee V) & \text{Domination} \\ (\emptyset \vee V) \wedge [V \rightarrow \emptyset] & \text{identity laws} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} [F \rightarrow V] \wedge [V \rightarrow \emptyset] \quad \begin{array}{l} \text{sílogismo} \\ \text{hipotético} \end{array}$$

$$\therefore [F \rightarrow \emptyset]$$

Conclusión: "Fred no malgasta" (F), no puede ser cierto, en conclusión Fred sí malgasta.

$$[F \rightarrow V] \wedge [V \rightarrow \emptyset]$$

2. (a) (10 puntos) Demuestre que $n^3 + n$ es par, con $n \in \mathbb{Z}^+$.

■ Demostración por contradicción:

~~Si $n^3 + n$ el resultado es impar, se niega por principio de contradicción~~

$$n^3 + n = 2(k) + 1$$

$$\begin{aligned} n(n^2 + 1) &= 2(k) + 1 \\ \text{impair} & \\ n(2k+1) &= 2k+1 \end{aligned}$$

$$\frac{n(2k+1)}{2k+1} = 0$$

$$n = 0$$

■ Prueba directa (adicional)

$$n = 1$$

$$(1)^3 + 1 = 2^k$$

$$2 = 2k$$

k tiene que ser una en este caso

$$2 = 2(1)$$

$$2 = 2$$

$$\begin{aligned} n &= 3 \\ n^2 &= 9 - \\ n^2 + 1 &= 10 \end{aligned}$$

Directa por casos:

$$n^3 + n = (n)(n^2 + 1) = \text{par}$$

par · impar

sin ser impar (3)

$$n^3 + n = (n)(n^2 + 1) = \text{par}$$

impar · par

Para contradicción:

Si $n^2 - 1$ es impar y n es par.

(b) (10 puntos) Demuestre que para todo $n \in \mathbb{Z}^+$, si $n^2 - 1$ es impar, entonces n es par.

■ $n^2 - 1$ es impar:

$n^2 - 1$ es par

Demostración por contradicción:

n es impar Alternativamente

Prueba directa:

$$(2k)^2 - 1 = 2k + 1$$

$$4k^2 - 1 = 2k + 1$$

$$4k^2 - 2 = 2k$$

$$2(2k^2 - 1) = 2k$$

$n^2 - 1$ es impar y n es impar entonces ¿qué?

$$n = 2k + 1$$

$$n^2 - 1 =$$

$$n = 2k + 1$$

impar

$$n^2 - 1 = 2k + 1$$

$$(2k+1)^2 - 1 = 2k + 1$$

$$2^2 k^2 + 2 \cdot 2k \cdot 1 + 1^2 - 1 - 1 = 2k$$

$$4k^2 + 4k + 1 - 2 = 2k$$

$$4k^2 + 4k - 1 = 2k$$

$$m - 2 = 2k$$

$$m = 2k + 2$$

$$m = 2(k+1)$$

entero \neq

$$m = 2q \quad (\rightarrow \leftarrow)$$

$$1(P \rightarrow q) \equiv$$

$$\equiv \neg P \vee q \equiv P \wedge \neg q$$

asumir el resultado impar.

No usé contradicción, primero aprender a plantear la contradicción, segundo contradicción no es necesaria para este ejercicio.

despido al entero resultante ser par contradice la premisa del resultado ser impar es falsa por ende se puede concluir que la negación de la premisa negada es verdadera.

3. (a) (10 puntos) Pruebe usando inducción matemática que:

$$\sum_{i=1}^n i(i+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}, n \geq 1$$

Paso base

$$\sum_{i=1}^n i(i+1) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3}$$

$$\text{¿cómo arreglarlo?}$$

$$\sum_{i=1}^n i(i+1) = \frac{1(2)(3)}{3} + \frac{2(3)(4)}{3}$$

Paso inductivo:

~~$$\sum_{i=1}^{k+1} i(i+1) = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3} = \frac{k(k+1)(k+2)}{3} + (k+1)(k+2)$$~~

$$= (k+1)(k+2) \left(\frac{k}{3} + \frac{1}{3} \right) = \left(\frac{k+3}{3} \right) (k+1)(k+2) =$$

$$= \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3} \quad \checkmark \quad \square$$

(b) (10 puntos) Pruebe usando inducción matemática que si $n \geq 1$, entonces $n^3 - n$ es un múltiplo de 3.

$$n^3 - n = 3k$$

Paso base:

$$n = k$$

$$k^3 - k = 3m$$

$$\begin{aligned} n &= 1 \\ 1 - 1 &= 3 \cdot 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{mostrar} \\ \sum_{i=1}^n i^3 &= \\ \sum_{i=1}^2 i^3 &= 8 + 8 = 16. \end{aligned}$$

Paso inductivo:

$$n = k+1$$

$$(k+1)^3 - (k+1) = 3m$$

$$k^3 + 3k^2 + 3 + 1 - k - 1 = 3m$$

¿Por qué?

$$\sum_{i=1}^2 i(i+1) = 1(1+1) + 2(2+1) = 2 + 6 = 8$$

4. En una clase de 10 alumnos van a distribuirse 4 premios. ¿De cuántas maneras se puede hacer esto si:
(a) ~~75~~ puntos) los premios son diferentes?

d'ordre importa per se, diferent.
me inclino per permutacions.

$$A_1 + P_1$$

$$A_1 + P_2 \\ \vdots$$

$${}^{10}_4P = \frac{(10)!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} = 5040$$

A₁₀ + P₄

- (b) (5 puntos) los premios son iguales?

no importa el orden. ① ② ③ ④ ⑤
era diferente en la anterior - recibiv el regalo
que el dos pero como ahora es lo mismo
recibir el uno o el dos conté de más.
me inclino por combinatoria.

$$\frac{21}{4} C = 210$$

5. Calcule el número de cadenas de 12 bits que satisfacen los siguientes requerimientos:

- (a) (5 puntos) contienen exactamente 5 unos.

$$\frac{12}{5} C = 792$$

$$\frac{1}{1} \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6} \frac{1}{7} \frac{1}{8} \frac{1}{9} \frac{1}{10} \frac{1}{11} \frac{1}{12} \approx 10$$

mismo que
101010100

o entences me inclino por
combinatoria.

• depo se partirão uns
em tro de 12.

- (b) 5 puntos) contienen más unos que ceros. para fraseado, contienen más de seis

111111 000000 la misma
que 000000111111 12

ome inclino por combinatoria.

$$\frac{12}{6}C = 924$$

6.0(5 puntos) Una popular tienda de dulces cuenta con 4 distintas presentaciones para elegir: chocolates, bombones, paletas y gomitas. Al momento de escoger Ud. nota lo siguiente:

- de los chocolates, bombones y gomitas hay por lo menos 20 de cada uno
- solo hay 10 paletas

$$\text{Si hubiese } 20 \text{ de cada: } {}^{20}C_4 - {}^{19}C_4 - {}^{18}C_4 - {}^{17}C_4 - {}^{16}C_4$$

Si Ud. debe escoger al menos un dulce de cada tipo, ¿de cuántas maneras es posible elegir 20 de ellos?

Respuesta: • debo escoger uno de 20 chocolates, uno de 20 gomitas

${}^{16}C_4 - {}^{15}C_3 - {}^{14}C_3$ ~~• si escoges una de chocolate tengo 19 más de los chocolates~~

Principio del producto:

$$|19| * |19| * |19| * |19| = 61731$$

$${}^{20}C_4 - {}^{19}C_3 - {}^{18}C_2$$

descuento de opciones

$B_1 + G_1 + Ch_1 + P_1 \dots P_n$ no importa el orden por ser así combinatoria

dónde poner 20 objetos en 4 casilleros: $\boxed{}_{\overset{20}{\text{C}}} \boxed{}_{\overset{20}{\text{C}}} \boxed{}_{\overset{20}{\text{C}}} \boxed{}_{\overset{20}{\text{C}}}$

12118

$${}^{20}C_4 - {}^{20}C_1 - {}^{20}C_2 -$$

Si tomo 19 de una, hay 3C formas distintas de tomar el botón y de esto maneras hay 4 formas.

Hay 4C maneras de tomar todos de una cajilla, || ${}^{18}C_{4,3} = {}^{18}C_3 \cdot {}^{15}C_3 + {}^{18}C_2 \cdot {}^{16}C_2$ || ${}^{18}C_3 \cdot {}^{15}C_3 + {}^{18}C_2 \cdot {}^{16}C_2$

7.2(5 puntos) Calcule el número de palabras diferentes que pueden formarse usando todas las letras de la palabra MISSISSIPPI.

$$\frac{m}{1} \frac{I_1}{2} \frac{S_1}{3} \frac{S_2}{4} \frac{I_2}{5} \frac{S_3}{6} \frac{S_4}{7} \frac{I}{8} \frac{P_1}{9} \frac{P_2}{10} \frac{I_3}{11}$$

$$26 * 26 * 26 * \dots * 26$$

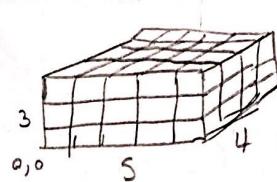
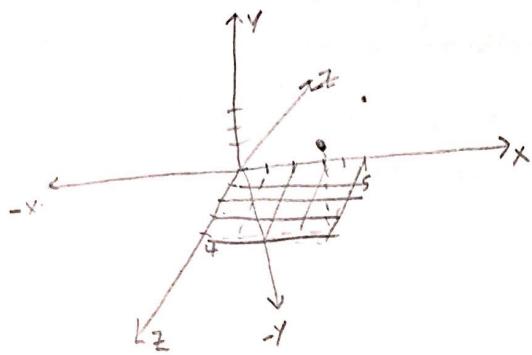
$$\begin{aligned} & \frac{4!}{3!} \\ & 2P \\ & 1M \\ & 4S \end{aligned}$$

Permutación generalizada

$$P(26, 26) = \frac{26!}{12! * 2! * 3! * 1! * 4!} = \frac{26!}{12! * 24!}$$

cuento como que si fuesen indistinguibles y descuento las repeticiones

8. (a) (5 puntos) Calcule el número de caminos en el espacio xyz desde el origen hasta el punto $(5, 3, 4)$, tales que cada camino está formado por una serie de pasos, y cada paso es bien un movimiento en la dirección positiva del eje x , uno en la dirección positiva del eje y , o bien, uno en la dirección positiva del eje z (no están permitidos los movimientos en las direcciones negativas de los 3 ejes).

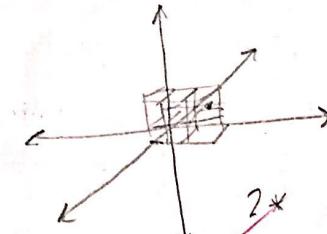
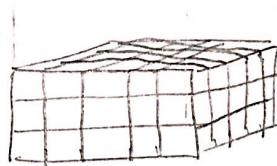


12 movimientos
en total
12 veces

$$\frac{12!}{0!} = 12.$$

~~479001600 formas del origen a $(5,3,4)$~~

- (b) (5 puntos) ¿Cuántos de los caminos del inciso anterior no pasan por el punto $(2, 2, 1)$?



~~$\left[(5-2), (3-2), (4-1) \right]$~~



7 movimientos
en total

~~$P(7,7) = 5040$~~

Parte IV

Simulacros y repasos

Capítulo 5

Repaso simulacro de parcial

Solución Simulacro

2019-09-08

$$\textcircled{1} \quad (\neg p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg q$$

P	q	$\neg P$	$p \rightarrow q$	$\neg P \wedge (p \rightarrow q)$	$\neg q$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	0	0

No es una tautología

$$\textcircled{2} \quad (\neg q \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg p$$

$$\begin{array}{l} \blacksquare \neg q \\ \blacksquare p \rightarrow q \end{array} \quad \therefore \neg q$$

$$\bullet p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q \quad \text{Eq. 1}$$

$$\bullet (\neg q \wedge q) \vee \neg p \quad \text{Eq. 10}$$

$$\bullet F \vee \neg p \quad \text{Identity laws}$$

$$\bullet \neg p \quad \square$$

- ③ K: Kevin está chateando
h: heather está chateando
R: randy está chateando
v: víctor está chateando
A: abby está chateando

- ① $(K \vee H) \vee (K \wedge H)$
② $(R \vee V) \wedge \neg(R \wedge V)$
③ $A \rightarrow R$
④ $(V \wedge R) \vee (\neg V \wedge \neg R)$
⑤ $H \rightarrow (A \wedge K)$

Argumento:

⑥

(5)

$$\sum_{i=0}^n \left(-\frac{1}{2}\right)^i = \frac{2^{n+1} + (-1)^n}{3 \cdot 2^n}$$

Probar que funciona para K

$$\sum_{i=0}^K \left(-\frac{1}{2}\right)^i = \frac{2^{K+1} + (-1)^K}{3 \cdot 2^K}$$

Probar que funciona para $K+1$

$$\sum_{i=0}^{K+1} \left(-\frac{1}{2}\right)^i = \frac{2^{K+2} + (-1)^{K+1}}{3 \cdot 2^K} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{K+1}$$

$$= \frac{2^{K+2} + (-1)^{K+1}}{3 \cdot 2^K} - \underbrace{\frac{1^{K+2}}{2^{K+1}}}_{2 \cdot 2^K}$$

$$= \frac{2^{K+2} + (-1)^{K+1}}{3 \cdot 2^K} - \frac{1^{K+2}}{2 \cdot 2^K}$$

$$= \frac{2(2^{K+1} + (-1)^K) + 3(-1^{K+1})}{3 \cdot 2 \cdot 2^K} =$$

$$= \frac{2^{K+2} + 2(-1)^K - 3(-1)^{K+1}}{3 \cdot 2 \cdot 2^K}$$

$$= \frac{2^{K+2} - 1(-1)^K}{3 \cdot 2 \cdot 2^K} = \frac{2^{K+2} + (-1)(-1)^K}{3 \cdot 2 \cdot 2^K}$$

$$= \frac{2^{K+2} + (-1)^{K+1}}{3 \cdot 2^{K+1}}$$

□

⑨ $|6| * |10| = \underline{\underline{60}}$

⑩ 22 jugadores de los que se puede escoger 11

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ J_1 & J_2 & J_3 & J_4 & J_5 & J_6 & J_7 & J_8 & J_9 \end{array} \begin{array}{cccccc} 10 & 11 \\ J_{10} & J_{11} \end{array}$$

el orden no importa

$${}^{22}_7 C = \frac{22!}{(22-7)! \cdot 7!} = \underline{\underline{705\,432}}$$

⑪

$$\overline{B_1} \quad \overline{B_2} \quad \overline{B_3} \quad \overline{B_4} \quad \overline{B_5}$$

$$\frac{P_1}{B_1} \quad \frac{P_2}{B_2} \quad \frac{P_3}{B_3} \quad \frac{P_4}{B_4} \quad \frac{P_5}{B_5}$$

a) Importa el orden

$${}^5_5 P = \underline{\underline{120}}$$

b)

$${}^5_3 P = \underline{\underline{6}}$$

⑫ $\{3, 5, 6, 7, 9\}$; quiero agarrar 2 y multiplicarlos

a) ${}^5_2 C = \underline{\underline{10}}$

b) impares $\{3, 5, 7, 9\}$

pares $\{6\}$

$$\therefore \underline{\underline{6}}$$

c)
$$\frac{\square}{\square} \quad \{3, 5, 6, 7, 9\}$$

$${}^5_2 P = \underline{\underline{20}}$$

Parte V

Material de apoyo

Capítulo 6

Formulario de equivalencias lógicas y reglas de inferencia

TABLE 8 Logical Equivalences Involving Biconditional Statements.

$$\begin{aligned} p \leftrightarrow q &\equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \\ p \leftrightarrow q &\equiv \neg p \leftrightarrow \neg q \\ p \leftrightarrow q &\equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \\ \neg(p \leftrightarrow q) &\equiv p \leftrightarrow \neg q \end{aligned}$$

TABLE 1 Rules of Inference.

Rule of Inference	Tautology	Name
$\frac{p}{\therefore p \rightarrow q}$	$(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$	Modus ponens
$\frac{\neg q}{\neg q \wedge (p \rightarrow q)} \quad p \rightarrow q$ $\therefore \neg p$	$(\neg q \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg p$	Modus tollens
$\frac{p \rightarrow q \quad q \rightarrow r}{\therefore p \rightarrow r}$	$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$	Hypothetical syllogism
$\frac{p \vee q \quad \neg p}{\therefore q}$	$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$	Disjunctive syllogism
$\frac{p}{\therefore p \vee q}$	$p \rightarrow (p \vee q)$	Addition
$\frac{p \wedge q}{\therefore p}$	$(p \wedge q) \rightarrow p$	Simplification
$\frac{p \quad q}{\therefore p \wedge q}$	$((p) \wedge (q)) \rightarrow (p \wedge q)$	Conjunction
$\frac{p \vee q \quad \neg p \vee r}{\therefore q \vee r}$	$((p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)) \rightarrow (q \vee r)$	Resolution

TABLE 6 Logical Equivalences.

Equivalence	Name
$p \wedge T \equiv p$	Identity laws
$p \vee F \equiv p$	
$p \vee T \equiv T$	Domination laws
$p \wedge F \equiv F$	
$p \vee p \equiv p$	Idempotent laws
$p \wedge p \equiv p$	
$\neg(\neg p) \equiv p$	Double negation law
$p \vee q \equiv q \vee p$	Commutative laws
$p \wedge q \equiv q \wedge p$	
$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$	Associative laws
$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$	Distributive laws
$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	
$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$	De Morgan's laws
$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$	Absorption laws
$p \wedge (p \vee q) \equiv p$	
$p \vee \neg p \equiv T$	Negation laws
$p \wedge \neg p \equiv F$	

TABLE 7 Logical Equivalences Involving Conditional Statements.

$$\begin{aligned} p \rightarrow q &\equiv \neg p \vee q \\ p \rightarrow q &\equiv \neg q \rightarrow \neg p \\ p \vee q &\equiv \neg p \rightarrow q \\ p \wedge q &\equiv \neg(p \rightarrow \neg q) \\ \neg(p \rightarrow q) &\equiv p \wedge \neg q \\ (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) &\equiv p \rightarrow (q \wedge r) \\ (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) &\equiv (p \vee q) \rightarrow r \\ (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) &\equiv p \rightarrow (q \vee r) \\ (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) &\equiv (p \wedge q) \rightarrow r \end{aligned}$$

Parte VI

Hojas de trabajo

Capítulo 7

Hoja de trabajo #1

David Gabriel Corzo McMurt 20190432

$$\textcircled{1} \quad \text{mcd}(231, 1820)$$

$$= \text{mcd}(1820, 231)$$

$$1820 = 7 \cdot 231 + 203$$

$$\text{mcd}(231, 203)$$

$$231 = 1 \cdot 203 + 28$$

$$\text{mcd}(203, 28)$$

$$203 = 7 \cdot 28 + 7$$

$$\text{mcd}(28, 7)$$

$$28 = 4 \cdot 7 + 0$$

$$\text{mcd}(7, 0)$$

$$\text{mcd}(2597, 1369)$$

$$2597 = 1 \cdot 1369 + 1228$$

$$\text{mcd}(1369, 1228)$$

$$1369 = 1 \cdot 1228 + 141$$

$$\text{mcd}(1228, 141)$$

$$1228 = 8 \cdot 141 + 100$$

$$\text{mcd}(141, 100)$$

$$141 = 1 \cdot 100 + 41$$

$$\text{mcd}(100, 41)$$

$$100 = 2 \cdot 41 + 18$$

$$\text{mcd}(41, 18)$$

$$41 = 2 \cdot 18 + 5$$

$$\text{mcd}(18, 5)$$

$$18 = 3 \cdot 5 + 3$$

$$\text{mcm}(5, 3)$$

$$5 = 1 \cdot 3 + 2$$

$$\text{mcd}(3, 2)$$

$$3 = 1 \cdot 2 + 1$$

$$\text{mcd}(2, 1)$$

$$2 = 1 \cdot 1 + 1$$

$$\text{mcd}(1, 1)$$

$$1 = 1 \cdot 1 + 0$$

$$\text{mcd}(1, 0)$$

$$c) \text{ mcd}(4001, 2689)$$

$$4001 = 1 \cdot 2689 + 1312$$

$$\text{mcd}(2689, 1312)$$

$$2689 = 2 \cdot 1312 + 65$$

$$\text{mcd}(1312, 65)$$

$$1312 = 20 \cdot 65 + 12$$

$$\text{mcd}(65, 12)$$

$$65 = 5 \cdot 12 + 5$$

$$\text{mcd}(12, 5)$$

$$12 = 2 \cdot 5 + 2$$

$$\text{mcd}(5, 2)$$

$$5 = 2 \cdot 2 + 1$$

$$\text{mcd}(2, 1)$$

$$2 = 1 \cdot 1 + 1$$

$$\text{mcd}(1, 1)$$

$$1 = 1 \cdot 1 + 0$$

$$\text{mcd}(1, 0)$$

$$\textcircled{2} \quad a) \text{mcd}(250, 111)$$

$$250 = 2 \cdot 111 + 28 \quad \textcircled{3}$$

$$\text{mcd}(111, 28)$$

$$111 = 3 \cdot 28 + 27 \quad \textcircled{2}$$

$$\text{mcd}(28, 27)$$

$$28 = 27 \cancel{\cdot} 1 + 1 \quad \textcircled{1}$$

$$\text{mcd}(27, 1)$$

$$b) 250x - 111y = 1$$

$$28 - 27 \cancel{\cdot} 1 = 1$$

$$111 - 3 \cdot 28 = 27$$

$$250 - 2 \cdot 111 = 28$$

$$28 - (111 - 3 \cdot 28) = 1$$

$$28 - 111 + 3 \cdot 28 = 1$$

$$4 \cdot 28 - 111 = 1$$

$$4(250 - 2 \cdot 111) - 111 = 1$$

$$4 \cdot 250 - 8 \cdot 111 - 111 = 1$$

$$4 \cdot 250 - 9 \cdot 111 = 1$$

$$x = 4$$

$$y = -9$$

Multiplos de $4, -9$. \square

$$y = 3 \quad x = -2$$

$$c) \quad 250x + 111y = 19$$

tomando en cuenta que $x = 4$ & $y = -9$ es una solución multiplicamos los mismos por 19.

$$\begin{array}{r} 3 \\ 19 \\ 4 \\ \hline 76 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ 19 \\ 9 \\ \hline -171 \end{array}$$

\therefore todos los múltiplos de $x=76$ & $y=-171$

comprobación:

$$250(76) + 111(-171) = 19$$

$$19,000 - 18,981 = 19$$

$$19 = 19 \quad \checkmark$$

③ Encontrar "c" para la ecuación diofantina:

$$12x + 16y = c$$

encontramos $\text{mcd}(12, 16)$

$$16 = 12 \cdot 1 + 4$$

$$\text{mcd}(12, 4)$$

$$12 = 3 \cdot 4 + 0$$

$$\text{mcd}(4, 0)$$

es 4

\therefore la ecuación diofantina presentada anteriormente tiene una solución "c" tal que "c" será múltiplo de 4.

$$\textcircled{4} \quad \text{mcd}(180, 162, 126)$$

$$\underbrace{\text{mcd}(180, \underbrace{\text{mcd}(162, 126)}_1)}_2$$

$$\textcircled{1} \quad \text{mcd}(162, 126)$$

$$162 = 1 \cdot 126 + 36$$

$$\text{mcd}(126, 36)$$

$$126 = 3 \cdot 36 + 18$$

$$\text{mcd}(36, 18)$$

$$36 = 2 \cdot 18 + 0$$

$$\text{mcd}(18, 0) \quad \cancel{x}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{mcd}(180, 18)$$

$$180 = 10 \cdot 18 + 0$$

$$\text{mcd}(18, 0) \quad \cancel{x}$$

El mcd es 18 ✓

\textcircled{5} Si $a, b \in \mathbb{Z}^+$ con $a = 630$, $\text{mcd}(a, b) = 105$ & $\text{mcm}(a, b) = 242,550$, determine el valor de b .

$$\underbrace{\text{mcd}(a, b)}_{105} \cdot \underbrace{\text{mcm}(a, b)}_{242,550} = a \cdot b$$

$$105 \cdot 242,550 = 630 \cdot b$$

$$\frac{105 \cdot 242,550}{630} = b$$

$$b = 40425 \quad \cancel{x}$$

$$\text{mcd}(630, 40425)$$

$$40425 = 64 \cdot 630 + 105$$

$$\text{mcd}(630, 105)$$

$$630 = 105 \cdot 6 + 0$$

$$\text{mcd}(105, 0) \quad \cancel{x} \quad \checkmark$$

⑥ Ganó Garg \$1020 en 20, 50, si 50x > 20y cuantas fichas de 20 & 50 puede tener?

$$1020 = 20 \cdot 50 + 20 \cdot 1$$

Podría tener 20 fichas de 50 & 1 de 20.

$$50x + 20y = 1020$$

$$\text{mcd}(50, 20)$$

$$50 = 20 \cdot 2 + 10$$

$$\text{mcd}(20, 10)$$

$$20 = 10 \cdot 2 + 0$$

$$50x + 20y = 10$$

$$x=1 \quad y=2 \quad \text{mcd}(50, 20) = 10$$

pero x > y entonces
hay que encontrar

$$x = x_0 + \frac{b}{\text{mcd}(a, b)} \cdot k$$

$$y = y_0 - \frac{a}{\text{mcd}(a, b)} \cdot k$$

$$x = 102 + \frac{20}{10} k$$

$$x > y$$

$$102 + 2k > -204 - 5k$$

$$7k > -204 - 102$$

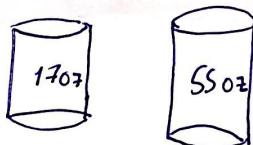
$$k > -\frac{306}{7} \approx -43 \quad \therefore t = -42$$

$$x = 18$$

$$y = 6$$

$$y = -204 - \frac{50}{10} k$$

⑦



$$17x + 55y = 1$$

$$\text{mcd}(55, 17)$$

$$55 = 3 \cdot 17 + 4$$

$$\text{mcd}(17, 4)$$

$$17 = 4 \cdot 4 + 1$$

$$\text{mcd}(4, 1)$$

La respuesta es que
puede vaciarla de infinitas
maneras.

$$17 - 4 \cdot 4 = 1$$

$$17 - 4(55 - 3 \cdot 17) = 1$$

$$17 - 4 \cdot 55 + 12 \cdot 17 = 1$$

$$\frac{13 \cdot 17}{a} - \frac{4 \cdot 55}{b} = 1$$

$$x = 13 \quad y = -4$$

múltiplos de $x = 13$ & $y = -4$.

13 serridas del de 17 &
4 vaciadas del de 55,
quedará 1 onza en el
de 17.