Desplazamientos y distancias

30/07/2019

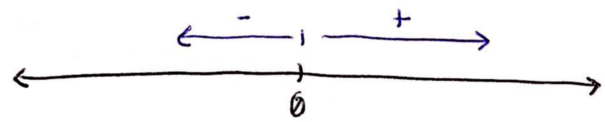
- El dezplazamiento puede ser 0 pero la distancia siempre será positiva.

▲ La integral de la derivada $f'(x)$ es la función original

$$\int_a^b f'(x)\,dx = f(x)\Big]_a^b = \underbrace{f(b) - f(a)}_{\text{cambio neto}}$$

- Si se conoce el la razón de cambio de una función el cambio neto se obtiene integrando la razón de cambio.

- dezplazamiento en <u>una</u> dimensión



$$S = \int_a^b v(t)\,dt$$

$$= \int_a^b s'(t)\,dt$$

Aplicaciones de economía

- Costo marginal $c'(x)$ costo neto $= \int_a^b c'(x)\,dx$
- población

Población neta $\int_a^b f'(x)\,dx$

Ej.: una partícula tiene una velocidad de $v(t) = \dfrac{2}{t^{4/3}}$ cm/s encuentre el desplazamiento entre $t = 1$ y 8

$$\int_1^8 v(t)\,dt = 2\int_1^8 t^{-4/3}\,dt = -6t^{-1/3}\Big]_1 = 6t^{-1/3}\Big]_8^1$$

$$S = 6\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1}} - \frac{1}{\sqrt[3]{8}}\right) = 6\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \text{ cm/s}$$ Desplazamiento neto

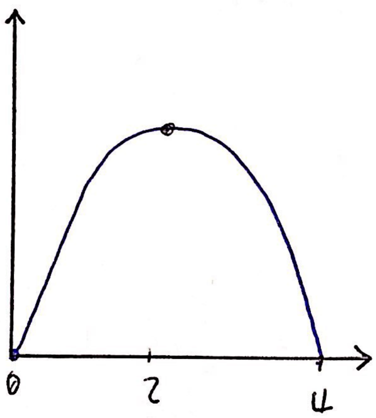
Ejercicio 1: Se lanza una pelota con una velocidad inicial de 64 pies/s, a nivel del suelo. Encuentre el desplazamiento de la pelota entre 1 y 3 s.

$$v(t) = 64 - 32t \qquad g = -32 \text{ pies/s}$$

$$s = \int_1^3 v(t)\,dt = 64t\Big]_1^3 - 16t^2\Big]_1^3$$

$$= 64(3-1) - 16(9-1) = 128 - 128 = 0$$

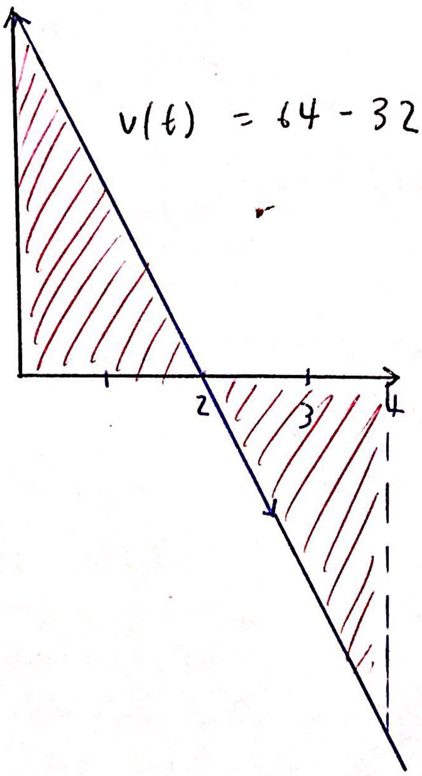
no hay cambio Neto en la posición



$$64 - 32t = 0$$

$$-32t = -64$$

$$t = \frac{-64}{-32} = 2 \text{ Pt. crit.}$$



$$\boxed{\text{Desplazamiento} \quad s = \int_a^b v(t)\,dt}$$

* Por eso se hace 0 entonces..

$$\boxed{\text{Distancia} \quad d = \int_a^b |v(t)|\,dt}$$

Rapidez $= |v(t)|$ número o escalar

velocidad es un vector

Para encontrar la distancia

$\cong 0$ A_2 es negativa

Desplazamiento $s = A_1 + A_2$

Distancia, $s = A_1 - A_2$

Procurar siempre ser positiva

Para el ejercicio 1, encuentre la distancia recorrida por la pelota 1, 3 s.

$$d = \int_1^3 |v(t)|\, dt = \int_1^3 (64 - 32t)\, dt$$

*Se hace 0 en dos:

- Pts críticos

		2	
$64-32t$	$+$		$-$

Dist.

$$d = \underbrace{\int_1^2 v(t)\, dt}_{A_1} - \underbrace{\int_2^3 v(t)\, dt}_{A_2}$$

$$d = \int_1^2 64 - 32t\, dt + \int_2^3 32t - 64\, dt$$

$$d = 64t - 16t^2 \Big]_1^2 + 16t^2 - 64t \Big]_2^3$$

$$d = 64t - 16t^2 \Big]_1^2 + 16t^2 - 64 \Big]_2^3$$

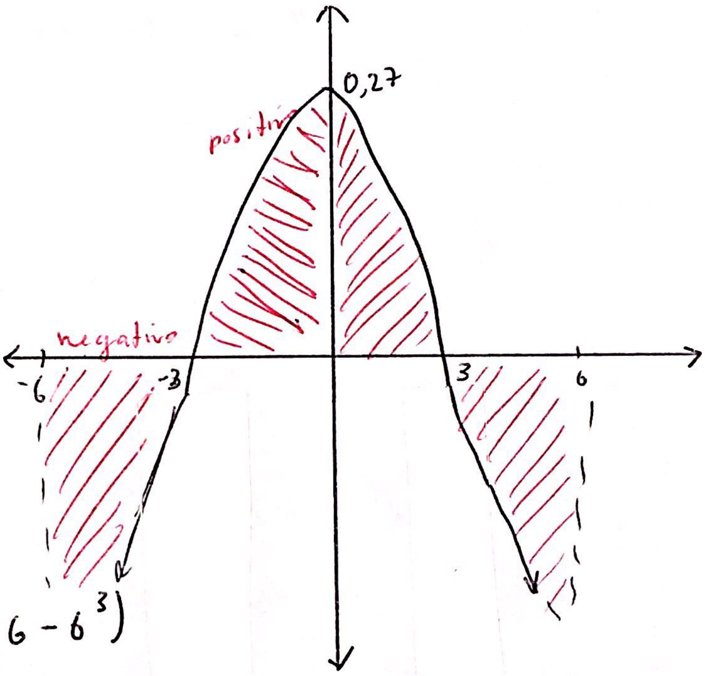
$$d = 128 - 64 - (64 - 16) + 16(9-4) - 64(3-2)$$

$$d = 64 - 48 + 80 - 64$$

Ejercicio 2: Un vehículo da vueltas alrededor de un circuito a una velocidad $v(t) = 27 - 3t^2$ millas/h.

a) Plantee la integral para encontrar el desplazamiento del vehículo entre -6 y 6 horas.

$$S = \int_{-6}^{6} (27 - 3t^2)\,dt$$



Es par entonces solo integremos un solo lado

$$\underbrace{f(-x) = f(x)}_{\text{par}}$$

$$S = 2\left(27t - t^3\Big]_0^6\right) = 2(27 - 6 - 6^3)$$

$$= 2(-54) = \underbrace{-108 \text{ millas}}_{\text{es una magnitud negativa}}$$

---

b) Plantee para encontrar la distancia del vehículo entre -6 y 6 horas

$$d = -A_1 + A_2 - A_3$$

$$d = \int_{-6}^{6} v(t)\,dt$$

$$d = -\int_{-6}^{-3} v(t)\,dt$$

$$d = 2\int_0^3 v(t)\,dt - 2\int_3^6 v(t)\,dt$$

Por paridad

$$d = -\int_{-6}^{-3} (27 - 3t^2)\,dt + \int_{-3}^{3} (27 - 3t^2)\,dt + \int_{3}^{6} (3t^2 - 27)\,dt$$

Integrales indefinidas: desplazamiento, velocidad y aceleración

$$\int f(t)\,dt = F(t) + C \text{ , función}$$

- Dada la aceleración del objeto $a(t) = v'(t)$
- velocidad $= v(t) = \int a(t)\,dt + C_1$
- Velocidad inicial $v(0) = V_0$ reposo es que $V_0 = 0$

Posición $s(t) = \int v(t)\,dt + C_2$

Posición inicial $s(0) = S_0$ posición equilibrio $s(0) = 0$

Ejercicio 3: Un cohete despega con una aceleración vertical de $a(t) = t^2\left(\frac{72}{t} - 36\right)\ ft/s^2$

- La posición inicial es 0 pies metros sobre el nivel del mar y la velocidad inicial es de 400 ft/s.

a) Encuentre la posición vertical del cohete. sobre el nivel del mar 5 km

$$a(t) = 72t - 36t^2$$

velocidad $= \int (72t - 36t^2)\,dt$

$$v(t) = 36t^2 - 12t^3 + C_1$$

$$v(0) = C_1 = 400$$

Posición $s(t) = \int v(t)\,dt = 12t^3 - 3t^4 + 400t + C_2$

$$s(0) = 0 + 0 + C_2 = 0$$

b) Encuentra la rapidez y la velocidad a los 10 s.

$$v(0) = 36(100) - 12(1000) + 400$$
$$= 4800 - 12,000 = -8000 \text{ ps/s}$$

rapidez $= |v(0)| = 8000$ ps/s

Ejercicio 4: Un resorte en reposo y en su punto de equilibrio tiene una aceleración de:

$$a(t) = 4\cos(t) - 3\sin(t)$$

velocidad y posición del resorte

$$v(t) = \int 4\cos t - 3\sin t \, dt = 4\sin t + 3\cos t + C_1$$

$$v(0) = 0 + 3 + C_1 = 0$$
$$C_1 = -3$$

$$v(t) = 4\sin t + 3\cos t - 3$$

Posición

$$s(t) = \int (4\sin t + 3\cos t - 3)\,dt$$
$$s(t) = -4\cos t + 3\sin t - 3t + C_2$$
$$s(0) = -4 + 0 + 0 + C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = 4$$

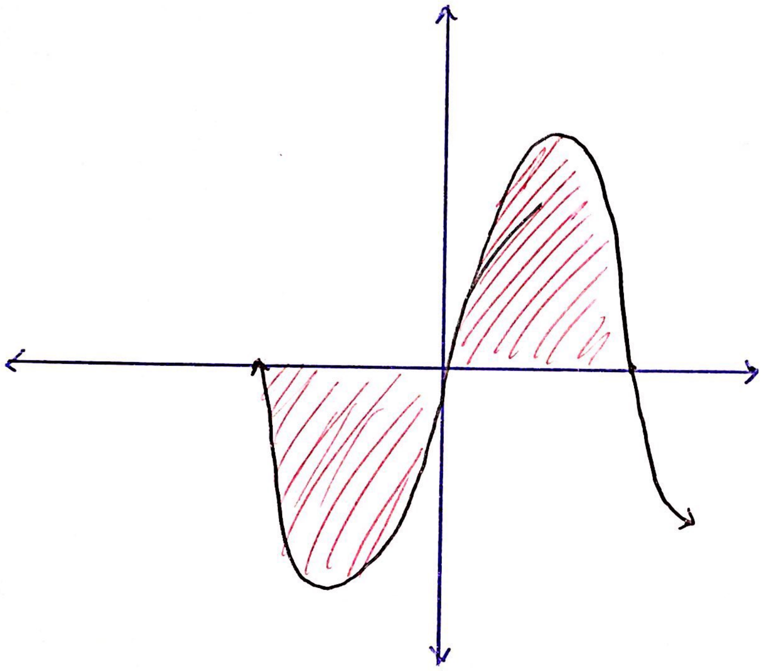
$$s(t) = -4\cos t + 3\sin t - 3t + 4$$

Funciones pares e impares

$$\int_{-100}^{100} \underbrace{(\sin x + x^3 + \tanh x)}_{\text{tres funciones impares}} \, dx$$

$\sin(-x) = -\sin x$

$(-x)^3 = -x^3$



Las áreas se cancelan entre sí

$$\int_{-a}^{a} f\,par(x)\,dx = 2\int_{0}^{a} f\,par(x)\,dx$$

$$= 0$$

$$\int_{-a}^{a} f\,par(x)\,dx = 2\int_{0}^{a} f\,par(x)\,dx$$