Matemática Discreta Aplicada

2019-08/21

P.S. $|A \cup B| = |A| + |B|$

$A \cap B \neq \emptyset$

Contamos algo que se puede hacer por casos

P.P. $|A \times B| = |A| \cdot |B$

Contamos algo por pasos.

Ej.: Se tienen $\overbrace{\text{10 libros de mate discreta}}^{\text{"algo"}}$ y 250 de economía, si se quiere escoger un libro, entonces el número de maneras de poderlo hacer es:

Caso: Libros de discreta: 10

Caso: Libro de economía: 250

∴ En total, por el P.S. hay 260 formas distintas de elegir un libro.

El abecedario tiene 26 letras. Se desea formar palabras usando 5 letras (no es posible repetir letras)

$V = \{a, e, i, o, u\}$

$V \times V = \{(a,a), (a, e) \ldots (u,u)\}$

$|V \times V| = 25$

La tarea puede dividirse en 5 pasos:

$$\underbrace{\frac{26}{L_1}}_{\text{de cuantos puede elegir de 26.}} \; \underbrace{\frac{25}{L_2}}_{\text{elegir de 25}} \; \underbrace{\frac{24}{L_3}}_{\text{elegir 24}} \; \underbrace{\frac{23}{L_4}}_{\text{elegir 23}} \; \underbrace{\frac{22}{L_5}}_{\text{elegir}} =$$

$= 7,893,600$ combinaciones

Si las letras se pudieran repetir sería:

$$\underset{L_1}{\underline{26}} \cdot \underset{L_2}{\underline{26}} \cdot \underset{L_3}{\underline{26}} \cdot \underset{L_4}{\underline{26}} \cdot \underset{L_5}{\underline{26}} = 11,881,376$$

- El problema anterior consistió en una selección ordenada de 5 elementos de un conjunto con 26 elementos.

"porque el orden es importante"

- FCUK
- Dunkin doughnuts

Notación: Factorial

sea $n \in \mathbb{Z}^+ \{0\}$, entonces a la multiplicación consecutiva

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \ldots n = n!$$

Por "definición" $0!$ está definido como 1.

Con esta notación, podemos escribir la respuesta anterior como:

$$26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot \frac{21 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1}{21 \cdot 20 \cdot 19 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1} = \frac{26!}{21!}$$

$$\boxed{= \frac{26!}{(26-5)!}}$$

En general, una selección ordenada de r elementos de un conjunto con n elementos distintos, se llama:

r - permutación de n

y se calcula como:

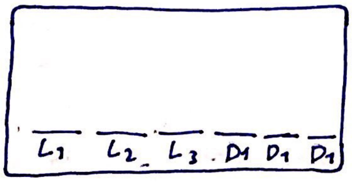
$$\boxed{\frac{n!}{(n-r)!} = P(n,r)}$$

Calculadora:
shift + $\boxed{x}$ = permutación
26P5

Si se seleccionan los n elementos, esto se llama: permutación de n y se calculan como:

caso que $r = n$ $\boxed{n! = P(n,n)}$

Ej.: Placas de carro en GT



Paso1: escoger las letras

Paso2: escoger los números

* En GT no se usan vocales

* Suponemos que hay placa 000

$$P(21,3) \cdot P(10,3) = 5{,}745{,}600$$

Ej.: Direcciones IP, internet protocol

$\boxed{256} \cdot \boxed{256} \cdot \boxed{256} \cdot \boxed{256} = 4{,}294{,}967{,}296$ posibles combinaciones

si se fuese a hacer por P.S.

Caso1 = L_1 A

⟶ Caso 1.1 = L_2 A

⟶ Caso 1.1.1 = L_3 A

⋮

Caso$_{26}$ = L_1 Z

⟶ Caso 26.1 = L_2 Z

⋮

= 5,745,600 se hace por P.P. por que son muchos casos.

Ej.: ¿Cuántos numeros entre 1 y 999 no llevan el digito 7?

Estrategia A: Por casos

Caso: $1 \leq n \leq 9$

$\therefore$ Hay 8 dígitos entre 1 y 9 sin el 7

Caso: $10 \leq n \leq 99$

Para saber cuántos numeros hay en un conjunto es el [último extremo - primer extremo + 1]

$$\frac{8}{D_1} \cdot \frac{9}{D_2} = 72$$ números sin 7

Caso: $100 \leq n \leq 999$

$$\frac{8}{D_1} \cdot \frac{9}{D_2} \cdot \frac{9}{D_3} = 648$$ números sin 7.

Por el P.S. tenemos 728 número sin 7. $\square$

Estrategia B: armar un número sin 7; por pasos

Paso 1: Elegir D_1

Paso 2: Elegir D_2

Paso 3: Elegir D_3

$$\frac{9}{D_1} \; \frac{9}{D_2} \; \frac{9}{D_3} = 9^3 = 729$$

A los 729 números sin 7 entre 0 y 999, le restamos el 0 y terminamos con 728 números sin 7 entre 1 y 999. $\square$