Calculo Integral: Anti derivadas

23/07/2017

encontrar la integral de secante, cosecante, tan

Integral indefinida: es una función $F(x)$ cuya derivada es $f(x)$.

- La notación de integrales $\int \square \, dx$ es más cómodo ya que es más variable, se pueden integrar con respecto ~~a las variables~~ otras variables.

$$\boxed{F'(x) = f(x)}$$

Ejemplo= antiderive $f(x) = 14x^6$

$F(x) = 2x^7 \longrightarrow F'(x) = 14x^6$

$F(x) = \underbrace{2 \cdot x^7 + \pi + \sqrt{12}}$

por que se puede cancelar cualquier constante

por esto se agrega la constante de integración.

Lo más general sería
$$\boxed{F(x) = 2x^7 + C}$$

$$\int \square \, dx = F(x) + C$$

esto significa INTEGRE

Sinónimos
Antiderivada = Integrar

$\int \_\_ \, dx$ diferencial
integre respecto a x.

Reglas de Integración Básicas ⇒

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$n \neq -1$

$$\int x^{-1}\,dx = \int \frac{1}{x}\,dx = \underbrace{\ln|x| + C}_{\text{valor absoluto por que}}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\ln(-x)\right) = \frac{1}{x}$$

$$\int e^x\,dx = e^x + C$$

$$\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

Trigonometría

$\sin x \longleftrightarrow \cos x$

$\cos x \longleftrightarrow -\sin x$

$\tan x \longleftrightarrow \sec^2 x$

$\cot x \longleftrightarrow -\csc^2 x$

$$\int \cos x\,dx = \sin x + C$$

$$\int \sin x\,dx = -\cos x + C$$

$$\int \sec^2 x\,dx = \tan x + C$$

$$\int \csc^2 x\,dx = -\cot x + C$$

$$\int \sec x \tan x\,dx = \sec x + C$$

$$\int \csc x \cot x\,dx = \csc x + C$$

$$\int \tan x\,dx = \ln|\sec x| + C$$

Trigonometría Inversa

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \sin^{-1} x + C$$

$$\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}\,dx = \sec^{-1} x + C$$

$$\int \frac{1}{1+x^2}\,dx = \tan^{-1} x + C$$

$$\int \sinh x\,dx = \cosh x + C$$

Suma o diferencia

$$\int f(x) \pm g(x)\,dx = \int f(x) \pm \int g(x$$

Multiplo constante

$$\int a f(x)\,dx = a\int f(x)\,dx$$

Ejemplos pág 11

ⓐ $\int x^{50} + 2x^6\,dx = \frac{x^{51}}{51} + \frac{2}{7}x^7 + C$

ⓑ $\int \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\,dx = \tan^{-1}x + \ln|x| + x^{-1} + C$

ⓒ $\int \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt[5]{x^3}}\,dx = \int x^{1/2} + x^{-1/2} + x^{-3/5}\,dx$

$= \frac{2}{3}x^{3/2} + 2x^{1/2} + \frac{5}{2}x^{2/5} + C$

ⓓ $\int x^{\ln(2)} + x^{\sqrt{2}} + x^{\sin(2)}\,dx = \frac{x^{1+\ln(2)}}{1+\ln(2)} + \frac{x^{1+\sqrt{2}}}{1+\sqrt{2}} + \frac{x^{1+\sin(2)}}{1+\sin(2)}$

Ejercicios de libro de trabajo:

ⓐ $\int (\underbrace{x^e}_{\text{potencia}} + \underbrace{e^x}_{\text{exponencial}})\,dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + e^x + C$

ⓑ $\int \left(8\cdot 10^x - \frac{2}{x}\right)dx = \frac{8\cdot 10^x}{\ln(10)} - 2\ln|x| + C$

ⓒ $\int (x-2)(x+2)(x^2+4)\,dx = \int (x^2-4)(x^2+4)\,dx =$

$\int (x^4-16)\,dx = \frac{1}{5}x^5 - 16x + C$

ⓓ $\int e^{-4x}(e^{4x} + e^{5x})\,dx = \int (1+e^x)\,dx = x + e^x + C$

Integrales Definidas

Son integrales con límites de integración en $[x = a]$ y $[x = b]$

$$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx} \qquad \int f(x)\,dx = F(x)$$

- El teorema fundamental del calculo:

Si $f(x)$ es continua en $[a, b]$ entonces

$$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)}$$

- Se utiliza la notación corchete

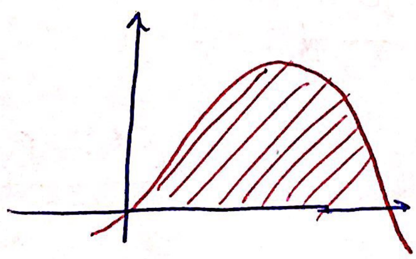
$$\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big]_{x=a}^{x=b} \text{ luego evalúa}$$

$$F(x) + c\Big]_{x=a}^{x=b} = F(b) + c - (F(a) + c) = F(b) - F(a)$$

Funciones Integrables si $\int_a^b f(x)\,dx$ existe.

Ejercicio 1 : Evalúe

a) $\int_0^{\pi} \sin x\,dx = \cos x\Big]_0^{\pi} = -\cos\pi + \cos 0 = 1 + 1 = 2$



a) $\int_0^3 x^2\,dx = \left.\frac{x^3}{3}\right]_0^3 = \frac{27}{3} - 0 = 9$

b) $\int_1^{36} \sqrt{x}\,dx = \left.\frac{2}{3}x^{3/2}\right]_9^{36} = \frac{2}{3}(\underbrace{36}_{(6^2)^{3/2}}{}^{3/2} - 9^{3/2})$

$= \frac{2}{3}(216 - 27) = 144 - 18$

$= 126$

c) $\int_0^2 \frac{1}{1-x^2}$ * esta función no existe en 1 y -1 es discontinua en el intervalo de evaluación se haría por fracciones parciales

d) $\int_1^4 \left(\underbrace{\frac{1}{\sqrt{x}}}_{x^{-1/2}} + \underbrace{3\sqrt{x}}_{3(x^{1/2})}\right)dx = \left. 2 \cdot x^{1/2} + \frac{3 \cdot 2x^{3/2}}{3}\right]_1^4$

$= 2\sqrt{4} + 2(2^2)^{3/2} - (2 \cdot \sqrt{1} + 2 \cdot 1^{3/2})$

$4 + 16 - (2 + 2) = \underline{16}$