Universidad Francisco Marroquín
Economía 2
Sección D

No de Carné: 20190432
Nombre: David Corzo

87.5

Corto No. 13

Intercambio mundial a nivel globalización del trabajo

**Según lo visto en la última clase:**

1. ¿Cómo incrementa un país la eficiencia en el uso de recursos?

Los factores de aumento de eficiencia de los recursos no depende del tamaño de la población, depende en las variables de incremento del PIB que son acumulación de capital, ahorro, especialización e intercambio así mismo como un rule of law fuerte.

Crecimiento Políticas que protegan el intercambio 1/2

2. ¿Qué es el Rule of Law y en que se diferencia con el derecho administrativo?

Rule of law es un orden jurídico que sostiene que todos estamos por debajo de la ley, el derecho administrativo tengo entendido es que hay governantes por encima de la ley. Para economía es importante el Rule of law por que se necesita ese tipo de derecho para la función empresarial y para aumentar el PIB.

3. ¿Cómo aumentamos la acumulación de capital?

Acumulando ahorro, para acumular ahorro se debe tener un rule of law fuerte, el ahorro es la inversión futura de los bienes capitales. (se necesita rule of law fuerte para ahorrar ya que si yo se que no me van a quitar lo que ahorro voy a ahorrar o almenos tener incentivo para hacerlo).

4. ¿Qué necesitan los empresarios para poder planificar a largo plazo?

Leyes estables, conducta predecible, un empresario prefiere las mismas leyes a largo plazo que mejores leyes a corto plazo.

Universidad Francisco Marroquín
Economía 2
Sección D

66.67

No de Carné: 20190432
Nombre: David Corzo

Corto No. 12

**Según lo visto en la última clase:**

1. Sobrepoblación. ¿Por qué ser más es mejor?

Permite más especialización ya que nadie podría comer con métodos agriculturales primitivos, al tener más población se da espacio a que todos nos especializemos y dividamos el trabajo más por ende es mejor.

2. ¿Por qué se dice que tener recursos naturales en abundancia destruyen la institucionalidad del país?

Porque ① destruye las instituciones, ② Produce un efecto similar al de ayuda social. Se tiende a querer nacionalizar dichos recursos los cuales producen el efecto de la ayuda social, y destruyen el incentivo privado, por eso se destruyen las instituciones, nadie las aprecia al nacionalizarse.

3. Explique el problema del tipo de cambio en la enfermedad holandesa.

El problema es que al importar más de lo que sale se compensa con las remesas, al importar dólares en tal cantidad se destruye el tipo de cambio.

$p \to q$

si $p \wedge \neg q \Rightarrow (\to\leftarrow)$

UFM Universidad Francisco Marroquín — FACULTAD de CIENCIAS ECONÓMICAS

**CS041 Matemática Discreta Aplicada**

## Examen Parcial 1

**Nombre:** David Gabriel Corzo Mcmath 20190432

**Resumen:**

| Ejercicio: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Puntos: | 20 | 20 | 20 | 10 | 10 | 5 | 5 | 10 | 100 |
| Resultado: | 12 | 2 | 13 | 10 | 5 | 0 | 2 | 8 | 49+3 = 52 |

**Instrucciones:** Resuelva los siguientes ejercicios de forma clara y ordenada, dejando constancia de todo su procedimiento.

1. (20 puntos) Utilice las leyes de la lógica y las reglas de inferencia para validar o refutar el siguiente argumento. Indique el nombre de cada ley y/o regla cuando las utilice.

*Si Fred no malgasta su salario u obtiene el ascenso a gerente, entonces comprará un carro nuevo en enero. Si compra el carro, entonces deberá solicitar un crédito o deberá vender el carro viejo. Si vende el carro viejo, entonces obtendrá un ingreso extra. Fred no solicitó el crédito y tampoco obtuvo un ingreso extra. En conclusión, Fred no obtuvo el puesto de gerente.*

Premisas:

F: fred no malgasta

A: fred asciende a gerente

C: Comprará el carro nuevo

H: Solicita el crédito

V: Venta del carro viejo

I: ingreso extra

Proposiciones:

① $(F \vee A) \to C$

② $C \to (H \vee V)$

③ $V \to I$

$(F \vee A) \to (H \vee V)$

faltan.

no es la manera de plantear y/o resolver el problema

Ⅰ $(F \vee A) \to C \wedge C \to (H \vee V)$ Silogismo Hipotetico ① ②

$\therefore (F \vee A) \to (H \vee V)$.

Ⅱ $[(F \vee A) \to (H \vee V)] \wedge [V \to I]$

Sabemos que fred no solicitó el credito ni obtubo el ingreso extra, ni fue gerente.

$H = 0 \quad I = 0 \quad A = 0$

$[(F \vee 0) \to (0 \vee V)] \wedge [V \to 0]$

Domination Law — identity laws

$[F \to V] \wedge [V \to 0]$.

Ⅲ $[F \to V] \wedge [V \to 0]$

$(\to\leftarrow)$

Análisis: Si fred vende el sí carro por la implicación se contradice

Ⅱ $[F \to V] \wedge [V \to 0]$ silogismo hipotético

¿?

$\therefore [F \to 0]$

Conclusión: "Fred no malgasta" (F), no puede ser cierto, en conclusión Fred sí malgastó.

2. (a) 0 (10 puntos) Demuestre que $n^3 + n$ es par, con $n \in \mathbb{Z}^+$.

Demostración por contradicción:

Si $n^3+n$ ~~el resultado~~ es impar, ~~se niega por fines de contradicción~~

$n^3 + n = 2(k) + 1$

$\underbrace{n(n^2+1)}_{\text{impar}} = 2(k) + 1$

¿por qué creés que es el mismo k?

$n(2k+1) = 2k+1$

$\frac{n(2k+1)}{2k+1} = 0$

$n = 0$

$(\rightarrow\leftarrow)$ 2

Prueba directa (adicional):

$n = 1$

$(1)^3 + 1 = 2k$

$2 = \underset{\sim}{2k}$

k tiene que ser uno en este caso

$2 = 2(1)$

$2 = 2$

si n es par: (2)

Directa por casos:

$n^3+n = \underset{\text{par}}{n}\underbrace{(n^2+1)}_{\text{impar}} = \text{par}$

si n es impar (3)

$n^3+n = \underset{\text{impar}}{n}\underbrace{(n^2+1)}_{\text{par}} = \text{par}$ ∎

$n = 3$

$n^2 = 9$

$n^2+1 = 10$

Para contradicción:

$\boxed{\text{Si } n^2-1 \text{ es impar y } n \text{ es impar.}}$

(b) 2 (10 puntos) Demuestre que para todo $n \in \mathbb{Z}^+$, si $n^2 - 1$ es impar, entonces $n$ es par.

$n^2 - 1$ $\underset{p}{\text{es}}$ impar: $\underset{q}{\underline{\text{Demostración por contradicción:}}}$

" $\overbrace{n^2 - 1 \text{ es par}}$ si $\overbrace{n \text{ es impar}}$ " Alternativamente

$\neg(p \to q) \equiv$

$\equiv \neg(\neg p \lor q) \equiv p \land \neg q$

$\boxed{n = 2k+1}$

$n^2 - 1 = \overbrace{2k+1}^{\text{impar}}$ asumo el resultado impar.

~~$(2k+1)^2 - 1 = 2k+1$~~

~~$2^2k^2 + 2\cdot 2k \cdot 1 + 1^2 - 1 - 1 = 2k$~~

~~$\underbrace{4k^2 + 4k + 1}_{\text{entero } m} - 2 = 2k$~~

~~$m - 2 = 2k$~~

~~$m = 2k + 2$~~

$m = 2(\underbrace{k+1}_{\text{entero } q})$

$m = 2q$ $(\rightarrow\leftarrow)$

No usés contradicción, primero aprender a plantear la contradicción, segundo contradicción no es necesaria para este ejercicio.

debido al entero resultante ser par contradice la premisa del resultado ser impar es falsa por ende se puede concluir que la negación de la premisa negada es verdadera.

~~Prueba directa:~~

~~$(2k)^2 - 1 = 2k + 1$~~

~~$4k^2 - 1 = 2k + 1$~~

~~$4k^2 - 2 = 2k$~~

~~$2(2k^2 - 1) = 2k$~~

Si $n^2-1$ es impar $\boxed{y}$ n es impar entonces ¿qué?

$n = 2k+1$

$n^2 - 1 =$

3. (a) 8 (10 puntos) Pruebe usando inducción matemática que:

$$\sum_{i=1}^{n} i(i+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3},\ n \geq 1$$

Paso base

$n = k$

$$\sum_{i=1}^{k} i(i+1) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3}$$

$n = 2$

$$\sum_{i=1}^{2} 8 = \frac{1(2)(3)}{3} + \frac{2(3)(4)}{3}$$

¿cómo así?

Paso inductivo:

$n = k+1$

objetivo

$$\sum_{i=1}^{k+1} i(i+1) = \left[\frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}\right] = \frac{k(k+1)(k+2)}{3} + (k+1)(k+1)$$

$$= (k+1)(k+2)\left(\frac{k}{3} + \frac{1\cdot 3}{3}\right) = \left(\frac{k+3}{3}\right)(k+1)(k+2) =$$

$$= \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3} \quad \square$$

(b) 4 (10 puntos) Pruebe usando inducción matemática que si $n \geq 1$, entonces $n^3 - n$ es un múltiplo de 3.

$n^3 - n = 3k$

Paso base:

$n = k$

$k^3 - k = 3m$

$n = 1$

$1 - 1 = 3 \cdot 0$

$0 = 0$

$$\sum_{i=1}^{1} 8 =$$

$$\sum_{i=1}^{2} 8 = 8 + 8 = 16.$$

Paso inductivo:

$n = k+1$

$(k+1)^3 - (k+1) = \cancel{3m}$

$k^3 + 3k^2 + 3 \cancel{+ 1} - k \cancel{- 1} = 3m$ ¿por qué?

$$\sum_{i=1}^{2} i(i+1) = 1(1+1) + 2(2+1) = 2 + 6 = 8$$

4. En una clase de 10 alumnos van a distribuirse 4 premios. ¿De cuántas maneras se puede hacer esto si:

(a) 5 (5 puntos) los premios son diferentes?

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ el orden importa por ser diferente.

me inclino por permutaciones.

$A_1 + P_1$
$A_1 + P_2$
$\vdots$
$A_{10} + P_4$

$${}^{10}_{4}P = \frac{(10)!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} = 5040$$

(b) 5 (5 puntos) los premios son iguales?

• no importa el orden $\boxed{1}$ $\boxed{1}$ $\boxed{1}$ $\boxed{1}$ $\boxed{1}$

• era diferente en la anterior recibir el regalo 1 que el dos pero como ahora es lo mismo recibir el uno o el dos conté de más.

• me inclino por combinatoria.

$${}^{10}_{4}C = 210$$

5. Calcule el número de cadenas de 12 bits que satisfacen los siguientes requerimientos:

(a) 5 (5 puntos) contienen exactamente 5 unos.

$${}^{12}_{5}C = 792$$

$\underset{1}{1}\ \underset{2}{1}\ \underset{3}{1}\ \underset{4}{1}\ \underset{5}{1}\ \underset{6}{0}\ \underset{7}{0}\ \underset{8}{0}\ \underset{9}{0}\ \underset{10}{0}\ \underset{11}{0}\ \underset{12}{0}$ es lo mismo que

10 10 10 10 1 0 0 0

• entonces me inclino por combinatoria.

• dspo repartir 5 unos entro de 12.

(b) 0 (5 puntos) contienen más unos que ceros. para fracasado, contienen más de seis unos repartir 6 dentro de 12

111 111 000000 lo mismo que 000000 111111

• me inclino por combinatoria.

$${}^{12}_{6}C = 924$$

6. 0 (5 puntos) Una popular tienda de dulces cuenta con 4 distintas presentaciones para elegir: chocolates, bombones, paletas y gomitas. Al momento de escoger Ud. nota lo siguiente:

- de los chocolates, bombones y gomitas hay por lo menos 20 de cada uno
- solo hay 10 paletas

Si hubiese 20 de c/u: $^{20}_{4}C - 4\,^{1}_{4}C - 4\,^{1}_{3}C - 4\,^{2}_{3}C - 4\,^{1}_{3}C - 4\,^{2}_{3}C$ $-4\,^{1}_{3}C$

Si Ud. debe escoger al menos un dulce de cada tipo, ¿de cuántas maneras es posible elegir 20 de ellos?

Respuesta: • debo escoger uno de 20 chocolates, uno de 20 gomitas

• si escojo uno de chocolate tengo 19 más de los

$^{14}_{4}C - ^{5}_{3}C - ^{4}_{3}C$ distintas $_{3}^{2}C - ^{1}_{5}$ sabores

$^{20}_{4}C - 4\,^{1}_{4}C - 12\,^{1}_{3}C - 8\,^{2}_{3}C$

descuento de opciones

Principio del producto:

$\underbrace{|19|}_{B} * \underbrace{|19|}_{g} * \underbrace{|19|}_{ch} * \underbrace{|9|}_{P} = 61731$

no importa el orden por ser así combinatoria

$B_1 + G_1 + Ch_1 + P_1 \dots P$

20 20 20 20

| 1 | 1 | 1 | 17 |

¿Cómo poner 20 objetos en 4 casillas?

$^{20}_{4}C$

$^{20}_{4}C - 4\,^{20}_{1}C - 4\,^{1}_{5}C -$

Si tomo 19 de una, hay $^{3}_{1}C$ formas distintas de tomar el faltante y de esta manera hay 4 formas.

$4\,^{3}_{1}C$

Hay $^{4}_{1}C$ maneras de tomar todos de una casilla, ‖ | 18 | | 1 | 1 | $4\,^{3}_{2}C$ ‖ | 17 | 3 | 1 | 1 | $4\,^{3}_{1}C$ + | 2 | 2 | 1 | 1 | $+ 4\,^{3}_{2}C$

7. 2 (5 puntos) Calcule el número de palabras diferentes que pueden formarse usando todas las letras de la palabra MISSISSIPPI.

4 I
3 I
2 P
1 M
4 S

$\frac{M}{1}\ \frac{I_1}{2}\ \frac{S_1}{3}\ \frac{S_2}{4}\ \frac{I_2}{5}\ \frac{S_3}{6}\ \frac{S_4}{7}\ \frac{I}{8}\ \frac{P_1}{9}\ \frac{P_2}{10}\ \frac{I_3}{11}$

$26 * 26 * 26 * \dots 26$

Permutación generalizada.

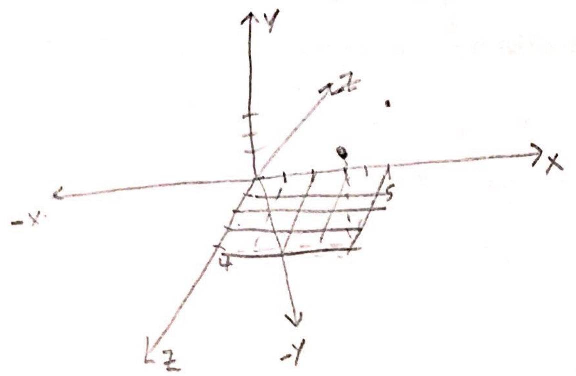
$\underbrace{P(26,26)}_{} = \frac{26!}{0! * 3! * 2! * 1! * 4!} = \frac{26!}{12 * 24}$

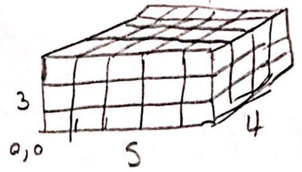
cuento como que si fuesen indistinguibles y descuento las repeticiones

$\underbrace{6 * 2 * 1}_{12}$ $4*3 = 12*2 = 24*1 = 24$

$12 * 24$

8. (a) (5 puntos) Calcule el número de caminos en el espacio $xyz$ desde el origen hasta el punto $(5, 3, 4)$, tales que cada camino está formado por una serie de pasos, y cada paso es bien un movimiento en la dirección positiva del eje $x$, uno en la dirección positiva del eje $y$, o bien, uno en la dirección positiva del eje $z$ (no están permitidos los movimientos en las direcciones negativas de los 3 ejes).



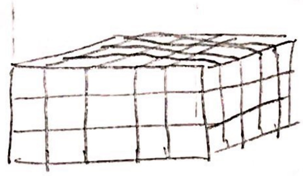

12 movimientos en total

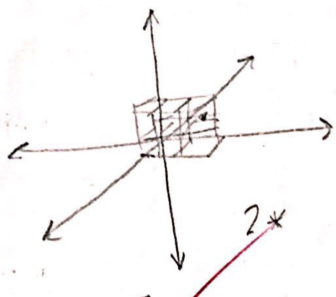
, veces

$$\frac{12!}{0!} = 12.$$

~~479001600 formas del origen a (5,3,4)~~

(b) (5 puntos) ¿Cuántos de los caminos del inciso anterior no pasan por el punto $(2, 2, 1)$?





2*

~~$[(5-2), (3-2), (4-1)]$~~

~~$[3, 1, 3]$~~

7 movimientos en total

$P(7,7) = 5040$

2019-09-23

# Identidad de Bézout

"Dados $a, b \in \mathbb{Z}^+$, existen $x, y \in \mathbb{Z}$ tales que:
$\text{mcd}(a,b) = ax + by$"

Ej: Sabemos $\text{mcd}(5,3) = 1$. Por la identidad de Bézout sabemos que existen $x, y$ $\mathbb{Z}$ con:

$$1 = 5x + 3y$$

por ejemplo: $x = -1$ ; $y = 2$

$1 = 5(-1) + 3(2)$
$1 = 5(-1+3) + 3(2-5)$
$1 = 5(-1) + 5\cdot 3 + 3\cdot 2 - 3\cdot 5$
$1 = 5(-1+6) + 3(2-10)$
$1 = 5\cdot(1) + \cancel{5\cdot 6} + 3\cdot 2 - \cancel{3\cdot 10}$

$\boxed{!}$
- Bézout dice que existen $x, y$ $\mathbb{Z}$, pero no dice cómo encontrarlos.
- De hecho los numeros $x, y$ $\mathbb{Z}$, no son únicos.

Ej: El algoritmo de euclides extendido:

$a = 328 \quad b = 500$

Por Bézout, sabemos que existen $x, y \in \mathbb{Z}$ tales que:

- agarramos la última ecuación con residuo

$16 = 12 + 4$
$16 - 12 = 4$

$4 = 500x + 328y$

$\therefore$ ¿Cómo encontramos $x$ e $y$?

$\text{mcd}(500, 328)$
$500 = 328 + 172$ (1) (5)
$\text{mcd}(328, 172)$
$328 = 172 + 156$ (2) (4)
$\text{mcd}(172, 156)$
$172 = 156 + 16$ (3) (3)
$\text{mcd}(156, 16)$
$156 = 9\cdot 16 + 12$ (4) (2)
$\text{mcd}(16, 12)$
$16 = 12 + 4$ (5) (1)
$\text{mcd}(12, 4)$
$12 = 4\cdot 3 + 0$
$\text{mcd}(4, 0)$

$$\boxed{16 - 1\cdot 12 = 4}$$ ①

master

- De la ecuacion ② despejo el residuo:

$156 - 9\cdot 16 = 12$ ②

! no desarrollar las multiplicaciones

- sustituyo el 12 en ① y remplazo en la ①

$$\boxed{16 - (156 - 9\cdot 16) = 4}$$

master

De la ecuación ③ despejamos : $16 = 172 - 156$ sustituimos en master:

③ $172 - 156 = 16$

$16 - 156 + 9\cdot 16 = 4$

$10\cdot 16 - 156 = 4$

$$\boxed{10\underbrace{(172-156)}_{③} - 156 = 4}$$

master

④ $328 - 1\cdot 172 = 156$

⑤ $500 - 328 = 172$

$10(172 - 156) - 156 = 4$

$10\cdot 172 - 10\cdot 156 - 156 = 4$

$10\cdot 172 - 11\cdot 156 = 4$

$10\cdot 172 - 11\underbrace{(328 - 172)}_{④} = 4$

$10\cdot 172 - 11\cdot 328 + 11\cdot 172 = 4$

$21\cdot 172 - 11\cdot 328 = 4$

$21\underbrace{(500 - 328)}_{⑤} - 11\cdot 328 = 4$

$21\cdot 500 - 21\cdot 328 - 11\cdot 328 = 4$

$21\cdot 500 - 32\cdot 328 = 4$

$21\cdot \underbrace{500}_{b} - 32\cdot \underbrace{328}_{a} = 4$

$x = 21$ ; $y = 32$

es una de las infinitas soluciones

Encontramos las demás soluciones tienen la forma siguiente:

$$x = 21 + k_1$$
$$y = -32 - k_2$$

Los escogemos de forma inteligente

Recordemos:

$$mcd(a,b) \cdot mcm(a \cdot b) = a \cdot b$$

Si escogemos $K_1 = \frac{328}{\underbrace{4}_{mcd}}$ $\quad K_2 = \frac{500}{\underbrace{4}_{mcd}}$

master
$$4 = 500 \cdot \left(21 + \frac{328}{4}\right) + 328\left(-32 - \frac{500}{4}\right)$$
$$= 500 \cdot 21 + \cancel{\frac{500 \cdot 328}{\underbrace{4}_{mcm(500,328)}}} + 328(-32) - \cancel{\frac{328 \cdot 500}{4}}$$
$$= 500 \cdot 21 + 328(-32)$$

---

En general una solución tiene la forma para x:

$$x = 21 + \frac{328}{4} \cdot K$$
$$y = -32 - \frac{500}{4} K$$

$K \in \mathbb{Z}$

---

En resumen:

- Bézout: $mcd(a,b) = ax + by$
  - Euclides extendido:
    Encuentre soluciones $x = x_0$ & $y = y_0$
  - La solución general: donde $K \in \mathbb{Z}$

$$\boxed{x = x_0 + \frac{b}{mcd(a,b)} \cdot K} \qquad \boxed{y = y_0 - \frac{a}{mcd(a,b)} \cdot K}$$

# Ecuación Diofantina

2019-09-25

**Def:** Ecuación diofantina, una ecuación de la forma:

$$ax + by = c$$

con $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$, se llama ecuación diofantina.

- Las soluciones $x, y \in \mathbb{Z}$ pueden, o no existir.

$$3x + 5y = \underbrace{1}_{mcm}$$

$x = 2$ ✓

$y = -1$

$$3x + 5y = 2$$

$x = 4$, $x = -1$

$y = -2$, $y = 1$

¿relación?
son el doble

$$3x + 5y = 7$$

$x = -21$

$y = 14$

son el doble

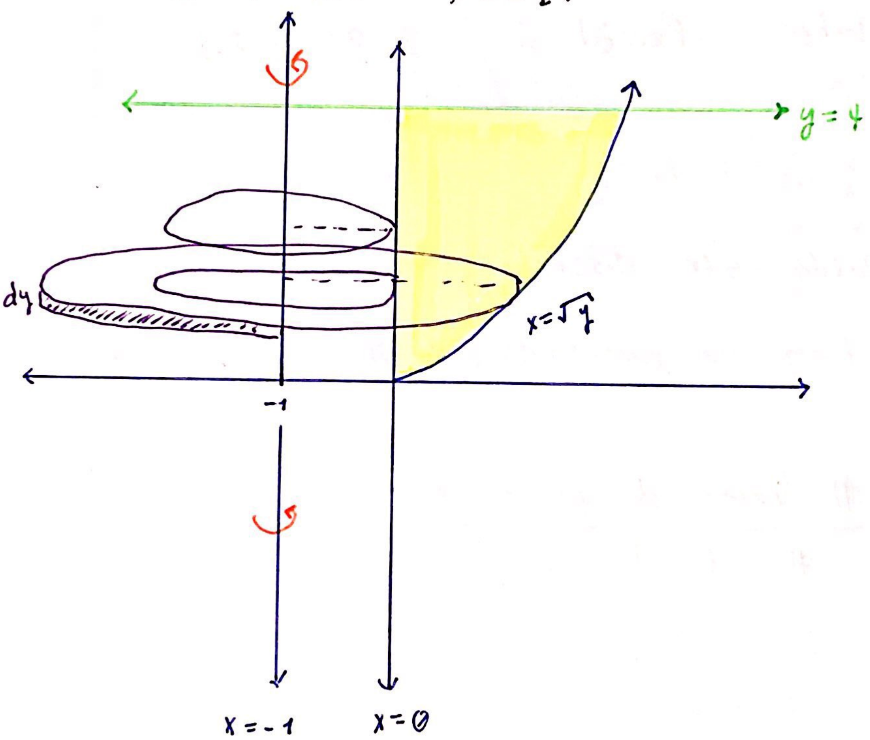
$\boxed{!}$ Esta ecuación tiene solución si y solo si,

$$c = K(mcd(a,b))$$

2019-09-26

# Corto # 7 - Resolución apriori

El sólido se obtiene al girar $x_1 = \sqrt{y}$, $x_2 = 0$, & $y_1 = 4$ alrededor de la recta $x = -1$.




b) $R_{int} = 1$ $R_{ext} = 1 + \sqrt{y}$ Límites $0 \leq y \leq 4$

$$V = \pi \int_0^4 R_{ext}^2 - R_{int}^2 \, dy = \pi \int_0^4 (1 + y^{1/2})^2 - 1 \, dy$$

$$V = \pi \int_0^4 (2y^{1/2} + y) \, dy$$

Simulacro Lunes 7 de octubre 2:30 PM C.E.S

7.8 Integrales impropias 7.6. 128 8.5. Probabilidades

Lunes 14 de octubre Parcial 2 2:30 C.E.S.

## Probabilidades (P. 123)

Un evento puede ser discreto o continuo.

Def: Discreto: hay un número finito y contable de eventos.

$$\text{Probabilidad} = \frac{\#\ \text{veces de que ocurra un evento}}{\#\ \text{total de eventos}}$$

Dado:

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Probabilidad $P(x \geq 5) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

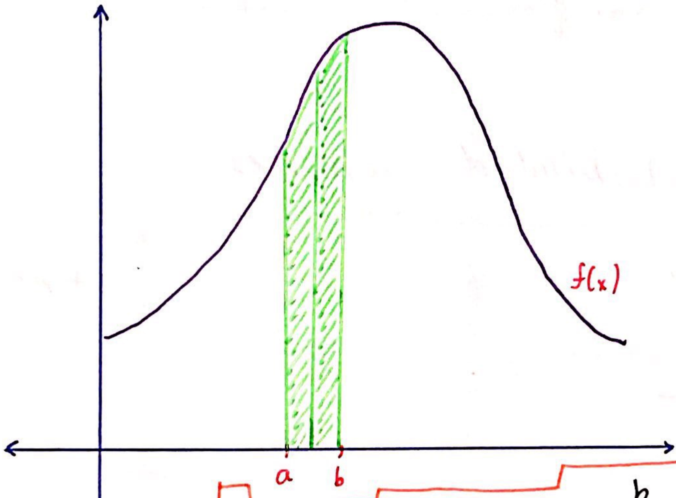
$\boxed{!}$ Probabilidad que ocurran cualquier evento esta entre 0 & 1. $0 \leq P(x) \leq 1$

Probabilidad de ocurra todos eventos:

$$\sum_{i=1}^{n} P(X_i)$$

$\boxed{!}$ enfoque en estadística & mate discreta.

Continuo: el número de eventos no es contable, el dominio de los eventos son los $\mathbb{Z}^+$.




mediciones de cantidades como pesos, alturas, tiempo, volúmenes, áreas.

La probabilidad de que ocurra un evento a y b es el área bajo la curva.

$$\boxed{P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x)\,dx}$$

- **Función de densidad de probabilidad $f(x)$:**

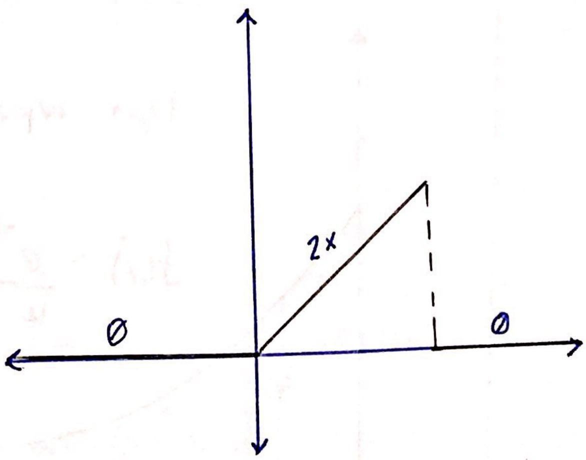
Condiciones:

i. $f(x) \geq 0$ en $-\infty \leq x \leq \infty$

ii. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$ La probabilidad tiene que ser del 100%

Ej:

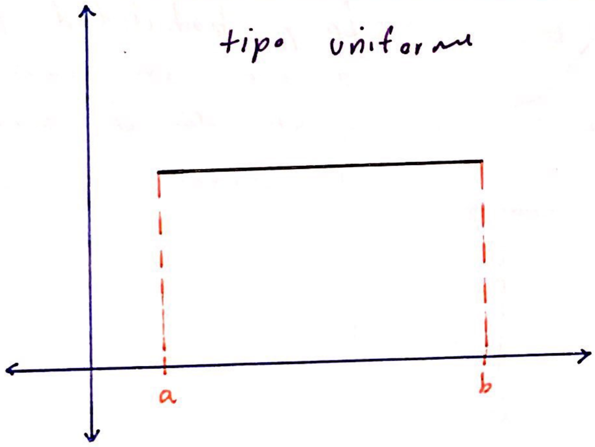
$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 2x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases}$$



$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_{0}^{1} 2x\,dx = x^2\Big]_0^1 = 1$$

3. Distribuciones de probabilidad comunes:

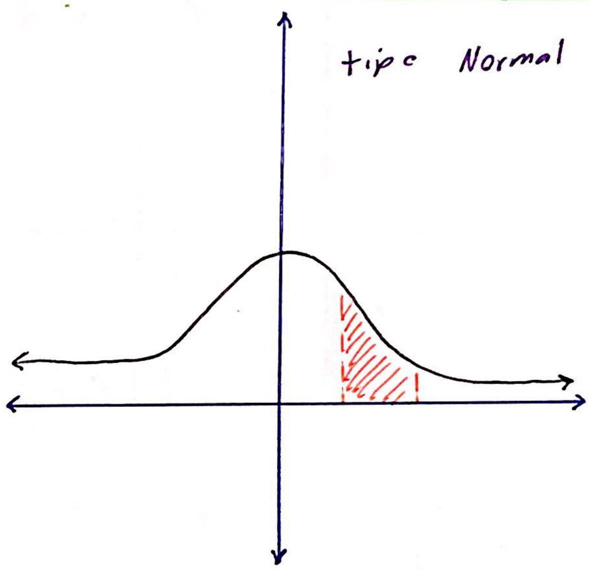
tipo uniforme




$$u(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{1}{b-a} & a \le x \le b \\ 0 & x > b \end{cases}$$

$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} u(x)}$$

tipo Normal

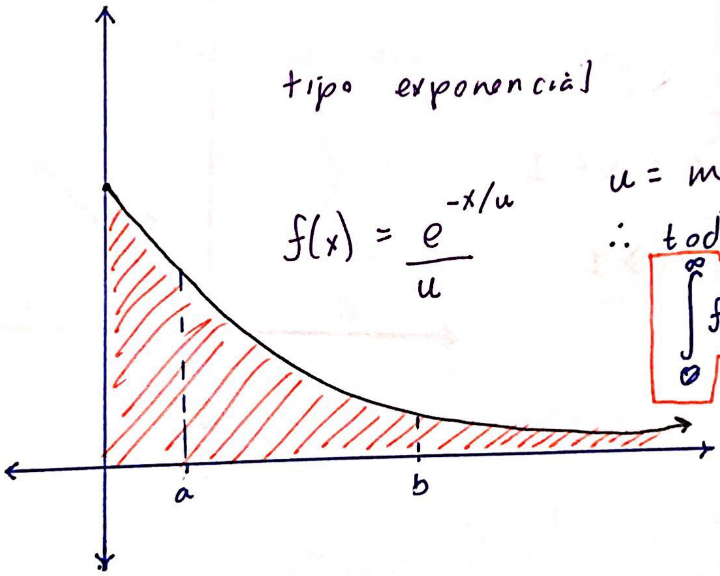


$$u(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$$

$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} u(x)}$$

Normal, media 0 y desviación estándar de 1

tipo exponencial




$$f(x) = \frac{e^{-x/u}}{u}$$

$u$ = media

∴ todos lo eventos

$$\boxed{\int_{0}^{\infty} f(x)\,dx = 1}$$

medición, tiempo, pesos

Ejercicio: Compruebe de que la distribución uniforme y la distribución exponencial son fracciones de densidad.

$$U(x) = \frac{1}{b-a} \quad a$$

$$P(-\infty \leq x \leq \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} U(x)\,dx = \int_{a}^{b} \frac{1}{b-a}\,dx = \left.\frac{x}{b-a}\right]_{a}^{b} =$$

$$= \frac{b-a}{b-a} = 1$$

$U(x) \geq 0$ en $\mathbb{R}$ es una función de densidad

Exponencial:

$$P(0 \leq x \leq \infty) = \int_{0}^{\infty} e^{-x/u} \frac{dx}{u}$$

$u$ es el tiempo promedio

$$u = \frac{-x}{u} \quad dw = \frac{-dx}{du}$$

$$u(\infty) = -\infty$$
$$u(0) = 0$$

67

Universidad Francisco Marroquín
Accounting Based Decision Making
Sección B
Catedrático Leonela Méndez

16/09/2019

**Quiz 8**

**Nombre:** David Cargo **Carné:** 20190432

**Empresa ABC comercializadora de ropa y accesorios para la venta a mayorista, realizó las siguientes transacciones el mes de enero 2019. Realizar partida contable y ecuación contable.**

**1. 03/01/2019: Se compraron 10 caja de collares a crédito por Q4,000.00. Condiciones de pago 3/10, n/30.**

3/01/2019

| | D | H |
|---|---|---|
| compra/inventario | 4,000.00 | |
| cuentas por cobrar | | 4,000.00 |

A = P + C
4,000 = 4,000

- Registro de compra por crédito.
- descuento aplicable de 3% hasta el 13/01/19

**2. 06/01/2019: Se vendió mercadería al crédito por Q6,000.00, bajo condiciones 2/10, n/30. El costo de la mercadería fue de Q3,000.00.**

| | D | H |
|---|---|---|
| ~~Inventario~~ | ~~6,000~~ | |
| ~~cuentas por pagar~~ | | ~~6,000~~ |

~~A = P + C~~
~~6,000 = 6,000~~

en hoja

C: • 2% descuento aplicable hasta el 16/01/2019 si paga

**3. 12/01/2019: Se pagó con cheque la compra realizada el 3 de enero.**

• hay descuento

| | D | H |
|---|---|---|
| efectivo | | 3880 |
| cuentas por ~~pagar~~ | 3880 | |

A = P + C
-3880 = -3880

3/4

**4. 16/01/2019: Se vendió mercadería de contado por Q9,000.00. El costo de la mercadería fue de Q2,500.00**

en hoja

**5. 20/01/2019: Se recibe pago de la venta realizada el 6 de enero.**

en hoja

②

| 06/01/19 | D | H |
|---|---|---|
| Ventas | | 6000 |
| Cuentes por cobrar | 6000 | |

• descuento aplicable hasta el 16

$A = P + C$

6000

-6000+

| ~~06/01/19~~ | ~~D~~ | ~~H~~ |
|---|---|---|
| ~~costo de ventas~~ | | |

C: registro de ventas y ~~E~~ cuentes por cobrar de 6000

④

| 16/01/19 | D | H |
|---|---|---|
| Ventas | | ~~2500~~ 9000 |
| costo. de ventas | 2500 | |
| ganancia | 6500 | |

$A = P + C$ 9000 - 2500 - 6500

$0 = 0$

C: Se registra venta y costo de venta con ganancia

⑤

| 20/01/2019 | D | H |
|---|---|---|
| efectivo | 6000 | |
| cuentes por cobrar | | 6000 |

$A = P + C$

6000

-6000

$0 = 0$

C. Se registra el pago por servicio a crédito.

2019-09-30

# Aritmética Modular

**Definición:** Congruencia módulo n.

"Dados dos enteros a, b & un entero positivo n, decimos que a & b son congruentes módulo n, si is solo si,

$$a \mid (a-b)$$ "

Esto lo representamos como:

$$a \equiv b \mod (n) \quad \text{ó},$$

$$a \equiv_n b$$

$\boxed{!}$ $n \mid (a-b)$, quiere decir también que a & b tienen el mismo residuo al ser dividido por n.

Observación:

$$\begin{array}{rl} a = & q_1 \cdot n + r \\ - \quad b = & q_2 \cdot n + r \\ \hline a - b = & n(q_1 - q_2) \cancel{+ r - r}\ 0 \end{array}$$

$$\frac{a-b}{n} = (q_1 + q_2) \iff n \mid (a-b)$$

* Por eso $n \neq 0$

Ej: El módulo 3.

- Tomemos el conjunto de todos los posibles residuos al dividir un entero por tres:

$$\{0, 1, 2\}$$

- Cada número entero puede relacionarse con uno y solo uno de los enteros en:

$$\{0, 1, 2\}$$

- Por ejemplo: relacionados con el residuo 0 están:

Dominio

$$\underbrace{\ldots -6, -3 \xleftarrow{-3} 0 \xrightarrow{3} 3, 6, \ldots}_{} \qquad \boxed{3\mathbb{Z}}$$

esto es por el módulo en el que estamos trabajando.

- estos son representados por el cero (ya que ese es su residuo al ser divididos por 3).

En otras palabras:

$$0 \equiv_3 \ldots, -9, -6, -3, 0, 3, 6, 9$$

- Por otro lado, los que están relacionados con el uno son:

Dominio

$$1 \equiv_3 \ldots -5, -2 \xleftarrow{-3} 1 \xrightarrow{+3} 4, 7, 10, \ldots \qquad \boxed{3\mathbb{Z} + 1}$$

- Finalmente, los que están relacionados con el dos son:

$$2 \equiv_3 \ldots -4, -1, 2, 5, 8, 11 \ldots \qquad 3\mathbb{Z}+2$$

$$\underset{-3}{\curvearrowleft} \quad \underset{+3}{\curvearrowright}$$

$\therefore$ Al conjunto de todos los residuos que resultan al dividir por 3, se les llama enteros módulo 3 y se les representa por $\mathbb{Z}_3$ (se lee "zeta tres")

$$\mathbb{Z}_3 \equiv \{0, 1, 2\}$$

En general:

- **Def:** Enteros modulo n: Dado n un entero positivo, le llamamos enteros módulo n al conjunto de residuos posibles al dividir un entero por n; se le representa como $\mathbb{Z}_n$.

$$\mathbb{Z}_n = \{0, 1, 2, \ldots, (n-1)\}$$

"uno es el regalado por que

$$\mathbb{Z}_1 \equiv \{0\}$$"

Ej: ¿Quién es 117 en $\mathbb{Z}_6$?

Queremos r en la ecuación:

$$117 = \square\, 6 + r$$

$$\left[\frac{117}{6}\right] \approx 19$$

$r = 117 - 19 \cdot 6 = 3$, en conclusión $117 \equiv_6 3$

60

# Corto #7 Cálculo Integral (20 min)

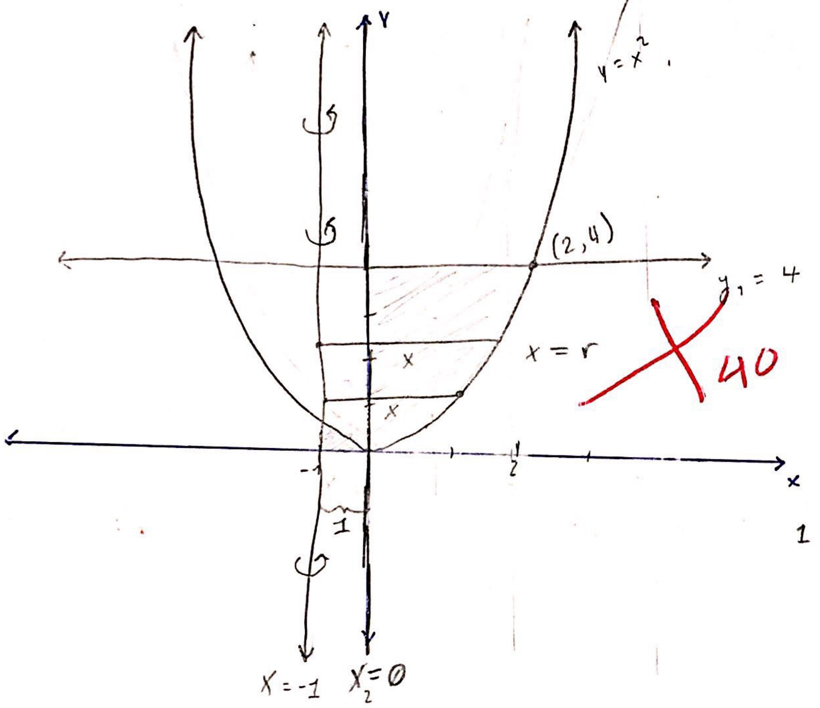
**Nombre:** David Corzo **Carnet:** 20190432

Un sólido se obtiene al girar $x_1 = \sqrt{y}$, $x_2 = 0$ y $y_1 = 4$, alrededor de la recta $x = -1$.

a. Grafique la región, indicando curvas, intersecciones y el eje de rotación. **(50 pts.)**

b. Planteé la integral de volúmen. **(50 pts.)**

c. Calcule el volúmen resolviendo la integral. **(20 pts. extra)**




$X_1 = \sqrt{y}$

$X^2 = y$

$x^2 = 16$

$x = 4$

intercepto $X_1$ con $y_1$:

$x^2 = 4$

$x = \pm 2$

intercepto en $(2, 4)$

Radio =

$A = \pi r^2$

$r = 1 \sqrt{y}$

integro respecto a y

$$A = \pi r^2$$

$$V = \pi \int_{-1}^{2} (1 + \sqrt{y})^2 \, dy \quad 20$$

$$= \pi \int_{-1}^{2} (1 + 2\sqrt{y} + y) \, dy$$

$$= \pi \left( y + \frac{4}{3} y^{3/2} + \frac{1}{2} y^2 \right) \Big]_{-1}^{2}$$

$$= \pi \left[ \left(2 + \frac{4}{3}(2)^{3/2} + \frac{1}{2}(2)^2\right) - \left(-1 + \frac{4}{3}(-1)^{3/2} + \frac{1}{2}(-1)^2\right) \right]$$