

# CAPÍTULO 21



## Análisis de decisión

---

### CONTENIDO

LA ESTADÍSTICA  
EN LA PRÁCTICA:  
OHIO EDISON COMPANY

- 21.1** FORMULACIÓN  
DEL PROBLEMA  
Tablas de recompensa  
Árboles de decisión
- 21.2** TOMA DE DECISIONES  
CON PROBABILIDADES  
Método del valor esperado  
Valor esperado de la información  
perfecta

- 21.3** ANÁLISIS DE DECISIÓN CON  
INFORMACIÓN MUESTRAL  
Árbol de decisión  
Estrategia de decisión  
Valor esperado de la información  
muestral

- 21.4** CÁLCULO DE LAS  
PROBABILIDADES  
DE RAMA MEDIANTE  
EL TEOREMA DE BAYES



## LA ESTADÍSTICA *en* LA PRÁCTICA

### OHIO EDISON COMPANY\* AKRON, OHIO

Ohio Edison Company es una empresa de FirstEnergy Corporation. Ohio Edison y su subsidiaria Pensylvania Power Company, suministran energía eléctrica a más de 1 millón de usuarios en el centro y noreste de Ohio y en el oeste de Pensilvania. La mayor parte de la electricidad la generan mediante plantas de combustión de carbón. Debido a los requerimientos de control de la contaminación, Ohio Edison se embarcó en un programa para renovar su equipo para el control de la contaminación en la mayor parte de sus plantas generadoras.

Para satisfacer los nuevos límites de emisión de dióxido de azufre en una de sus plantas más grandes, Ohio Edison decidió quemar carbono con bajo contenido de azufre en cuatro de las unidades más pequeñas de la planta e instalar filtros de tela en esas unidades para controlar la emisión de partículas. Los filtros de tela usan miles de bolsas de tela para retener las partículas y funcionan de manera muy parecida a las aspiradoras caseras.

En las tres unidades más grandes de la planta se consideró la posibilidad de quemar carbón de medio a alto contenido de azufre. Estudios preliminares redujeron las opciones de equipo para retención de partículas para estas unidades más grandes a filtros de tela y precipitadores electrostáticos (que eliminan las partículas que se encuentran suspendidas en el humo al pasarlo a través de un fuerte campo eléctrico). Entre las incertidumbres al tomar una decisión final estaba la manera en que pueden interpretarse algunas leyes y normas, los potenciales cambios en las leyes y normas sobre calidad del aire y las fluctuaciones en los costos de construcción.

Debido a la complejidad del problema, el alto grado de incertidumbre relacionado con los factores que afectaban la decisión y el impacto de los costos para Ohio Edison, se empleó el análisis de decisión. Entonces se elaboró una descripción gráfica del problema, a la que se conoce como árbol de decisión. Para evaluar los resultados mostrados por el árbol de decisión se consideraron las necesidades de ingreso anual de las tres unidades grandes por el resto de su vida útil. Las necesidades de ingreso anual eran los dineros que debían obtenerse de los usuarios para recobrar el costo de la instalación del nuevo equipo para el control de la



Las plantas de Ohio Edison suministran energía eléctrica a más de 1 millón de usuarios. © Getty Images/PhotoDisc.

contaminación. Mediante el análisis del árbol de decisión se llegó a las conclusiones siguientes.

- El valor esperado de las necesidades de ingreso anual del precipitador electrostático era aproximadamente 1 millón de dólares inferior al de las necesidades para los filtros de tela.
- Los filtros de tela tenían una probabilidad mayor de necesidades de ingreso alto que los precipitadores electrostáticos.
- Los precipitadores electrostáticos tenían una probabilidad de casi 0.8 de tener necesidades de ingreso anual menores.

Estas conclusiones llevaron a Ohio Edison a decidirse por los precipitadores electrostáticos para las unidades generadoras en cuestión. Si no se hubiera empleado el análisis de decisión, la toma de decisión se hubiera basado principalmente en el costo de la inversión, lo cual hubiera llevado a resolverse por el equipo de los filtros de tela. El uso del análisis de decisión permitió identificar la opción que tenía tanto las menores necesidades de ingreso esperadas como el menor riesgo.

En este capítulo se verá la metodología del análisis de decisión empleada por Ohio Edison. La atención se centra en mostrar cómo el análisis de decisión permite identificar la mejor alternativa ante un panorama lleno de riesgos por eventos futuros.

\* Los autores agradecen a Thomas J. Madden y a M. S. Hyrnick de Ohio Edison por proporcionar este artículo para *La estadística en la práctica*.

*En el apéndice 21.1 se presenta un ejemplo del software para análisis de decisión TreePlan.*

El análisis de decisión se usa para elaborar una estrategia óptima de decisión ante diversas alternativas y ante un conjunto de eventos futuros inciertos y llenos de riesgos. Para iniciar el estudio del análisis de decisión se emplearán problemas de decisión en los que las alternativas de decisión y los inciertos eventos futuros sean razonablemente pocos. Se presentarán las tablas de recompensa con objeto de dar una estructura a los problemas de decisión. Después se introducirán los árboles de decisión con objeto de mostrar la naturaleza secuencial de los problemas. Los árboles de decisión se usan para analizar problemas más complejos y para identificar una secuencia óptima de decisiones, a la que se le conoce como estrategia óptima de decisión. En la última sección se muestra cómo usar el teorema de Bayes, presentado en el capítulo 4, para calcular las probabilidades de las ramas de los árboles de decisión. En el sitio de la red de ASW, <http://asw.swlearning.com>, se proporciona TreePlan, el complemento de Excel para el análisis de decisiones y se dan las indicaciones para su empleo.

## 21.1

## Formulación del problema

El primer paso en el análisis de decisión es formular el problema. Se empieza por hacer un planteamiento verbal del mismo. Después se identifican las alternativas de decisión, los eventos futuros inciertos, conocidos como **eventos aleatorios**, y las **consecuencias** de cada combinación de una alternativa de decisión con uno de los resultados del evento aleatorio. Como ejemplo se considerará un proyecto de construcción de la empresa Pittsburgh Development Corporation.

Pittsburgh Development Corporation (PDC) compró un terreno para construir un lujoso complejo de condominios. El lugar tiene una vista espectacular sobre el centro de Pittsburgh y el Golden Triangle formado por los ríos Allegheny y Monongahela que se unen para formar el río Ohio. PDC desea vender cada condominio en un precio entre \$300 000 y \$1 400 000.

Para empezar, PDC ha encargado tres proyectos arquitectónicos de distintos tamaños: uno de 30 condominios, otro de 60 condominios y el tercero de 90 condominios. El éxito del proyecto dependerá tanto del tamaño del complejo como del evento aleatorio de la demanda que pueda haber por los condominios. El problema de decisión de PDC es elegir el tamaño del complejo que conduzca a las mayores ganancias, dada la incertidumbre relativa en la demanda de los condominios.

De acuerdo con este planteamiento del problema, es claro que la decisión es el tamaño adecuado del condominio. PDC tiene las siguientes tres alternativas para su decisión:

$d_1$  = un complejo pequeño de 30 condominios

$d_2$  = un complejo mediano de 60 condominios

$d_3$  = un complejo grande de 90 condominios

Un factor importante en la elección de la mejor alternativa es la incertidumbre relacionada con el evento aleatorio de la demanda que pueda haber por el condominio. Al preguntarse por las posibilidades de demanda, el presidente de PDC reconoce que existe una amplia gama, pero considera la ocurrencia de dos eventos aleatorios: una demanda alta y una demanda baja.

En el análisis de decisión, a los posibles resultados de un evento aleatorio se les conoce como **estados**. Los estados se definen de tal manera que uno y sólo uno de los estados pueda presentarse. En el problema de PDC, el evento aleatorio de la demanda de los condominios tiene dos estados:

$s_1$  = una demanda alta de los condominios

$s_2$  = una demanda baja de los condominios

Los directivos elegirán, primero, una alternativa de decisión (tamaño del complejo), después seguirá un estado (demanda por los condominios) y por último se tendrá una consecuencia. En este caso, la consecuencia son las ganancias que obtendrá PDC.

## Tablas de recompensa

Dadas las tres alternativas de decisión y los dos estados, ¿qué tamaño de condominio debe elegirse? Para responder esta pregunta, PDC necesita conocer las consecuencias de cada una de las combinaciones de alternativa de decisión y un estado. En el análisis de decisión, a cada una de las consecuencias de la combinación de una alternativa de decisión y un estado se le conoce como **recompensa**. A la tabla en la que se muestran las recompensas de todas las combinaciones de alternativa de decisión y un estado, se le conoce como **tabla de recompensas**.

Como PDC desea elegir el tamaño de complejo que le proporcione mayores ganancias, las ganancias se usarán como consecuencia. En la tabla 21.1 se muestra la tabla de recompensa, que expresa las ganancias en millones de dólares. Observe que si el tamaño del condominio es mediano y la demanda es alta las ganancias serán de \$14 millones. La recompensa correspondiente a cada combinación de una alternativa de decisión  $i$  y un estado  $j$  se denotará  $V_{ij}$ . Así, de acuerdo con la tabla 21.1,  $V_{31} = 20$  significa que habrá una recompensa de \$20 millones si la decisión es construir un complejo grande ( $d_3$ ) y la demanda que se presenta es alta ( $s_1$ ). De manera similar  $V_{32} = -9$  significa que habrá una pérdida de \$9 millones si la decisión es construir un complejo grande ( $d_3$ ) y la demanda que se presenta baja ( $s_2$ ).

*Las recompensas se pueden expresar en términos de ganancias, costos, tiempo, distancia o cualquier otra cantidad apropiada para el problema de decisión que se analice.*

## Árboles de decisión

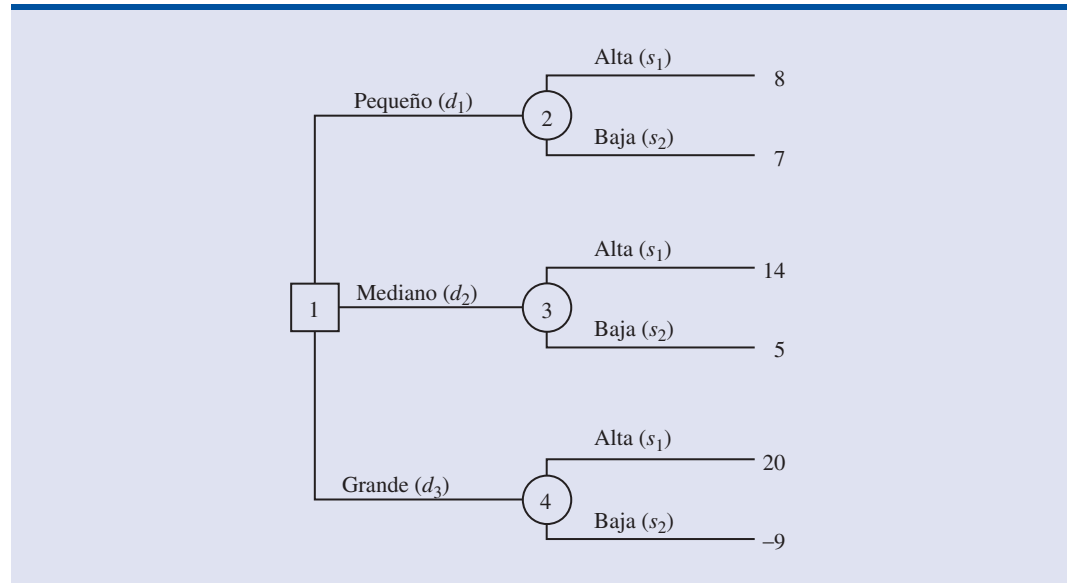
En un **árbol de decisión** se muestra gráficamente el carácter secuencial del proceso de toma de decisión. En la figura 21.1 se presenta el árbol de decisión para el caso del problema de PDC; en el árbol de decisión se muestra la progresión lógica o natural en el tiempo. Primero, PDC tendrá que tomar una decisión respecto al tamaño del complejo de condominios ( $d_1$ ,  $d_2$  o  $d_3$ ). Después de llevar a cabo lo que se haya decidido, se dará el estado  $s_1$  o el estado  $s_2$ . El número que aparece en cada punto terminal del árbol es la recompensa correspondiente a la secuencia dada. Por ejemplo, la recompensa 8, que es la que se encuentra más arriba, significa que se espera una ganancia de \$8 millones si PDC construye un complejo pequeño ( $d_1$ ) y la demanda resulta ser alta ( $s_1$ ). La recompensa siguiente, que es 7, significa que se espera una ganancia de \$7 millones si PDC construye un complejo pequeño ( $d_1$ ) y la demanda resulta ser baja ( $s_2$ ). De esta manera, en este árbol de decisión se muestran gráficamente las secuencias de alternativas de decisión y estados con los que se llega a las seis recompensas posibles.

El árbol de decisión de la figura 21.1 tiene cuatro **nodos**, numerados del 1 al 4, que representan las decisiones y los eventos aleatorios. Para representar **nodos de decisión** se emplean cuadrados y para representar **nodos aleatorios** se emplean círculos. Así, el nodo 1 es un nodo de decisión, y los nodos 2, 3 y 4 son nodos aleatorios. Las **ramas** que salen del nodo de decisión son las alternativas de decisión. Las ramas que salen de cada nodo aleatorio son estados. Las recompensas aparecen al final de las de los estados. Ahora se vuelve a la pregunta: ¿cómo puede,

**TABLA 21.1** TABLA DE RECOMPENSA PARA EL PROYECTO DEL CONDOMINIO DE PDC (RECOMPENSAS EN MILLONES DE DÓLARES)

Alternativa de decisión	Estado	
	Demanda alta $s_1$	Demanda baja $s_2$
Complejo pequeño, $d_1$	8	7
Complejo mediano, $d_2$	14	5
Complejo grande, $d_3$	20	-9

**FIGURA 21.1** ÁRBOL DE DECISIÓN PARA EL PROYECTO DEL CONDOMINIO DE PDC (RECOMPENSAS EN MILLONES DE DÓLARES)



la persona que toma la decisión, usar la información de la tabla de recompensa o del árbol de decisión para elegir la mejor alternativa de decisión?

### NOTAS Y COMENTARIOS

1. Los expertos en solución de problemas coinciden en que el primer paso en la resolución de un problema complejo es descomponerlo en una serie de subproblemas menores. Los árboles de decisión sirven para mostrar cómo descomponer el problema y también para mostrar el carácter secuencial del proceso de decisión.
2. Las personas suelen ver un mismo problema desde diferentes perspectivas. Por tanto, la discusión sobre la elaboración de un árbol de decisión puede proporcionar mayor claridad acerca del problema.

## 21.2

## Toma de decisiones con probabilidades

Una vez definidas las alternativas de decisión y los estados de los eventos aleatorios, se determinan las probabilidades de los estados. Para determinar estas probabilidades se puede usar cualquiera de los métodos estudiados en el capítulo 4, el método clásico, el método de las frecuencias relativas o el método subjetivo. A continuación se muestra cómo usar, una vez determinadas las probabilidades, el **método del valor esperado** para identificar la mejor alternativa de decisión o la decisión recomendada para el problema dado.

### Método del valor esperado

Se empezará por definir el valor esperado de una alternativa de decisión. Sea

$$N = \text{cantidad de estados}$$

$$P(s_j) = \text{probabilidad del estado } s_j$$

Como únicamente puede presentarse uno y sólo uno de los  $N$  estados, las probabilidades deben satisfacer dos condiciones:

*Las probabilidades asignadas a los estados deben satisfacer los requisitos básicos de la asignación de probabilidades presentados en el capítulo 4.*

$$P(s_j) \geq 0 \quad \text{para todos los estados} \quad (21.1)$$

$$\sum_{j=1}^N P(s_j) = P(s_1) + P(s_2) + \cdots + P(s_N) = 1 \quad (21.2)$$

El **valor esperado (VE)** de una alternativa de decisión  $d_i$  es el siguiente.

#### VALOR ESPERADO

$$VE(d_i) = \sum_{j=1}^N P(s_j) V_{ij} \quad (21.3)$$

donde

$V_{ij}$  = valor de la recompensa para la alternativa de decisión  $d_i$  y el estado  $s_j$ .

Es decir, el valor esperado de una alternativa de decisión es la suma de las recompensas ponderadas que hay para esa alternativa de decisión. El peso de ponderación para una recompensa es la probabilidad de que dicha recompensa ocurra. Para ver cómo se emplea el método del valor esperado se vuelve al problema de PDC.

PDC ve con optimismo el potencial del lujoso complejo de condominios. Este optimismo lo lleva a una evaluación inicial, mediante el método de probabilidad subjetiva, y asigna la probabilidad 0.8 al evento de que la demanda sea alta ( $s_1$ ) y 0.2 al evento de que la demanda sea baja ( $s_2$ ). Por tanto,  $P(s_1) = 0.8$  y  $P(s_2) = 0.2$ . Con los valores de recompensa de la tabla 21.1 y la ecuación (21.3), el valor esperado de cada una de las tres alternativas de decisión se calcula como sigue.

$$VE(d_1) = 0.8(8) + 0.2(7) = 7.8$$

$$VE(d_2) = 0.8(14) + 0.2(5) = 12.2$$

$$VE(d_3) = 0.8(20) + 0.2(-9) = 14.2$$

De esta manera, con el método del valor esperado, se encuentra que el complejo grande, cuyo valor esperado es 14.2 millones de dólares, es la decisión recomendada.

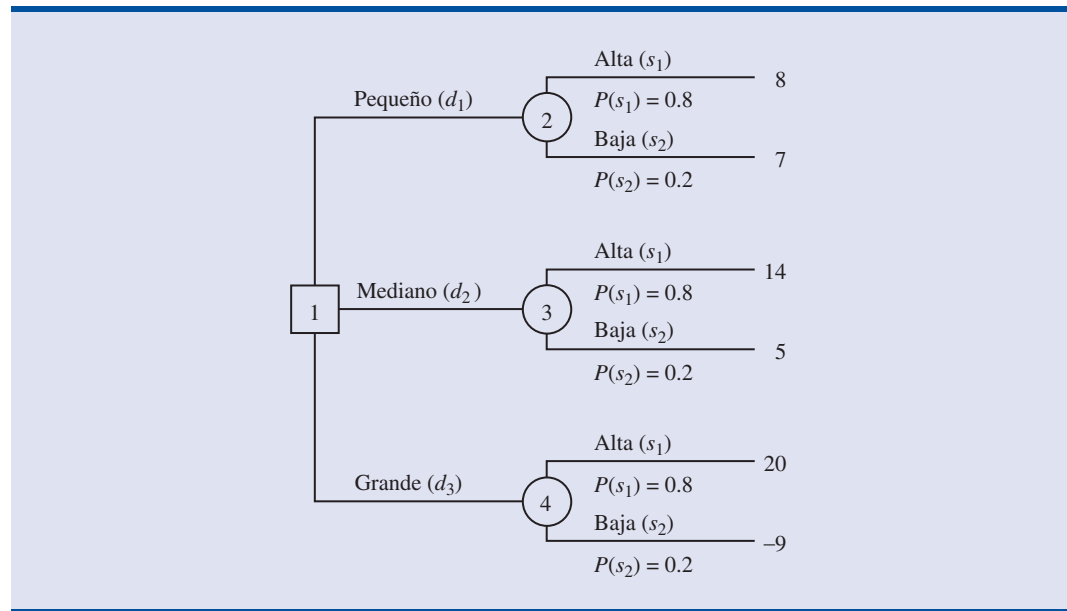
Los cálculos para identificar la alternativa de decisión que tiene el mejor valor esperado pueden realizarse en un árbol de decisión. En la figura 21.2 se muestra el árbol de decisión del problema de PDC con las probabilidades en las ramas de los estados. Al recorrer el árbol de decisión de atrás para adelante, se calcula primero el valor esperado en cada nodo aleatorio; es decir, para cada nodo aleatorio se ponderan las posibles recompensas al multiplicarlas por probabilidad de ocurrencia. De esta manera se obtiene el valor esperado para los nodos 2, 3 y 4, como se muestra en la figura 21.3.

Como el que toma la decisión controla la rama que sale del nodo 1 de decisión y como se trata de maximizar las ganancias esperadas, la mejor alternativa de decisión en el nodo 1 es  $d_3$ . Por tanto, el análisis del árbol de decisión lleva a la recomendación de  $d_3$ , cuyo valor esperado es \$14.2 millones. Observe que con el método del valor esperado en conjunción con la tabla de recompensas se obtiene la misma recomendación.

*Para la construcción de árboles de decisión más complejos existen paquetes de software.*

Los problemas de decisión pueden ser bastante más complejos que el problema de decisión de PDC, pero siempre que la cantidad de alternativas de decisión y de estados sea razonable, se podrá emplear el método de árbol de decisión aquí descrito. Primero se dibuja un árbol de decisión que consista únicamente en los nodos de decisión, los nodos aleatorios y las ramas que describen el carácter secuencial del problema. Si se usa el método del valor esperado, el paso siguiente es determinar las probabilidades de cada uno de los estados y calcular el valor esperado

**FIGURA 21.2** ÁRBOL DE DECISIÓN PARA EL PROBLEMA DE PDC  
CON LAS PROBABILIDADES EN LAS RAMAS DE ESTADO

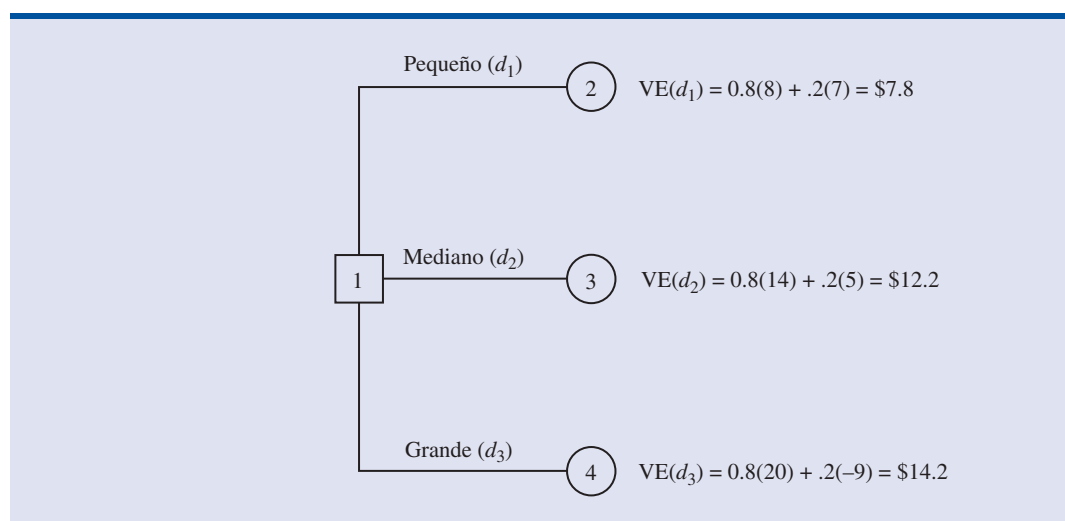


en cada nodo aleatorio. A continuación se elige la rama de decisión que lleva al nodo aleatorio que tenga el mayor valor esperado. La alternativa de decisión correspondiente a esta rama es la decisión recomendada.

### Valor esperado de la información perfecta

Suponga que PDC tiene la oportunidad de realizar un estudio de investigación de mercado que le ayudará a evaluar el interés del público por el proyecto del condominio y que proporcionará a los directivos información para mejorar su evaluación de las probabilidades de los estados. Para determinar el valor potencial de esta información, se comenzará por suponer que el estudio puede proporcionar *información perfecta* sobre los estados; es decir, se acepta, por el momento, que

**FIGURA 21.3** APLICACIÓN DEL MÉTODO DEL VALOR ESPERADO MEDIANTE UN ÁRBOL DE DECISIÓN





PDC podría determinar con certeza, antes de tomar una decisión, qué estado va a ocurrir. Para aprovechar esta información perfecta, se elaborará una estrategia de información, la cual seguirá PDC una vez que sepa qué estado se presenta. Una estrategia de decisión es simplemente una regla de decisión que especifica la alternativa de decisión a elegir una vez que se cuente con más información.

Como ayuda para determinar la estrategia de decisión de PDC, en la tabla 21.2 se reproduce la tabla de recompensas de PDC. Observe que si PDC supiera con certeza que el estado  $s_1$  fuera a ocurrir, la mejor alternativa de decisión sería  $d_3$ , cuya recompensa es de 20 millones de dólares. De manera similar, si PDC supiera con certeza que el estado  $s_2$  es el que va a ocurrir, la mejor alternativa de decisión sería  $d_1$ , cuya recompensa es 7 millones de dólares. Por tanto, se puede establecer la estrategia óptima de decisión si PDC llega a contar con la información perfecta como sigue:

Si  $s_1$ , se elige  $d_3$  y se obtiene una recompensa de \$20 millones.

Si  $s_2$ , se elige  $d_1$  y obtiene una recompensa de \$7 millones.

¿Cuál es el valor esperado con esta estrategia de decisión? Para calcular el valor esperado con información perfecta se vuelve a las probabilidades originales de los estados:  $P(s_1) = 0.8$  y  $P(s_2) = 0.2$ . Por tanto, hay una probabilidad de 0.8 de que la información perfecta indique el estado  $s_1$  y la decisión alternativa resultante  $d_3$  proporcionará \$20 millones de ganancias. De manera similar, si 0.2 es la probabilidad del estado  $s_2$ , la alternativa óptima de decisión  $d_1$  proporcionará \$7 millones de ganancia. De esta manera, con la ecuación (21.3), el valor esperado de la estrategia de decisión basada en la información perfecta es

$$0.8(20) + 0.2(7) = 17.4$$

A este valor esperado de \$17.4 millones se le conoce como el *valor esperado con información perfecta* (VEcIP).

Ya antes, en esta sección, se había indicado que la decisión recomendada usando el método del valor esperado era la alternativa de decisión  $d_3$ , con un valor esperado de \$14.2 millones. Como la recomendación de esta decisión y el cálculo del valor esperado se hizo sin la ventaja de la información perfecta, a los \$14.2 millones de dólares se les conoce como *valor esperado sin información perfecta* (VEsIP).

El valor esperado con información perfecta es \$17.4 millones y el valor esperado sin información perfecta es \$14.2 millones; por tanto, el valor esperado de la información perfecta (VEIP) es  $17.4 - 14.2 = 3.2$  millones. En otras palabras, \$3.2 millones representan el valor esperado adicional que se puede obtener si se cuenta con información perfecta acerca del estado. En general, un estudio de investigación de mercado no proporciona información “perfecta”; pero si el estudio de mercado es bueno, la información obtenida bien puede valer una buena porción de los \$3.2 millones. Dado que el VEIP es de \$3.2 millones, PDC puede considerar seriamente un estudio de investigación de mercado con objeto de obtener más información acerca del estado.

*El valor de que PDC conozca el nivel de aceptación en el mercado antes de elegir una alternativa de decisión es \$3.2 millones.*

**TABLA 21.2** TABLA DE RECOMPENSA PARA EL PROYECTO DE LOS CONDOMINIOS DE PDC (MILLONES DE DÓLARES)

Alternativa de decisión	Estado	
	Demanda alta $s_1$	Demanda baja $s_2$
Complejo pequeño, $d_1$	8	7
Complejo mediano, $d_2$	14	5
Complejo grande, $d_3$	20	-9



El **valor esperado de la información perfecta** se calcula en general como sigue:

#### VALOR ESPERADO DE LA INFORMACIÓN PERFECTA

$$VEIP = |VEcIP - VEsIP| \quad (21.4)$$

donde

VEIP = valor esperado de la información perfecta

VEcIP = valor esperado con información perfecta acerca del estado

VEsIP = valor esperado sin información perfecta acerca del estado

Observe el papel del valor absoluto en la ecuación (21.4). En problemas de minimización, la información ayuda a reducir y bajar los costos; de manera que el valor esperado con información perfecta es menor o igual al valor esperado sin información perfecta. En este caso, VEIP es la magnitud de la diferencia entre VEcIP y VEsIP o el valor absoluto de la diferencia como se muestra en la ecuación (21.4).

### Ejercicios

#### Métodos

#### Autoexamen

- En la tabla de recompensa siguiente se muestran las ganancias en un problema de análisis de decisión en el que se tienen dos alternativas de decisión y tres estados.

Alternativas de decisión	Estados		
	$s_1$	$s_2$	$s_3$
$d_1$	250	100	25
$d_2$	100	100	75

- Construya un árbol de decisión para este problema.
  - Suponga que la persona que debe tomar la decisión obtiene las probabilidades  $P(s_1) = 0.65$ ,  $P(s_2) = 0.15$  y  $P(s_3) = 0.20$ . Emplee el método del valor esperado para determinar la mejor decisión.
- Una persona que debe tomar una decisión y que se encuentra ante cuatro alternativas de decisión y cuatro estados elabora la tabla de recompensa siguiente:

Alternativas de decisión	Estados			
	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$
$d_1$	14	9	10	5
$d_2$	11	10	8	7
$d_3$	9	10	10	11
$d_4$	8	10	11	13

Esta persona obtiene información que le permite hacer las siguientes evaluaciones de las probabilidades:  $P(s_1) = 0.5$ ,  $P(s_2) = 0.2$ ,  $P(s_3) = 0.2$  y  $P(s_4) = 0.1$ .

- Emplee el método del valor esperado para determinar la solución óptima.
- Suponga que las entradas en la tabla de recompensa son costos. Use el método del valor esperado para determinar la decisión óptima.

Autoexamen

Aplicaciones

3. Hudson Corporation está en consideración de tres opciones para el procesamiento de sus datos: continuar con su propio personal, contratar una empresa externa para que lo haga (lo que se conoce como *outsourcing*) o una combinación de ambas cosas. El costo depende de la demanda futura. El costo anual de cada opción (en miles de dólares) depende de la demanda futura.

Opciones	Demanda		
	Alta	Media	Baja
Personal propio	650	650	600
Empresa externa	900	600	300
Combinación	800	650	500

- a. Si las probabilidades para la demanda son 0.2, 0.5 y 0.3, respectivamente, ¿qué alternativa de decisión minimizará el costo del procesamiento de datos? ¿Cuál es el costo anual esperado de su recomendación?
- b. ¿Cuál es el valor esperado de la información perfecta?
4. Myrtle Air Express ha decidido ofrecer un servicio directo de Cleveland a Myrtle Beach. Los directivos deben decidir entre un servicio de primera a precios normales usando la nueva flota de jet de la empresa o servicio de bajo precio usando los aviones regionales de menor capacidad. Es claro que la mejor elección depende de la reacción del mercado al servicio que ofrece Myrtle Air. Los administradores han elaborado estimaciones de la contribución a las ganancias que tendría cada tipo de servicio con base en dos niveles de demanda del servicio a Myrtle Beach: alta o baja. En la tabla siguiente se muestran las ganancias trimestrales estimadas (en miles de dólares).

Servicio	Demanda del servicio	
	Alta	Baja
De primera	\$960	−\$490
De bajo precio	\$670	\$320

- a. ¿Qué es lo que hay que decidir? ¿Cuál es el evento aleatorio y cuál es la consecuencia? ¿Cuántas alternativas de decisión hay? ¿Cuántos resultados tiene el evento aleatorio?
- b. Suponga que el gerente de Myrtle Air cree que la probabilidad de que la demanda sea alta es 0.7 y que la probabilidad de que la demanda sea baja es 0.3. Emplee el método del valor esperado para determinar cuál es la decisión óptima.
- c. Suponga que la probabilidad de que la demanda sea alta es 0.8 y la probabilidad de que la demanda sea baja es 0.2. Emplee el método del valor esperado para determinar cuál es la decisión óptima.
5. La distancia de Potsdam a los grandes mercados y el limitado servicio aéreo ha impedido que este pueblo tenga un atractivo desarrollo industrial. Air Express, una importante empresa de servicio nocturno de transporte de paquetería, está considerando establecer un centro de distribución regional en Potsdam. Pero Air Express sólo establecerá este centro si el aeropuerto local aumenta la longitud de su pista. Otra empresa que pretende establecerse en esa localidad es Diagnostic Research, Inc. (DRI), uno de los principales productores de equipo para pruebas médicas. DRI pretende instalar una nueva planta de fabricación en el lugar. Para DRI no es condición el que se aumente la longitud de la pista aérea, pero la comisión de planificación local considera que eso serviría para convencer a DRI de abrir su nueva fábrica en Potsdam.

Si esta localidad aumenta la longitud de su pista aérea, la comisión de planificación local considera que se tendrían las probabilidades que se muestran en la tabla siguiente.

	Planta de DRI	Sin planta de DRI
<b>Centro de Air Express</b>	0.30	0.10
<b>Sin centro de Air Express</b>	0.40	0.20

Por ejemplo, la probabilidad de que Air Express establezca un centro de distribución y DRI construya una nueva planta en el lugar es 0.30.

Los ingresos anuales estimados para la localidad, una vez deducidos los costos de aumentar la longitud de la pista aérea, son los siguientes:

	Planta de DRI	Sin planta de DRI
<b>Centro de Air Express</b>	\$600 000	\$150 000
<b>Sin centro de Air Express</b>	\$250 000	–\$200 000

Si no se realiza el proyecto de expansión de la pista aérea, la comisión de planificación estima que la probabilidad de que DRI no establezca su nueva planta en ese lugar es 0.6, en este caso el ingreso anual estimado del lugar será de \$450 000. Si no se realiza el proyecto de expansión de la pista aérea y DRI no establece su nueva planta en ese lugar, el ingreso anual será \$0, ya que no se incurrirá en ningún gasto y no habrá ningún ingreso.

- ¿Cuál es la decisión a tomar, cuál es el evento aleatorio y cuál es la consecuencia?
- Calcule el ingreso anual esperado correspondiente a la alternativa de decisión de aumentar la longitud de la pista aérea.
- Calcule el ingreso anual esperado correspondiente a la alternativa de decisión de no aumentar la longitud de la pista aérea.
- ¿El pueblo debe elegir aumentar la longitud de la pista aérea? Explique.
- Suponga que las probabilidades relacionadas con el aumento de la longitud de la pista aérea fueran las siguientes:

	Planta de DRI	Sin planta de DRI
<b>Centro de Air Express</b>	0.40	0.10
<b>Sin centro de Air Express</b>	0.30	0.20

¿Este cambio de las probabilidades tendría algún efecto sobre la decisión recomendada?

- La empresa vitivinícola Seneca Hill Winery acaba de adquirir una propiedad con objeto de crear un nuevo viñedo. La dirección está considerando dos variedades de uva blanca: Chardonnay y Riesling. Con las uvas Chardonnay se produciría un vino Chardonnay seco y con las uvas Riesling se produciría un vino Riesling semiseco. Se necesitan aproximadamente cuatro años desde que se planta la uva hasta que puede ser cosechada. Este tiempo hace que se tenga una gran incertidumbre respecto a la demanda futura, y dificulta la decisión de qué tipo de uva sembrar. Se consideran tres posibilidades: sembrar únicamente uva Chardonnay, sembrar únicamente uva Riesling o sembrar ambas, Chardonnay y Riesling. Los directivos de Seneca han decidido que para los propósitos de la planeación bastará considerar únicamente dos posibilidades de deman-

da para cada tipo de vino: alta y baja. Al tener únicamente dos posibilidades para cada tipo de vino, es necesario evaluar cuatro probabilidades. Con ayuda de algunos pronósticos de publicaciones industriales, la dirección ha estimado las probabilidades siguientes.

	Demanda de Riesling	
	Baja	Alta
Demanda de Chardonnay		
Baja	0.05	0.50
Alta	0.25	0.20

Las proyecciones de ingresos muestran una contribución anual de \$20 000 a las ganancias, si Seneca planta únicamente uva Chardonnay y la demanda de vino Chardonnay es baja, y \$70 000 si planta únicamente uva Chardonnay y la demanda de vino Chardonnay es alta. Si únicamente planta uva Riesling, la proyección del ingreso anual es de \$25 000 si la demanda de vino Riesling es baja y \$45 000 si la demanda de vino Riesling es alta. Si Seneca planta ambos tipos de uva, las proyecciones de ganancias anuales son las que se muestran en la tabla siguiente.

	Demanda de Riesling	
	Baja	Alta
Demanda de Chardonnay		
Baja	\$22 000	\$40 000
Alta	\$26 000	\$60 000

- a. ¿Cuál es la decisión a tomar, cuál es el evento aleatorio y cuál es la consecuencia?
  - b. Elabore un árbol de decisión.
  - c. Emplee el método del valor esperado para recomendar qué alternativa debe tomar Seneca para maximizar la ganancia anual.
  - d. Suponga que a la dirección le interesan las probabilidades estimadas para el caso de que la demanda de vino Chardonnay sea alta. Algunos suponen que en este caso la demanda de Riesling también será alta. Suponga que la probabilidad de que la demanda de Chardonnay sea alta y que la demanda de Riesling sea baja es 0.05 y que la probabilidad de que la demanda de Chardonnay sea alta y la demanda de Riesling también lo sea es 0.40. ¿Cómo modifica esto la decisión recomendada? Suponga que las probabilidades de que la demanda de Chardonnay sea baja siguen siendo 0.05 y 0.50.
  - e. Otros miembros del equipo directivo esperan que el mercado de Chardonnay se sature en algún momento del futuro haciendo bajar los precios. Suponga que las proyecciones de ganancia anual caigan a \$50 000 si la demanda de Chardonnay es alta y sólo se siembran uvas Chardonnay. Con las estimaciones de probabilidades iniciales, determine cómo afecta este cambio a la decisión óptima.
7. El consejo municipal de Lake Placid ha decidido construir un nuevo centro comunitario que será usado para convenciones, conciertos y otros eventos públicos, pero existen controversias respecto a su tamaño. Muchos de los ciudadanos influyentes desean que sea grande para que sirva de escaparate para la zona. Pero el alcalde cree que si la demanda no lo justifica, la comunidad perderá una gran cantidad de dinero. Para facilitar la decisión, el consejo municipal ha reducido las alternativas de construcción a tres tamaños: pequeño, mediano y grande. Todo mundo coincide en que el factor relevante para elegir el tamaño es la cantidad de personas que usarán estas nuevas instalaciones. Un asesor en planeación regional proporciona estimaciones de la demanda en tres escenarios: en el peor de los casos, en el caso base y en el mejor de los casos. El peor de los casos corresponde a la situación en que el turismo baje significativamente; el caso base corresponde a la situación en que Lake Placid siga atrayendo la misma cantidad de visitantes que hasta ahora, y el mejor de los casos corresponde a un aumento significativo del turismo. El asesor ha

proporcionado las siguientes probabilidades estimadas, 0.10, 0.60 y 0.30 para el peor de los casos, el caso base y el mejor de los casos, respectivamente.

El consejo municipal ha sugerido el flujo de caja neto en un horizonte a cinco años como criterio para decidir cuál es el tamaño adecuado. Un asesor elaboró las proyecciones siguientes de flujo de caja neto (en miles de dólares) a un horizonte de cinco años. Todos los costos, incluyendo los honorarios del asesor, están incluidos.

Tamaño del centro	Escenario de demanda		
	Peor caso	Caso base	Mejor caso
Pequeño	400	500	660
Mediano	−250	650	800
Grande	−400	580	990

- ¿Cuál es la decisión que deberá tomar Lake Placid con el método del valor esperado?
- Calcule el valor esperado de la información perfecta. ¿Cree usted que valdría la pena tratar de obtener más información acerca de qué escenario tiene más posibilidades de presentarse?
- Suponga que la probabilidad del escenario del peor de los casos aumentara a 0.2, la probabilidad del escenario del caso base disminuyera 0.5 y la probabilidad del escenario del mejor caso permaneciera igual. ¿Estos cambios tendrían algún efecto en la recomendación para la toma de decisión?
- El asesor sugiere que un gasto de \$150 000 en una campaña promocional a lo largo del horizonte de planeación reduciría a cero la probabilidad del escenario del peor caso. Si se espera que esta campaña también aumente la probabilidad del escenario del mejor de los casos a 0.4, ¿es una buena inversión?

## 21.3

## Análisis de decisión con información muestral

Al aplicar el método del valor esperado, se mostró cómo la información de la probabilidad de los estados afecta al valor esperado y, por tanto, a la recomendación sobre la decisión. Suele ocurrir que quien debe tomar la decisión cuente con evaluaciones de probabilidad preliminar o **probabilidad previa** para los estados que son los mejores valores de probabilidad de que se dispone en ese momento. Sin embargo, para tomar la mejor decisión posible, la persona que tomará la decisión suele tratar de obtener más información acerca de los estados. Esta nueva información sirve para revisar o actualizar las probabilidades previas, de modo que la decisión final se sustente en probabilidades más certeras de los estados. Lo más frecuente es que se obtenga más información mediante experimentos diseñados para proporcionar **información muestral** acerca de los estados. El muestreo de materia prima, la prueba de productos y los estudios de investigación de mercado son ejemplos de experimentos (o estudios) que permiten a los directivos modificar o actualizar las probabilidades de los estados. A estas probabilidades actualizadas se les llama **probabilidades posteriores**.

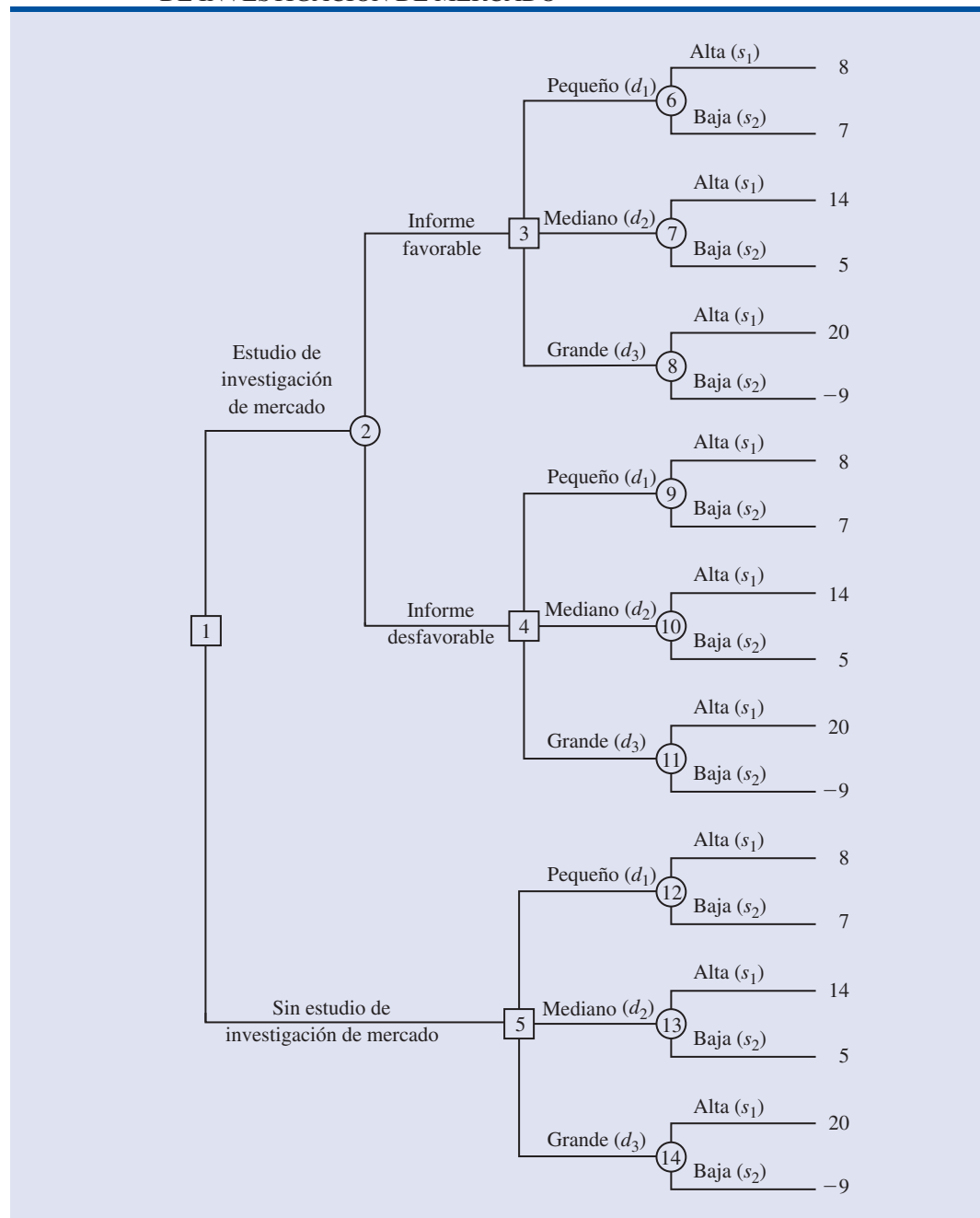
De regreso al ejemplo de PDC, suponga que el director considera la posibilidad de hacer un estudio de investigación de mercado de seis meses de duración para conocer mejor la aceptación potencial en el mercado del proyecto de los condominios de PDC. El director prevé que el estudio de la investigación de mercado proporcionará uno de los dos siguientes resultados:

- Informe favorable: Una cantidad significativa de las personas entrevistadas expresó interés por comprar un condominio de PDC.
- Informe desfavorable: Muy pocas de las personas entrevistadas expresaron interés por comprar un condominio de PDC.

## Árbol de decisión

En la figura 21.4 se presenta el árbol de decisión para el problema de PDC con información muestral, en el que se observa la secuencia lógica de las decisiones y de los eventos aleatorios. Primero, el director de PDC debe decidir si llevar a cabo el estudio de la investigación de mercado. Si se realiza este estudio, el director de PDC debe estar preparado para tomar una decisión acerca del tamaño del complejo de condominios en caso de que el informe del estudio de la investigación de mercado sea favorable y, tal vez, otra decisión distinta acerca del tamaño del complejo si el informe de la investigación de mercado es desfavorable.

**FIGURA 21.4** ÁRBOL DE DECISIÓN DE PDC QUE COMPRENDE EL ESTUDIO DE INVESTIGACIÓN DE MERCADO



En la figura 21.4 los cuadrados indican nodos de decisión y los círculos indican nodos aleatorios. En cada nodo de decisión, la rama que se siga depende de la decisión que se tome. En cada nodo aleatorio, la rama que se siga depende de la probabilidad. Por ejemplo, el nodo de decisión 1 indica que PDC debe decidir si realiza el estudio de investigación de mercado. Si realiza el estudio de investigación de mercado, el nodo aleatorio 2 indica que las ramas del informe favorable y del informe desfavorable no se encuentran bajo control de PDC y estarán determinadas por la casualidad. El nodo 3 es de decisión e indica que si el informe de la investigación de mercado es favorable, PDC debe decidir si el complejo que construya será pequeño, mediano o grande. El nodo 4 es un nodo de decisión que indica que si el reporte de la investigación de mercado es desfavorable, PDC debe decidir si el complejo que construya será pequeño, mediano o grande. El nodo 5 es un nodo de decisión que indica que si PDC no realiza la investigación de mercado debe decidir si el complejo que construya será pequeño, mediano o grande. Los nodos 6 a 14 son aleatorios e indican que las ramas de los estados alta demanda o baja demanda serán determinadas por la casualidad.

*En la sección 21.4 se explica cómo obtener estas probabilidades.*

Para el análisis de un árbol de decisión y para la elección de una estrategia óptima es necesario que se conozcan todas las probabilidades de rama de todos los nodos aleatorios. PDC tiene las siguientes probabilidades de rama.

Si se realiza el estudio de investigación de mercado

$$\begin{aligned}P(\text{Informe favorable}) &= P(F) = 0.77 \\P(\text{Informe desfavorable}) &= P(D) = 0.23\end{aligned}$$

Si el informe de la investigación de mercado es favorable

$$\begin{aligned}P(\text{Demanda alta dado un informe favorable}) &= P(s_1|F) = 0.94 \\P(\text{Demanda baja dado un informe favorable}) &= P(s_2|F) = 0.06\end{aligned}$$

Si el informe de la investigación de mercado es desfavorable

$$\begin{aligned}P(\text{Demanda alta dado un informe desfavorable}) &= P(s_1|D) = 0.35 \\P(\text{Demanda baja dado un informe desfavorable}) &= P(s_2|D) = 0.65\end{aligned}$$

Si no se realiza la investigación de mercado, se pueden emplear las probabilidades previas.

$$\begin{aligned}P(\text{Demanda alta}) &= P(s_1) = 0.80 \\P(\text{Demanda baja}) &= P(s_2) = 0.20\end{aligned}$$

En el árbol de decisión de la figura 21.5, sobre el árbol de decisión, se muestran las probabilidades de rama.

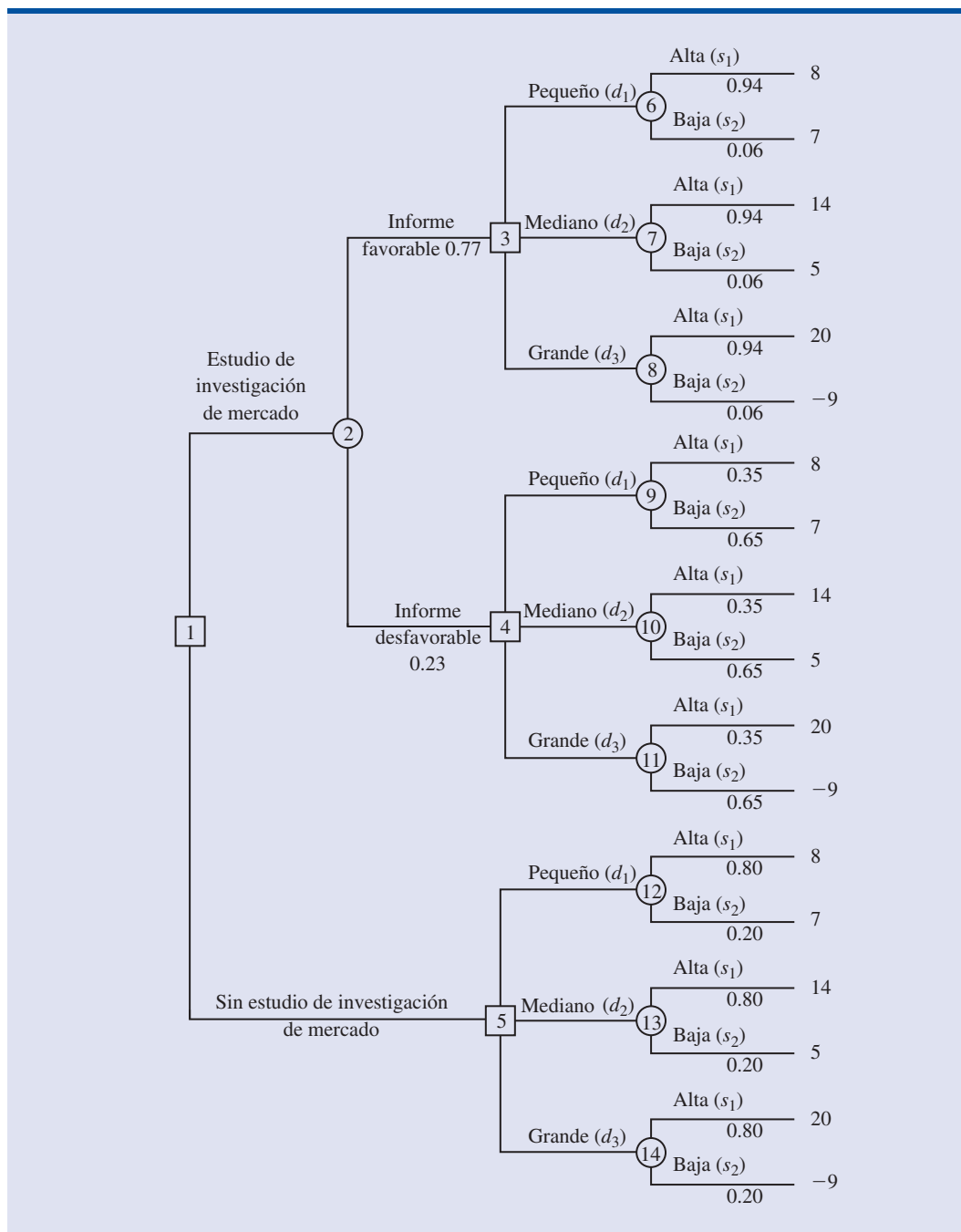
## Estrategia de decisión

Una **estrategia de decisión** es una secuencia de decisiones y resultados aleatorios, donde las decisiones que se toman dependen de los resultados, por conocer, de los eventos aleatorios. El método que se emplea para determinar la estrategia óptima de decisión se basa en recorrer el árbol de decisión en sentido regresivo, de atrás para adelante, debe seguir los pasos que se indican a continuación:

1. En los nodos aleatorios se calcula su valor esperado al multiplicar la recompensa que aparece al final de cada rama por la correspondiente probabilidad de la rama.
2. En los nodos de decisión, se elige la rama de decisión que conduzca al mayor valor esperado. Este valor esperado será el valor esperado del nodo de decisión.



**FIGURA 21.5** ÁRBOL DE DECISIÓN DE PDC QUE MUESTRA LAS PROBABILIDADES DE RAMA



Al comenzar el recorrido regresivo con el cálculo de los valores esperados de los nodos 6 a 14 se obtienen los resultados siguientes:

$$\begin{aligned}
 \text{VE(Nodo 6)} &= 0.94(8) + 0.06(7) = 7.94 \\
 \text{VE(Nodo 7)} &= 0.94(14) + 0.06(5) = 13.46 \\
 \text{VE(Nodo 8)} &= 0.94(20) + 0.06(-9) = 18.26 \\
 \text{VE(Nodo 9)} &= 0.35(8) + 0.65(7) = 7.35 \\
 \text{VE(Nodo 10)} &= 0.35(14) + 0.65(5) = 8.15 \\
 \text{VE(Nodo 11)} &= 0.35(20) + 0.65(-9) = 1.15 \\
 \text{VE(Nodo 12)} &= 0.80(8) + 0.20(7) = 7.80 \\
 \text{VE(Nodo 13)} &= 0.80(14) + 0.20(5) = 12.20 \\
 \text{VE(Nodo 14)} &= 0.80(20) + 0.20(-9) = 14.20
 \end{aligned}$$

En la figura 21.6 se presenta el árbol de decisión reducido, una vez calculados los valores esperados de estos nodos aleatorios.

Después se continúa con los nodos 3, 4, y 5. En cada uno de estos nodos se elige la rama de la alternativa de decisión que conduzca al mayor valor esperado. Por ejemplo, en el nodo 3 se puede elegir entre las ramas del complejo pequeño para la que  $\text{VE(Nodo 6)} = 7.49$ , la del complejo mediano para la que  $\text{VE(Nodo 7)} = 13.46$  y la del complejo grande para la que  $\text{VE(Nodo 8)} = 18.26$ . Se elegirá la rama de la alternativa de decisión del complejo grande y el valor esperado del nodo 3 será,  $\text{VE(Nodo 3)} = 18.26$ .

En el nodo 4 hay que elegir, entre los nodos 9, 10 y 11, el que tenga el mayor valor esperado. La mejor alternativa de decisión es la rama del complejo mediano, con la que se obtiene  $\text{VE(Nodo 4)} = 8.15$ . En el nodo 5 la elección es entre los nodos 12, 13 y 14, el que tenga el mayor valor esperado. La mejor alternativa de decisión es la rama con la que se obtiene  $\text{VE(Nodo 5)} = 14.20$ . En la figura 21.7 se presenta el árbol de decisión reducido una vez que en los nodos 3, 4, y 5 se han elegido, o tomado, las mejores decisiones.

Ahora se puede calcular el valor esperado del nodo 2, de la manera siguiente:

$$\begin{aligned}
 \text{VE(Nodo 2)} &= 0.77\text{VE(Nodo 3)} + 0.23\text{VE(Nodo 4)} \\
 &= 0.77(18.26) + 0.23(8.15) = 15.93
 \end{aligned}$$

Con estos cálculos el árbol de decisión se reduce a un árbol que tiene únicamente dos ramas de decisión que salen del nodo 1 (véase la figura 21.8).

Por último, en el nodo 1 se puede llegar a una decisión al elegir entre los nodos 2 y 5, el que tenga el mayor valor esperado. Esto lleva a la alternativa de decisión de realizar el estudio de investigación de mercado, con el cual se obtendrá un valor esperado de 15.93.

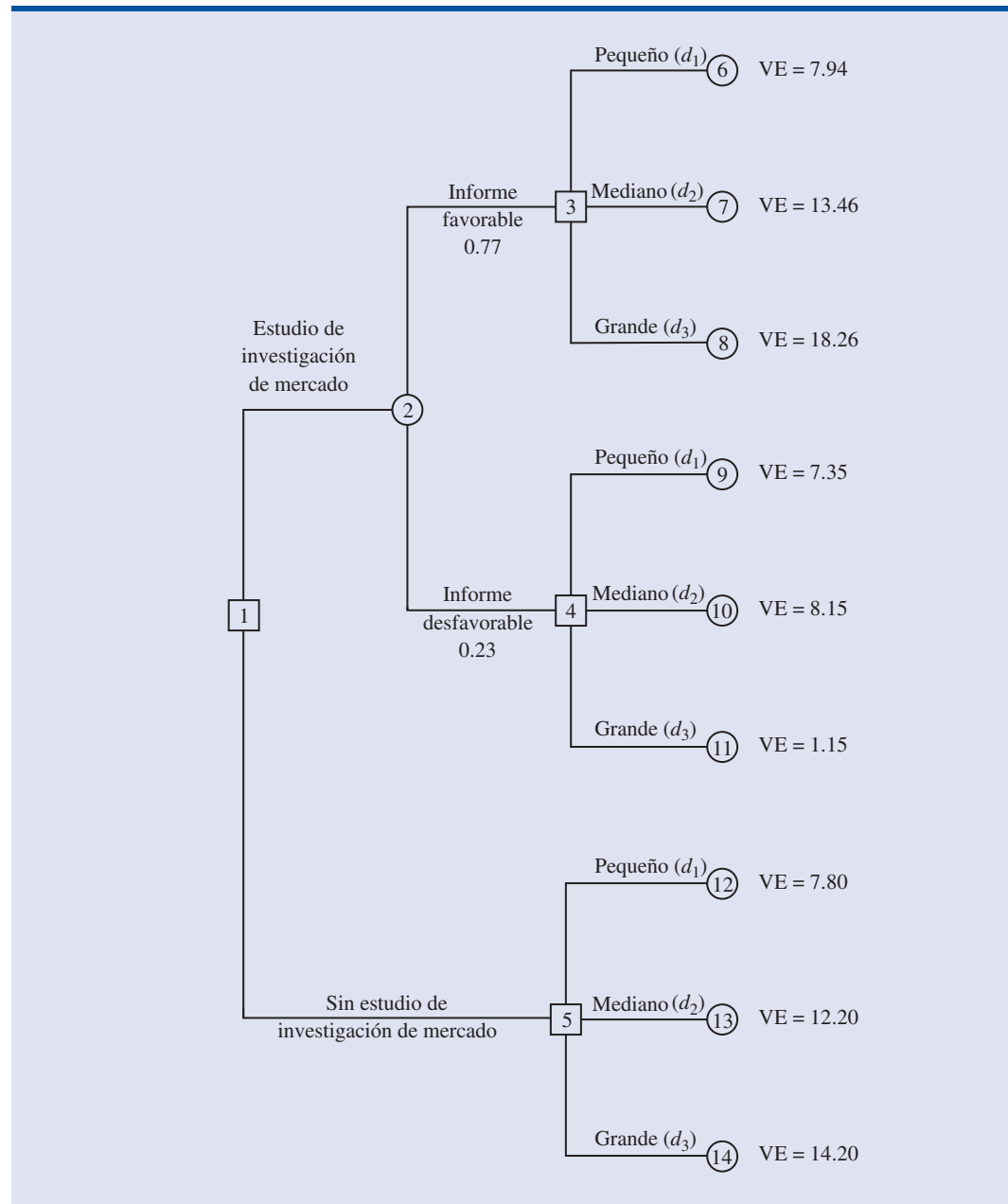
Para PDC, la decisión óptima es realizar el estudio de investigación de mercado y después seguir la siguiente estrategia de decisión:

Si la investigación de mercado es favorable, construir el complejo grande.

Si la investigación de mercado es desfavorable, construir el complejo mediano.

Este análisis del árbol de decisión de PDC ilustra los métodos que pueden usarse para analizar problemas secuenciales de decisiones más complejos. Primero, se dibuja el árbol de decisión que consta de nodos de decisión, nodos aleatorios y ramas que describen el carácter secuencial del problema. Se determinan las probabilidades de todos los resultados aleatorios. Después procediendo en forma regresiva a través del árbol de decisión se calcula el valor esperado de todos los nodos aleatorios y en cada uno de los nodos de decisión se elige la rama que conduzca a la mejor decisión. La secuencia de ramas de decisiones óptimas determina la estrategia de la decisión óptima para el problema.

**FIGURA 21.6** ÁRBOL DE DECISIÓN DE PDC UNA VEZ CALCULADOS LOS VALORES ESPERADOS DE LOS NODOS DE DECISIÓN 6 A 14

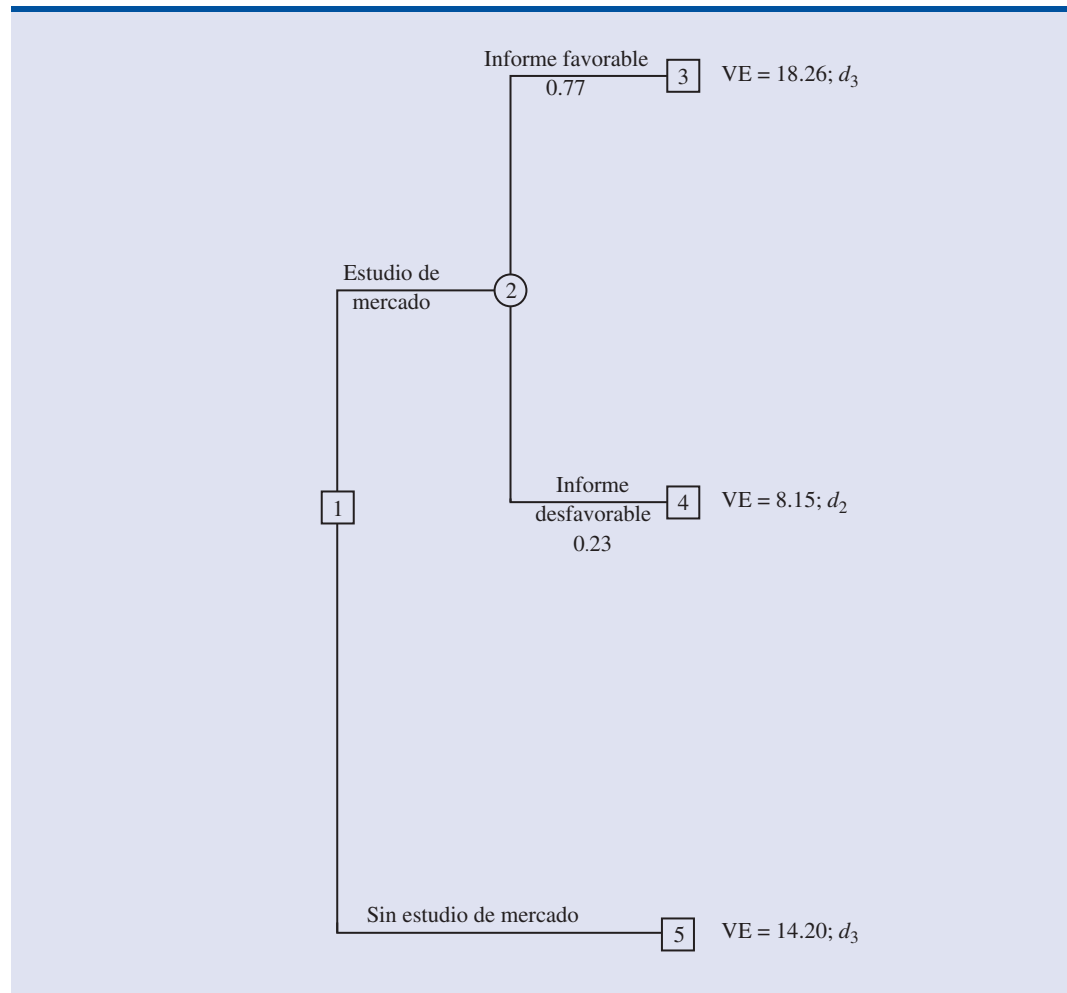


El VEIM = \$1.73 millones sugiere que PDC deberá estar dispuesto a pagar hasta \$1.73 millones por la realización del estudio de la investigación de mercado.

### Valor esperado de la información muestral

En el problema de PDC, la información muestral que se usa para determinar la estrategia óptima de decisión es el estudio de la investigación de mercado. El valor esperado del estudio de la investigación de mercado es \$15.93. En la sección 21.3 se mostró que si *no* se realiza la investigación de mercado, el mejor valor esperado es \$14.20. Por tanto, se concluye que la diferencia  $\$15.93 - \$14.20 = \$1.73$  es el **valor esperado de la información muestral (VEIM)**. En otras

**FIGURA 21.7** ÁRBOL DE DECISIÓN DE PDC, UNA VEZ ELEGIDAS LAS MEJORES DECISIONES EN LOS NODOS 3, 4 Y 5



palabras, realizar el estudio de la investigación de mercado agrega \$1.73 millones al valor esperado de PDC. En general, el valor esperado de la información muestral es el siguiente:

#### VALOR ESPERADO DE LA INFORMACIÓN MUESTRAL

$$VEIM = |VEcIM - VEsIM|$$

**(21.5)**

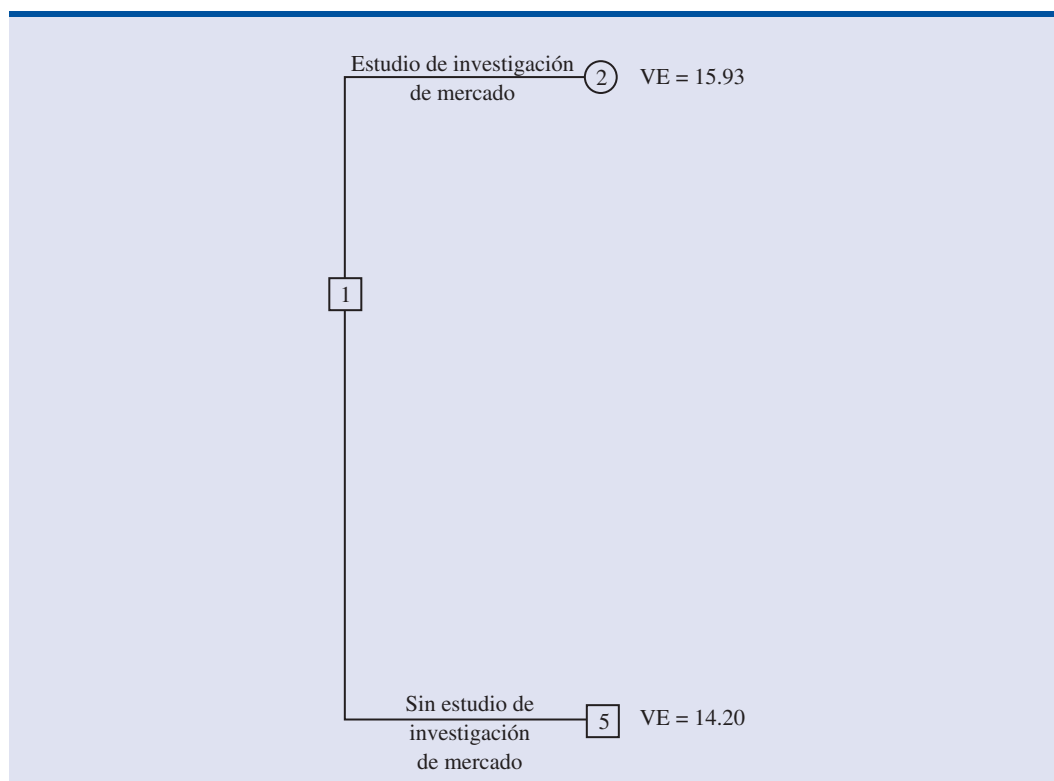
donde

VEIM = valor esperado de la información muestral

VEcIM = valor esperado *con* información muestral acerca del estado

VEsIM = valor esperado *sin* información muestral acerca del estado

Note el papel del valor absoluto en la ecuación (21.5). En problemas de minimización, el valor esperado con información muestral es siempre menor que el valor esperado sin información

**FIGURA 21.8** ÁRBOL DE DECISIÓN DE PDC REDUCIDO A DOS RAMAS DE DECISIÓN

muestral. En ese caso  $VE_{IM}$  es la magnitud de la diferencia entre  $VE_{CIM}$  y  $VE_{SIM}$ ; de esta manera, al tomar el valor absoluto de la diferencia, como se muestra en la ecuación (21.5), se pueden tratar tanto los casos de maximización como los de minimización con una sola ecuación.

## Ejercicios

### Métodos

## Autoexamen

8. Se considerará una variación del árbol de decisión de PDC mostrado en la figura 21.5. Lo primero que tiene que decidir la empresa es si llevar a cabo, o no, el estudio de la investigación de mercado. Si se realiza el estudio de la investigación de mercado, los resultados pueden ser favorables ( $F$ ) o desfavorables ( $D$ ). Ahora suponga que sólo se tienen dos alternativas de decisión,  $d_1$  y  $d_2$ , y dos estados,  $s_1$  y  $s_2$ . En la tabla de recompensas siguiente se muestran las ganancias:

Alternativa de decisión	Estado	
	$s_1$	$s_2$
$d_1$	100	300
$d_2$	400	200

- a. Presente el árbol de decisión.
- b. A partir de las probabilidades siguientes proporcione la estrategia óptima de decisión.

$$\begin{array}{llll}
 P(F) = 0.56 & P(s_1 | F) = 0.57 & P(s_1 | D) = 0.18 & P(s_1) = 0.40 \\
 P(D) = 0.44 & P(s_2 | F) = 0.43 & P(s_2 | D) = 0.82 & P(s_2) = 0.60
 \end{array}$$

## Aplicaciones

9. Un inversionista de bienes raíces tiene la oportunidad de comprar un terreno en una zona que actualmente es residencial. Si en el lapso de un año, la junta de administración local aprueba la solicitud de modificar el uso de esta propiedad a propiedad comercial, el inversionista podrá rentar el terreno a una tienda de descuento que desea abrir una sucursal en ese lugar. Pero si esta modificación no es aprobada, el inversionista tendría que vender la propiedad y tener una pérdida. En la siguiente tabla de recompensa se presentan las ganancias posibles (en miles de dólares).

Alternativas de decisión	Estado	
	Aprobación	No aprobación
	$s_1$	$s_2$
Comprar, $d_1$	600	-200
No comprar, $d_2$	0	0

- Si la probabilidad de que se acepte la modificación es 0.5, ¿cuál es la decisión que se recomienda?
- Al comprar el terreno el inversionista accede a una opción, la cual le concede el derecho de comprar el terreno dentro de los próximos tres meses, tiempo en el que tendrá oportunidad de obtener más información acerca de la resistencia de los habitantes de la zona a la modificación solicitada. Las probabilidades son las siguientes:

Sea  $M$  = mucha resistencia a la modificación

$P$  = poca resistencia a la modificación

$$P(M) = 0.55 \quad P(s_1 | M) = 0.18 \quad P(s_2 | M) = 0.82$$

$$P(P) = 0.45 \quad P(s_1 | P) = 0.89 \quad P(s_2 | P) = 0.11$$

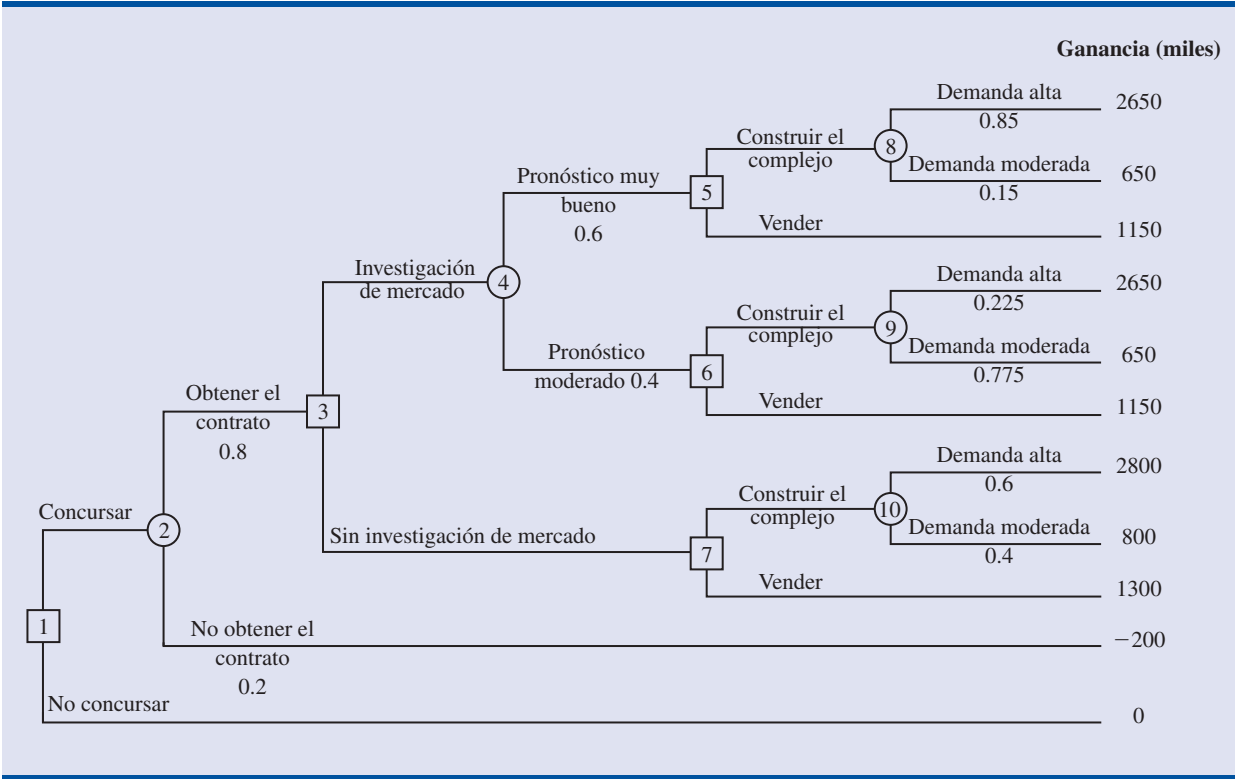
¿Cuál es la estrategia óptima de decisión si el inversionista aprovecha el periodo que le da la opción, para obtener más información acerca de la resistencia de los habitantes de la zona, antes de tomar una decisión sobre la compra?

- Si para adquirir la opción, el inversionista tiene que gastar \$10 000 más, ¿deberá adquirir la opción? ¿Por qué sí o por qué no? ¿Cuál será la máxima cantidad que el inversionista estará dispuesto a pagar por la opción?
10. La empresa Dante Development Corporation considera la posibilidad de concursar por un contrato para la construcción de un nuevo complejo de oficinas. En la figura 21.9 se presenta el árbol de decisión elaborado por uno de los analistas de Dante. En el nodo 1 la empresa tiene que decidir si concursa o no por el contrato. Prepararse para el concurso cuesta \$200 000. La rama superior del nodo 2 indica que, si la empresa concursa, la probabilidad de ganar el contrato es 0.8. Si la empresa gana el contrato, tendrá que pagar \$2 000 000 para convertirse en socio del proyecto. El nodo 3 muestra que, entonces, la empresa, antes de empezar con la construcción, tendrá que considerar la posibilidad de realizar un estudio de investigación de mercado para pronosticar la demanda que tendrán las oficinas. El costo de este estudio es de \$150 000. El nodo 4 es aleatorio y señala los posibles resultados del estudio de la investigación de mercado.

Los nodos 5, 6 y 7 son todos similares entre sí, ya que todos son nodos de decisión en los que Dante tiene que decidir si construir las oficinas o vender el derecho sobre el proyecto a otra empresa. Si se decide a construir el complejo, tendrá un ingreso de \$5 000 000 si la demanda es alta, y \$3 000 000, si la demanda es moderada. Si Dante decide vender sus derechos sobre el proyecto a otra empresa, se estima que el ingreso por la venta será \$3 500 000. Las probabilidades en los nodos 4, 8 y 9 están basadas en los resultados del estudio de la investigación de mercado.

- Verifique las proyecciones de ganancias que se presentan al final de las ramas del árbol de decisión, calcule las recompensas de \$2 650 000 y \$650 000 de los dos primeros resultados.
- ¿Cuál es la estrategia óptima de decisión para Dante, y cuál es la ganancia esperada en este proyecto?
- ¿De cuánto tendrá que ser el costo del estudio de la investigación de mercado para que Dante se decida a realizar el estudio?

FIGURA 21.9 ÁRBOL DE DECISIÓN PARA LA EMPRESA DANTE DEVELOPMENT CORPORATION



11. La empresa Hale's TV Productions considera producir un programa piloto de una serie de televisión que espera vender a una cadena de televisión. Puede ser que la cadena rechace la serie, pero también que decida comprar los derechos de la serie por uno o dos años. En este momento, Hale tiene que producir la muestra y esperar a la decisión de la cadena de televisión o transferirle los derechos sobre el piloto y sobre la serie a un competidor por \$100 000. En la tabla siguiente se muestran las alternativas de decisión y las ganancias de Hale.

Alternativas de decisión	Estado		
	Rechazo, $s_1$	1 año, $s_2$	2 años, $s_3$
Producir la muestra, $d_1$	-100	50	150
Vender a la competencia, $d_2$	100	100	100

Las probabilidades de los estados son  $P(s_1) = 0.2$ ,  $P(s_2) = 0.3$  y  $P(s_3) = 0.5$ . Mediante un pago de \$5 000, una agencia puede revisar los planes de la serie e indicar las posibilidades de que la cadena de televisión tenga una reacción favorable. La revisión de la agencia puede dar resultados favorables ( $F$ ) o desfavorables ( $D$ ); suponga que las probabilidades sean las siguientes.

$$\begin{aligned} P(F) &= 0.69 & P(s_1 | F) &= 0.90 & P(s_1 | D) &= 0.45 \\ P(D) &= 0.31 & P(s_2 | F) &= 0.26 & P(s_2 | D) &= 0.39 \\ & & P(s_3 | F) &= 0.65 & P(s_3 | D) &= 0.16 \end{aligned}$$

- a. Construya un árbol de decisión para este problema.
- b. ¿Cuál es la decisión recomendada si no se usa la opinión de la agencia? ¿Cuál es el valor esperado?



- c. ¿Cuál es el valor esperado de la información perfecta?
  - d. ¿Cuál es la estrategia óptima de decisión para Hale si usa la información de la agencia?
  - e. ¿Cuál es el valor esperado de la información de la agencia?
  - f. ¿La información de la agencia vale los \$5 000 que hay que pagarle? ¿Cuál es la cantidad máxima que Hale estará dispuesta a pagar por la información?
  - g. ¿Cuál es la decisión recomendada?
12. Martin's Service Station está considerando participar, el próximo invierno, en el negocio de quitar la nieve. Martin puede comprar una cuchilla aditamento para su camión pick-up o un camión quitanieves para trabajo pesado. Después de analizar la situación, Martin encuentra que cualquier alternativa será una inversión rentable si hay nevadas fuertes. Si las nevadas son moderadas, la rentabilidad puede ser pequeña y si las nevadas son muy ligeras, puede tener pérdidas. En la tabla siguiente se muestran las ganancias y las pérdidas

Alternativas de decisión	Estado		
	Fuerte, $s_1$	Moderada, $s_2$	Ligera, $s_3$
Aditamento, $d_1$	3500	1000	-1500
Quitanieves, $d_2$	7000	2000	-9000

Las probabilidades de los estados son  $P(s_1) = 0.4$ ,  $P(s_2) = 0.3$ ,  $P(s_3) = 0.3$ . Suponga que Martin decide esperar hasta septiembre antes de tomar una decisión. Las probabilidades estimadas de que en septiembre haga un frío normal ( $N$ ) o un frío inesperado ( $I$ ) son las siguientes:

$$\begin{array}{lll}
 P(N) = 0.8 & P(s_1 | N) = 0.35 & P(s_1 | U) = 0.62 \\
 P(U) = 0.2 & P(s_2 | N) = 0.30 & P(s_2 | U) = 0.31 \\
 & P(s_3 | N) = 0.35 & P(s_3 | U) = 0.07
 \end{array}$$

- a. Construya un árbol de decisión para este problema.
  - b. ¿Cuál es la decisión recomendada si Martin no espera hasta septiembre? ¿Cuál es el valor esperado?
  - c. ¿Cuál es el valor esperado de la información perfecta?
  - d. ¿Cuál es la estrategia óptima de decisión si no se toma la decisión sino hasta que se haya determinado el clima en septiembre? ¿Cuál es el valor esperado de esta estrategia?
13. La tienda departamental Lawson tiene que decidir si compra un producto estacional, el cual puede tener una demanda alta, moderada o baja. Lawson puede ordenar 1, 2, o 3 lotes, antes de la estación, pero después ya no podrá comprar otro lote. Las proyecciones de las ganancias (en miles de dólares) son las que se muestran a continuación.

Alternativas de decisión	Estado		
	Demanda alta $s_1$	Demanda moderada $s_2$	Demanda baja $s_3$
Ordenar 1 lote, $d_1$	60	60	50
Ordenar 2 lotes, $d_2$	80	80	30
Ordenar 3 lotes, $d_3$	100	70	10

- a. Si las probabilidades previas de los tres estados son 0.3, 0.3 y 0.4, respectivamente, ¿cuál es la cantidad de lotes recomendada?
- b. En todas las reuniones preestacionales de ventas, el vicepresidente de la empresa da su opinión respecto a la demanda potencial de los productos. Debido al carácter entusiasta y optimista del vicepresidente, los pronósticos de las condiciones del mercado siempre han sido

o “excelentes” ( $E$ ) o “muy buenas” ( $M$ ). Las probabilidades son las siguientes. ¿Cuál es la estrategia óptima de decisión?

$$\begin{aligned} P(E) &= 0.7 & P(s_1|E) &= 0.34 & P(s_1|M) &= 0.20 \\ P(M) &= 0.3 & P(s_2|E) &= 0.32 & P(s_2|M) &= 0.26 \\ & & P(s_3|E) &= 0.34 & P(s_3|M) &= 0.54 \end{aligned}$$

- c. Calcule el VEIP y el VEIM. Analice si la empresa debería consultar a un experto que le proporcionara un pronóstico independiente de la situación del mercado respecto al producto.

## 21.4

## Cálculo de las probabilidades de rama mediante el teorema de Bayes

En la sección 21.3 las probabilidades de rama de los nodos aleatorios del árbol de decisión fueron especificadas en la descripción del problema. Para determinar estas probabilidades no fue necesario realizar ningún cálculo. En esta sección se muestra cómo usar el **teorema de Bayes**, ya visto en el capítulo 4, para calcular las probabilidades de rama de un árbol de decisión.

En la figura 21.10 se presenta nuevamente el árbol de decisión de PDC. Sea

$F$  = Informe favorable de la investigación de mercado

$D$  = Informe desfavorable de la investigación de mercado

$s_1$  = Demanda alta (estado 1)

$s_2$  = Demanda baja (estado 2)

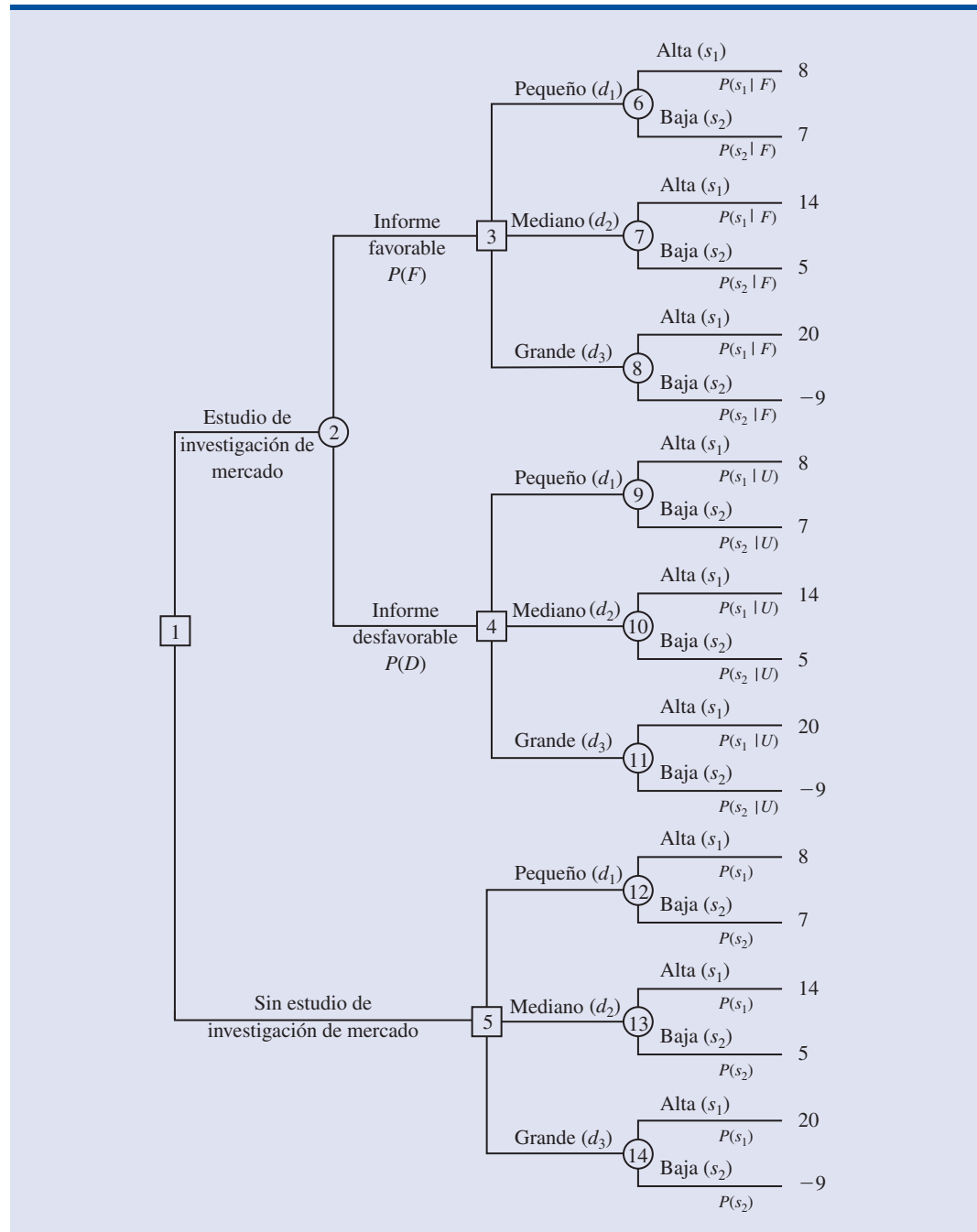
En el nodo aleatorio 2, se necesitan conocer las probabilidades de rama  $P(F)$  y  $P(D)$ . En los nodos aleatorios 6, 7 y 8 se necesitan conocer las probabilidades de rama,  $P(s_1|F)$  probabilidad del estado 1 dado un informe favorable de la investigación de mercado y  $P(s_2|F)$  probabilidad del estado 2 dado un informe favorable de la investigación de mercado. A  $P(s_1|F)$  y  $P(s_2|F)$  se les conoce como *probabilidades posteriores* debido a que son probabilidades condicionales basadas en el resultado de la información muestral. En los nodos 9, 10 y 11 se necesitan conocer las probabilidades de rama  $P(s_1|D)$  y  $P(s_2|D)$ ; observe que éstas también son probabilidades posteriores que denotan las probabilidades de dos estados *dado* que el informe de la investigación de mercado es desfavorable. Por último, en los nodos 12, 13 y 14 se necesitan las probabilidades de los estados  $P(s_1)$  y  $P(s_2)$  si no se realiza el estudio de la investigación de mercado.

Para calcular las probabilidades, se necesita saber cuáles son los valores que PDC da a las probabilidades de los estados  $P(s_1)$  y  $P(s_2)$ , que son las probabilidades previas, como ya se vio antes. Además, se necesita conocer la **probabilidad condicional** de los resultados de la investigación de mercado (información muestral) *dado* cada uno de los estados. Por ejemplo, se necesita conocer la probabilidad condicional de un informe favorable de la investigación de mercado dado que existe una alta demanda por el proyecto de PDC; observe que esta probabilidad condicional de  $F$  dado  $s_1$  se expresa  $P(F|s_1)$ . Para calcular estas probabilidades, se necesitan las probabilidades condicionales de todos los resultados muestrales dados cada uno de los estados, es decir,  $P(F|s_1)$ ,  $P(F|s_2)$ ,  $P(D|s_1)$  y  $P(D|s_2)$ . En el caso del problema de PDC se supone que se cuenta con las estimaciones de las siguientes probabilidades condicionales.

### Investigación de mercado

Estado	Favorable, $F$	Desfavorable, $D$
Demanda alta, $s_1$	$P(F s_1) = 0.90$	$P(D s_1) = 0.10$
Demanda baja, $s_2$	$P(F s_2) = 0.25$	$P(D s_2) = 0.75$

FIGURA 21.10 ÁRBOL DE DECISIÓN DE PDC



Observe que las estimaciones anteriores proporcionan una confianza razonable en el estudio de la investigación de mercado. Si el verdadero estado es  $s_1$ , la probabilidad de que el informe de la investigación de mercado sea favorable es 0.90 y la probabilidad de que el informe de la investigación de mercado sea desfavorable es 0.10. Si el verdadero estado es  $s_2$ , la probabilidad de que el informe de la investigación de mercado sea favorable es 0.25 y la probabilidad de que el informe de la investigación de mercado sea desfavorable es 0.75. La razón de que la probabilidad de un potencialmente engañoso informe favorable de mercado sea 0.25 para el estado  $s_2$  es que cuando los compradores potenciales oyen por primera vez hablar del nuevo proyecto del

**TABLA 21.3** PROBABILIDADES DE RAMA PARA EL PROYECTO DEL CONDOMINIO DE PDC BASADAS EN UN REPORTE FAVORABLE DE LA INVESTIGACIÓN DE MERCADO

Estados	Probabilidades previas $P(s_j)$	Probabilidades condicionales $P(F   s_j)$	Probabilidades conjuntas $P(F \cap s_j)$	Probabilidades posteriores $P(s_j   F)$
$s_j$				
$s_1$	0.8	0.90	0.72	0.94
$s_2$	<u>0.2</u>	0.25	<u>0.05</u>	<u>0.06</u>
	1.0		$P(F) = 0.77$	1.00

condominio el entusiasmo puede llevarlos a exagerar su verdadero interés por los condominios. La respuesta inicialmente favorable de un comprador potencial puede convertirse rápidamente en un “no gracias” cuando se encuentra ante la situación de firmar un contrato de compra y tener que hacer un pago.

En el análisis siguiente, para calcular las probabilidades se emplea un método tabular. En la tabla 21.3 se presentan en forma resumida los cálculos para el problema de PDC cuando de la investigación de mercado se obtiene un informe favorable ( $F$ ). Los pasos para elaborar esta tabla son los siguientes.

- Paso 1.** En la columna 1 se ingresan los estados. En la columna 2 se ingresan las *probabilidades previas* de los estados. En la columna 3 se ingresan las *probabilidades condicionales* correspondientes a un informe favorable de la investigación de mercado ( $F$ ) dado cada estado.
- Paso 2.** En la columna 4 se calculan las **probabilidades conjuntas** al multiplicar los valores de las probabilidades previas de la columna 2 por los correspondientes valores de probabilidad condicional de la columna 3.
- Paso 3.** Las probabilidades conjuntas de la columna 4 se suman para obtener la probabilidad de un reporte favorable de la investigación de mercado,  $P(F)$ .
- Paso 4.** Cada probabilidad conjunta de la columna 4 se divide entre  $P(F) = 0.77$  para obtener las *probabilidades posteriores*,  $P(s_1|F)$  y  $P(s_2|F)$ .

En la tabla 21.3 se observa que la probabilidad de que el informe de la investigación de mercado sea favorable es  $P(F) = 0.77$ . Además,  $P(s_1|F) = 0.94$  y  $P(s_2|F) = 0.06$ . En particular, que si el informe de la investigación de mercado es favorable, la probabilidad posterior de que la demanda por el condominio sea alta será 0.94.

El procedimiento para calcular las probabilidades en forma tabular deberá repetirse con cada uno de los resultados de la información muestral. En la tabla 21.4 se presenta el cálculo de las probabilidades de rama cuando el informe del mercado es desfavorable. Observe que la probabilidad de que el informe de la investigación de mercado sea desfavorable es  $P(D) = 0.23$ . Si

**TABLA 21.4** PROBABILIDADES DE RAMA PARA EL PROYECTO DEL CONDOMINIO DE PDC BASADAS EN UN REPORTE DESFAVORABLE DE LA INVESTIGACIÓN DE MERCADO

Estados	Probabilidades previas $P(s_j)$	Probabilidades condicionales $P(D   s_j)$	Probabilidades conjuntas $P(D \cap s_j)$	Probabilidades posteriores $P(s_j   D)$
$s_j$				
$s_1$	0.8	0.10	0.08	0.35
$s_2$	<u>0.2</u>	0.75	<u>0.15</u>	<u>0.65</u>
	1.0		$P(U) = 0.23$	1.00

el informe de la investigación de mercado es desfavorable, la probabilidad posterior de que la demanda sea alta  $s_1$ , es 0.35 y la probabilidad posterior de que la demanda sea baja,  $s_2$  es 0.65. Las probabilidades de rama de las tablas 21.3 y 21.4 se presentaron en el árbol de decisión de PDC de la figura 21.5.

Lo visto en esta sección indica que existe una relación entre las probabilidades de las diferentes ramas de un árbol de decisión. No sería correcto suponer otras probabilidades previas  $P(s_1)$  y  $P(s_2)$  y no determinar cómo tal modificación alteraría  $P(F)$  y  $P(D)$ , así como a las probabilidades posteriores  $P(s_1|F)$ ,  $P(s_2|F)$ ,  $P(s_1|D)$  y  $P(s_2|D)$ .

En el ejercicio 14 se pide calcular probabilidades posteriores.

## Ejercicios

### Métodos

14. Se presenta la situación de una decisión en la que existen tres estados  $s_1$ ,  $s_2$  y  $s_3$ . Las probabilidades previas son  $P(s_1) = 0.2$ ,  $P(s_2) = 0.5$  y  $P(s_3) = 0.3$ . Con la información muestral  $P(I | s_1) = 0.1$ ,  $P(I | s_2) = 0.05$  y  $P(I | s_3) = 0.2$ . Calcule las probabilidades posteriores  $P(s_1 | I)$ ,  $P(s_2 | I)$  y  $P(s_3 | I)$ .
15. Las cantidades en una tabla de recompensa para un problema de decisión son ganancias. En este problema se tienen dos estados y tres alternativas de decisión. Las probabilidades previas de  $s_1$  y  $s_2$  son  $P(s_1) = 0.8$ , y  $P(s_2) = 0.2$

## Autoexamen

Alternativa de decisión	Estado	
	$s_1$	$s_2$
$d_1$	15	10
$d_2$	10	12
$d_3$	8	20

- a. ¿Cuál es la decisión óptima?
- b. Hallar el VEIP.
- c. Si se obtiene la información muestral y que  $P(I | s_1) = 0.20$  y  $P(I | s_2) = 0.75$ . Halle las probabilidades posteriores  $P(s_1 | I)$  y  $P(s_2 | I)$ . Con base en estas probabilidades recomiende una alternativa de decisión.

### Aplicaciones

16. Para economizar, Rona y Jerry se han puesto de acuerdo para irse juntos, en el coche de uno de ellos, al trabajo. Rona prefiere irse por la avenida Queen, que aunque es un poco más larga, es más segura. Jeery prefiere ir por la autopista, porque es más rápido. Deciden que cuando la autopista esté muy congestionada se irán por la avenida Queen. En la siguiente tabla de recompensa se dan los tiempos en minutos de este recorrido

Alternativas de decisión	Estados	
	Autopista sin tráfico	Autopista congestionada
Avenida Queen, $d_1$	$s_1$	$s_2$
Autopista, $d_2$	30	30
	25	45

De acuerdo con su experiencia, Rona y Jerry piensan que la probabilidad de que la autopista esté congestionada es 0.15.

Además, coinciden en que el clima parece afectar la circulación en la autopista Sea

$D$  = despejado

$N$  = nublado

$L$  = lluvioso

Las probabilidades condicionales son las siguientes

$$P(C | s_1) = 0.8 \quad P(O | s_1) = 0.2 \quad P(L | s_1) = 0.0$$

$$P(C | s_2) = 0.1 \quad P(O | s_2) = 0.3 \quad P(L | s_2) = 0.6$$

- Use el teorema de Bayes para calcular la probabilidad de cada una de las condiciones y las probabilidades condicionales de que la autopista esté despejada,  $s_1$ , o congestionada,  $s_2$ , dadas cada una de las condiciones climáticas.
  - Presente el árbol de decisión para este problema.
  - Dé la estrategia óptima de decisión y el tiempo de viaje esperado.
17. La empresa Gorman Manufacturing Company tiene que decidir si fabrica una pieza en su planta de Milan, Michigan, o si la compra a un proveedor. Las ganancias dependerán de la demanda del producto. En la siguiente tabla de recompensa se presentan las ganancias proyectadas (en dólares).

Alternativa de decisión	Estado		
	Demanda baja $s_1$	Demanda media $s_2$	Demanda alta $s_3$
Fabricarla, $d_1$	-20	40	100
Comprarla, $d_2$	10	45	70

Las probabilidades de los estados son  $P(s_1) = 0.35$ ,  $P(s_2) = 0.35$  y  $P(s_3) = 0.30$ .

- Use el árbol de decisión para recomendar una decisión.
- Use el VEIP para determinar si Gorman deberá tratar de obtener una mejor estimación de la demanda.
- Un estudio de mercado de la demanda potencial del producto dará como resultado que la situación es favorable ( $F$ ) o desfavorable ( $D$ ). Las probabilidades son:

$$P(F | s_1) = 0.10 \quad P(D | s_1) = 0.90$$

$$P(F | s_2) = 0.40 \quad P(D | s_2) = 0.60$$

$$P(F | s_3) = 0.60 \quad P(D | s_3) = 0.40$$

- ¿Cuál es la probabilidad de que la investigación de mercado arroje un informe favorable?
- ¿Cuál es la estrategia óptima para Gorman?
- ¿Cuál es el valor esperado de la información de la investigación de mercado?

## Resumen

El análisis de decisión se usa para determinar una alternativa de decisión recomendada o una estrategia óptima de decisión ante un panorama de eventos futuros inciertos y riesgosos. El objetivo del análisis de decisión es identificar la mejor alternativa de decisión o la estrategia óptima de decisión dada cierta información acerca de los eventos inciertos y de las posibles consecuencias o recompensas. A los eventos futuros inciertos se les conoce como eventos aleatorios y a los resultados de los eventos aleatorios se les conoce como estados.

Se mostró el uso de las tablas de recompensa y de los árboles de decisión para estructurar un problema de decisión y para describir las relaciones entre las decisiones, los eventos aleatorios y las consecuencias. Con las estimaciones para las probabilidades de los estados, el método del valor esperado se empleó para identificar la alternativa de decisión recomendada o la estrategia de decisión.

En los casos en que se puede disponer de información muestral acerca de los eventos aleatorios, hay una secuencia de decisiones que tomar. Primero se decide si obtener, o no, la información muestral. Si la respuesta a esta decisión es sí, habrá que elaborar una estrategia óptima de decisión basada en la información muestral específica. En este caso, los árboles de decisión y el método del valor esperado pueden usarse para determinar la estrategia óptima de decisión.

El complemento de Excel TreePlan suele emplearse para elaborar árboles de decisión y para resolver los problemas de decisión presentados en este capítulo. El software TreePlan y el manual para el uso de TreePlan se encuentran en el sitio de la Red de ASW. En el apéndice, al final del capítulo, se presenta un ejemplo en el que se muestra cómo usar TreePlan para resolver el problema de PDC presentado en la sección 21.1.

*El complemento de Excel TreePlan se encuentra en el disco compacto que se distribuye con el libro.*

## Glosario

**Evento aleatorio** Evento futuro incierto que afecta a la consecuencia, o recompensa, relacionada con una decisión.

**Consecuencia** Resultado obtenido de la elección de una alternativa de decisión y la ocurrencia de un evento aleatorio. A una medida de la consecuencia se le suele denominar recompensa.

**Estados** Los resultados posibles de los eventos aleatorios que afectan la recompensa correspondiente a una alternativa de decisión.

**Recompensa** Una medida de la consecuencia de una decisión, por ejemplo, ingresos, costos, tiempo. Para cada combinación de una alternativa de decisión y un estado está asociada una recompensa (consecuencia).

**Tabla de recompensa** Representación tabular de las recompensas en un problema de decisión.

**Árbol de decisión** Representación gráfica de un problema de decisión que muestra el carácter secuencial del proceso de toma de la decisión.

**Nodo** Punto de intersección o de encuentro en un diagrama de influencia o en un árbol de decisión.

**Nodos de decisión** Nodos que indican puntos en los que hay que tomar una decisión.

**Nodos aleatorios** Indican los puntos donde existe incertidumbre respecto a la ocurrencia de un evento.

**Rama** Líneas que indican las alternativas que salen de los nodos de decisión y resultados que salen de los nodos aleatorios.

**Método del valor esperado** Método para elegir una alternativa de decisión, que se basa en el valor esperado de cada alternativa de decisión. La alternativa de la decisión recomendada es la que proporciona el mejor valor esperado.

**Valor esperado (VE)** En un nodo aleatorio, es el promedio ponderado de las recompensas. Los pesos son las probabilidades de los estados.

**Valor esperado de la información perfecta (VEIP)** Valor esperado de la información que le diría, con exactitud, a quien tiene que tomar la decisión cuál es el estado que va a ocurrir (es decir, información perfecta).

**Probabilidades previas** Las probabilidades de los estados antes de obtener la información muestral.

**Información muestral** Información nueva obtenida a través de la investigación o de la experimentación y que permite actualizar o modificar las probabilidades de los estados.

**Probabilidades posteriores** Las probabilidades de los estados una vez modificadas las probabilidades previas con base en la información muestral.



**Estrategia de decisión** Estrategia en la que interviene una secuencia de decisiones y resultados aleatorios para obtener una decisión óptima a un problema de decisión.

**Valor esperado de la información muestral (VEIM)** Es la diferencia entre el valor esperado de una estrategia óptima basada en una información muestral y el “mejor” valor esperado sin ninguna información muestral.

**Teorema de Bayes** Teorema que permite el uso de la información muestral para modificar probabilidades previas.

**Probabilidad condicional** Probabilidad de un evento dado que se conoce el resultado de otro evento (posiblemente) relacionado.

**Probabilidad conjunta** Probabilidad de que tanto la información muestral como un determinado estado ocurran simultáneamente.

### Fórmulas clave

**Valor esperado**

$$VE(d_i) = \sum_{j=1}^N P(s_j) V_{ij} \quad (21.3)$$

**Valor esperado de la información perfecta**

$$VEIP = |VE_{cIP} - VE_{sIP}| \quad (21.4)$$

**Valor esperado de la información muestral**

$$VEIM = |VE_{cIM} - VE_{sIM}| \quad (21.5)$$

## Caso problema: Estrategia de defensa en un juicio

John Campbell, empleado de Manhattan Construction Company, afirma haberse lastimado la espalda como resultado de una caída que sufrió mientras reparaba el techo del edificio de departamentos Eastview. En una demanda contra Doug Reynolds, propietario del edificio Eastview, en la que solicita una indemnización por \$1 500 000, John afirma que el techo tenía secciones podridas y que esa caída podía haberse evitado si el señor Reynolds hubiera informado del problema a Manhattan Construction. El señor Reynolds notificó de la demanda a su compañía de seguros, Allied Insurance. Allied tiene que defender al señor Reynolds y decidir las medidas que tomará respecto a la demanda.

Después de algunas declaraciones y discusiones entre ambas partes, John Campbell accedió a aceptar una indemnización de \$750 000. De esta manera, una opción para Allied es pagarle a John los \$750 000 y resolver el caso. Pero, Allied está tratando de hacerle a John una contraoferta por \$400 000, esperando que acepte una cantidad menor evitándose así los costos y la pérdida de tiempo de un juicio. Las primeras investigaciones de Allied indican que el caso de John es un caso severo; a Allied le preocupa que rechace la contraoferta y prefiera irse a juicio. Los abogados de Allied analizan cuál puede ser la reacción de John si le hacen la contraoferta de \$400 000.

Los abogados concluyen que puede haber tres reacciones de John frente a la contraoferta de los \$400 000: 1) que John acepte la contraoferta y se cierre el caso; 2) que John rechace la contraoferta y prefiera que un tribunal determine el monto de la indemnización, o 3) que John haga a Allied una contraoferta por \$600 000. En el caso que John haga una contraoferta, Allied ha de-

cidido que no hará más contraofertas; aceptarán la contraoferta de John por \$600 000 o irán a los tribunales.

Si el caso llega a los tribunales, Allied prevé tres resultados posibles: 1) que el tribunal rechace la demanda de John y Allied no tenga que pagar nada; 2) que el tribunal esté a favor de John y le conceda una indemnización de \$750 000, o 3) que el tribunal concluya que el caso de John es un caso severo y le conceda \$1 500 000.

Consideraciones clave en el desarrollo de la estrategia de Allied, son las probabilidades correspondientes a las posibles respuestas de John a la contraoferta de Allied por los \$400 000, así como las probabilidades de los tres posibles resultados en los tribunales. Los abogados de Allied consideran que la probabilidad de que John acepte la contraoferta por \$400 000 de Allied es 0.10, la probabilidad de que John rechace la contraoferta de \$400 000 es 0.40 y la probabilidad de que John haga una contraoferta a Allied por \$600 000 es 0.50. Si el caso llega a los tribunales, los abogados consideran que la probabilidad de que el tribunal conceda a John una indemnización por \$1 500 000 es 0.30, la probabilidad de que el tribunal conceda a John una indemnización por \$750 000 es 0.50 y la probabilidad de que el tribunal no conceda a John ninguna indemnización es 0.20.

## Informe administrativo

Realice un análisis del problema en que se encuentra Allied Insurance y elabore un informe en el que resuma sus hallazgos y recomendaciones. No deje de incluir en este informe lo siguiente:

1. Un árbol de decisión.
2. Una recomendación sobre si Allied debe aceptar la oferta inicial de John de resolver la demanda con \$750 000.
3. La estrategia de decisión que deba seguir Allied si decide hacer una contraoferta a John por \$400 000.
4. Un perfil de riesgos para la estrategia que recomienda.

## Apéndice 21.1 Solución del problema PDC con TreePlan

TreePlan\* es un complemento de Excel que se puede usar para elaborar árboles de decisión para problemas de análisis de decisión. El paquete de software se encuentra en el sitio de la Red de ASW, <http://asw.swlwarning.com>. También se encuentra un manual sobre cómo poner en marcha y usar TreePlan. En el ejemplo siguiente se muestra cómo usar TreePlan para construir un árbol de decisión para el problema de PDC, presentado en la sección 21.1. En la figura 21.11 se presenta el árbol de decisión para el problema de PDC.

### Para empezar: un primer árbol de decisión

Para empezar se supondrá que ya se ha instalado TreePlan y que ya se ha abierto un libro de Excel. Para obtener una versión en TreePlan del árbol de decisión para PDC se procede como sigue:

**Paso 1.** Seleccionar la celda A1

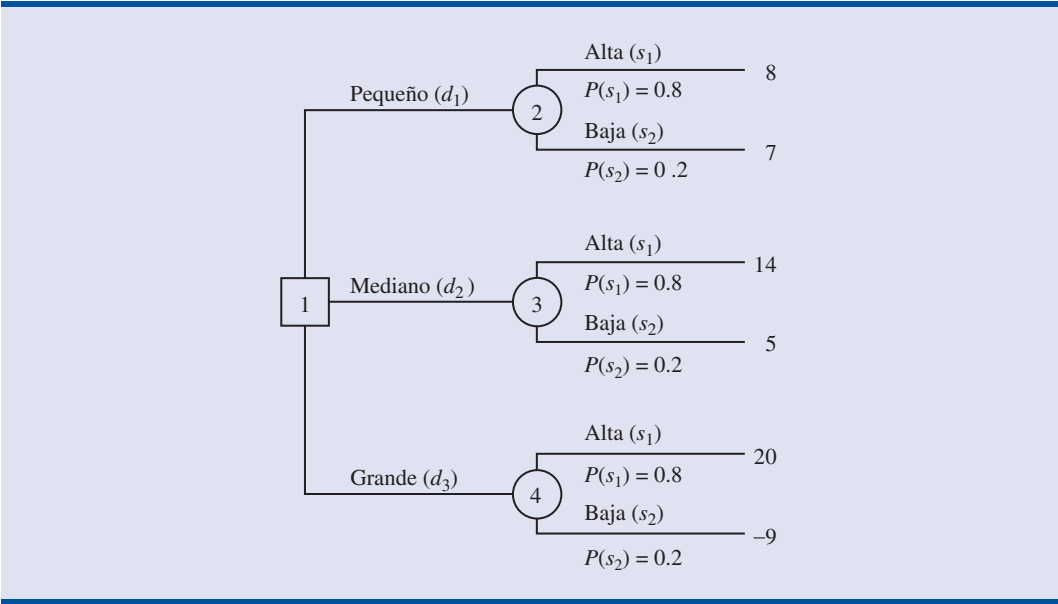
**Paso 2.** Seleccionar el menú **Herramientas** y elegir **Decision Tree**

**Paso 3.** Cuando aparezca el cuadro de diálogo TreePlan New:

Clic en **NewTree**

\*TreePlan fue elaborado por el profesor Michael R. Middleton de la Universidad de San Francisco y modificado por el profesor James E. Smith de la Duke University. El sitio en la red de TreePlan es [www.treeplan.com](http://www.treeplan.com).

FIGURA 21.11    ÁRBOL DE DECISIÓN PARA PDC



Aparecerá un árbol de decisión con un nodo de decisión y dos ramas:

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2				Decision 1			
3							0
4				0	0		
5			1				
6		0					
7				Decision 2			
8							0
9				0	0		

Agregar una rama

En el problema de PDC hay tres alternativas de decisión (un complejo pequeño, mediano o grande), de manera que es necesario agregarle al árbol una rama de decisión.

- Paso 1. Seleccionar la celda B5
- Paso 2. Seleccionar el menú **Herramientas** y elegir **Decision Tree**
- Paso 3. Cuando aparezca el cuadro de diálogo TreePlan:
  - Seleccionar **Add branch**
  - Clic en **OK**

En la hoja de cálculo de Excel aparecerá un árbol modificado con tres ramas de decisión.

Dar nombre a las alternativas de decisión

A las alternativas de decisión se les puede dar un nombre al seleccionar las celdas que contienen los rótulos Decision 1, Decision 2 y Decision 3 e ingresando después los nombres correspondientes que se tienen en el problema de PDC, Grande (Large), Mediano (Medium) y Pequeño (Small). Una vez que se ha dado nombre a las alternativas, el árbol de decisión de PDC con tres ramas se verá como sigue:

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2				Small			
3							0
4				0	0		
5							
6							
7				Medium			
8							0
9	0			0	0		
10							
11							
12				Large			
13							0
14				0	0		

## Agregar un nodo aleatorio

En el problema de PDC un evento aleatorio es la demanda de los condominios, la cual puede ser alta o baja. De manera que es necesario agregar un nodo aleatorio con dos ramas al final de cada rama de una alternativa de decisión.

**Paso 1.** Seleccionar la celda F3

**Paso 2.** Seleccionar el menú **Herramientas** y elegir **Decision Tree**

**Paso 3.** Cuando aparezca el cuadro de diálogo TreePlan New:

Seleccionar **Change to event node**

Seleccionar **Two** en la sección **Branches**

Clic en **OK**

Ahora aparecerá el árbol siguiente:

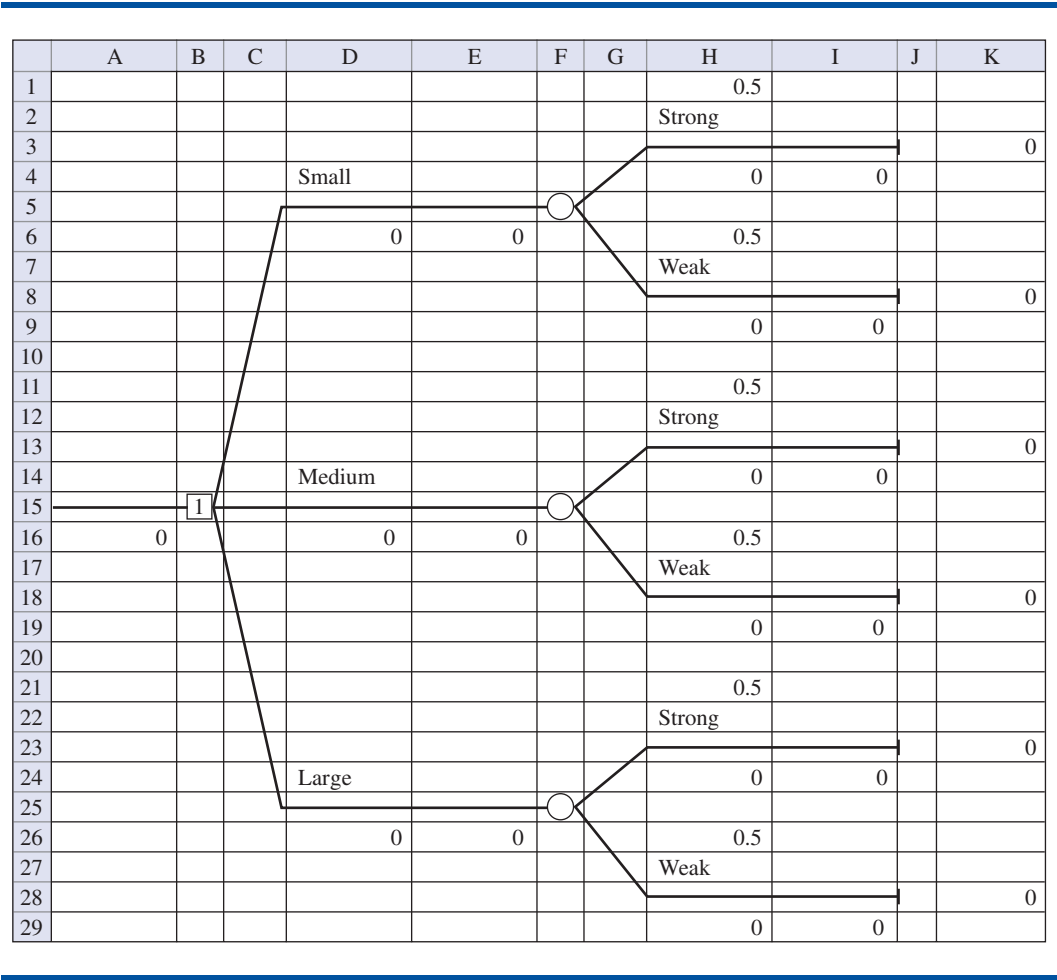
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1								0.5			
2								Event 4			
3											0
4				Small				0	0		
5											
6				0	0			0.5			
7								Event 5			
8											0
9								0	0		
10											
11											
12	0			Medium							
13											0
14				0	0						
15											
16											
17				Large							
18											0
19				0	0						

A continuación se seleccionan las celdas que contienen Event 4 y Event 5 y se les cambia el nombre a Alta (Strong) y Baja (Weak), para tener los nombres correspondientes a los estados del problema de PDC. Una vez hecho, se copia el árbol del nodo aleatorio en la celda F5 a las otras dos ramas de decisión para terminar la estructura del árbol de decisión para PDC.

- Paso 1.** Seleccionar la celda F5
- Paso 2.** Seleccionar el menú **Herramientas** y elegir **Decision Tree**
- Paso 3.** Cuando aparezca el cuadro de diálogo TreePlan:  
    Seleccionar **Copy subtree**  
    Clic en **OK**
- Paso 4.** Seleccionar la celda F15
- Paso 5.** Seleccionar el menú **Herramientas** y elegir **Decision Tree**
- Paso 6.** Cuando aparezca el cuadro de diálogo TreePlan:  
    Seleccionar **Paste subtree**  
    Clic en **OK**

Mediante este procedimiento de copiar/pegar (copy/paste) se coloca un nodo aleatorio al final de la rama de decisión Mediano (Medium). Repitiendo este procedimiento de copiar/pegar (copy/paste) con la rama de decisión Alta (Large) se obtiene la estructura completa del árbol de decisión que aparece en la figura 21.12.

**FIGURA 21.12**    ÁRBOL DE DECISIÓN DE PDC OBTENIDO MEDIANTE TREEPLAN

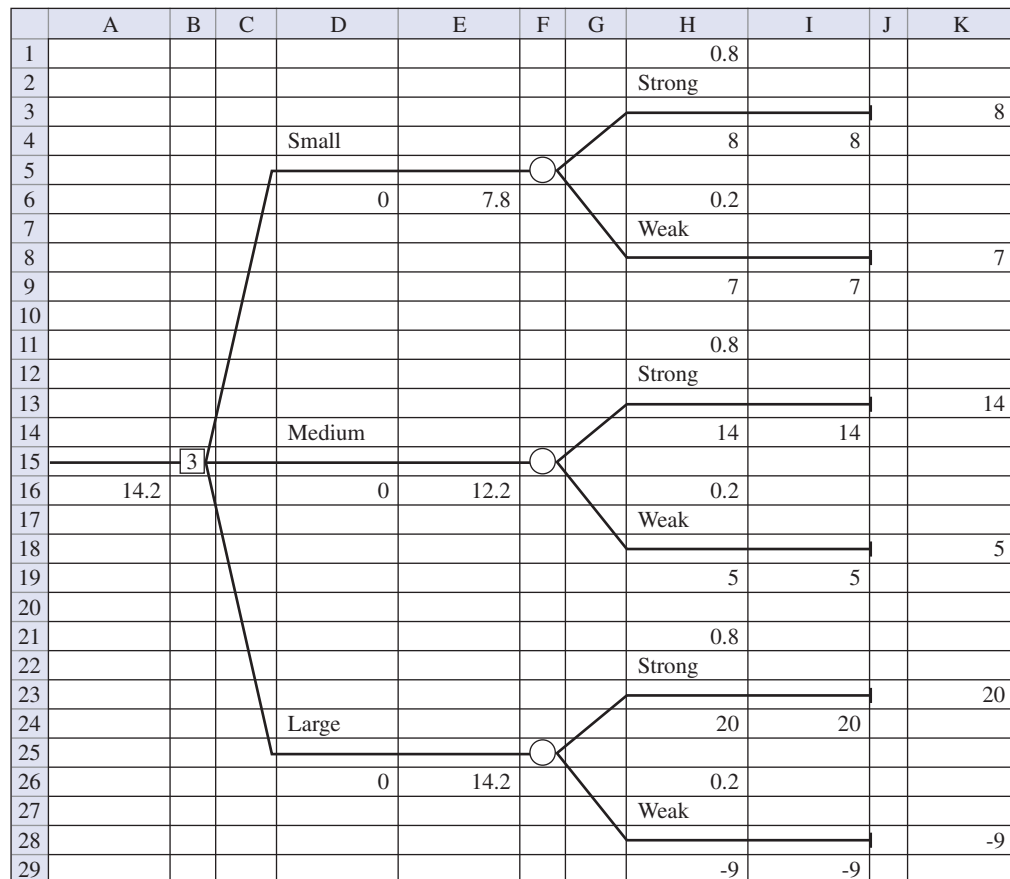


## Inserción de probabilidades y recompensas

Con TreePlan puede insertar probabilidades y recompensas en el árbol de decisión. En la figura 21.12 se observa que TreePlan asigna, de manera automática, la probabilidad 0.5 a todos los estados. En el problema de PDC, la probabilidad de que la demanda sea alta es 0.8 y la probabilidad de que la demanda sea baja es 0.2. Si selecciona las celdas H1, H6, H11, H16, H21 y H26 se pueden insertar las probabilidades adecuadas. Las recompensas de los resultados aleatorios se han insertado en las celdas H4, H9, H14, H19, H24 y H29. Una vez insertadas las probabilidades y las recompensas, el árbol de decisión de PDC se verá como se muestra en la figura 21.13.

Observe que las recompensas aparecen también en el margen derecho del árbol de decisión. Las recompensas en el margen derecho se calculan mediante una fórmula que agrega las recompensas a todas las ramas que llevan al nodo terminal correspondiente. En el problema de PDC no hay recompensas para las ramas de las decisiones alternativas, por lo que en las celdas D6, D16 y D26 se ha dejado el valor cero que es el que aparece por defecto. Con esto queda terminado el árbol de decisión para PDC.

**FIGURA 21.13** ÁRBOL DE DECISIÓN DE PDC CON RAMAS DE PROBABILIDAD Y RECOMPENSAS



## Interpretación de los resultados

Si se insertan las probabilidades y las recompensas, TreePlan realiza automáticamente, en forma regresiva, los cálculos necesarios para obtener los valores esperados y determinar la solución óptima. Las decisiones óptimas se identifican mediante su número en el nodo de decisión correspondiente. En la figura 21.13, en el árbol de decisión de PDC el nodo de decisión se encuentra en la celda B15. Observe que en ese nodo aparece un 3, lo que indica que la rama 3 de las alternativas de decisión proporciona la decisión óptima. Es decir, el análisis de decisión recomienda que PDC construya el complejo grande. El valor esperado de esta decisión aparece al principio del árbol en la celda A16. Como se ve, el valor óptimo esperado es \$14.2 millones. El valor esperado de las otras alternativas aparece al final de las correspondientes ramas de decisión. En las celdas E6 y E16 se ve que el valor esperado para el complejo pequeño es \$7.8 millones y el valor esperado para el complejo mediano es \$12.2 millones.

## Otras opciones

Por defecto, el objetivo de TreePlan es una maximización. Cuando el objetivo es una minimización se siguen los pasos que se presentan a continuación:

- Paso 1.** Seleccionar el menú **Herramientas** y elegir **Decision Tree**
- Paso 2.** Seleccionar **Options**
- Paso 3.** Elegir **Minimize (costs)**  
Clic en **OK**

Con TreePlan se pueden modificar las probabilidades y las recompensas y ver rápidamente el impacto de estos cambios sobre la solución óptima. Con el tipo “y si” de análisis de sensibilidad se pueden identificar modificaciones de las probabilidades y de las recompensas que modifiquen la decisión óptima. Además, como TreePlan es un complemento de Excel, la mayor parte de las posibilidades de Excel pueden emplearse. Por ejemplo, se pueden usar negritas para resaltar el nombre de la alternativa óptima de decisión. En el manual de TreePlan se encuentran otras muchas opciones con las que cuenta TreePlan. Paquetes de software como TreePlan facilitan el análisis meticuloso de los problemas de decisión.