

# 10. LA ELECCIÓN INTERTEMPORAL

En este capítulo proseguiremos el análisis de la conducta del consumidor examinando las decisiones relacionadas con el ahorro y el consumo a lo largo del tiempo y llamadas **elecciones intertemporales**.

## 10.1 La restricción presupuestaria

Imaginemos un consumidor que decide qué cantidad va a consumir de un determinado bien en dos períodos de tiempo distintos. Normalmente, suponemos que este bien es una mercancía compuesta, como dijimos en el capítulo 2, pero también podemos pensar que se trata de cualquier mercancía concreta que queramos. Supongamos que la cantidad consumida en cada período es  $(c_1, c_2)$  y que los precios del consumo son constantes e iguales a 1 en ambos períodos. La cantidad de dinero que tiene el consumidor en cada período es  $(m_1, m_2)$ .

Supongamos inicialmente que sólo puede transferir dinero del período 1 al 2 ahorrando sin obtener intereses. Supongamos también por el momento que no tiene posibilidades de pedir dinero prestado, por lo que la cantidad máxima que puede gastar en el período 1 es  $m_1$ . Su restricción presupuestaria se parece, pues, a la que muestra la figura 10.1.

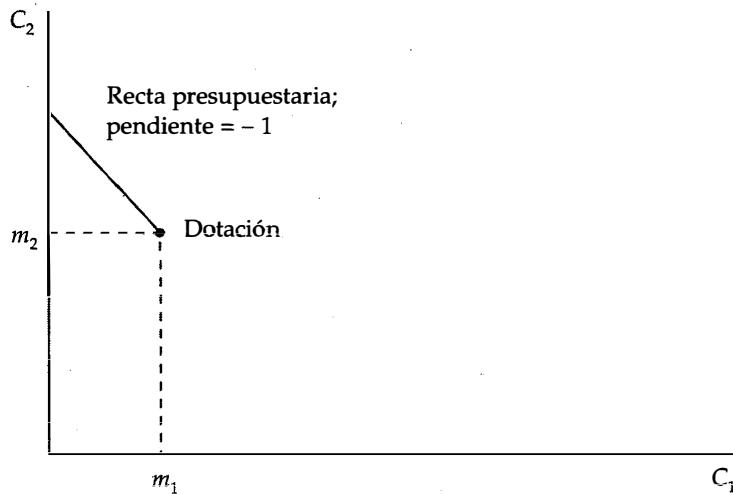
Vemos que el consumidor tiene dos tipos posibles de opciones. Puede consumir en  $(m_1, m_2)$ , lo que significa que consume su renta en cada período, o puede consumir una cantidad inferior a su renta durante el primer período. En este segundo caso, ahorra parte del consumo del primer período para una fecha posterior.

Supongamos a continuación que puede pedir dinero prestado y que puede también prestarlo al tipo de interés  $r$ . Derivemos la restricción presupuestaria, suponiendo por razones de comodidad que los precios del consumo son iguales a 1 en los dos períodos. Supongamos primero que el consumidor decide ahorrar, por lo que en el primer período su consumo,  $c_1$ , es menor que su renta,  $m_1$ . En este caso obtendrá intereses por la cantidad que ahorre,  $m_1 - c_1$ , al tipo de interés  $r$ . La cantidad que podrá consumir en el siguiente período es

$$c_2 = m_2 + (m_1 - c_1) + r(m_1 - c_1)$$

$$= m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1). \quad [10.1]$$

Esta expresión nos dice que la cantidad que puede consumir el individuo en el periodo 2 es su renta más la cantidad ahorrada en el 1, más los intereses generados por sus ahorros.



**Figura 10.1. La restricción presupuestaria.** Esta figura muestra la restricción presupuestaria del consumidor cuando el tipo de interés es cero y no es posible pedir préstamos. Cuanto menos consume el individuo en el periodo 1, más puede consumir en el 2.

Supongamos ahora que es un prestatario, por lo que en el primer periodo su consumo es mayor que su renta. El consumidor es un prestatario si  $c_1 > m_1$ , y los intereses que tendrá que pagar en el segundo periodo serán  $r(c_1 - m_1)$ . Naturalmente, también tendrá que devolver la cantidad prestada,  $c_1 - m_1$ , lo que significa que su restricción presupuestaria será

$$\begin{aligned} c_2 &= m_2 - r(c_1 - m_1) - (c_1 - m_1) \\ &= m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1), \end{aligned}$$

que es la misma que teníamos antes. Si  $m_1 - c_1$  es una cantidad positiva, el consumidor obtendrá intereses por sus ahorros; si es negativa, pagará intereses por sus préstamos.

Si  $c_1 = m_1$ , necesariamente  $c_2 = m_2$ , por lo que el consumidor no es ni un prestatario ni un prestamista. Podríamos decir que esta posición de consumo es el “punto de Polonio”.<sup>1</sup>

Reordenando la restricción presupuestaria del consumidor, obtenemos otras dos útiles expresiones:

$$(1 + r)c_1 + c_2 = (1 + r)m_1 + m_2 \quad [10.2]$$

y

$$c_1 + \frac{c_2}{1 + r} = m_1 + \frac{m_2}{1 + r}. \quad [10.3]$$

Obsérvese que ambas ecuaciones tienen la forma

$$p_1x_1 + p_2x_2 = p_1m_1 + p_2m_2.$$

En la ecuación [10.2],  $p_1 = 1 + r$  y  $p_2 = 1$ . En la [10.3],  $p_1 = 1$  y  $p_2 = 1/(1 + r)$ .

Decimos que la ecuación [10.2] expresa la restricción presupuestaria en **valor futuro** y la [10.3] la expresa en **valor actual**. Esta terminología se debe a que la primera restricción presupuestaria supone que el precio del consumo futuro es igual a 1, mientras que en la segunda lo que es igual a 1 es el precio del consumo actual. La primera mide el precio del periodo 1 *en relación con* el precio del periodo 2, mientras que la segunda hace lo contrario.

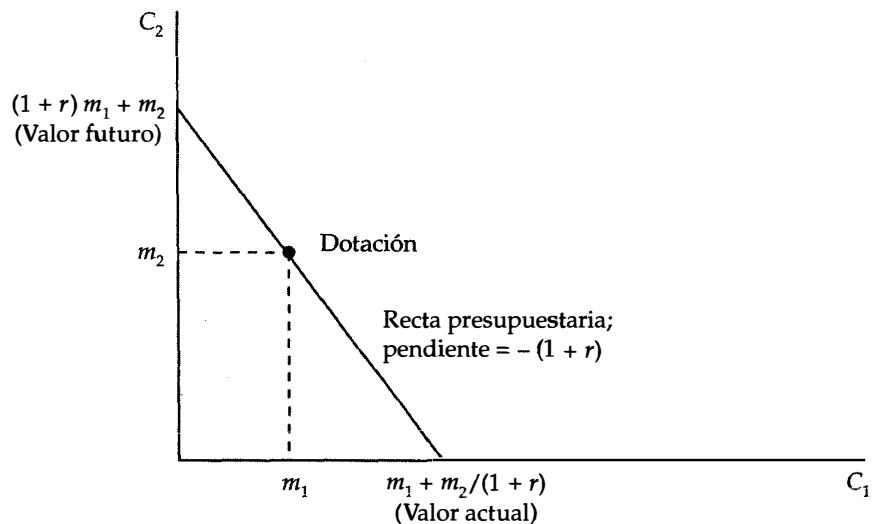
La figura 10.2 muestra la interpretación geométrica del valor actual y del valor futuro. El valor actual de la dotación de dinero que tiene el individuo en los dos períodos es la cantidad de dinero del periodo 1 que generaría el mismo conjunto presupuestario que aquella dotación. Es exactamente igual a la abscisa en el origen de la recta presupuestaria, que indica la cantidad máxima que puede consumirse en el primer periodo. Examinando la restricción presupuestaria, esta cantidad es  $\bar{c}_1 = m_1 + m_2/(1 + r)$ , que es el valor actual de la dotación.

Del mismo modo, la ordenada en el origen es la cantidad máxima que puede consumirse en el segundo periodo, que se obtiene cuando  $c_1 = 0$ . De nuevo, examinando la restricción presupuestaria, podemos despejar esta cantidad  $\bar{c}_2 = (1 + r)m_1 + m_2$ , que es el valor futuro de la dotación.

El valor actual es la medida más importante para expresar la restricción presupuestaria intertemporal, ya que mide el futuro en relación con el presente, que es nuestra manera natural de ver las cosas.

<sup>1</sup> “Ni pidas ni des prestado a nadie, pues el prestar hace perder a un tiempo el dinero y al amigo; y el tomar prestado embota el filo de la economía”, *Hamlet*, acto I, escena 3; Polonio aconsejando a su hijo.

De cualquiera de estas dos ecuaciones se deduce fácilmente la representación gráfica de esta restricción presupuestaria. Pasa por el punto  $(m_1, m_2)$ , ya que ésta es siempre una combinación de consumo *asequible*, y tiene una pendiente de  $-(1 + r)$ .



**Figura 10.2. Valores actuales y futuros.** La ordenada en el origen de la recta presupuestaria mide el valor futuro, y la abscisa en el origen mide el valor actual.

## 10.2 Las preferencias por el consumo

Analicemos ahora las preferencias del consumidor, tal como las representan sus curvas de indiferencia. La forma de éstas indica cuáles son los gustos de aquél en diferentes momentos del tiempo. Por ejemplo, si trazamos curvas de indiferencia con una pendiente constante de  $-1$ , éstas representan los gustos de un consumidor al que le da igual consumir hoy que mañana. Su relación marginal de sustitución entre hoy y mañana es de  $-1$ .

Si trazamos curvas de indiferencia propias de complementarios perfectos, éstas indican que el consumidor desea consumir la misma cantidad hoy que mañana. No está dispuesto a sustituir su consumo de un periodo por el de otro, independientemente de lo valioso que sea para él hacerlo.

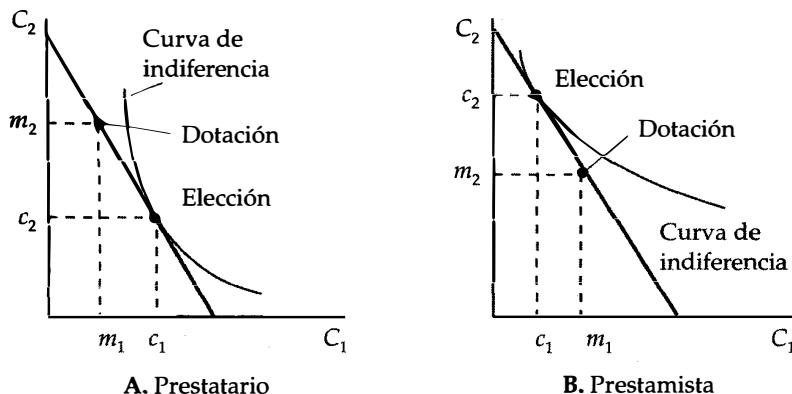
Como siempre, el caso intermedio de las preferencias regulares es el más razonable. El consumidor está dispuesto a sustituir una parte del consumo futuro por consumo actual. ¿Qué parte depende de la combinación concreta de consumo que tenga?

La convexidad de las preferencias es muy natural en este contexto, ya que afirma que el consumidor preferiría tener una cantidad “media” de consumo en cada periodo a tener mucho hoy y nada mañana o viceversa.

### 10.3 Estática comparativa

Dada la restricción presupuestaria del consumidor y sus preferencias en relación con el consumo en los dos períodos, podemos examinar la elección óptima de consumo ( $c_1, c_2$ ). Si el consumidor elige un punto en el que  $c_1 < m_1$ , decimos que es un **prestatario** y si elige un punto en el que  $c_1 > m_1$ , decimos que es un **prestamista**. Las figuras 10.3A y la 10.3B representan, respectivamente, los dos casos.

Veamos ahora cómo reaccionaría a una variación del tipo de interés. En la ecuación [10.1] observamos que si sube el tipo de interés, la recta presupuestaria debe ser más inclinada: dada una reducción de  $c_1$ , el individuo conseguirá un mayor consumo en el segundo periodo si el tipo de interés es más alto. Naturalmente, la dotación siempre sigue siendo asequible, por lo que se produce, en realidad, un giro alrededor de la dotación.



**Figura 10.3. El prestatario y el prestamista.** La parte A representa un prestatario, ya que  $c_1 > m_1$  y la B un prestamista, ya que  $c_1 < m_1$ .

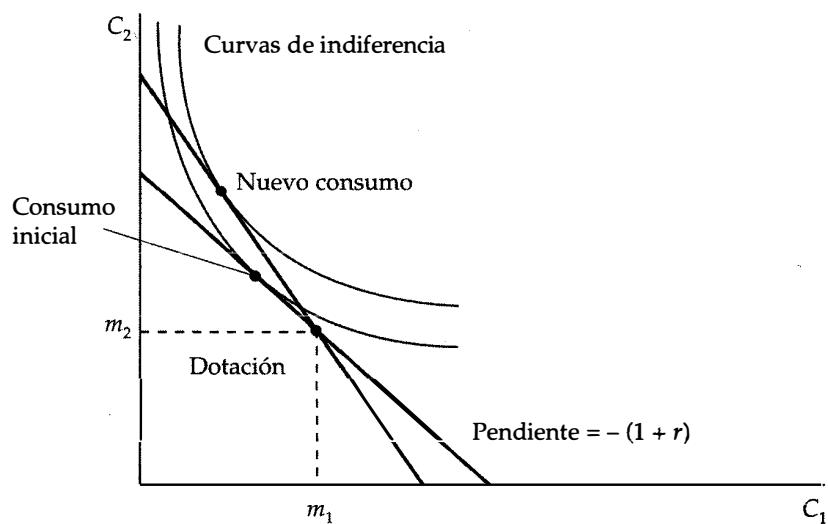
También podemos decir algo sobre la forma en que varía la decisión de ser un prestatario o un prestamista cuando varía el tipo de interés. Existen dos posibilidades, dependiendo de que el consumidor sea inicialmente un prestatario o un prestamista. Supongamos primero que es un prestamista. En ese caso, si sube el tipo de interés, debe continuar siéndolo.

La figura 10.4 muestra este argumento. Si el consumidor es inicialmente un prestamista, su cesta de consumo se encuentra a la izquierda del punto de dotación. Supongamos ahora que sube el tipo de interés. ¿Es posible que se desplace el consumidor a un nuevo punto de consumo situado a la *derecha* de la dotación?

No, porque en ese caso se violaría el principio de la preferencia revelada: las elecciones situadas a la derecha del punto de dotación ya eran accesibles para el consumidor cuando tenía el conjunto presupuestario inicial y las rechazó en favor del punto elegido. Dado que en la nueva recta presupuestaria sigue estando disponible

la cesta óptima inicial, la nueva cesta óptima debe ser un punto situado *frente* del antiguo conjunto presupuestario, lo que significa que debe hallarse a la izquierda de la dotación. Así pues, cuando sube el tipo de interés, el consumidor debe seguir siendo un prestamista.

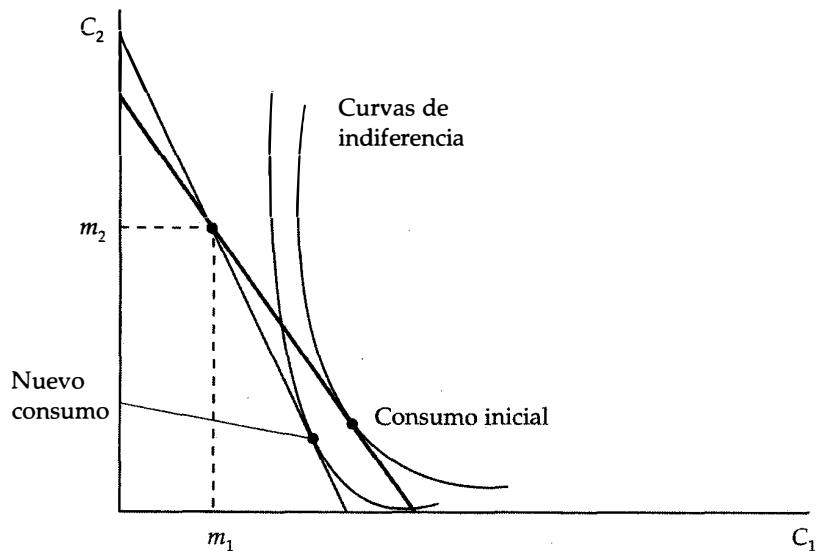
El caso del prestatario es parecido: si el consumidor es inicialmente un prestatario y baja el tipo de interés, seguirá siéndolo (el lector puede representar un gráfico parecido al de la figura 10.4 y tratar de explicar el argumento).



**Figura 10.4. Si un individuo es un prestamista y sube el tipo de interés, seguirá siéndolo.** Si sube el tipo de interés, la recta presupuestaria gira en torno a la dotación y se vuelve más inclinada; la preferencia revelada implica que la nueva cesta de consumo debe encontrarse a la izquierda de la dotación.

Por lo tanto, si un individuo es un prestamista y sube el tipo de interés, seguirá siendo un prestamista. Si es un prestatario y baja el tipo de interés, seguirá siendo un prestatario. Por otra parte, si es un prestamista y baja el tipo de interés, puede muy bien decidir convertirse en prestatario; del mismo modo, si es un prestatario y sube el tipo de interés, puede convertirse en un prestamista. La preferencia revelada no nos indica nada sobre estos dos últimos casos.

La preferencia revelada también puede utilizarse para averiguar cómo afecta al bienestar del consumidor una variación del tipo de interés. Si ése es inicialmente un prestatario y sube el tipo de interés, pero decide seguir siendo un prestatario, con este nuevo tipo de interés su bienestar debe empeorar. La figura 10.5 muestra el argumento; si el consumidor continúa siendo un prestatario, debe actuar en un punto que era asequible en el antiguo conjunto presupuestario pero que se rechazó, lo que implica que debe haber empeorado su bienestar.



**Figura 10.5. Una subida del tipo de interés empeora el bienestar de un prestatario.** Cuando sube el tipo de interés que tiene que pagar un prestatario, empeora claramente su bienestar.

#### 10.4 La ecuación de Slutsky y la elección intertemporal

La ecuación de Slutsky puede utilizarse para descomponer la variación de la demanda provocada por un cambio del tipo de interés en efectos-renta y efectos-sustitución, exactamente igual que en el capítulo 9. Supongamos que sube el tipo de interés. ¿Cómo afectará esta subida al consumo en cada uno de los períodos?

Este caso es más fácil de analizar utilizando la recta presupuestaria expresada en valor futuro en lugar de la expresada en valor actual. Si utilizamos la restricción presupuestaria expresada en valor futuro, una subida del tipo de interés es exactamente igual que una subida del precio del consumo actual en comparación con el consumo futuro.

Según la ecuación de Slutsky, tenemos que

$$\frac{\Delta c_1^t}{\Delta p_1} = \frac{\Delta c_1^s}{\Delta p_1} + (m_1 - c_1) \frac{\Delta c_1^m}{\Delta m}$$

(?) (−) (?) (+)

El efecto-sustitución actúa, como siempre, en sentido opuesto al precio. En este caso, sube el precio del consumo del periodo 1, por lo que el efecto-sustitución nos dice que el consumidor debe consumir menos en el primer periodo. Éste es el significado del signo menos que aparece debajo del efecto-sustitución. Supongamos que en este periodo el consumo es un bien normal, por lo que el último término —cómo

varía el consumo cuando varía la renta— es positivo. Por lo tanto, ponemos un signo más debajo del último término. Ahora el signo de toda la expresión depende del signo de  $(m_1 - c_1)$ . Si el individuo es un prestatario, este término es negativo y, por lo tanto, toda la expresión es inequívocamente negativa, es decir, si el individuo es un prestatario, una subida del tipo de interés debe reducir el consumo actual.

¿Por qué? Cuando sube el tipo de interés, siempre hay un efecto-sustitución que se traduce en una reducción del consumo actual. Para un prestatario, una subida del tipo de interés significa que tendrá que pagar más intereses mañana, lo que le inducirá a pedir menos préstamos y, por lo tanto, a consumir menos, en el primer periodo.

En el caso del prestamista, el efecto es ambiguo. El efecto total es la suma de un efecto-sustitución negativo y un efecto-renta positivo. Desde el punto de vista del prestamista, una subida del tipo de interés puede proporcionarle una renta adicional tan grande que quiera consumir aún más en el primer periodo.

Los efectos de las variaciones de los tipos de interés no son muy misteriosos. Hay un efecto-renta y un efecto-sustitución como en cualquier otra variación de los precios. Pero sin un instrumento como la ecuación de Slutsky que nos permita distinguir los diferentes efectos, puede resultar difícil diferenciar las variaciones. Con un instrumento como éste, es bastante sencillo.

## 10.5 La inflación

Todo el análisis anterior se basa en un bien de “consumo” general. Renunciando a  $\Delta c$  unidades de consumo hoy, compramos  $(1 + r)\Delta c$  unidades de consumo mañana. Este análisis parte del supuesto implícito de que el “precio” del consumo no varía, es decir, no hay ni inflación ni deflación.

Sin embargo, no es difícil modificar el análisis para abordar el caso de la inflación. Supongamos que ahora el bien de consumo tiene un precio diferente en cada periodo. También es útil suponer que el precio del consumo actual es 1 y el del consumo futuro  $p_2$  y que la dotación también se mide en unidades de los bienes de consumo, de tal manera que su valor monetario es  $p_2 m_2$  en el periodo 2. En ese caso, la cantidad de dinero que puede gastar el consumidor en el segundo periodo es

$$p_2 c_2 = p_2 m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1)$$

y la cantidad de consumo disponible en el segundo periodo es

$$c_2 = m_2 + \frac{1 + r}{p_2} (m_1 - c_1).$$

Obsérvese que esta ecuación es muy parecida a la [10.1]: la única diferencia estriba en que utilizamos  $(1 + r)/p_2$  en lugar de  $1 + r$ .

Expresemos esta restricción presupuestaria en función de la tasa de inflación,  $\pi$ , que es simplemente la tasa a la que suben los precios. Recordando que  $p_1 = 1$ , tenemos que

$$p_2 = 1 + \pi,$$

de donde se deduce que

$$c_2 = m_2 + \frac{1 + r}{1 + \pi} (m_1 - c_1).$$

Creemos una nueva variable,  $\rho$ , el **tipo de interés real**, y definámosla de la forma siguiente:

$$1 + \rho = \frac{1 + r}{1 + \pi}.$$

Por lo tanto, la restricción presupuestaria se convierte en

$$c_2 = m_2 + (1 + \rho)(m_1 - c_1).$$

$(1 + \rho)$  mide el *consumo* adicional que podemos conseguir en el periodo 2 si renunciamos a una parte del *consumo* del periodo 1. Ésa es la razón por la que llamamos a  $\rho$  tipo de interés *real*: nos dice cuánto consumo adicional podemos obtener y no cuántas pesetas adicionales podemos conseguir.

El tipo de interés sobre las pesetas se llama tipo de interés **nominal**. Como hemos visto antes, la relación entre ambos viene dada por

$$1 + \rho = \frac{1 + r}{1 + \pi}.$$

Para hallar una expresión explícita de  $\rho$ , formulamos esta ecuación de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1 + r}{1 + \pi} - 1 = \frac{1 + r}{1 + \pi} - \frac{1 + \pi}{1 + \pi} \\ &= \frac{r - \pi}{1 + \pi}. \end{aligned}$$

Ésta es la expresión exacta del tipo de interés real, pero normalmente se utiliza una aproximación. Si la tasa de inflación no es demasiado grande, el denominador de la fracción sólo será algo mayor que 1. Por lo tanto, el tipo de interés real será aproximadamente

$$\rho \approx r - \pi.$$

Esta expresión nos dice que el tipo de interés real es el tipo nominal menos la tasa de inflación (el símbolo  $\approx$  significa "aproximadamente igual a"). Esto es perfecta-

mente razonable: si el tipo de interés es de un 18%, pero los precios están subiendo un 10%, el tipo de interés real —es decir, el consumo adicional que podemos comprar en el siguiente periodo si renunciamos a una parte de nuestro consumo actual— es de un 8% aproximadamente.

Por supuesto, siempre pensamos en el futuro cuando hacemos planes sobre el consumo. Normalmente, conocemos el tipo de interés nominal del siguiente periodo, pero no así la tasa de inflación. Generalmente se considera que el tipo de interés real es el actual menos la tasa de inflación *esperada*. Si cada persona estima de forma distinta la tasa de inflación del año siguiente, también estimará de forma distinta el tipo de interés real. Si es posible predecir con una precisión razonable la inflación, estas diferencias pueden no ser demasiado grandes.

## 10.6 El valor actual: un análisis más detallado

Volvamos ahora a las dos expresiones de la restricción presupuestaria descritas en las ecuaciones [10.2] y [10.3] del apartado 10.1:

$$(1 + r) c_1 + c_2 = (1 + r)m_1 + m_2$$

y

$$c_1 + \frac{c_2}{1 + r} = m_1 + \frac{m_2}{1 + r}.$$

Consideremos únicamente el segundo miembro de estas dos ecuaciones. Antes dijimos que el de la primera ecuación expresa el valor de la dotación medida en valor futuro y el de la segunda en valor actual.

Examinemos primero el concepto de valor futuro. Si podemos pedir un préstamo a un tipo de interés de  $r$ , ¿cuál es el equivalente futuro de una peseta actual? La respuesta es  $(1 + r)$  pesetas. Es decir, una peseta de hoy puede convertirse en  $(1 + r)$  pesetas en el próximo periodo prestándolo simplemente al banco al tipo de interés  $r$ . En otras palabras,  $(1 + r)$  pesetas del próximo periodo equivalen a una peseta de hoy, ya que es lo que tendremos que pagar en el próximo periodo para comprar —es decir, pedir prestada— una peseta de hoy. El valor  $(1 + r)$  no es más que el precio de una peseta de hoy, en relación con una peseta del próximo periodo. Es fácil comprender por qué a partir de la primera restricción presupuestaria: está expresada en pesetas futuras (las pesetas del segundo periodo tienen un precio de 1 y las del primero se miden en relación con ellas).

En el caso del valor actual, tenemos exactamente lo contrario: todo se mide en pesetas de hoy. ¿Cuánto vale una peseta del próximo periodo medida en una peseta de hoy?  $1/(1 + r)$  pesetas, ya que  $1/(1 + r)$  pesetas puede convertirse en una peseta del próximo periodo ahorrándola simplemente al tipo de interés  $r$ . El *valor actual* de una peseta que ha de entregarse en el siguiente periodo es  $1/(1 + r)$ .

El concepto de valor actual nos permite expresar de otra forma la restricción presupuestaria en los problemas de consumo intertemporales: un plan de consumo es asequible si *el valor actual del consumo es igual al valor actual de la renta*.

El concepto de valor actual tiene una importante implicación, estrechamente relacionada con una observación realizada en el capítulo 9: si el consumidor puede comprar y vender libremente bienes a precios constantes, siempre preferirá una dotación que tenga un valor mayor a una que tenga un valor menor. En el caso de las decisiones intertemporales, este principio implica que *si un consumidor puede pedir y conceder préstamos libremente a un tipo de interés constante, siempre preferirá una renta que tenga un valor actual mayor a una que tenga uno menor*.

Esta afirmación es cierta por la misma razón que la del capítulo 9: una dotación que tenga un valor más alto da lugar a una recta presupuestaria más alejada del origen. El nuevo conjunto presupuestario contiene el antiguo, lo que significa que el consumidor tiene todas las oportunidades de consumo que tenía con el antiguo conjunto presupuestario y algunas más. A veces los economistas dicen que una dotación que tiene un valor actual más alto **domina** a la que tiene un valor actual más bajo, en el sentido de que el individuo puede tener un mayor consumo en los *dos* períodos vendiendo la dotación que tiene el valor actual más alto que el que podría conseguir vendiendo la que tiene el valor actual más bajo.

Naturalmente, si el valor actual de una dotación es superior al de otra, también será mayor el valor futuro. Sin embargo, el valor actual es un instrumento más cómodo para medir el poder adquisitivo de una dotación de dinero a lo largo del tiempo, por lo que ésta es la medida a la que dedicaremos más atención.

## 10.7 Análisis del valor actual en el caso de varios períodos

Analicemos un modelo de tres períodos. Supongamos que podemos pedir o conceder un préstamo a un tipo de interés  $r$  en cada uno de los períodos y que este tipo de interés se mantiene constante en los tres. En ese caso, el precio del consumo del periodo 2 medido en consumo del periodo 1 será  $1/(1+r)$ , al igual que antes.

¿Cuál será el precio del consumo del periodo 3? Si invertimos una peseta hoy, ésta se convertirá en  $(1+r)$  pesetas en el siguiente periodo y si la dejamos invertida, se convertirá en  $(1+r)^2$  en el tercer periodo. Por lo tanto, si comenzamos con  $1/(1+r)^2$  pesetas hoy, podemos convertirlas en 1 peseta en el periodo 3. El precio del consumo del periodo 3 en relación con el consumo del periodo 1 es, pues,  $1/(1+r)^2$ . Cada peseta adicional de consumo del periodo 3 nos cuesta hoy  $1/(1+r)^2$  pesetas, lo que implica que la restricción presupuestaria tendrá la forma

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} + \frac{c_3}{(1+r)^2} = m_1 + \frac{m_2}{1+r} + \frac{m_3}{(1+r)^2}.$$

Esta restricción presupuestaria es exactamente igual a la que vimos antes, en la cual el precio del consumo del periodo  $t$  medido en consumo actual es

$$p_t = \frac{1}{(1+r)^{t-1}}.$$

Como antes, cualquier consumidor preferirá trasladarse a una dotación que tenga un valor actual más alto a estos precios, ya que de esa forma se desplazará necesariamente el conjunto presupuestario hacia fuera.

Hemos derivado esta restricción presupuestaria partiendo del supuesto de que los tipos de interés se mantenían constantes; pero es fácil generalizarla al caso en que varían. Supongamos, por ejemplo, que los intereses generados por los ahorros entre el periodo 1 y el 2 son  $r_1$  y los generados por los ahorros entre el periodo 2 y el 3,  $r_2$ . En ese caso, una peseta del periodo 1 se convertirá en  $(1+r_1)(1+r_2)$  pesetas en el periodo 3. Por lo tanto, el valor actual de una peseta del periodo 3 será  $1/(1+r_1)(1+r_2)$ , lo que implica que la forma correcta de la restricción presupuestaria es

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r_1} + \frac{c_3}{(1+r_1)(1+r_2)} = m_1 + \frac{m_2}{1+r_1} + \frac{m_3}{(1+r_1)(1+r_2)}.$$

Esta expresión no es difícil de utilizar, pero, en general, nos conformaremos con examinar el caso de los tipos de interés constantes.

El cuadro 10.1 contiene algunos ejemplos del valor actual de una peseta dentro de  $T$  años a diferentes tipos de interés. Destaca la rapidez con que disminuye el valor actual cuando los tipos de interés son "razonables". Por ejemplo, a un tipo de interés de un 10%, el valor de una peseta dentro de 20 años sólo será de 15 céntimos.

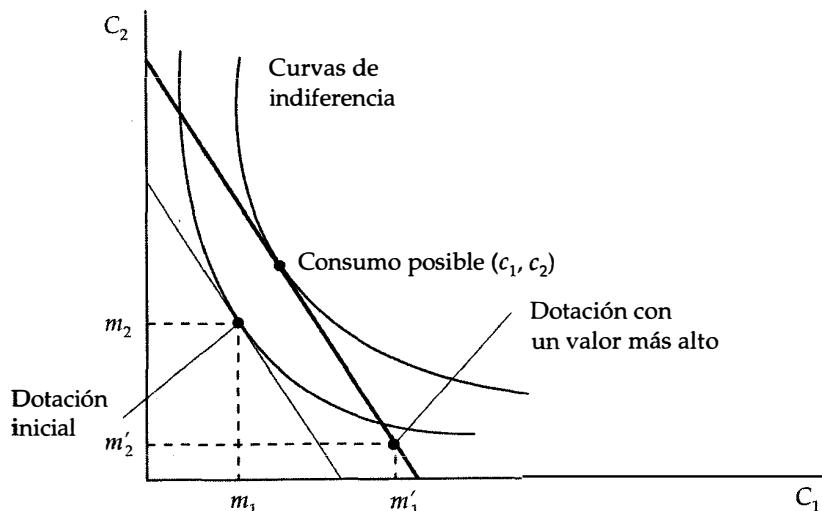
Tasa	1	2	5	10	15	20	25	30
0,5	0,95	0,91	0,78	0,61	0,48	0,37	0,30	0,23
0,10	0,91	0,83	0,62	0,39	0,24	0,15	0,09	0,06
0,15	0,87	0,76	0,50	0,25	0,12	0,06	0,03	0,02
0,20	0,83	0,69	0,40	0,16	0,06	0,03	0,01	0,00

**Cuadro 10.1.** Valor actual de una peseta dentro de  $t$  años.

## 10.8 Utilización del valor actual

Comencemos formulando un importante principio general: *el valor actual es la única forma correcta de convertir una corriente de pagos en pesetas actuales*. Este principio se desprende directamente de la definición del valor actual: el valor actual mide el valor de la dotación de dinero de un consumidor. Si éste puede pedir y conceder préstamos libremente a un tipo de interés constante, una dotación que tenga un valor actual más alto siempre podrá generar un *mayor consumo* en todos los períodos que la que tenga un valor actual más bajo. Cualesquiera que sean nuestros gustos en relación con el consumo en los diferentes períodos, siempre preferiremos necesariamente la corriente de dinero que tiene un valor actual más alto a la que tiene uno más bajo, ya que siempre nos permitirá consumir más en todos los períodos.

Este argumento se muestra en la figura 10.6, en la cual  $(m'_1, m'_2)$  es una cesta de consumo peor que la dotación inicial del consumidor,  $(m_1, m_2)$ , ya que se encuentra por debajo de la curva de indiferencia que pasa por su dotación. No obstante, el consumidor preferiría  $(m'_1, m'_2)$  a  $(m_1, m_2)$  si pudiera pedir y conceder préstamos al tipo de interés  $r$ , ya que con la dotación  $(m'_1, m'_2)$  podría consumir una cesta como la  $(c_1, c_2)$ , que es inequívocamente mejor que la actual.



**Figura 10.6. Mayor valor actual.** Una dotación que tenga un valor actual más alto proporciona al consumidor mayores posibilidades de consumo en cada periodo si éste puede pedir y conceder préstamos a los tipos de interés de mercado.

El valor actual es un concepto muy útil para valorar diferentes tipos de inversión. Si queremos comparar dos inversiones distintas que generan corrientes de pagos diferentes para ver cuál es mejor, calculamos simplemente los dos valores actuales y

elegimos la que genera el mayor. La inversión que tenga el valor actual más alto siempre nos permitirá realizar un mayor consumo.

A veces es necesario comprar una corriente de renta realizando una corriente de pagos a lo largo del tiempo. Por ejemplo, una persona puede comprar un edificio de apartamentos solicitando un préstamo a un banco y pagando una hipoteca durante una serie de años. Supongamos que puede comprarse la corriente de renta ( $M_1, M_2$ ) realizando la corriente de pagos ( $P_1, P_2$ ).

En este caso, puede evaluarse la inversión comparando el valor actual de la corriente de renta y el valor actual de la corriente de pagos. Si

$$M_1 + \frac{M_2}{1+r} > P_1 + \frac{P_2}{1+r}, \quad [10.4]$$

el valor actual de la corriente de renta es superior al valor actual de su coste, por lo que se trata de una buena inversión: aumentará el valor actual de nuestra dotación.

La inversión también puede valorarse utilizando el concepto de **valor actual neto**. Para averiguarlo, calculamos el flujo *neto* de renta correspondiente a cada periodo y descontamos esta corriente hasta la actualidad. En este ejemplo, el flujo neto es ( $M_1 - P_1, M_2 - P_2$ ) y el valor actual es

$$VAN = M_1 - P_1 + \frac{M_2 - P_2}{1+r}.$$

Si se compara esta expresión con la ecuación [10.4], se observará que la inversión debe comprarse si y sólo si el valor actual neto es positivo.

El cálculo del valor actual neto es muy práctico, ya que nos permite sumar todos los flujos positivos y negativos de cada periodo y descontar la corriente resultante de flujos netos.

### Ejemplo: Cómo se valora una corriente de pagos

Supongamos que estamos analizando dos inversiones, la *a* y la *b*. La *a* rinde 10.000 pesetas hoy y 20.000 el próximo año. La *b* rinde cero pesetas hoy y 31.000 el próximo año. ¿Cuál es mejor?

La respuesta depende del tipo de interés. Si éste es cero, la respuesta es clara; basa sumar los pagos, ya que en este caso el cálculo del valor actual se reduce a eso.

Si el tipo de interés es cero, el valor actual de la inversión *a* es

$$VA_a = 10.000 + 20.000 = 30.000$$

y el de la *b*

$$VA_b = 0 + 31.000 = 31.000,$$

por lo que *b* es la inversión preferida.

Pero si el tipo de interés es suficientemente elevado, la respuesta es la contraria. Supongamos, por ejemplo, que es de un 20%. En ese caso, el cálculo del valor actual se realiza de la forma siguiente:

$$VA_a = 10.000 + \frac{210.000}{1,20} = 26.667$$

$$VA_b = 0 + \frac{31.000}{1,20} = 25.833.$$

Ahora  $a$  es la mejor inversión. El hecho de que rinda más antes significa que tiene un valor actual mayor cuando el tipo de interés es suficientemente alto.

### Ejemplo: El verdadero coste de una tarjeta de crédito

Pedir un préstamo utilizando una tarjeta de crédito es caro: muchas compañías cobran unos tipos de interés anuales que oscilan entre un 15 y un 21%. Sin embargo, el verdadero tipo de interés es mucho más alto debido a la forma en que se calculan estos costes financieros.

Supongamos que el dueño de una tarjeta de crédito realiza con ella unas compras por valor de 200.000 pesetas el primer día del mes y que el coste financiero es de 1,5% al mes. Si paga todo el saldo a final de mes, no tiene que pagar ningún coste financiero. Si no paga ninguna de las 200.000 pesetas, tiene que pagar un coste financiero de  $200.000 \times 0,015 = 3.000$  pesetas al final del próximo mes.

¿Qué ocurre si paga 180.000 pesetas de las 200.000 el último día del mes? En este caso, sólo ha pedido un préstamo de 20.000, por lo que los costes financieros deberían ser de 300 pesetas. Sin embargo, muchas compañías de tarjetas de crédito cobran mucho más. La razón se halla en que muchas basan sus costes financieros en el "saldo mensual medio", aunque una parte de ese saldo se pague a final de mes. En este ejemplo, el saldo mensual medio sería cercano a 200.000 pesetas (30 días de saldo de 200.000 y 1 día de saldo de 20.000). Por lo tanto, el coste financiero ascendería a algo menos de 3.000 pesetas, incluso aunque el consumidor sólo hubiera pedido un préstamo de 20.000. Por lo tanto, en relación con la cantidad de dinero realmente prestada, el tipo de interés que paga es del 15%... ¡al mes!

### 10.9 Los bonos

Los **títulos-valores** son instrumentos financieros que prometen determinados calendarios de pagos. Existen numerosos tipos de instrumentos financieros, ya que no todo el mundo desea la misma forma de pago, y los mercados financieros permiten intercambiar diferentes flujos monetarios a lo largo del tiempo. Estos flujos se utilizan normalmente para financiar el consumo en uno u otro momento.

El tipo de título que analizaremos aquí es el **bono**, que es un instrumento emitido por el Estado o por una sociedad anónima cuyo principal objeto es pedir prestado dinero. El prestatario —el agente que emite el bono— promete pagar una cantidad fija de pesetas  $x$  (el **cupón**) en cada periodo hasta una determinada fecha  $T$  (la **fecha de vencimiento**), momento en el que pagará una cantidad  $F$  (el **valor nominal**) al poseedor del bono.

Por lo tanto, la corriente de pagos de un bono es  $(x, x, x, \dots, F)$ . Si el tipo de interés permanece constante, es fácil calcular el valor actual descontado de ese bono:

$$VA = \frac{x}{(1+r)} + \frac{x}{(1+r)^2} + \dots + \frac{F}{(1+r)^T}.$$

Obsérvese que el valor actual de un bono disminuye cuando sube el tipo de interés. ¿Por qué? Cuando sube el tipo de interés, sube el precio de la peseta que ha de entregarse en el futuro, por lo que los pagos futuros del bono valen menos actualmente.

El mercado de bonos es muy grande y está muy desarrollado. El valor de mercado de los bonos fluctúa dependiendo del tipo de interés, ya que varía el valor actual de la corriente de pagos que representan los bonos.

Un tipo especial de bono es aquel que realiza pagos indefinidamente. Se denominan **bonos a perpetuidad**. Supongamos que un bono a perpetuidad promete pagar pesetas anuales indefinidamente. Para calcular su valor tenemos que calcular la suma infinita:

$$VA = \frac{x}{1+r} + \frac{x}{(1+r)^2} + \dots$$

El truco para calcularla consiste en sacar el factor común  $1/(1+r)$ :

$$VA = \frac{1}{1+r} \left[ x + \frac{x}{(1+r)} + \frac{x}{(1+r)^2} + \dots \right].$$

¡Pero el término entre paréntesis no es sino  $x$  más el valor actual! Sustituyendo y despejando  $VA$ , tenemos que

$$\begin{aligned} VA &= \frac{1}{(1+r)} [x + VA] \\ &= \frac{x}{r}. \end{aligned}$$

Este cálculo no es difícil de realizar, pero existe una sencilla forma de llegar a la solución de manera inmediata. ¿Cuánto dinero,  $V$ , necesitaríamos para recibir pesetas indefinidamente si el tipo de interés fuera  $r$ ? Basta escribir la ecuación

$$Vr = x,$$

que nos dice que los intereses generados por  $V$  deben ser iguales a  $x$ . Pero, en ese caso, el valor de esa inversión será

$$V = \frac{x}{r}.$$

Por lo tanto, el valor actual de un bono a perpetuidad que promete pagar  $x$  pesetas indefinidamente debe ser  $x/r$ .

Cuando el bono es a perpetuidad, es fácil ver directamente que la subida del tipo de interés reduce su valor. Supongamos, por ejemplo, que se emite un bono a perpetuidad cuando el tipo de interés es de un 10%. En ese caso, si promete pagar 1.000 pesetas al año indefinidamente, valdrá 10.000 hoy, ya que 10.000 generan 1.000 al año en intereses.

Supongamos ahora que el tipo de interés sube a un 20%. El valor del bono a perpetuidad debe descender a 5.000 pesetas, ya que a un tipo de interés del 20% sólo se necesitan 5.000 pesetas para ganar 1.000 anuales.

La fórmula del bono a perpetuidad puede utilizarse para calcular el valor aproximado de un bono a largo plazo. Por ejemplo, si el tipo de interés es de un 10%, el valor de una peseta dentro de 30 años es de 6 céntimos solamente. Dados los tipos de interés con que solemos encontrarnos, 30 años podrían muy bien equivaler al infinito.

### **Ejemplo: Préstamo bancario devuelto a plazos**

Supongamos que pedimos un préstamo de 100.000 pesetas con la promesa de devolverlo en 12 plazos mensuales de 10.000 cada uno. ¿Qué tipo de interés estamos pagando?

A primera vista, parece que nuestro tipo de interés es de un 20%: hemos pedido un préstamo de 100.000 pesetas y vamos a devolver 120.000. Sin embargo, este análisis es incorrecto, ya que, en realidad, no hemos pedido 100.000 pesetas para todo un año, sino 100.000 durante un mes, transcurrido el cual hemos devuelto 10.000. A continuación, sólo hemos pedido 90.000 pesetas y sólo debemos los intereses mensuales de esa cantidad. Después hemos pedido 80.000 durante otro mes y hemos devuelto otras 10.000, y así sucesivamente.

La corriente de pagos que queremos valorar es

$$(100.000, -10.000, -10.000, \dots, -10.000).$$

Para calcular el tipo de interés que hace que el valor actual de esta corriente sea igual a cero puede utilizarse una calculadora o un ordenador. ¡El verdadero tipo de interés que estamos pagando por el préstamo es de un 35% aproximadamente!

## 10.10 Los impuestos

En Estados Unidos generalmente los intereses percibidos se gravan igual que la renta ordinaria. Por lo tanto, la renta que generan está sujeta al mismo tipo impositivo que la renta procedente del trabajo. Supongamos que nuestro tipo impositivo marginal es  $t$ ; en ese caso, cada peseta *adicional* de renta,  $\Delta m$ , eleva nuestras obligaciones fiscales en  $t\Delta m$ . Si invertimos  $X$  pesetas en un activo, recibiremos unos intereses de  $rX$ . Pero también tendremos que pagar unos impuestos de  $trX$  sobre esta renta, por lo que nos quedarán únicamente  $(1 - t)rX$  pesetas, una vez deducidos los impuestos.  $(1 - t)r$  es lo que llamamos **tipo de interés una vez deducidos los impuestos**.

¿Qué ocurre si en lugar de prestar dinero decidimos pedir un préstamo de  $X$  pesetas? Tendremos que pagar unos intereses de  $rX$  sobre esa cantidad. En Estados Unidos, los intereses de algunos tipos de préstamos son gastos deducibles, no así los de otros. Por ejemplo, los intereses de los créditos hipotecarios son deducibles, pero no los intereses de los préstamos personales. Por otra parte, las empresas pueden deducir la mayoría de los intereses que pagan.

Si los intereses de un determinado préstamo son deducibles, podemos restarlos de nuestra otra renta y pagar impuestos únicamente sobre el resto. Por lo tanto, las  $rX$  pesetas que pagamos en intereses reducen nuestro pago de impuestos en  $trX$ . El coste total de las  $X$  pesetas que hemos pedido es  $rX - trX = (1 - t)rX$ .

Así pues, el tipo de interés una vez deducidos los impuestos es el mismo para todas las personas que cotizan por el mismo tipo impositivo, independientemente de que sean prestamistas o prestatarias. El impuesto sobre el ahorro reduce la cantidad de dinero que desean ahorrar los individuos, pero la subvención sobre los préstamos pedidos aumenta la cantidad de dinero que desean pedir.

### Ejemplo: Becas y ahorros

En Estados Unidos, muchos estudiantes reciben algún tipo de ayuda económica para ayudarlos a sufragar los gastos de los estudios universitarios. La cantidad que reciben depende de numerosos factores, aunque uno importante es la capacidad de la familia para pagar esos gastos. La mayoría de las universidades norteamericanas utilizan un indicador normalizado de dicha capacidad que calcula el College Entrance Examination Board (CEEB).

Si un estudiante desea pedir ayuda económica, él o su familia deben cumplimentar un cuestionario describiendo sus circunstancias económicas. El CEEB utiliza la información sobre la renta y los activos de los padres para calcular una medida de la "renta disponible ajustada". La proporción de la renta disponible ajustada que se espera que aporten los padres oscila entre el 22 y el 47%, dependiendo de la renta. En 1985, los padres que tenían una renta total antes de deducir los impuestos de 35.000 dólares se esperaba que pagaran alrededor de 7.000 dólares de los gastos de los estudios universitarios.

Cada dólar adicional de activos que acumulen los padres eleva la cantidad que se espera que aporten y reduce la cuantía de la ayuda económica que pueden recibir los hijos. La fórmula que utiliza el CEEB impone, de hecho, un impuesto a los padres que ahorran para la educación universitaria de sus hijos. Martin Feldstein, presidente del National Bureau of Economic Research (NBER) y profesor de economía de la Universidad de Harvard, ha calculado la magnitud de este impuesto.<sup>2</sup>

Consideremos la situación de algunos padres que están considerando la posibilidad de ahorrar un dólar adicional en el momento preciso en que su hija entra en la universidad. A un tipo de interés del 6%, el valor futuro de un dólar será de 1,26 dólares dentro de 4 años. Como la renta procedente de intereses está sujeta a impuestos federales y estatales, el dólar generará dentro de 4 años una renta después de impuestos de 1,19 dólares. Sin embargo, como este dólar adicional de ahorros incrementa los activos totales de los padres, la cantidad de ayuda recibida por la hija se reduce durante *cada* uno de sus cuatro años de universidad. Este “impuesto sobre la educación” reduce el valor futuro del dólar a 87 centavos solamente después de 4 años, lo que equivale a un impuesto sobre la renta del 150%.

Feldstein también ha examinado la conducta de ahorro de una muestra de familias de clase media que tenían hijos en edad preuniversitaria y ha estimado que una familia que tenga una renta de 40.000 dólares anuales y dos hijos en edad universitaria ahorra alrededor de un 50% menos debido a los impuestos federales, a los impuestos de los estados y al impuesto sobre la “educación” que ha de pagar.

### 10.11 La elección del tipo de interés

En el análisis anterior hemos hablado de “el tipo de interés”. Sin embargo, en la vida real hay muchas clases de tipos de interés: nominales, reales, antes de deducir los impuestos, una vez deducidos los impuestos, a corto plazo, a largo plazo, etc. ¿Cuál es el tipo “correcto” para calcular el valor?

Para responder a esta pregunta pensemos en los principios fundamentales. La idea del valor actual descontado surgió porque queríamos convertir el dinero de un determinado periodo en el dinero equivalente de otro periodo. “El tipo de interés” es el rendimiento de una inversión que nos permite transferir fondos de esta forma.

Si queremos aplicar este análisis al caso en que hay numerosos tipos de interés, debemos preguntarnos cuál tiene las propiedades más parecidas a la corriente de pagos que estamos tratando de valorar. Si ésta no está sujeta a impuestos, debemos utilizar un tipo de interés una vez deducidos los impuestos. Si dura 30 años, debemos utilizar un tipo de interés a largo plazo. Si es insegura, debemos utilizar el tipo de interés de una inversión que tenga un riesgo parecido (más adelante explicaremos qué quiere decir realmente esta última afirmación).

<sup>2</sup> Martin Feldstein, “College Scholarship Rules and Private Savings”, NBER Working Paper 4032, marzo de 1992.

El tipo de interés mide el **coste de oportunidad** de los fondos, es decir, las otras cosas que podríamos hacer con ellos. Por lo tanto, debemos comparar la corriente de pagos con la mejor alternativa que tenga características parecidas, en lo que se refiere al tratamiento fiscal, al riesgo y a la liquidez.

## Resumen

1. La restricción presupuestaria correspondiente al consumo intertemporal puede expresarse en valor actual o en valor futuro.
2. Los resultados de estática comparativa obtenidos hasta ahora en el análisis de los problemas generales de elección también pueden aplicarse al consumo intertemporal.
3. El tipo de interés real mide el consumo adicional que podemos obtener en el futuro renunciando a un cierto consumo hoy.
4. Un consumidor que pueda pedir y conceder préstamos a un tipo de interés constante siempre preferirá una dotación que tenga un valor actual más alto a una que tenga un valor más bajo.

## Problemas

1. ¿Cuánto vale hoy un millón de pesetas que ha de entregarse dentro de 20 años si el tipo de interés es de un 20%?
2. Cuando sube el tipo de interés, ¿la restricción presupuestaria intertemporal se vuelve más inclinada o más horizontal?
3. ¿Sería válido el supuesto de que los bienes son sustitutivos perfectos en un estudio de compras intertemporales de alimentos?
4. Un consumidor, que es inicialmente un prestamista, sigue siéndolo incluso después de que bajen los tipos de interés. ¿Mejora o empeora su bienestar como consecuencia de la variación de los tipos de interés? Si se convierte en un prestatario después de la variación, ¿mejora su bienestar o empeora?
5. ¿Cuál es el valor actual de 10.000 pesetas pagaderas dentro de un año si el tipo de interés es de un 10%? ¿Y si es de un 5%?

## **MICROECONOMÍA INTERMEDIA: UN ENFOQUE ACTUAL**

**Contiene: Caps. 11 y 12**

**AUTOR : Varian, Hal R.**

**FOTOCOPIADO DE : Microeconomía intermedia : un enfoque actual / Hall R. Varian.-- 5a. ed. Barcelona : Antoni Bosch, 1999.**

**SEMESTRE : VERANO 2005**

**“USO EXCLUSIVO ALUMNOS FACEA, PARA FINES DE DOCENCIA E INVESTIGACIÓN”**