Lab. 10 Resueltos 3 y 4., Sección A.

5. Distribución exponencial $\mu = 4$. $f(x) = \frac{1}{4} e^{-x/4}$

¿Cuál es la probabilidad de que se atienda a la persona en menos de 3 minutos?

$$P(X < 3) = \int_0^3 \frac{1}{4} e^{-x/4}\, dx = -e^{-x/4}\Big]_0^3 = e^{-x/4}\Big]_3^0$$

$$= e^0 - e^{-3/4}$$

$$= 1 - e^{-3/4} \approx 52.76\%.$$

1. $f(x) = \dfrac{c}{1+x^2} \qquad -\infty \leq x \leq \infty.$

a. ¿Cuál es el valor de c para que $f(x)$ sea función de probabilidad?

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx = 1 \qquad c\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2}\, dx = 1$$

$$2c \int_0^{\infty} \underbrace{\frac{1}{1+x^2}}_{\tan^{-1} x}\, dx = 2c \tan^{-1} x\Big]_0^{\infty} \qquad \tan(0) = 0$$

$$= 2c \lim_{x\to\infty} \tan^{-1} x - \cancel{\tan^{-1}(0)}^{\,0} = 1$$

$\tan$ AV. en $x = \pi/2$.

$\tan^{-1}$ AH en $y = \pi/2$.

$$= 2\frac{\pi}{2} c = \pi c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{\pi}$$

b. ¿Cuál es la probabilidad de x esté entre -1 y 1?

$$P(-1 \leq X \leq 1) = \int_{-1}^{1} \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+x^2}\, dx = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{1} \frac{1}{1+x^2}\, dx$$

$$P(-1 \leq X \leq 1) = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} x \Big]_0^1 = \frac{2}{\pi}\left\{\tan^{-1}(1) - \tan^{-1}(0)\right\}$$

$\tan \frac{\pi}{4} = 1$

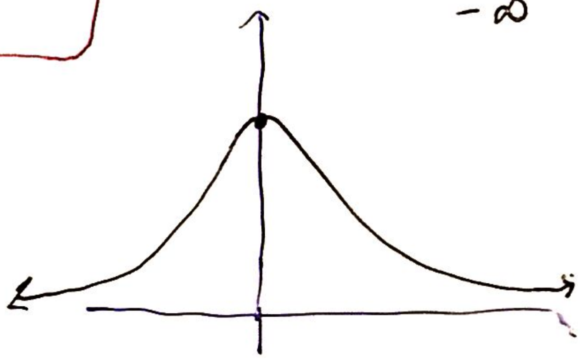
$$= \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}.$$

$\tan 0 = 0$

c. ¿Cuál es la media de $f(x)$? $\infty - \infty.$

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\, dx = \boxed{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1+x^2}\, dx} = \frac{1}{2} \ln|1+x^2| \Big]_{-\infty}^{\infty}$$

$\frac{\text{Impar}}{\text{par.}} = \text{Impar}$ $\mu = 0$

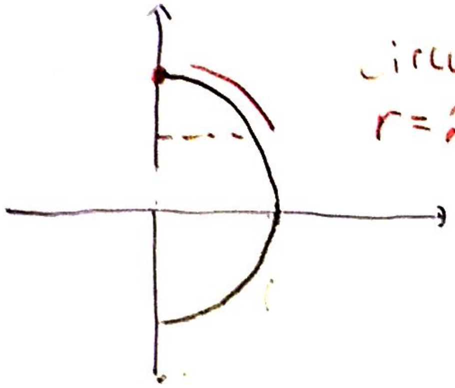


media = mediana = moda $= 0.$

Lab. 9. Prob 4.

$x = \sqrt{4-y^2}$ $\quad 1 \le y \le 2.$ $\quad y = \sqrt{4-x^2}$

Encuentre la longitud de arco de x.



$$L = \int_1^2 \sqrt{1+(x')^2}\, dy.$$

$$L = \int_a^b \sqrt{1+(y')^2}\, dx$$

$$x' = \frac{1}{2}(4-y^2)^{-1/2}(-2y) = \frac{-y}{\sqrt{4-y^2}}$$

$$1+(x')^2 = 1 + \frac{y^2}{4-y^2} = \frac{4-y^2+y^2}{4-y^2} = \frac{4}{4-y^2}$$

$$\sqrt{1+(x')^2} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4-y^2}} = \frac{2}{\sqrt{4-y^2}}$$

$$L = \int_1^2 \frac{2}{\sqrt{4-y^2}}\, dy. = 2\sin^{-1}\left(\frac{y}{2}\right)\Big]_1^2 = 2\sin^{-1}(1) - 2\sin^{-1}(0.5)$$

$y = 2\sin\theta.$

$dy = 2\cos\theta\, d\theta.$

$\sqrt{4-y^2} = 2\cos\theta.$

$$\int \frac{2}{\cancel{2\cos\theta}} \cancel{2\cos\theta}\, d\theta = \int 2\, d\theta.$$

$$= 2\theta + C.$$

$$= 2\sin^{-1}\left(\frac{y}{2}\right) + C.$$

$L = 2\sin^{-1}(1) - 2\sin^{-1}(0.5)$ $\quad \sin \pi/2 = 1$

$\sin \pi/6 = 0.5$

$L = 2 \cdot \frac{\pi}{2} - 2\frac{\pi}{6} = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}.$

Lab 6 Prob (b)

b) $\int_{-2}^{3} \frac{1}{\sqrt[4]{x+2}}\, dx$ $\quad$ ¿dónde es impropia?

en $x=-2$ discontinuidad.

$$\int_{-2}^{3} (x+2)^{-1/4} dx = \frac{4(x+2)^{3/4}}{3}\Big]_{-2}^{3}$$

$0^{3/4} = 0$

$$= \frac{4}{3}\left(5^{3/4} - \lim_{x\to -2^+} (x+2)^{3/4}\right)$$

$x^2(2+x)$

$$= \frac{4}{3} 5^{3/4}$$ CONVERGENTE

b) Simulacro $\int_{0}^{1} \frac{12x^2+4x}{2x^3+x^2}\, dx$ $\quad$ indefinida en $x=0$.

$$\frac{12x^2+4x}{x^2(2+x)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+2}$$ MÁS LARGA.

ATAJO. $\quad u = 2x^3 + x^2 \quad du = (6x^2+2x)\,dx$

$$2\int_{0}^{1} \frac{(6x^2+2x)\,dx}{2x^3+2x} = 2\int_{0}^{3} \frac{du}{u} = 2\ln u\Big]_{0}^{3}$$ DIVERGENTE

porque $\lim_{u\to 0^+} \ln u = -\infty$.

Integre con fracciones parciales

$$\int \frac{12x^2+4x}{x^2(2+x)} = \int \frac{A}{x}\,dx + \int \frac{B}{x^2}dx + \int \frac{C}{x+2}\,dx$$

* $12x^2+4x.$

$$12x^2+4x = Ax(x+2) + B(x+2) + Cx^2.$$

$$12x^2+4x+0 = Ax^2+2Ax+Bx+2B+Cx^2.$$

$A+C=12 \qquad C=12-A=10$

$2A+B=4 \qquad 2A=4 \quad A=2$

$2B=0 \Rightarrow B=0$

$$\int \frac{12x^2+4x}{x^2(2+x)} = \int \frac{2}{x}\,dx + 0 + \int \frac{10}{x+2}\,dx$$

$$= 2\ln|x| + 10\ln|x+2|$$