Combinaciones:

2019-08-28

Una selección no ordenada de r elementos de un conjunto n elementos, se llama

r - combinación

Ej: Supongamos que tenemos un estuche con 5 lapiceros de colores: $S = \{a, r, v, n, c\}$ y queremos escoger 3 de ellos, ¿de cuántas formas diferentes podemos hacerlo?

Si el orden fuese importante, sería:

$$P(5,3) = \frac{5!}{2!} = 60$$

En este caso la selección, por ejemplo:

$$\left.\begin{matrix} a, v, c \\ a, c, v \\ c, a, v \\ c, v, a \\ v, a, c \\ v, c, a \end{matrix}\right\}$$

es la misma selección no ordenada

$6 = 3!$

$P(3,3)$

Por lo tanto:
Del total de 3- Permutaciones de S descontamos $3!$ permutaciones.

$$\frac{5!}{(5-3)!\,3!} = 10$$

- En general, de r - permutaciones de n, descontamos $r!$ permutaciones

$$\frac{n!}{(n-r)!\,r!} = C(n,r)$$

- esto es r - combinación de n objetos

Ej: Cadenas de bits

a) ¿Cuántas cadenas de 4 bits tienen dos ceros?

- Esta cadena tiene dos unos.

0101
1010
0011
1100
1001
0110

$\}$ $4!$ ← $P(4,4)$ (se asume todos distintos)

$\begin{cases}1100\\1100\end{cases}$ doble conteo

$\begin{cases}1100\\1100\end{cases}$ doble conteo

$$6 = C(4,2) = \frac{4!}{2!\cdot 2!}$$

b) Cadenas de 8 bits con 2 unos (6 ceros)

- suponiendo 8 símbolos distintos:

$$8! = 40320$$

- suponiendo que los 2 unos son iguales

$$\frac{8!}{2!}$$

- Suponemos que los 6 ceros son iguales:

$$\frac{8!}{2!\cdot 6!} = \underbrace{C(8,2)}_{28} = \underbrace{C(8,6)}_{28}$$

$\boxed{!}$ Propiedad de simetría:

$$C(n,r) = C(n,n-r)$$

c) Cadenas de ocho bits al menos con 3 unos.

- Contamos el complemento, es decir, cadenas de 8 bits con al menos 3 unos (0,1,2)

Cadenas con cero unos = $C(8,0) = 1$

Cadenas con un uno = $C(8,1) = 8$

Cadenas con dos unos = $C(8,2) = 28$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 8 \\ +\ 28 \\ \hline 37 \end{array}$$

$$\underbrace{2^8}_{\text{posibles combinaciones}} - \underbrace{37}_{\text{cadenas } < 3 \text{ unos}} = 219$$

Ej: Cartas

- 52 cartas en una baraja.
- 4 palos diferentes:

$$\underbrace{♥}_{13}\ \underbrace{♦}_{13}\ \underbrace{♣}_{13}\ \underbrace{♠}_{13}$$

- Denominaciones:

A, 2–10, J, Q, K

- Mano de póker: 5 cartas

a) ¿Cuántas manos diferentes existen?

$C(52,5) = 2,598,960$

b) ¿Cuántas manos de póker contiene sólo corazones?

$C(13,5) = 1,287$

c) ¿Cuántas manos de póker contienen al menos un corazón?

complemento sin corazones:

sin corazón = $C(39,5) = 575,757$

$C(52,5) - C(39-5) = 2{,}023{,}255$

d) opcional
los números pares de cada denominación:

descontar; A, J, Q, K
descontar; 3, 5, 7, 9 $\Big\}$ $13 - 8 = 5$

$C(20,5) = 15,504$