5.4 La Integral Indefinida

Una antiderivada de f es una función F(x) cuya derivada es f(x).

$$F'(x) = f(x)$$

$f(x) = 10x^4$ una antiderivada. $F(x) = 2x^5$

$F'(x) = 10x^4$

$F(x) = 2x^5 + \pi$ $\quad$ $F(x) = 2x^5 - 1,215$

Antiderivada General: $F(x) = 2x^5 + C$.

constante de integr.

La Integral Indefinida de f(x) respecto a x, es la antiderivada más general de f.

$$\boxed{\int f(x)\, dx = F(x) + C} \qquad C \in \mathbb{R}.$$

sigma elongada $\int$ $\quad$ dx diferencial

integre respecto a x

$\int f(x, y)\, dx$ $\quad$ $\int f(x, y)\, dy$.

$f(x, y) = 2x + y$.

$\int (2x + y)\, dx = x^2 + yx + C$.

$\int (2x + y)\, dy = 2xy + \frac{y^2}{2} + C$.

Integrar significa encontrar la antiderivada general de f $\quad$ $\int dx$.

Integrales indefinidas Básicas.

Reescriba las reglas de Antiderivadas.
Voltear la tabla de derivación.

$\int x^n\,dx = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + C.$, $\int \dfrac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C.$

$n \neq -1$

$\int e^x\,dx = e^x + C$ $\qquad$ $\int a^x\,dx = \dfrac{a^x}{\ln(a)} + C.$

$\int \cos x\,dx = \sin x + C.$ $\qquad$ $\int \tan x\,dx$? $\quad$ $\int \sec x\,dx$?

$\int \sin x\,dx = -\cos x + C.$ $\qquad$ $\int \cot x\,dx.$? $\quad$ $\int \cot x\,dx$?

$\int \sec^2 x\,dx = \tan x + C.$ $\qquad$ $\int \sec x \tan x\,dx = \sec x + C.$

$\int \csc^2 x\,dx = -\cot x + C$ $\qquad$ $\int \csc x \cot x\,dx = -\csc x + C.$

$\int \dfrac{1}{1+x^2}\,dx = \tan^{-1}(x) + C.$ $\qquad$ $\int \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \sin^{-1}(x) + C$

$\int \dfrac{-1}{1+x^2}\,dx = \cot^{-1}(x) + C$ $\qquad$ $\int \dfrac{1}{x\sqrt{x^2-1}}\,dx = \sec^{-1}(x) + C.$

Suma: $\int f(x) + g(x)\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$

Constante: $\int K f(x)\,dx = K \int f(x)\,dx$ $\quad$ K es constante

Ejemplos.

a) $\int (5x^{10} + 2x^5)\,dx = \dfrac{5x^{11}}{11} + \dfrac{2x^6}{6} + C.$

b) $\int \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{x^{1/2}}\,dx = \int x^{-2} + x^{-1/2}\,dx = \dfrac{x^{-1}}{-1} + \dfrac{x^{1/2}}{1/2} + C.$

b) Otra respuesta. $-\frac{1}{x} + 2\sqrt{x} + C.$

d. $\int x^{\pi} + x^{\sqrt{2}}\, dx = \frac{x^{\pi+1}}{\pi+1} + \frac{x^{\sqrt{2}+1}}{\sqrt{2}+1} + C.$

c. $\int \frac{1}{\sqrt[5]{x^2}} + \sqrt[3]{x^2}\, dx$

$\int x^{-2/5} + x^{2/3}\, dx = \frac{5}{3}x^{3/5} + \frac{3}{5}x^{5/3} + C.$

Ejercicio 1: Evalúe.

$x^{-1} \rightarrow \frac{x^0}{0}$

a) $\int (x^e + e^x)\, dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + e^x + C.$

potencia exponencial.

$a^0 = \frac{a^1}{a^1} = 1$

b) $\int \left(8 \cdot 10^x - \frac{2}{x}\right) dx = \frac{8 \cdot 10^x}{\ln(10)} - 2\ln|x| + C$

c) $\int (x-2)(x+2)(x^2+4)\, dx = \int (x^2-4)(x^2+4)\, dx.$

$\int (x^4 - 16)\, dx = \frac{x^5}{5} - 16x + C.$

d) $\int \frac{e^{4x} + e^{5x}}{e^{4x}}\, dx = \int (1 + e^x)\, dx = x + e^x + C.$

Integral Definida.

Es una integral con límites de integración en $x=a$ & $x=b$.

$\int_a^b f(x)\, dx.$ $\int f(x)\, dx = F(x) + C$

Teorema de Evaluación:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$ es un número.

utilice la notación de corchete $\Big]_a^b$ para indicar que la antiderivada se está en ambos límites.

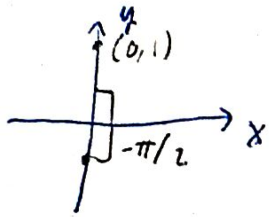
$$\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big]_{x=a}^{x=b}$$

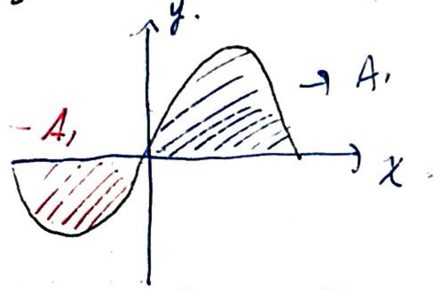
$$F(x) + C\Big]_{x=a}^{x=b} = F(b) + \cancel{C} - F(a) - \cancel{C}$$

Ejercicio 1: Evalúe los sigs. integrales definidas.

Pág. 12.

0. $$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin x\,dx = -\cos x\Big]_{-\pi/2}^{\pi/2} = -\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{-\pi}{2}\right) = 0$$ ✓✓





detalles

a. $$\int_0^3 x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big]_0^3 = \frac{27}{3} - \frac{0}{3} = 9$$

Antiderive: Luego evalúe. álgebra.

b. $$\int_9^{36} \sqrt{x}\,dx = \frac{2}{3}x^{3/2}\Big]_9^{36} = \frac{2}{3}\left(6^{2\cdot 3/2} - 3^{2\cdot 3/2}\right)$$

$x^{1/2}$

$$\frac{2}{3}\left(6^3 - 3^3\right) = \frac{2}{3}(216 - 27)$$

c. $$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{1}{1-x^2}\,dx$$ capcioso, no existe porque $\frac{1}{1-x^2}$ se indefine en $x = \pm 1$!

y 1 en $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$

No hay regla para $\int \frac{1}{1-x^2} dx = \int \frac{A}{1-x} dx + \int \frac{B}{1+x} dx$

d. $\int_1^4 \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + 3\sqrt{x} \right) dx = 2 \cdot x^{1/2} + \frac{6}{3} x^{3/2} \Big]_{x=1}^{x=4}$

indefin en $x=0$

$\int x^{-1/2} + 3x^{1/2} \, dx$

$= 2\sqrt{4} + 2 \cdot 4^{3/2} - (2\sqrt{1} + 2 \cdot 1^{3/2})$

$= 4 + 16 - (2 + 2)$

$= 20 - 4 = \underline{\underline{16}}$