Matemática Discreta Aplicada

Material de apoyo

David Gabriel Corzo Mcmath

2019-08-03 02:29

Índice general

I Cortos 3

1. Corto # 1 4

2. Corto # 2 8

3. Corto # 3 9

II Resumenes 12

4. Sumarry on spiral on discrete mathematics 13

III Parciales 18

IV Simulacros y repasos 25

5. Repaso simulacro de parcial 26

V Material de apoyo 31

6. Formulario de equivalencias lógicas y reglas de inferencia 32

VI Hojas de trabajo 34

7. Hoja de trabajo #1 35

Parte I

Cortos

Capítulo1

Corto # 1

Corto 1 Matemática Discreta

Miércoles, 7 de agosto 2019

Nombre y Apellidos: David Gabriel Corzo Mcmath 20190432

Tema:	1	2	Total
Puntos:	50	50	100
Nota:	15	50	65

1. (50 pts.) El día miercoles 7 de agosto, David le gustaría determinar las notas de dos colegas usando dos hechos. El primero es que él sabe que si Jean Pierre no es la nota más alta, entonces Sharon lo es. Segundo, él sabe que si Sharon no es la nota más baja, entonces Andrea es la nota más alta. ¿Será posible para David poder ordenarlos en base a su nota del corto?¿Por qué? Utilice reglas de inferencia lógica.

Premisas

en hoja ✓ ok.

2. (50 pts.) Muestre que $(p \to r) \vee (q \to r)$ es equivalente a $(p \wedge q) \to r$. Muestrelo por medio del uso de tablas de verdad.

en hoja ok.

Premisas

David Corzo

20190432

J: Jean Pierre es la nota más alta.

S: Sharon es la nota más alta.

A: Andrea es la nota más alta.

alguna es la nota más alta pero no mas de una

Proposiciones:

1. $\neg J \longrightarrow S$.
2. $\neg(\neg S) \rightarrow A$

no es cierto.

Alterno

③ $(\neg j \rightarrow S) \wedge (S \rightarrow A)$

④ $\neg j \rightarrow A$ silogismo hipotético

3. $\underbrace{(\neg j \rightarrow S)}_{1} \wedge \underbrace{(S \rightarrow A)}_{2}$
4. $(\neg S \rightarrow j) \wedge (S \rightarrow A)$ equiv. lógica contra recíproca ①
5. $(\neg S \vee j) \wedge (S \rightarrow A)$ equiv lógica ①
6. $(\neg S \vee j) \wedge (\neg S \vee A)$ equiv lógica ②
7. $\neg S \vee (j \wedge A)$ equivalencia ① y ②

falta.

$(p \to r) \vee (q \to r)$

p	q	$p \to q$	q	r	$q \to r$	$(p \to r)$	$(q \to r)$	$(p \to r) \vee (q \to r)$
0	0	1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1

$(p \wedge q) \to r$

	p	q	r	$(p \wedge q) \to r$
1	0	0	0	1
2	0	0	1	1
3	0	1	0	1
4	0	1	1	1
5	1	0	0	1
6	1	0	1	1
7	1	1	0	0
8	1	1	1	1

$\overbrace{0 \wedge 0}^{0} \to 0$

$\overbrace{0 \wedge 0}^{0} \to 1$

$\overbrace{0 \wedge 1}^{0} \to 0$

$\overbrace{0 \wedge 1}^{0} \to 1$

$1 \wedge 0 \to 0$

$1 \wedge 0 \to 1$

$\overbrace{1 \wedge 1}^{1} \to 0$

$1 \wedge 1 \to 1$

$p \to q$	
0	0
0	1
1	0
1	1

or		
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

~~el~~ ~~Res~~ resultado es equivalente.

	p	q	r	$(p \to r) \vee (q \to r)$
1	0	0	0	1 1
2	0	0	1	2 1
3	0	1	0	3 1
4	0	1	1	4 1
5	1	0	0	5 1
6	1	0	1	6 1
7	1	1	0	7 0
8	1	1	1	8 1

1 $\overbrace{(0 \to 0)}^{1} \vee \overbrace{(0 \to 0)}^{1}$

2 $\overbrace{(0 \to 1)}^{1} \vee \overbrace{(0 \to 1)}^{1}$

3 $\overbrace{(0 \to 0)}^{1} \vee \overbrace{(1 \to 0)}^{0}$

4 $\overbrace{(0 \to 1)}^{1} \vee \overbrace{(1 \to 1)}^{1}$

5 $\overbrace{(1 \to 0)}^{0} \vee \overbrace{(0 \to 0)}^{1}$

6 $\overbrace{(1 \to 1)}^{1} \vee \overbrace{(0 \to 1)}^{1}$

7 $\overbrace{(1 \to 0)}^{0} \vee \overbrace{(1 \to 0)}^{0}$

8 $\overbrace{(1 \to 1)}^{1} \vee \overbrace{(1 \to 1)}^{1}$

Capítulo2

Corto # 2

Capítulo3

Corto # 3

Corto 3 Matemática Discreta

Miércoles, 2 de octubre 2019

Nombre y Apellidos: David Gabriel Carzo Mcmath

Tema:	1	2	3	4	Total
Puntos:	35	30	35	10	110
Nota:	25	30	25	8	88

1. (35 pts.) Utilice el algoritmo de Euclides para encontrar el máximo común divisor de 100 y 101.

mcd (100, 101)

101 = 100 · 1 + 1

mcd (100, 1)

100 = 100 · 1 + 0

mcd (1, 0)

así no se escribe.

$\boxed{\text{mcd}(101, 100) = 1.}$

2. (30 pts.) ¿Qué enteros positivos menores que 12 son sus primos relativos?

mcd (11, 12)	mcd (10, 12)	mcd (9, 12)	mcd (7, 12)	mcd (
12 = 11 · 1 + 1	12 = 10 · 1 + 2	12 = 9 · 1 + 3	12 = 7 · 1 + 5	
mcd (11, 1)	mcd (10, 2)	mcd (9, 3)	mcd (7, 5)	
11 = 1 · 11 + 0	10 = 2 · 5 + 0	9 = 3 · 3 + 0	7 = 5 · 1 + 2	
mcd (1, 0)	mcd (2, 0)	mcd (3, 0)	mcd (5, 2)	
			5 = 2 · 2 + 1	
			mcd (2, 1)	
			2 = 2 · 1 + 0	
			mcd (1, 0)	

Lista de primos relativos:

11, 7, 5, 1

Def. Primo relativo: es cuando el mcd queda 1,0 por que el número en cuestión solo se divide por uno.

3. (35 pts.) ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de los siguientes números: $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^5$ y $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$?

$\text{mcm}(a,b) = \dfrac{a \cdot b}{\text{mcd}(a,b)}$

$\text{mcm} = \cancel{2^2} \cdot 3^3 \cdot \cancel{5^2}$

2		3		5	
2	2	3	3	5	5
2	2	3	3	5	5
	2	3	3	5	
	2			5	
	2			5	

4. (10 pts.) ¿Puede determinar una fórmula para la siguiente secuencia de tal forma que pueda predecir el siguiente término?

, 1, $\boxed{2}$ 3, $\boxed{2}$ 5, $\boxed{2}$ 7, $\boxed{2}$ 3, $\boxed{2}$ 11, $\boxed{2}$ 13, $\boxed{2}$, ... 15, 2, 17 0

(4) R// $f(x) = \begin{cases} \text{Si } x \text{ es } 2k \text{ entonces, } f(x) = 2 \quad \text{~~esto va a aumentar~~?} \\ \text{Si } x \text{ es } 2k+1 \text{ entonces } f(x) = 2\cancel{k+1} \quad \text{uno} \end{cases}$

Parte II

Resumenes

Capítulo4

Sumarry on spiral on discrete mathematics

Discrete Mathematics Aplied

Sumary

2.1 ▪ Book summary 2.1 - 2.4

- Rules of logic validate arguments

If $\underbrace{p}_{\text{true}}$ then $\underbrace{q}_{\text{True}}$
∘ simllar to boolean

- establishing this we validate arguments and also validate arguments using the same format

- Proposition - (statement or asertion) is a sentence that is either true or false but <u>not</u> both. (questions and exclamations are <u>not</u> propositions)
- we can turn not statements into statements by adding conditions

- cannot decide Truth of false $\neq$ we don't know how to verify it.

- A proposition can only have the posibility of being true or false, even if we don't know how to prove it if we know it is true or false, it <u>is</u> a proposition.

- p, q, r used as <u>propositional variables</u>, (truth tables vary)
- negation of p for example, $\boxed{\bar{p}}$ or $\boxed{\neg p}$ or $\boxed{\sim p}$

p = True $\bar{p}$ = False

- Notations to facilitate discussion

$\mathbb{N}$ = Natural numpers (positive intigers)

$\mathbb{Z}$ = intigers

$\mathbb{R}$ = Real numbers

$\mathbb{Q}$ = Rational numbers

$\underbrace{A, B, C, S, T}_{\text{sets}}$

$\underbrace{a, b, c, s, t}_{\text{elements of sets}}$

$\underbrace{b \in B}_{\text{b belongs to B}}$

$\underbrace{B \ni b}_{\text{B contains b}}$

- Superscript notation

$\mathbb{R}^+$ = positive real numbers

$\mathbb{R}^-$ = negative real numbers

$\mathbb{R}^*$ = set of all nonzero real numbers

- Same convention applies to $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}$;

- Notation as multiples

kS = means in a set S obtained by multiplying k to every number in S.

2.2

- Binary operators = $+, -, \circ, \div$
- unary operators = $-(x)$

- compound statements = joined statements using operands or logical conectives

- Conjunctions and disjunction

conjuction AND $\hookrightarrow \wedge$	Disjunction OR $\hookrightarrow \vee$
true if both are true	False if both false true otherwise

* Don't use logical operators in math

$$\underbrace{x \wedge y \in \mathbb{R}}_{\text{incorrect}}$$

maybe like this

$$\underbrace{\underbrace{(x \in \mathbb{R})}_{T \text{ or } F} \wedge \underbrace{(y \in \mathbb{R})}_{T \text{ or } F}}_{\text{and result}}$$

short circuit evaluation = only asses the first to know the result and skip the second operator

2.3 Implications

- condition statements are also called implications

"$P \Rightarrow$ implies q" • if P is True and q fals it is false otherwise it is true

- "p" is considered a hypothesis, premise, antecedent and "q" is the conclusion or consequence
- if an implication is True, the hypothesis when is met, the consequence must be true as well, this is why conditional statement.
- takes the form "if P ______, then (implies) ______."
- "P unless q" means $\bar{p} \Rightarrow q$, q is a necesary condition that prevents p from happening.

converse $q \Rightarrow P$

inverse $\bar{p} \Rightarrow \bar{q}$

contrapositive $\bar{q} = \bar{p}$

P	Q	$P \Rightarrow q$	$q \Rightarrow P$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	T	F
F	F	T	T

- given "$x > 2 \Rightarrow x^2 > 4$"
  - ↳ converse $[x^2 > 4 \Rightarrow x > 2]$
  - ↳ inverse $[x \leq 2 \Rightarrow x^2 \leq 4]$
  - ↳ contrapositive $[x^2 \leq 4 \Rightarrow x \leq 2$

$\bar{q}$	$\bar{P}$	$\bar{q} \Rightarrow \bar{P}$
F	F	T
T	F	F
F	T	T
T	T	T

- The converse of a theorem in the form of an implication

$$(P \Rightarrow q) \neq (q \Rightarrow P)$$

p is a sufficient condition for q.

q is a necesarry condition for p.

- for q to be true, it's enough to say that p is true
- for p to be true it's necesary for q to be true as well.

or if ? = what implies, pg. 22

2.4 Biconditional statements, "p if and only if q"

T	T	=	T
T	F	=	F
F	T	=	F
F	F	=	T

- also a compound statement
- Both are true or false simultaneously

$$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

- the "exclusive or"

- Order of operations

not	Highest
and	⋮
or	
implies	
Biconditional	Lowest

Parte III

Parciales

UFM FACULTAD de CIENCIAS ECONÓMICAS

$p \to q$

si $p \land \neg q \Rightarrow (\to\leftarrow)$

CS041 Matemática Discreta Aplicada

Examen Parcial 1

Nombre: David Gabriel Corzo Mcmath 20190432

Resumen:

Ejercicio:	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
Puntos:	20	20	20	10	10	5	5	10	100
Resultado:	12	2	13	10	5	0	2	8	49+3 = 52

Instrucciones: Resuelva los siguientes ejercicios de forma clara y ordenada, dejando constancia de todo su procedimiento.

1. (20 puntos) Utilice las leyes de la lógica y las reglas de inferencia para validar o refutar el siguiente argumento. Indique el nombre de cada ley y/o regla cuando las utilice.

Si Fred no malgasta su salario u obtiene el ascenso a gerente, entonces comprará un carro nuevo en enero. Si compra el carro, entonces deberá solicitar un crédito o deberá vender el carro viejo. Si vende el carro viejo, entonces obtendrá un ingreso extra. Fred no solicitó el crédito y tampoco obtuvo un ingreso extra. En conclusión, Fred no obtuvo el puesto de gerente.

Premisas:

F: fred no malgasta

A: fred asciende a gerente

C: Comprará el carro nuevo

H: solicita el crédito

V: venta del carro viejo

I: ingreso extra

Proposiciones:

① $(F \lor A) \to C$

② $C \to (H \lor V)$

③ $V \to I$

$\} (F \lor A) \to (H \lor V)$

faltan.

no es la manera de plantear y/o resolver el problema

I $(F \lor A) \to C \land C \to (H \lor V)$ Silogismo Hipotetico ① ②

$\therefore (F \lor A) \to (H \lor V)$.

II $[(F \lor A) \to (H \lor V)] \land [V \to I]$

Sabemos que fred no solicitó el credito ni obtubo el ingreso extra, ni fue gerente.

$H = \emptyset$ $I = \emptyset$.. $A = \emptyset$

$[(F \lor \emptyset) \to (\emptyset \lor V)] \land [V \to \emptyset]$

$\underbrace{(F \lor \emptyset)}_{\text{Domination Law}}$ $\underbrace{(\emptyset \lor V)}_{\text{identity laws}}$

$[F \to V] \land [V \to \emptyset]$.

III $[F \to V] \land [V \to \emptyset]$

$(\to\leftarrow)$

Análisis: Si fred vende el sí carro por la implicación se contradice

II $[F \to V] \land [V \to \emptyset]$ silogismo hipotético

C?

$\therefore [F \to \emptyset]$

Conclusión: "Fred no malgasta" (F), no puede ser cierto, en conclusión Fred sí malgastó.

2. (a) 0 (10 puntos) Demuestre que $n^3 + n$ es par, con $n \in \mathbb{Z}^+$.

Demostración por contradicción:

Si n^3+n ~~el resultado~~ es impar, ~~se niega por fines de contradicción~~

$n^3 + n = 2(k) + 1$

$n\underbrace{(n^2+1)}_{\text{impar}} = 2(k) + 1$

¿por qué creés que es el mismo k?

$n(2k+1) = 2k+1$

$\frac{n(2k+1)}{2k+1} = 0$

$n = 0$

$(\rightarrow\leftarrow)$ 0

Prueba directa (adicional):

$n = 1$

$(1)^3 + 1 = 2k$

$2 = \underbrace{2k}$

k tiene que ser uno en este caso

$2 = 2(1)$

$2 = 2$

si n es par: (2)

Directa por casos:

$n^3+n = \underbrace{n}_{\text{par}}\underbrace{(n^2+1)}_{\text{impar}} = \text{par}$

si n es impar (3)

$n^3+n = \underbrace{n}_{\text{impar}}\underbrace{(n^2+1)}_{\text{par}} = \text{par}$

$n = 3$

$n^2 = 9$

$n^2+1 = 10$

Para contradicción:

$\boxed{\text{Si } n^2-1 \text{ es impar y } n \text{ es impar.}}$

(b) 2 (10 puntos) Demuestre que para todo $n \in \mathbb{Z}^+$, si $n^2 - 1$ es impar, entonces n es par.

$n^2 - 1$ ~~es~~ impar: Demostración por contradicción:

"$\overbrace{n^2 - 1 \text{ es par}}^{p}$ si $\overbrace{n \text{ es impar}}^{q}$" Alternativamente

$\neg(p \rightarrow q) \equiv$

$\equiv \neg(\neg p \vee q) \equiv p \wedge \neg q$

$\boxed{n = 2k+1}$

$n^2 - 1 = \overbrace{2k+1}^{\text{impar}}$ sacumo el resultado impar.

~~$(2k+1)^2 - 1 = 2k+1$~~

~~$2^2k^2 + 2 \cdot 2k \cdot 1 + 1^2 - 1 - 1 = 2k$~~

~~$\underbrace{4k^2 + 4k + 1}_{\text{entero } m} - 2 = 2k$~~

~~$m - 2 = 2k$~~

~~$m = 2k + 2$~~

$m = 2\underbrace{(k+1)}_{\text{entero } q}$

$m = 2q$ $(\rightarrow\leftarrow)$

No usés contradicción, primero aprender a plantear la contradicción, segundo contradicción no es necesaria para este ejercicio.

debido al entero resultante ser par contradice la premisa del resultado ser impar es falsa por ende se puede concluir que la negación de la premisa negada es verdadera.

~~Prueba directa:~~

~~$(2k)^2 - 1 = 2k + 1$~~

~~$4k^2 - 1 = 2k + 1$~~

~~$4k^2 - 2 = 2k$~~

~~$2(2k^2 - 1) = 2k$~~

Si n^2-1 es impar $\boxed{y}$ n es impar entonces ¿qué?

$n = 2k+1$

$n^2 - 1 =$

3. (a) 8 (10 puntos) Pruebe usando inducción matemática que:

$$\sum_{i=1}^{n} i(i+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3},\ n \geq 1$$

Paso base

$n = k$

$$\sum_{i=1}^{k} i(i+1) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3}$$

$n = 2$

$$\sum_{i=1}^{2} 8 = \frac{1(2)(3)}{3} + \frac{2(3)(4)}{3}$$

¿cómo así?

Paso inductivo:

$n = k+1$

objetivo

$$\sum_{i=1}^{k+1} i(i+1) = \left[\frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}\right] = \frac{k(k+1)(k+2)}{3} + (k+1)(k+1)$$

$$= (k+1)(k+2)\left(\frac{k}{3} + \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{k+3}{3}\right)(k+1)(k+2) =$$

$$= \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3} \quad \square$$

(b) 4 (10 puntos) Pruebe usando inducción matemática que si $n \geq 1$, entonces $n^3 - n$ es un múltiplo de 3.

$n^3 - n = 3k$

Paso base:

$n = k$

$k^3 - k = 3m$

$n = 1$

$1 - 1 = 3 \cdot 0$

$0 = 0$

$$\sum_{i=1}^{1} 8 =$$

$$\sum_{i=1}^{2} 8 = 8 + 8 = 16.$$

Paso inductivo:

$n = k+1$

$(k+1)^3 - (k+1) = \cancel{3m}$

$k^3 + 3k^2 + 3 \cancel{+1} - k \cancel{-1} = 3m$ ¿por qué?

$$\sum_{i=1}^{2} i(i+1) = 1(1+1) + 2(2+1) = 2 + 6 = 8$$

4. En una clase de 10 alumnos van a distribuirse 4 premios. ¿De cuántas maneras se puede hacer esto si:

(a) 5 (5 puntos) los premios son diferentes?

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ el orden importa por ser diferente. me inclino por permutaciones.

$A_1 + P_1$
$A_1 + P_2$
$\vdots$
$A_{10} + P_4$

$${}^{10}_{4}P = \frac{(10)!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} = 5040$$

(b) 5 (5 puntos) los premios son iguales?

- no importa el orden $\boxed{1}$ $\boxed{1}$ $\boxed{1}$ $\boxed{1}$ $\boxed{1}$
- era diferente en la anterior recibir el regalo 1 que el dos pero como ahora es lo mismo recibir el uno o el dos conté de más.
- me inclino por combinatoria.

$${}^{10}_{4}C = 210$$

5. Calcule el número de cadenas de 12 bits que satisfacen los siguientes requerimientos:

(a) 5 (5 puntos) contienen exactamente 5 unos.

$${}^{12}_{5}C = 792$$

$\underset{1}{1}\ \underset{2}{1}\ \underset{3}{1}\ \underset{4}{1}\ \underset{5}{1}\ \underset{6}{0}\ \underset{7}{0}\ \underset{8}{0}\ \underset{9}{0}\ \underset{10}{0}\ \underset{11}{0}\ \underset{12}{0}$ es lo mismo que
10 1 0 1 0 1 0 1 0 0 0

- entonces me inclino por combinatoria.
- debo repartir 5 unos entre de 12.

(b) 0 (5 puntos) contienen más unos que ceros. para fraseado, contienen más de seis unos repartir 6 dentro de 12

111 111 000000 lo mismo que 000000 111111

- me inclino por combinatoria.

$${}^{12}_{6}C = 924$$

6. 0 (5 puntos) Una popular tienda de dulces cuenta con 4 distintas presentaciones para elegir: chocolates, bombones, paletas y gomitas. Al momento de escoger Ud. nota lo siguiente:

- de los chocolates, bombones y gomitas hay por lo menos 20 de cada uno
- solo hay 10 paletas

Si hubiese 20 de c/u: ${}^{20}_{4}C - 4\,{}^{1}_{4}C - 4\,{}^{1}_{3}C - 4\,{}^{2}_{3}C - 4\,{}^{1}_{3}C - 4\,{}^{2}_{3}C$ $- 4\,{}^{1}_{3}C$

Si Ud. debe escoger al menos un dulce de cada tipo, ¿de cuántas maneras es posible elegir 20 de ellos?

Respuesta: • debo escoger uno de 20 chocolates, uno de 20 gomitas

• si escojo uno de chocolate tengo 19 más de los demás bombones

${}^{14}_{4}C - {}^{5}_{3}C - {}^{4}_{3}C \; {}^{2}_{3}C \; {}^{2}_{5}C$

${}^{20}_{4}C - 4\,{}^{1}_{4}C - {}^{12}_{6}\,{}^{1}_{3}C - 8\,{}^{2}_{3}C$ descuento de opciones

Principio del producto:

$\overbrace{|19|}^{B} * \overbrace{|19|}^{g} * \overbrace{|19|}^{Ch} \cancel{* \overbrace{|9|}^{P}} = 61731$

no importa el orden por ser así combinatoria

$B_1 + G_1 + Ch_1 + P_1 \ldots P$

¿cómo poner 20 objetos en 4 casillas? | 1 | 1 | 1 | 17 | (20 20 20 20)

${}^{20}_{4}C$

~~17 17~~

${}^{20}_{4}C - 4\,{}^{20}_{1}C - {}^{1}_{5}C -$

Si tomo 19 de una, hay ${}^{3}_{1}C$ formas distintas de tomar el faltante y de esta manera hay 4 formas.

$4\,{}^{3}_{1}C$

Hay ${}^{4}_{1}C$ maneras de tomar todos de una casilla, || | 18 | 1 | 1 | $4\,{}^{3}_{2}C$ || | 17 | 3 | 1 | 1 | $4\,{}^{3}_{1}C$ + | 16 | 2 | 1 | 1 | $4\,{}^{3}_{2}C$

7. 2 (5 puntos) Calcule el número de palabras diferentes que pueden formarse usando todas las letras de la palabra MISSISSIPPI.

M	I1	S1	S2	I2	S3	S4	I	P1	P2	I3
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

26 * 26 * 26 * ... 26

4 I
3 I X
2 P
1 M
4 S

Permutación generalizada.

$$\underbrace{P(26,26)}_{} = \frac{26!}{0! * 3! * 2! * 1! * 4!} = \frac{26!}{12 * 24}$$

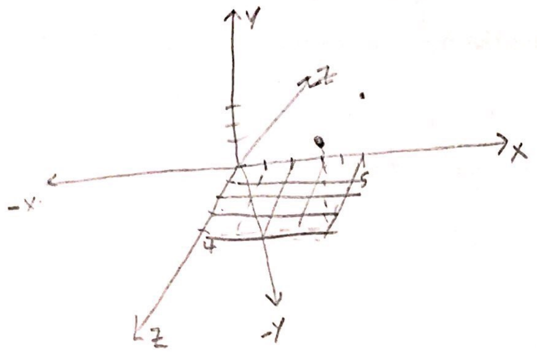
cuento como que si fuesen indistinguibles y descuento las repeticiones

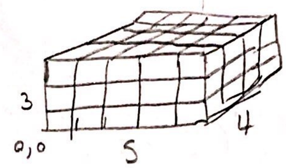
$6 * 2 * 1$ $4*3 = 12*2 = 24*1 = 24$

12

12 * 24

8. (a) (5 puntos) Calcule el número de caminos en el espacio xyz desde el origen hasta el punto $(5, 3, 4)$, tales que cada camino está formado por una serie de pasos, y cada paso es bien un movimiento en la dirección positiva del eje x, uno en la dirección positiva del eje y, o bien, uno en la dirección positiva del eje z (no están permitidos los movimientos en las direcciones negativas de los 3 ejes).





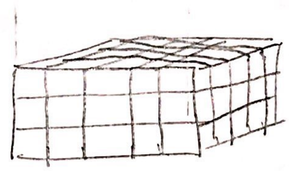
12 movimientos en total

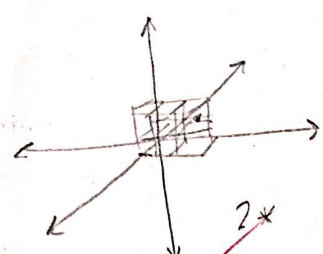
, veces

$$\frac{12!}{0!} = 12.$$

~~479001600 formas~~ del origen a $(5,3,4)$

(b) (5 puntos) ¿Cuántos de los caminos del inciso anterior no pasan por el punto $(2, 2, 1)$?





2*

~~$[(5-2), (3-2), (4-1)]$~~

~~$[3, 1, 3]$~~

7 movimientos en total

$p(7,7) = 5040$

Parte IV

Simulacros y repasos

Capítulo5

Repaso simulacro de parcial

Solución Simulacro

2019-09-08

① $(\neg p \wedge (p \to q)) \to \neg q$

p	q	$\neg p$	$p \to q$	$\neg p \wedge (p \to q)$	$\neg q$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	0	0

No es una tautología

② $(\neg q \wedge (p \to q)) \to \neg p$

- $\neg q$
- $p \to q$

$\therefore \neg q$

- $p \to q \equiv \neg p \vee q$ Eq. 1
- $(\neg q \wedge q) \vee \neg p$ Eq. 10
- $F \vee \neg p$ Identity laws
- $\neg p$ $\square$

③ K: kevin está chateando

h: heather está chateando

R: randy está chateando

V: víctor está chateando

A: abby está chateando

① $(K \vee H) \vee (K \wedge H)$

② $(R \vee V) \wedge \neg(R \wedge V)$

③ $A \rightarrow R$

④ $(V \wedge R) \vee (\neg V \wedge \neg R)$

⑤ $H \rightarrow (A \wedge K)$

Argumento):

①

5

$$\sum_{i=0}^{n} \left(-\frac{1}{2}\right)^{i} = \frac{2^{n+1} + (-1)^{n}}{3 \cdot 2^{n}}$$

Probar que funciona para K

$$\sum_{i=0}^{K} \left(-\frac{1}{2}\right)^{i} = \frac{2^{K+1} + (-1)^{K}}{3 \cdot 2^{K}}$$

Probar que funciona para K + 1

$$\sum_{i=0}^{K+1} \left(-\frac{1}{2}\right)^{i} = \frac{2^{K+1} + (-1)^{K}}{3 \cdot 2^{K}} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{K+1}$$

$$= \frac{2^{K+1} + (-1)^{K}}{3 \cdot 2^{K}} - \frac{1^{K+1}}{\underbrace{2^{K+1}}_{2 \cdot 2^{K}}}$$

$$= \frac{2^{K+1} + (-1)^{K}}{3 \cdot 2^{K}} - \frac{1^{K+1}}{2 \cdot 2^{K}}$$

$$= \frac{2(2^{K+1} + (-1)^{K}) + 3(-1^{K+1})}{3 \cdot 2 \cdot 2^{K}} =$$

$$= \frac{2^{K+2} + 2(-1)^{K} - 3(-1)^{K}}{3 \cdot 2 \cdot 2^{K}}$$

$$= \frac{2^{K+2} - 1(-1)^{K}}{3 \cdot 2 \cdot 2^{K}} = \frac{2^{K+2} + (-1)(-1)^{K}}{3 \cdot 2 \cdot 2^{K}}$$

$$= \frac{2^{K+2} + (-1)^{K+1}}{3 \cdot 2^{K+1}} \quad \square$$

9 $|6| * |10| = 60$

10 22 jugadores de los que se puede escoger 11

$$\frac{1}{J_1}\ \frac{2}{J_2}\ \frac{3}{J_3}\ \frac{4}{J_4}\ \frac{5}{J_5}\ \frac{6}{J_6}\ \frac{7}{J_7}\ \frac{8}{J_8}\ \frac{9}{J_9}\ \frac{10}{J_{10}}\ \frac{11}{J_{11}}$$

el orden no importa

$${}^{22}_{11}C = \frac{22!}{(22-11)! \cdot 11!} = 705\,432$$

11

$$\overline{}\ \overline{}\ \overline{}\ \overline{}\ \overline{}$$
$$B_1\ B_2\ B_3\ B_4\ B_5$$

a) importa el orden

$${}^{5}_{5}P = 120$$

$$\frac{P_1}{B_1}\ \frac{}{B_2}\ \frac{}{B_3}\ \frac{}{B_4}\ \frac{P_2}{B_5}$$

b)

$${}^{3}_{3}P = 6$$

12 $\{3, 5, 6, 7, 9\}$; quiero agarrar 2 y multiplicarlos

a) ${}^{5}_{2}C = 10$

b) impares $\{3, 5, 7, 9\}$

pares $\{6\}$

$\therefore 6$

c) $\frac{\square}{\square}$ $\{3, 5, 6, 7, 9\}$

$${}^{5}_{2}P = 20$$

Parte V

Material de apoyo

Capítulo6

Formulario de equivalencias lógicas y reglas de inferencia

.

TABLE 8 Logical Equivalences Involving Biconditional Statements.

$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
$p \leftrightarrow q \equiv \neg p \leftrightarrow \neg q$
$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$

TABLE 1 Rules of Inference.

Rule of Inference	*Tautology*	*Name*
p $p \rightarrow q$ $\therefore q$	$(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$	Modus ponens
$\neg q$ $p \rightarrow q$ $\therefore \neg p$	$(\neg q \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg p$	Modus tollens
$p \rightarrow q$ $q \rightarrow r$ $\therefore p \rightarrow r$	$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$	Hypothetical syllogism
$p \vee q$ $\neg p$ $\therefore q$	$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$	Disjunctive syllogism
p $\therefore p \vee q$	$p \rightarrow (p \vee q)$	Addition
$p \wedge q$ $\therefore p$	$(p \wedge q) \rightarrow p$	Simplification
p q $\therefore p \wedge q$	$((p) \wedge (q)) \rightarrow (p \wedge q)$	Conjunction
$p \vee q$ $\neg p \vee r$ $\therefore q \vee r$	$((p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)) \rightarrow (q \vee r)$	Resolution

TABLE 6 Logical Equivalences.

Equivalence	*Name*
$p \wedge \mathbf{T} \equiv p$ $p \vee \mathbf{F} \equiv p$	Identity laws
$p \vee \mathbf{T} \equiv \mathbf{T}$ $p \wedge \mathbf{F} \equiv \mathbf{F}$	Domination laws
$p \vee p \equiv p$ $p \wedge p \equiv p$	Idempotent laws
$\neg(\neg p) \equiv p$	Double negation law
$p \vee q \equiv q \vee p$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$	Commutative laws
$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	Associative laws
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	Distributive laws
$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	De Morgan's laws
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	Absorption laws
$p \vee \neg p \equiv \mathbf{T}$ $p \wedge \neg p \equiv \mathbf{F}$	Negation laws

TABLE 7 Logical Equivalences Involving Conditional Statements.

$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$
$p \vee q \equiv \neg p \rightarrow q$
$p \wedge q \equiv \neg(p \rightarrow \neg q)$
$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$
$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$
$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$
$(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \vee r)$
$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$

Parte VI

Hojas de trabajo

Capítulo7

Hoja de trabajo #1

Trabajo en Clase 2019-09-25

David Gabriel Corzo Mcmath 20190432

(1) $mcd(231, 1820)$

$= mcd(1820, 231)$

$1820 = 7 \cdot 231 + 203$

$mcd(231, 203)$

$231 = 1 \cdot 203 + 28$

$mcd(203, 28)$

$203 = 7 \cdot 28 + 7$

$mcd(28, 7)$

$28 = 4 \cdot 7 + 0$

$mcd(7, 0)$

$mcd(2597, 1369)$

100

$2597 = 1 \cdot 1369 + 1228$

$mcd(1369, 1228)$

$1369 = 1 \cdot 1228 + 141$

$mcd(1228, 141)$

$1228 = 8 \cdot 141 + 100$

$mcd(141, 100)$

$141 = 1 \cdot 100 + 41$

$mcd(100, 41)$

$100 = 2 \cdot 41 + 18$

$mcd(41, 18)$

$41 = 2 \cdot 18 + 5$

$mcd(18, 5)$

$18 = 3 \cdot 5 + 3$

$mcm(5, 3)$

$5 = 1 \cdot 3 + 2$

$mcd(3, 2)$

$3 = 1 \cdot 2 + 1$

$mcd(2, 1)$

$2 = 1 \cdot 1 + 1$

$mcd(1, 1)$

$1 = 1 \cdot 1 + 0$

$mcd(1, 0)$

c) $mcd(4001, 2689)$

$4001 = 1 \cdot 2689 + 1312$

$mcd(2689, 1312)$

$2689 = 2 \cdot 1312 + 65$

$mcd(1312, 65)$

$1312 = 20 \cdot 65 + 12$

$mcd(65, 12)$

$65 = 5 \cdot 12 + 5$

$mcd(12, 5)$

$12 = 2 \cdot 5 + 2$

$mcd(5, 2)$

$5 = 2 \cdot 2 + 1$

$mcd(2, 1)$

$2 = 1 \cdot 1 + 1$

$mcd(1, 1)$

$1 = 1 \cdot 1 + 0$

$mcd(1, 0)$ □

2 a) $mcd(250, 111)$

$250 = 2 \cdot 111 + 28$ 3

$mcd(111, 28)$

$111 = 3 \cdot 28 + 27$ 2

$mcd(28, 27)$

$28 = 27 \cdot 1 + 1$ 1

$mcd(27, 1)$ □

b) $250x - 111y = 1$

$28 - 27 \cdot 7 = 1$

$111 - 3 \cdot 28 = 27$

$250 - 2 \cdot 111 = 28$

$28 - (111 - 3 \cdot 28) = 1$

$28 - 111 + 3 \cdot 28 = 1$

$4 \cdot 28 - 111 = 1$

$4(250 - 2 \cdot 111) - 111 = 1$

$4 \cdot 250 - 8 \cdot 111 - 111 = 1$

$4 \cdot 250 - 9 \cdot 111 = 1$

$\boxed{x = 4}$ $\boxed{y = -9}$

Multyplos de 4, -9. □

c) $250x + 111y = 19$

tomando en cuenta que $x = 4$ & $y = -9$ es una solución multiplicamos los mismos por 19.

$$\begin{array}{r} \overset{3}{19} \\ 4 \\ \hline 76 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \overset{8}{19} \\ 9 \\ \hline -171 \end{array}$$

∴ todos los multiplos de $x = 76$ & $y = -171$

Comprobación:

$250(76) + 111(-171) = 19$

$19{,}000 - 18{,}981 = 19$

$19 = 19$ ✓

3) Encontrar "c" para la ecuaciones diofantiana:

$$12x + 16y = C$$

- encontramos mcd (12, 16)

$16 = 12 \cdot 1 + 4$

mcd (12, 4)

$12 = 3 \cdot 4 + 0$

mcd (4, 0)

es 4

∴ la ecuación diofantiana presentada anteriormente tiene una solución "c" tal que "c" será multiplo de 4.

4 $mcd(180, 162, 126)$

$$\underbrace{mcd(180, \underbrace{mcd(162, 126)}_{1})}_{2}$$

1 $mcd(162, 126)$

$162 = 1 \cdot 126 + 36$

$mcd(126, 36)$

$126 = 3 \cdot 36 + 18$

$mcd(36, 18)$

$36 = 2 \cdot 18 + 0$

$mcd(\underline{18, 0})$

2 $mcd(180, 18)$

$180 = 10 \cdot 18 + 0$

$\underline{mcd(18, 0)}$

El mcd es $\underline{18}$

5 Si $a, b \in \mathbb{Z}^+$ con $a = 630$, $mcd(a, b) = 105$ & $mcm(a, b) = 242,550$, determine el valor de b.

$$\underbrace{mcd(a,b)}_{105} \cdot \underbrace{mcm(a,b)}_{242,550} = a \cdot b$$

$105 \cdot 242,550 = 630 \cdot b$

$$\frac{105 \cdot 242550}{630} = b$$

$\underline{b = 40425}$

$mcd(630, 40425)$

$40425 = 64 \cdot 630 + 105$

$mcd(630, 105)$

$630 = 105 \cdot 6 + 0$

$mcd(\underline{105, 0})$ ✓

(6) Ganó Garg \$1020 en 20, 50, si $50x > 20y$
¿Cuantas fichas di 20 & 50 puede tener?

$1020 = 20 \cdot 50 + 20 \cdot 1$

Podría tener 20 fichas de 50 & 1 de 20.

$$50x + 20y = 1020$$

mcd(50, 20)

$50 = 20 \cdot 2 + 10$

mcd(20, 10)

$20 = 10 \cdot 2 + 0$

$50x + 20y = 10$ $\quad$ mcd(50, 20) = 10

$x = 1 \quad y = -2$

pero $x > y$ entonces hay que encontrar

$$x = x_0 + \frac{b}{mcd(a,b)} \cdot k$$

$$y = y_0 - \frac{a}{mcd(a,b)} k$$

$$x = 102 + \frac{20}{10} k$$

$$y = -204 - \frac{50}{10} k$$

$x > y$

$102 + 2k > -204 - 5k$

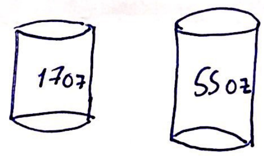
$7k > -204 - 102$

$k > -\frac{306}{7} \approx -43 \quad \therefore t = -42$

~~$x = 18$~~

~~$y = 6$~~

(7)



mcd(55, 17)

$55 = 3 \cdot 17 + 4$

mcd(17, 4)

$17 = 4 \cdot 4 + 1$

mcd(4, 1)

$$17x + 55y = 1$$

La respuesta es que puede usarla de infinitas maneras.

$17 - 4 \cdot 4 = 1$

$17 - 4(55 - 3 \cdot 17) = 1$

$17 - 4 \cdot 55 + 12 \cdot 17 = 1$

$13 \cdot \underbrace{17}_{a} - 4 \cdot \underbrace{55}_{b} = 1$

$x = 13 \quad y = -4$

múltiplos de $x = 13$ & $y = -4$.

13 servidas del de 17 & 4 vaciadas del de 55, quedará 1 onza en el de 17.