21. Las curvas de costes

En el capítulo anterior describimos el comportamiento de una empresa que minimiza el coste. En éste proseguiremos esa investigación utilizando un importante instrumento geométrico: la **curva de costes.** Ésta puede emplearse para representar gráficamente la función de costes de una empresa y resulta útil para determinar el nivel óptimo de producción.

21.1 Los costes medios

Consideremos la función de costes descrita en el capítulo anterior, $c(w_1, w_2, y)$, que muestra el coste mínimo necesario para producir y cuando los precios de los factores son (w_1, w_2). En el resto de este capítulo supondremos que los precios de los factores son fijos, por lo que podemos expresar los costes de producción solamente en función de y, $c(y)$.

Como vimos en el capítulo 20, algunos de los costes de la empresa son independientes del nivel de producción; son los llamados costes fijos, que debe pagar la empresa, independientemente del nivel de producción que desee obtener. Un ejemplo son los pagos de la hipoteca.

Pero también vimos que otros costes varían cuando se altera el volumen de producción: son los denominados costes variables. Así, los costes totales de la empresa siempre pueden expresarse como la suma de los costes variables, $c_v(y)$, y los costes fijos, F:

$$c(y) = c_v(y) + F.$$

La **función de coste medio** mide el coste por unidad de producción. La **función de coste variable medio** mide los costes variables por unidad de producción y la **función de coste fijo medio** mide los costes fijos por unidad de producción. De acuerdo con la ecuación anterior,

$$CMe(y) = \frac{c(y)}{y} = \frac{c_v(y)}{y} + \frac{F}{y} = CVMe(y) + CFMe(y),$$

donde $CVMe(y)$ representa los costes variables medios y $CFMe(y)$ representa los costes fijos medios. ¿Cómo son estas funciones? La más sencilla es, desde luego, la función de coste fijo. Como muestra la figura 21.1A, cuando y es 0, es infinita, y cuando y aumenta el coste fijo medio tiende a cero.

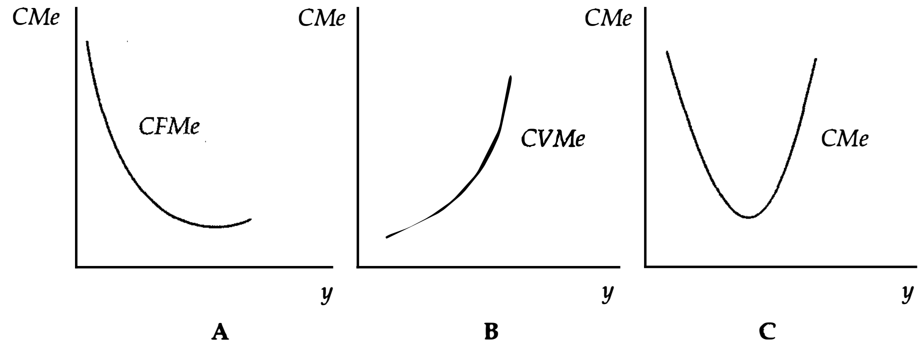

Figura 21.1. Construcción de la curva de coste medio. (A) Los costes fijos medios disminuyen conforme aumenta la producción. (B) Los costes variables medios acaban aumentando cuando aumenta la producción. (C) La combinación de estos dos efectos da lugar a una curva de coste medio en forma de U.

Consideremos la función de coste variable. Partamos de un nivel de producción nulo y supongamos que producimos una unidad. En ese caso, los costes variables medios correspondientes a $y = 1$ son simplemente los costes de producir esta unidad. Ahora aumentemos el nivel de producción a 2 unidades. Cabe esperar que, en el peor de los casos, los costes variables se dupliquen y que, por tanto, los costes variables medios permanezcan constantes. Si podemos organizar la producción de modo que al aumentar la escala de producción vayamos ganando en eficiencia, los costes variables medios pueden llegar a disminuir. Sin embargo, a la larga, hay que contar con que aumenten. ¿Por qué? Porque si hay factores fijos, éstos acaban limitando la capacidad de expansión del proceso productivo.

Supongamos, por ejemplo, que los costes fijos se identifican con los alquileres que hay que pagar o con la amortización de la hipoteca de un determinado edificio. En ese caso, si aumenta la producción, los costes variables medios —los costes por unidad de producción— pueden permanecer constantes durante un tiempo, pero a partir del momento en que empiece a utilizarse al máximo el edificio, aumentarán vertiginosamente, dando lugar a una curva de coste variable medio como la que muestra la figura 21.1B.

La curva de coste medio es la suma de las curvas de costes fijos y variables, por lo que tiene la forma de U que indica la figura 21.1C. La disminución inicial de los costes medios se debe a la reducción de los costes fijos; el aumento se debe al aumento de los costes variables medios. La combinación de estos dos efectos da lugar a la forma de U representada en el gráfico.

21.2 Los costes marginales

Existe otra importante curva de coste: la **curva de coste marginal**, que mide la *variación* que experimentan los costes cuando se altera el nivel de producción. Es decir, dado un nivel cualquiera de producción y, podemos preguntarnos cómo variarán los costes si alteramos dicho nivel en la cantidad Δy:

$$CM(y) = \frac{\Delta cy}{\Delta y} = \frac{c(y + \Delta y) - c(y)}{\Delta y}.$$

La definición de los costes marginales también puede expresarse mediante la función de coste variable:

$$CM(y) = \frac{\Delta c_v(y)}{\Delta y} = \frac{c_v(y + \Delta y) - c_v(y)}{\Delta y}.$$

Esta expresión equivale a la primera definición, ya que $c(y) = c_v(y) + F$ y los costes fijos, F, no varían cuando cambia y.

A menudo suponemos que Δy representa una unidad de producción, por lo que el coste marginal indica la variación que experimentan nuestros costes si decidimos producir otra unidad discreta. Si estamos analizando la producción de un bien discreto, el coste marginal de producir y unidades es $c(y) - c(y - 1)$. Esta manera de concebir el coste marginal resulta útil, pero a veces induce a error. Recuérdese que el coste marginal mide la *tasa de variación*, es decir, la variación de los costes dividida por la variación de la producción. Si la producción varía en una única unidad, el coste marginal se parece a una simple variación de los costes, pero en realidad, cuando aumentamos la producción en una unidad, es una tasa de variación.

¿Cómo podemos representar esta curva de coste marginal en el gráfico mostrado antes? En primer lugar, debemos observar lo siguiente: por definición, los costes variables son nulos cuando se producen cero unidades. Por lo tanto, el coste medio correspondiente a la y primera unidad producida es

$$CM(1) = \frac{c_v(1) + F - c_v(0) - F}{1} = \frac{c_v(1)}{1} = CVMe(1).$$

Así pues, el coste marginal de la primera cantidad pequeña de producción es igual a su coste variable medio.

Supongamos ahora que estamos produciendo una cantidad cuyos costes variables *medios* son decrecientes. En ese caso, los costes *marginales* son inferiores a los costes variables medios en este intervalo, pues la forma de reducir una media consisten en sumarle números que sean menores que ella.

Imaginemos una sucesión de números que representan los costes medios correspondientes a los diferentes volúmenes de producción. Si la media es decreciente, los costes de cada unidad adicional deben ser menores que la media anterior a ese punto. Para reducir una media, hay que añadirle unidades adicionales menores que ella.

Del mismo modo, si nos encontramos en un área en la que los costes variables medios son crecientes, los costes marginales deben ser mayores que los costes variables medios: son los altos costes marginales los que elevan la media.

Por lo tanto, sabemos que la curva de coste marginal debe encontrarse por debajo de la curva de coste variable a la izquierda de su punto mínimo y por encima de ella a la derecha del mismo, lo que implica que la curva de coste marginal debe cortar la curva de coste variable medio en su punto mínimo.

Por lo que se refiere a la curva de coste medio, el argumento es exactamente el mismo. Si los costes medios están disminuyendo, los costes marginales deben ser menores que ellos y si están aumentando, los costes marginales deben ser mayores. Estas observaciones nos permiten trazar la curva de coste marginal representada en la figura 21.2.

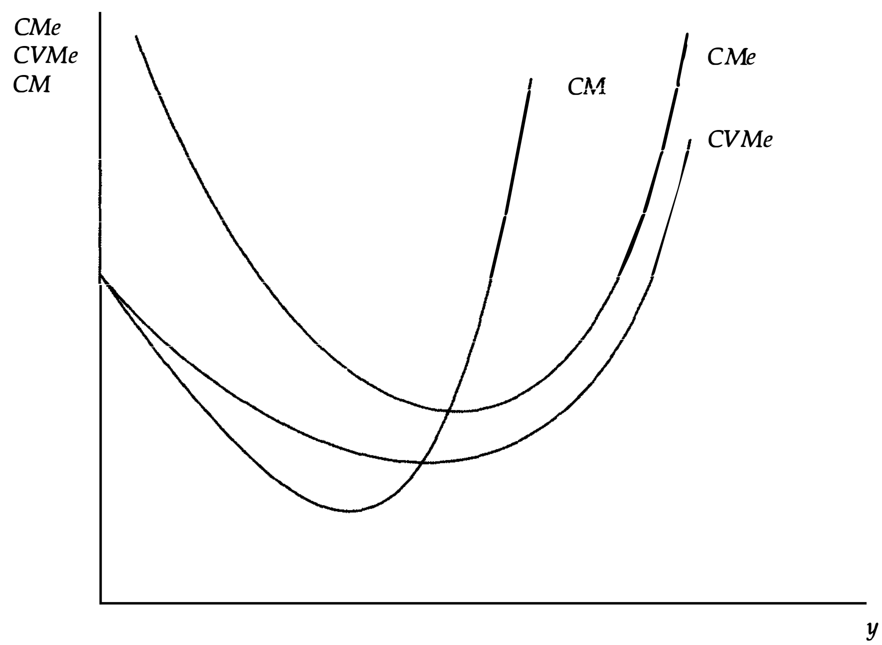

Figura 21.2. Las curvas de coste. La figura muestra la curva de coste medio (*CMe*), la curva de coste variable medio (*CVMe*) y la curva de coste marginal (*CM*).

Repasemos ahora los puntos más importantes:

- La curva de coste variable medio puede tener pendiente negativa al principio, aunque no necesariamente. Sin embargo, a la larga crece si hay algún factor fijo que limita la producción.
- La curva de coste medio puede descender al principio debido a los costes fijos medios decrecientes, pero después aumenta debido a los costes variables medios crecientes.

- El coste marginal y el coste variable medio de la primera unidad de producción son iguales.
- La curva de coste marginal pasa por el punto mínimo tanto de la curva de coste variable medio como de la curva de coste medio.

21.3 Costes marginales y costes variables

Existen también otras relaciones entre las distintas curvas. He aquí una no tan obvia: el área que se encuentra debajo de la curva de coste marginal hasta y representa el coste variable de y unidades de producción. ¿Por qué?

La curva de coste marginal mide el coste de una unidad adicional de producción. Si sumamos el coste de cada una, obtenemos los costes totales de producción, a excepción de los costes fijos.

Este argumento puede expresarse rigurosamente en el caso en que el bien se produce en cantidades discretas. En primer lugar, observemos que

$$
\begin{aligned}
c_v(y) = {} & [c_v(y) - c_v(y-1)] + [c_v(y-1) - c_v(y-2)] + \\
& \ldots + [c_v(1) - c_v(0)],
\end{aligned}
$$

dado que $c_v(0) = 0$ y se eliminan todos los términos intermedios —es decir, el segundo término anula al tercero, el cuarto al quinto, etc.—. Pero cada uno de los términos de esta suma es el coste marginal correspondiente a un nivel diferente de producción:

$$c_v(y) = CM(y-1) + CM(y-2) + \ldots + CM(0).$$

Por lo tanto, cada uno de los términos de la suma representa el área de un rectángulo que tiene una altura de $CM(y)$ y una base de 1. Sumando todos estos rectángulos, tenemos el área situada debajo de la curva de coste marginal y representada en la figura 21.3.

Ejemplo: Curvas de coste

Consideremos la función de costes $c(y) = y^2 + 1$. Estas son las curvas de coste:

- Costes variables: $c_v(y) = y^2$.
- Costes fijos: $c_f(y) = 1$.

- Costes variables medios: $CVMe(y) = y^2/y = y$.
- Costes fijos medios: $CFMe(y) = 1/y$.
- Costes medios: $CMe(y) = \frac{y^2+1}{y} = y + \frac{1}{y}$.
- Costes marginales: $CM(y) = 2y$.

Todas estas curvas son obvias, excepto la última, que también lo es si el lector sabe cálculo diferencial. Si la función de costes es $c(y) = y^2 + F$, la función de coste marginal es $CM(y) = 2y$. Si el lector no lo entiende, memorícelo, ya que le resultará necesario para realizar los ejercicios.

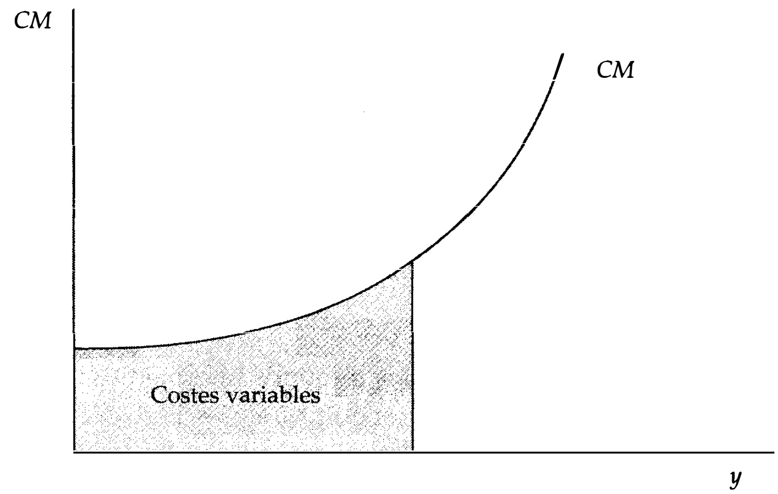

Figura 21.3. El coste marginal y los costes variables medios. El área situada debajo de la curva de coste marginal constituye los costes variables.

¿Cómo son estas curvas de costes? La forma más fácil de representarlas consiste en trazar primero la curva de coste variable medio, que es una recta de pendiente 1, y después la curva de coste marginal, que es una recta de pendiente 2.

La curva de coste medio alcanza su mínimo en el punto en el que el coste medio es igual al coste marginal, lo que quiere decir que resolviendo

$$y + \frac{1}{y} = 2y,$$

obtenemos $y_{min} = 1$. El coste medio correspondiente a $y = 1$ es 2, que también es el coste marginal. La figura 21.4 muestra el resultado final.

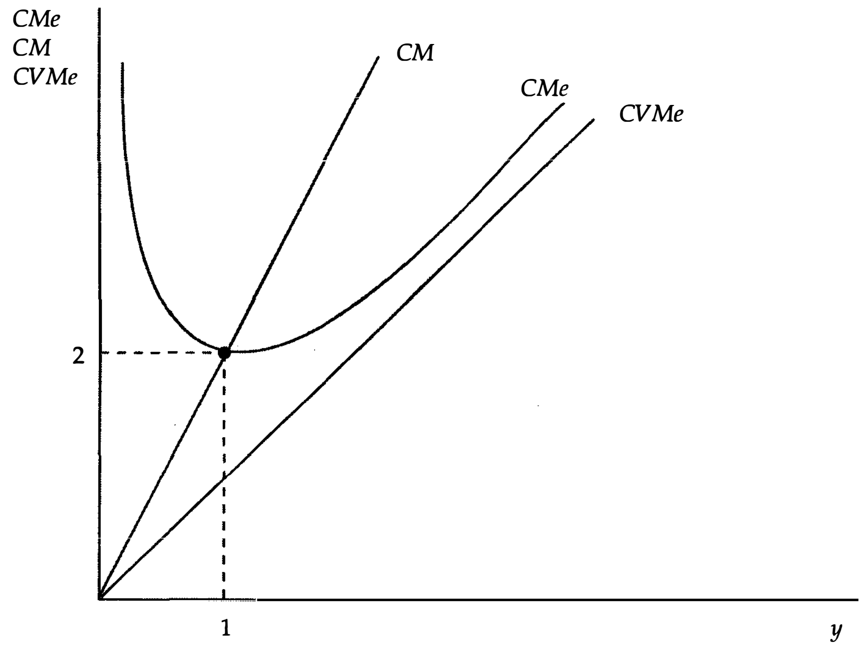

Figura 21.4. Las curvas de coste. La figura muestra las curvas de coste correspondientes a $c(y) = y^2 + 1$.

Ejemplo: Las curvas de coste marginal de dos fábricas

Supongamos que tenemos dos fábricas con dos funciones de costes diferentes, $c_1(y_1)$ y $c_2(y_2)$. Queremos producir y unidades de la forma más barata y, en general, una cierta cantidad en ambas. Ahora bien, ¿cuánto debemos producir en cada una?

Planteemos el problema de minimización:

$$\min_{y_1, y_2} c_1(y_1) + c_2(y_2)$$

$$\text{sujeta a } y_1 + y_2 = y.$$

¿Cómo se resuelve? Como veremos, en la división óptima de la producción entre dos fábricas, el coste marginal de producción de la fábrica 1 debe ser igual al coste marginal de producción de la 2. Para demostrarlo, supongamos que los costes marginales no fueran iguales; en ese caso, compensa trasladar una pequeña cantidad de producción de la fábrica que tiene costes marginales más altos a la que tiene costes marginales más bajos. Si la división de la producción es óptima, el traslado de la producción de una fábrica a la otra no puede reducir los costes.

Sea $c(y)$ la función de costes que indica la forma más barata de producir y unidades, es decir, el coste de producir y unidades, dado que hemos repartido la producción de la mejor manera entre las dos fábricas. El coste marginal de una unidad adicional debe ser el mismo, cualquiera que sea la fábrica en la que se produzca.

Representemos en la figura 21.5 las dos curvas de coste marginal $CM_1(y_1)$ y $CM_2(y_2)$. La curva de coste marginal de las dos fábricas consideradas en conjunto, que se representa en la figura 21.5C, es la suma de las dos curvas de coste marginal.

Dado un nivel fijo de coste marginal, c, produciremos y_1^* e y_2^*, de tal manera que $CM_1(y_1^*) = CM_2(y_2^*) = c$ y, por lo tanto, tendremos $y_1^* + y_2^*$ unidades de producción. Así pues, el volumen de producción correspondiente al coste marginal c no es más que la suma de los niveles de producción en los que tanto los costes marginales de la fábrica 1 como los costes marginales de la fábrica 2 son iguales a c: la suma horizontal de las curvas de coste marginal.

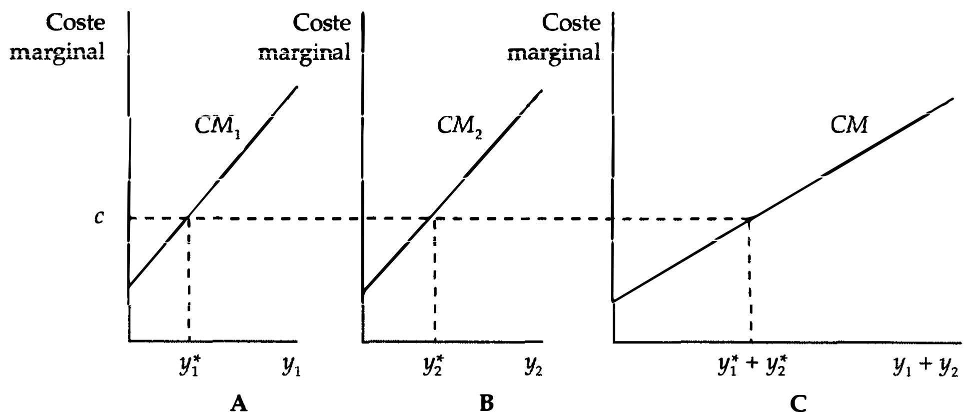

Figura 21.5. Costes marginales de una empresa que tiene dos plantas. La curva de coste marginal total situada a la derecha es la suma de las curvas de coste marginal de las dos plantas representadas a la izquierda.

21.4 Los costes a largo plazo

En el análisis hemos definido los costes fijos de la empresa como aquellos que no es posible ajustar a corto plazo. A largo plazo, por definición, dejan de ser fijos, ya que la empresa puede alterar la cantidad que utiliza de cada uno de los factores.

A largo plazo todavía puede haber, por supuesto, costes casi fijos, porque la tecnología puede exigir el pago de algunos costes para producir una cantidad positiva, pero no hay ningún coste fijo, en el sentido de que siempre es posible producir cero unidades incurriendo en unos costes nulos, es decir, siempre es posible disolver la empresa. Si hay factores casi fijos a largo plazo, la curva de coste medio tiende a tener forma de U, exactamente igual que a corto plazo, pero siempre es posible producir cero unidades a un coste nulo, de acuerdo con la definición de largo plazo.

Naturalmente, la duración del largo plazo depende del problema que se analice. Si el factor es el tamaño de la planta, el largo plazo es el tiempo que tarda la empresa en alterarlo. Si son las obligaciones contractuales de pagar salarios, el largo plazo es el tiempo que tarda la empresa en modificar la plantilla.

Para ser más concretos, imaginemos que el factor fijo es el tamaño de la planta, representado por k. La función de costes a corto plazo de la empresa, dado que tiene una planta de k metros cuadrados, es $c_s(y, k)$, donde s representa el "corto plazo" (aquí k desempeña el papel que desempeñaba $\bar{x}_2$ en el capítulo 20).

Cualquiera que sea el nivel de producción, habrá algún tamaño de planta óptimo para lograr alcanzarlo; supongamos que es $k(y)$. Ésta es la demanda condicionada del tamaño de la planta por parte de la empresa en función del nivel de producción (naturalmente, también dependen de los precios del tamaño de la planta y de otros factores de producción, pero hemos dejado de lado estos factores). En este caso, como hemos visto en el capítulo 20, la función de costes a largo plazo es $c_s(y, k(y))$ que es el coste total que genera producir la cantidad y, dado que la empresa puede ajustar óptimamente el tamaño de su planta. La función de costes a largo plazo de la empresa es simplemente la función de costes a corto plazo evaluado en la elección óptima de los factores fijos:

$$c(y) = c_s(y, k(y)).$$

Veamos cómo se representa gráficamente. Escojamos un nivel de producción y^* y supongamos que $k^* = k(y^*)$ es el tamaño de planta óptima para ese nivel. La función de costes a corto plazo correspondiente a una planta de tamaño k^* será $c_s(y, k^*)$ y a largo plazo $c(y) = c_s(y, k(y))$, exactamente igual que antes.

Ahora bien, hay que tener en cuenta un importante hecho: el coste a corto plazo de producir y siempre debe ser al menos tan grande como a largo plazo. ¿Por qué? A corto plazo, la empresa tiene una planta de tamaño fijo, mientras que a largo plazo puede ajustarla. Dado que una de sus elecciones a largo plazo siempre es elegir el tamaño de la planta k^*, su elección óptima para producir y unidades debe tener unos costes que sean como máximo iguales a $c_s(y, k^*)$, lo que significa que debe ser capaz de obtener al menos los mismos resultados tanto si ajusta el tamaño de la planta como si lo mantiene fijo. Por lo tanto,

$$c(y) \leq c_s(y, k^*)$$

cualquiera que sea el nivel de y.

De hecho, dado un determinado nivel de y, a saber, y^*, sabemos que

$$c(y^*) = c_s(y^*, k^*).$$

¿Por qué? Porque en y^* la elección *óptima* del tamaño de la planta es k^*. Por lo tanto, en y^* los costes a largo plazo y los costes a corto plazo son iguales.

Si los costes a corto plazo son siempre mayores que los costes a largo plazo y ambos son iguales en un único nivel de producción, significa que los costes medios a corto plazo y a largo plazo tienen la misma propiedad: $CMe(y) \leq CMe_s(y, k^*)$ y $CMe(y^*) = CMe_s(y^*, k^*)$. Esto implica que la curva de coste medio a corto plazo siempre se encuentra por encima de la curva de coste medio a largo plazo y que la toca en un punto, y^*. Por lo tanto, la curva de coste medio a largo plazo (*CMeL*) y la curva de coste medio a corto plazo (*CMeS*) deben ser tangentes en ese punto, como muestra la figura 21.6.

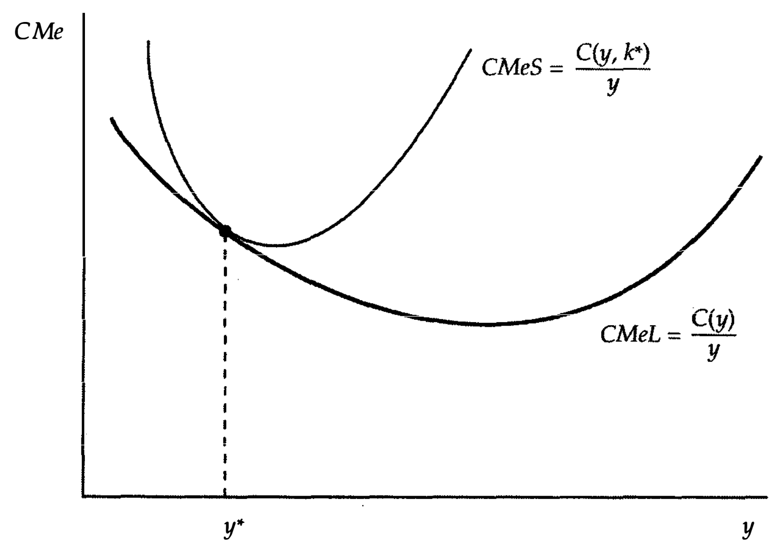

Figura 21.6. Costes medios a corto plazo y a largo plazo. La curva de coste medio a corto plazo debe ser tangente a la curva de coste medio a largo plazo.

El proceso es el mismo cualquiera que sea el nivel de producción. Supongamos que elegimos los niveles de producción $y_1, y_2, \ldots, y_n$ y los tamaños de planta correspondientes $k_1 = k(y_1)$, $k_2 = k(y_2)$, $\ldots$, $k_n = k(y_n)$. En ese caso, obtenemos un gráfico como el del figura 21.7. Ésta nos muestra que la curva de coste medio a largo plazo es la **envolvente** de las curvas de coste medio a corto plazo.

21.5 Valores discretos del tamaño de la planta

En el análisis anterior hemos supuesto implícitamente que podemos elegir un número continuo de tamaños de planta diferentes. Por lo tanto, cada nivel de producción va acompañado de un único tamaño óptimo. Pero también podemos ver qué ocurre si sólo puede elegirse entre un número determinado.

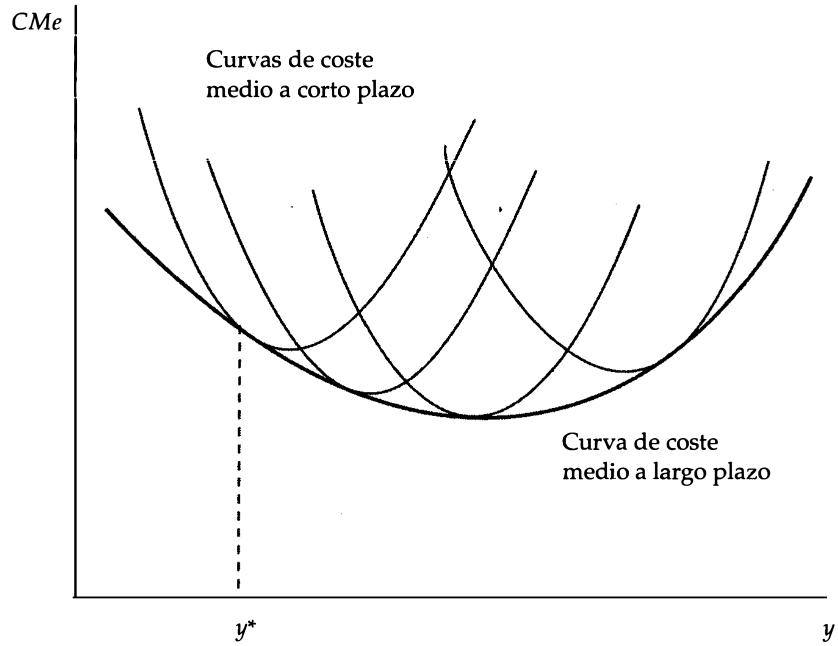

Figura 21.7. Costes medios a corto plazo y a largo plazo. La curva de coste medio a largo plazo es la envolvente de la curva de coste medio a corto plazo.

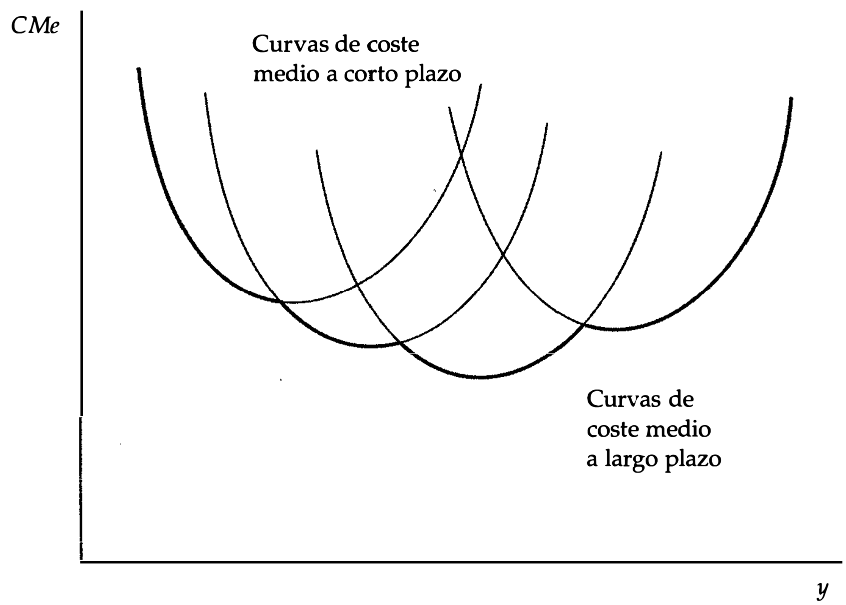

Figura 21.8. Niveles discretos del tamaño de la planta. La curva de coste a largo plazo es la envolvente inferior de las curvas de corto plazo, al igual de antes.

Supongamos, por ejemplo, que sólo tenemos cuatro opciones, k_1, k_2, k_3 y k_4. En ese caso, podemos trazar las cuatro curvas de coste medio correspondientes a cada una, como en la figura 21.8.

¿Cómo podemos representar la curva de coste medio a largo plazo? Recuérdese que esta curva se obtiene ajustando k óptimamente. En este caso, no es difícil hacerlo: dado que sólo hay cuatro tamaños de planta posibles, basta ver cuál supone los menores costes y elegirlo. Es decir, cualquiera que sea el nivel de producción y, elegimos simplemente el tamaño de planta que genera el coste mínimo necesario para alcanzar ese nivel.

Por lo tanto, como muestra la figura 21.8, la curva de coste medio a largo plazo es la envolvente de los costes medios a corto plazo. Obsérvese que esta figura tiene, desde el punto de vista cualitativo, la misma implicación que la 21.7: los costes medios a corto plazo son al menos tan altos como los costes medios a largo plazo y ambos son iguales en el nivel de producción en el que la demanda a largo plazo del factor fijo es igual a la cantidad que tengamos de dicho factor.

21.6 Los costes marginales a largo plazo

En el apartado anterior hemos visto que la curva de coste medio a largo plazo es la envolvente de las curvas de coste medio a corto plazo. ¿Qué implicación tiene esto

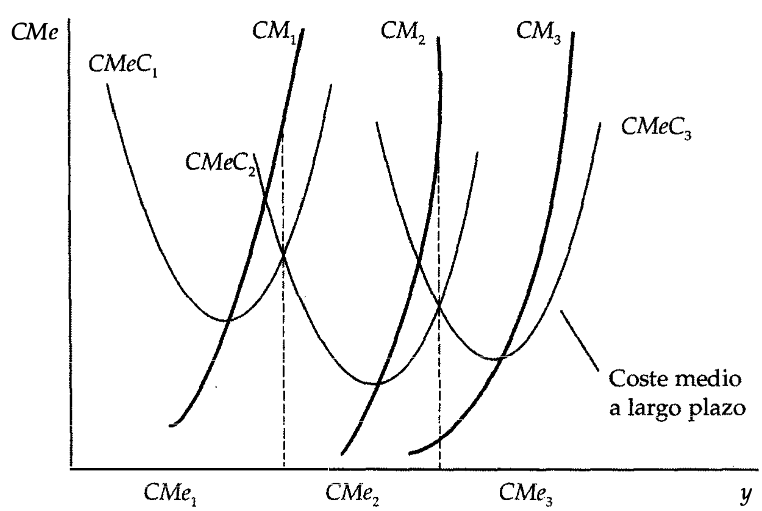

Figura 21.9. Costes marginales a largo plazo. Cuando la cantidad del factor fijo es una variable discreta, la empresa elige la cantidad que minimiza los costes medios. Por lo tanto, la curva de coste marginal a largo plazo está formada por los diferentes segmentos de las curvas de coste marginal a corto plazo correspondientes a cada nivel del factor fijo.

para los costes marginales? Consideremos primero el caso en el que el tamaño de la planta sólo puede adoptar valores discretos. Como muestra la figura 21.9, en esta situación la curva de coste marginal a largo plazo está formada por los segmentos correspondientes de las curvas de coste marginal a corto plazo. En cada nivel de producción, vemos en qué curva de coste medio a corto plazo nos encontramos y, a continuación, examinamos el coste marginal correspondiente a esa curva.

Este procedimiento es válido independientemente del número de tamaños de planta que haya, por lo que en el caso continuo la curva de coste marginal a largo plazo tiene el aspecto que muestra la figura 21.10. El coste marginal a largo plazo correspondiente a cualquier nivel de producción y tiene que ser igual al coste marginal a corto plazo correspondiente al tamaño de planta óptimo para producir *y*.

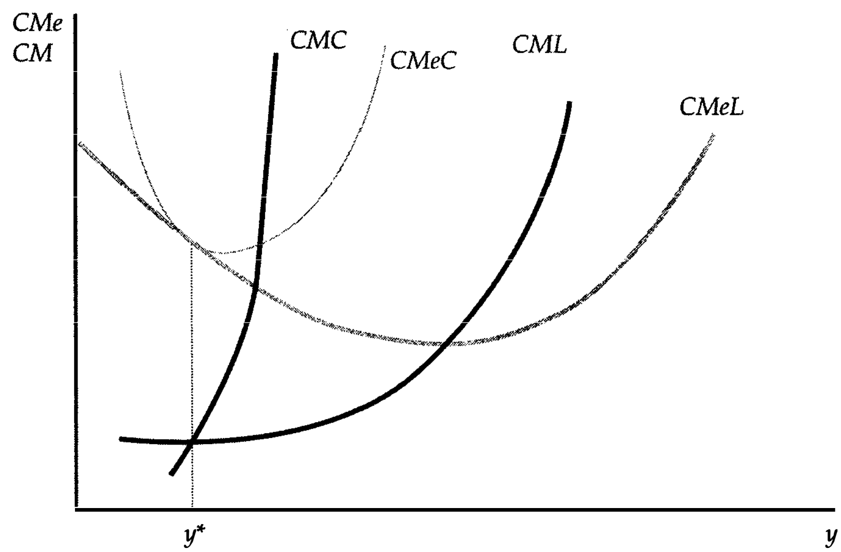

Figura 21.10. Costes marginales a largo plazo. La figura muestra la relación entre los costes marginales a largo plazo y a corto plazo cuando la cantidad del factor fijo es una variable continua.

Resumen

1. Los costes medios están formados por los costes variables medios más los costes fijos medios. Los costes fijos medios siempre disminuyen con la producción, mientras que los costes variables medios tienden a aumentar. El resultado neto es una curva de coste medio con forma de U.
2. La curva de coste marginal se encuentra por debajo de la curva de coste medio cuando los costes medios son decrecientes y por encima cuando son crecientes. Por lo tanto, los costes marginales deben ser iguales a los costes medios en el punto de costes medios mínimos.

3. El área situada por debajo de la curva de coste marginal mide los costes variables.
4. La curva de coste medio a largo plazo es la envolvente de las curvas de coste medio a corto plazo.

Problemas

1. De las siguientes afirmaciones, ¿cuál o cuáles son verdaderas? (1) Los costes fijos medios nunca aumentan con la producción; (2) los costes totales medios siempre son superiores o iguales a los costes variables medios; (3) el coste medio nunca puede aumentar cuando los costes marginales son decrecientes.
2. Una empresa produce cantidades idénticas en dos plantas diferentes. Si el coste marginal de la primera es superior al coste marginal de la segunda, ¿cómo puede reducir la empresa los costes y mantener el mismo nivel de producción?
3. "A largo plazo, una empresa siempre actúa en el nivel mínimo de costes medios correspondientes a la planta de tamaño óptimo para producir una cantidad dada." ¿Verdadero o falso?

Apéndice

En este capítulo afirmamos que el coste variable medio es igual al coste marginal de la primera unidad de producción. En términos matemáticos, esta afirmación se traduce en

$$\lim_{y \to 0} \frac{c_v(y)}{y} = \lim_{y \to 0} c'(y).$$

El primer miembro de esta expresión no está definido cuando $y = 0$. Pero su límite sí, y puede calcularse utilizando la regla de l'Hôpital, según la cual el límite de una fracción cuyo numerador y cuyo denominador tienden ambos a cero viene dado por el límite de las derivadas del numerador y el denominador. Aplicando esta regla, tenemos que

$$\lim_{y \to 0} \frac{c_v(y)}{y} = \frac{\lim_{y \to 0} dc_v(y)/dy}{\lim_{y \to 0} dy/dy} = \frac{c'(0)}{1},$$

que demuestra la afirmación.

También hemos dicho que el área situada debajo de la curva de coste marginal muestra el coste variable. Esta afirmación es fácil de demostrar utilizando el teorema fundamental del cálculo diferencial. Dado que

$$CM(y) = \frac{dc_v(y)}{dy}.$$

Sabemos que el área situada debajo de la curva de coste marginal es

$$c_v(y) = \int_0^y \frac{dc_v(x)}{dx}\, dx = c_v(y) - c_v(0) = c_v(y).$$

El análisis de las curvas de coste marginal a largo plazo y a corto plazo es bastante claro desde el punto de vista geométrico, pero ¿qué significa desde el punto de vista económico? El argumento del cálculo diferencial proporciona la respuesta más intuitiva. Es sencillo. El coste marginal de producción no es más que la variación que experimenta el coste cuando varía la producción. A corto plazo, tenemos que mantener fijo el tamaño de la planta (o el factor que sea), mientras que a largo plazo podemos ajustarlo. Por lo tanto, el coste marginal a largo plazo está formado por dos partes: la variación que experimentan los costes cuando se mantiene fijo el tamaño de la planta más la variación que experimentan los costes cuando se ajusta. Pero si el tamaño elegido es el óptimo, el último término tiene que ser cero y, por lo tanto, los costes marginales a largo plazo y a corto plazo tienen que ser iguales.

Para realizar la demostración matemática debemos utilizar la regla de la derivación en cadena. De acuerdo con la definición dada en este capítulo:

$$c(y) \equiv c_s(y, k(y)).$$

Derivando con respecto a y, tenemos que

$$\frac{dc(y)}{dy} = \frac{\partial c_s(y, k)}{\partial y} + \frac{\partial c_s(y, k)}{\partial k}\frac{\partial k(y)}{\partial y}.$$

Si evaluamos esta expresión en un nivel específico de producción y^* y su tamaño de planta óptimo correspondiente $k^* = k(y^*)$, sabemos que

$$\frac{\partial c_s(y^*, k^*)}{\partial k} = 0,$$

ya que ésa es la condición de primer orden necesaria para que k^* sea el tamaño de planta minimizador del coste que corresponde a y^*. Por lo tanto, el segundo término de la expresión desaparece y lo único que nos queda es el coste marginal a corto plazo,

$$\frac{dc(y^*)}{dy} = \frac{\partial c_s(y^*, k^*)}{\partial y}.$$