

CAPÍTULO 18



Pronóstico

CONTENIDO

LA ESTADÍSTICA
EN LA PRÁCTICA:
OCCUPATIONAL
HEALTH CLINIC DE NEVADA

18.1 COMPONENTES DE
UNA SERIE DE TIEMPO
Componente de tendencia
Componente cíclico
Componente estacional
Componente irregular

18.2 MÉTODOS DE
SUAVIZAMIENTO
Promedios móviles
Promedios móviles ponderados
Suavizamiento exponencial

18.3 PROYECCIÓN
DE TENDENCIA

18.4 COMPONENTES
DE TENDENCIA
Y ESTACIONALES
Modelo multiplicativo

Cálculo de los índices
estacionales
Desestacionalización de una serie
de tiempo
Uso de una serie de tiempo
desestacionalizada para la
identificación de tendencias
Ajustes estacionales
Modelos basados en datos
mensuales
Componente cíclico

18.5 ANÁLISIS DE REGRESIÓN

18.6 MÉTODOS CUALITATIVOS
Método de Delphi
Opinión de un experto
Escenarios futuros
Métodos intuitivos

LA ESTADÍSTICA *(en)* LA PRÁCTICA

OCCUPATIONAL HEALTH CLINIC DE NEVADA*

SPARKS, NEVADA

La Occupational Health Clinic de Nevada es una clínica privada que se encuentra en Sparks, Nevada. La clínica se ha especializado en medicina industrial y opera en el mismo sitio desde hace más de 20 años. La clínica había tenido una etapa de crecimiento rápido en la que su facturación mensual creció de \$57 000 a más de \$300 000, durante 26 meses, cuando un incendio consumió el edificio principal de la clínica.

La póliza de seguro de la clínica cubría los daños materiales y al equipo, así como los ingresos durante la interrupción de su funcionamiento normal. Establecer la declaración de daños materiales fue relativamente sencillo, ya que consistió en determinar el valor de los mismos y de la pérdida de equipo a causa del fuego. Sin embargo, determinar el valor del ingreso durante los siete meses que se necesitaron para reconstruir la clínica fue un asunto complicado que requirió de negociaciones entre los dueños de la clínica y la empresa aseguradora. No había reglas preestablecidas para calcular “qué hubiera pasado” con la facturación de la clínica de no haber ocurrido el incendio.

Para estimar los ingresos perdidos, la clínica empleó un método de pronóstico para proyectar el crecimiento que

*Los autores agradecen a Bard Betz, director de operaciones y a Curtis Brauer, asistente ejecutivo de la Occupational Health Clinic de Nevada por proporcionar este artículo para *La estadística en la práctica*.



Un incendio hizo que la Occupational Health Clinic de Nevada se cerrara durante siete meses. © Photo-Disc/Getty Images.

hubieran tenido los ingresos durante los siete meses que la clínica permaneció cerrada. La historia de la facturación antes del incendio suministró la base para obtener un modelo de pronóstico de tendencia lineal y componentes estacionales como los que se discuten en este capítulo. El modelo de pronóstico permitió a la clínica establecer una estimación exacta de la pérdida, la cual fue finalmente aceptada por la empresa de seguros.

Un aspecto esencial en la administración de cualquier organización es la planeación para el futuro. En efecto, el éxito a largo plazo de una organización está estrechamente relacionado con la capacidad que tenga la administración de anticipar el futuro y elaborar estrategias adecuadas. Criterio, intuición y atención al entorno económico permiten que un administrador tenga una idea aproximada de lo que puede ocurrir en el futuro. Sin embargo, no resulta fácil convertir una idea aproximada en un número que pueda representar el volumen de ventas del trimestre próximo o el costo de la materia prima en el año siguiente. El objetivo de este capítulo es presentar varios métodos para obtener pronósticos.

Suponga que se le pide dar un pronóstico trimestral del volumen de ventas durante el año próximo de un determinado producto. El pronóstico trimestral que dé afectará el programa de producción, la compra de materias primas, las políticas de inventario y el monto de las ventas. En consecuencia, un mal pronóstico puede llevar a una mala planeación, lo cual incrementará los costos de la empresa. ¿Cómo proceder para dar un pronóstico trimestral del volumen de ventas?

Seguramente habrá que revisar los datos de las ventas del producto en los períodos pasados. Utilizar estos datos históricos permite identificar el volumen general de ventas y si, con el tiempo, existe alguna tendencia de aumento o disminución en el volumen de ventas. Mediante una revisión más cuidadosa de los datos podría determinarse, por ejemplo, si las ventas siguen un patrón estacional que se manifiesta en un aumento de las ventas en el tercer trimestre de cada año y volúmenes de ventas que tocan fondo en el primer trimestre. Revisar los datos históricos facilita entender mejor el patrón de las ventas en el pasado, lo que lleva a mejores pronósticos de las ventas futuras del producto.

La mayor parte de las empresas pueden pronosticar la demanda total de sus productos con un error menor a 5%. Sin embargo, al pronosticar la demanda de uno solo de los productos es posible tener errores significativamente mayores.

Un pronóstico es simplemente un pronóstico de lo que ocurrirá en el futuro. Los administradores deben aceptar que, sea cual sea la técnica que usen, no podrán obtener pronósticos perfectos.

Los datos históricos forman una serie de tiempo. Una **serie de tiempo** es un conjunto de observaciones de una variable medida en puntos sucesivos en el tiempo o en períodos de tiempo sucesivos. En este capítulo se presentan varios métodos para el análisis de series de tiempo. El objetivo de tal análisis es obtener un buen pronóstico o predicción de los valores futuros de una serie de tiempo.

Los métodos de pronóstico se clasifican como cualitativos y cuantitativos. Los métodos cuantitativos de pronóstico se suelen usar cuando 1) se cuenta con información del pasado acerca de la variable que se desea pronosticar, 2) esa información se puede cuantificar y 3) es razonable pensar que el patrón seguido en el pasado continuará en el futuro. En tales casos es posible obtener un buen pronóstico mediante un método de series de tiempo o un método causal.

Si los datos históricos están restringidos a valores pasados de la variable, al método de pronóstico se le conoce como un *método de series de tiempo*. El objetivo de un método de series de tiempo es descubrir en los datos históricos un patrón para después extraer ese patrón al futuro; el pronóstico se basa únicamente en los valores de la variable en el pasado o en errores de pronóstico en el pasado. En este capítulo se estudian tres métodos de series de tiempo: suavizamiento (promedios móviles, promedios móviles ponderados y suavizamiento exponencial), proyección de tendencia y proyección de tendencia ajustada a la influencia estacional.

Los métodos de pronóstico causal están sustentados en la suposición de que la variable a pronosticar tiene una relación de causa y efecto con otra u otras variables. En este capítulo se verá el uso del análisis de regresión como método de pronóstico causal. Por ejemplo, los gastos en publicidad suelen influir en los volúmenes de ventas de muchos artículos, de manera que se puede emplear el análisis de regresión para obtener una ecuación que muestre cómo es la relación entre estas dos variables. Así, una vez que se establezca la cantidad presupuestada para la publicidad del periodo siguiente, se podrá sustituir este valor en la ecuación y obtener una predicción o pronóstico para el volumen de ventas de ese periodo. Observe que si se utiliza un método de series de tiempo para obtener un pronóstico, los gastos en publicidad no son tomados en consideración; es decir, cuando se emplea un método de series de tiempo el pronóstico se sustenta únicamente en las ventas del pasado.

En los métodos cualitativos, para obtener un pronóstico, suele necesitarse el criterio de un experto. Por ejemplo, un panel de expertos puede elaborar un pronóstico consensual para el tipo de interés preferencial que estará vigente durante un año a partir de ahora. Los métodos cualitativos presentan ventajas cuando la información acerca de la variable que se pronostica no puede cuantificarse y cuando no se cuenta con datos históricos o cuando los datos históricos con los que se cuentan no son aplicables. En la figura 18.1 se presenta una visión general de los métodos de pronóstico.

18.1

Componentes de una serie de tiempo

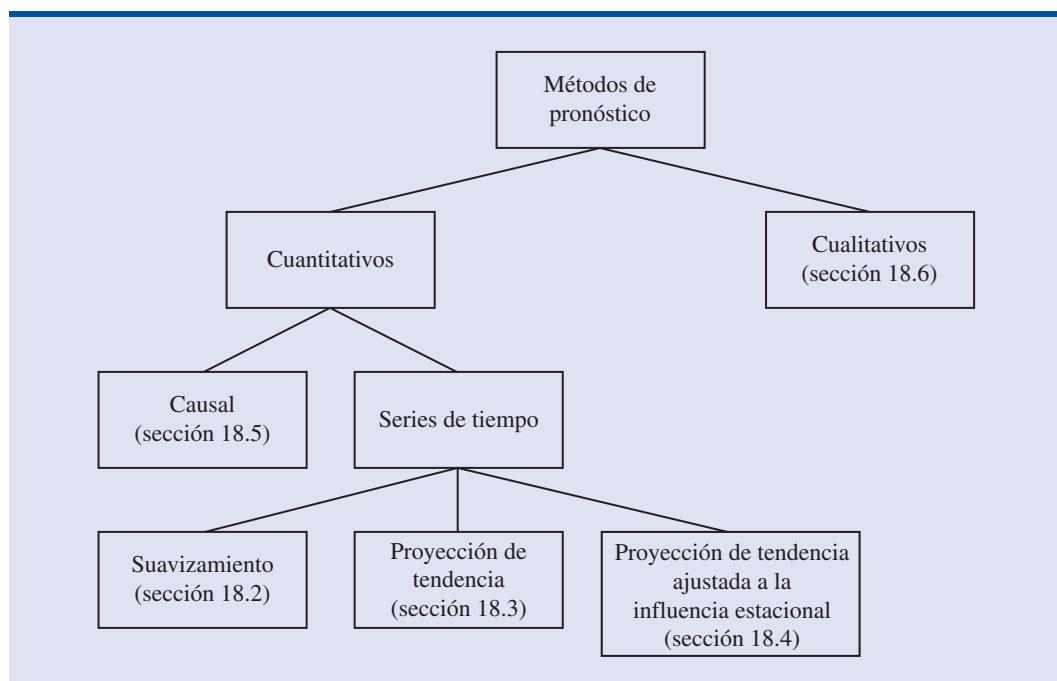
El patrón o el comportamiento que siguen los datos de una serie de tiempo se debe a diversos componentes. Por lo general se supone que son cuatro los componentes que se combinan para dar los valores de una serie de tiempo: de tendencia, cíclico, estacional e irregular. A continuación se verá cada uno de estos cuatro componentes.

Componente de tendencia

En el análisis de las series de tiempo, las mediciones pueden hacerse cada hora, diario, a la semana, cada mes, anualmente o en cualquier otro intervalo regular de tiempo.* Aunque los datos de las series de tiempo suelen mostrar fluctuaciones aleatorias, las series de tiempo también muestran un desplazamiento o movimiento gradual hacia valores relativamente altos o bajos a través de un lapso largo. A este desplazamiento gradual de la serie de tiempo se le conoce como la **tendencia** de la serie de tiempo; este desplazamiento o tendencia suele deberse a factores de largo plazo como variaciones en las características demográficas de la población, en la tecnología o en las preferencias del público.

Por ejemplo, un fabricante de cámaras fotográficas encuentra que cada mes existe una variación sustancial en la cantidad de cámaras que vende. Sin embargo, al observar las ventas de los

*Aquí el estudio se limitará a las series de tiempo con valores tomados a intervalos regulares. Los casos en que las observaciones no se hacen a intervalos regulares quedan fuera del alcance de este libro.

FIGURA 18.1 VISIÓN GENERAL DE LOS MÉTODOS DE PRONÓSTICO

últimos 10 a 15 años, este fabricante se percata de que ha habido un aumento gradual del volumen de ventas. Suponga que en 1996 el volumen de ventas fue aproximadamente de 17 000 cámaras; en 2001, 23 000 cámaras y en el 2006, 25 000 cámaras. Este crecimiento gradual de las ventas a lo largo del tiempo representa una tendencia ascendente de esta serie de tiempo. En la figura 18.2 se muestra una línea recta que puede ser una buena aproximación a la tendencia observada en las ventas de las cámaras fotográficas. Aunque la tendencia en las ventas de las cámaras parece ser lineal y creciente, en una serie de tiempo pueden presentarse tendencias que se describen mejor mediante algún otro patrón.

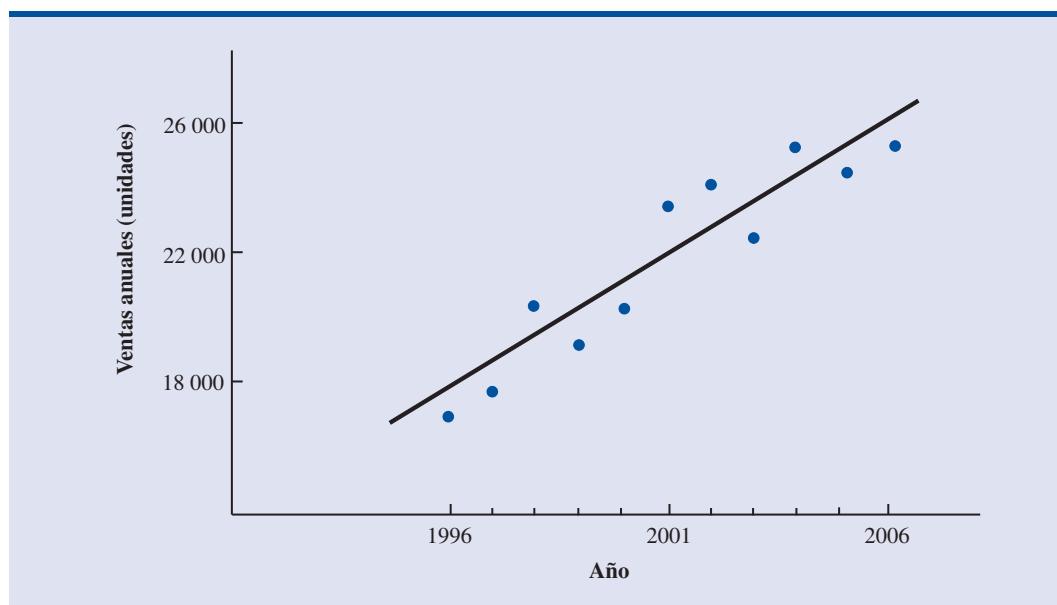
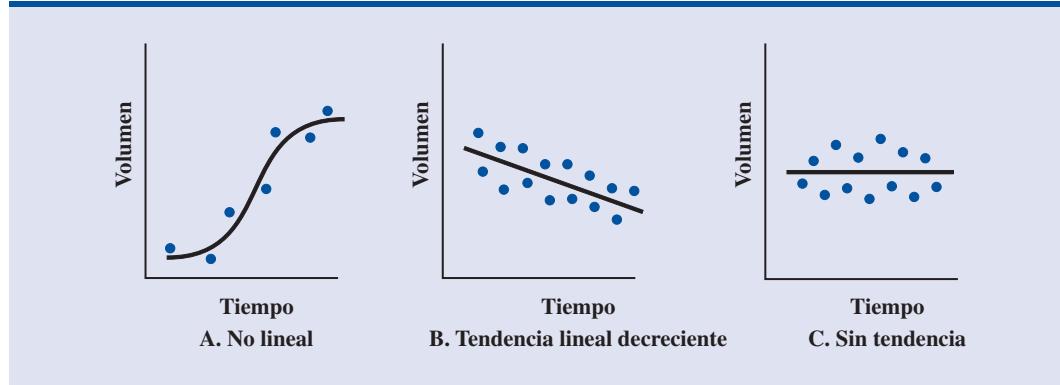
FIGURA 18.2 TENDENCIA LINEAL EN LAS VENTAS DE CÁMARAS FOTOGRÁFICAS

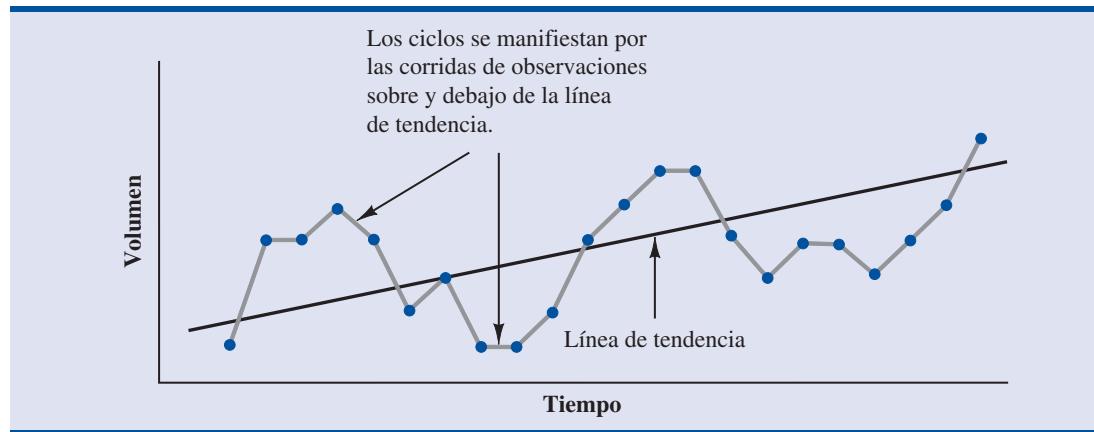
FIGURA 18.3 EJEMPLOS DE ALGUNOS PATRONES POSIBLES EN UNA SERIE DE TIEMPO

En la figura 18.3 se muestran otros patrones que puede seguir la tendencia de una serie de tiempo. En la gráfica A se muestra una tendencia no lineal; en este caso, al inicio se observa poco crecimiento en la serie de tiempo y al final una estabilización. Esta tendencia puede ser una buena aproximación a las ventas de un producto desde su introducción, seguida por una etapa de crecimiento y llegando al final a un periodo de saturación del mercado. La tendencia de disminución lineal que se observa en la gráfica B se encuentra en series de tiempo que observan una disminución creciente a lo largo del tiempo. La línea horizontal que se observa en la gráfica C representa una serie de tiempo en la que no hay un aumento ni una disminución consistentes a lo largo del tiempo y, por tanto, en la que no hay tendencia alguna.

Componente cíclico

Aunque una serie de tiempo puede tener una tendencia a través de lapsos largos, no todos los valores futuros de la serie de tiempo caerán exactamente sobre la línea de tendencia. Las series de tiempo suelen mostrar secuencias de puntos que caen de manera alternante arriba y abajo de la línea de tendencia. Toda sucesión recurrente de puntos que caiga abajo y arriba de la línea de tendencia y que dure más de un año puede atribuirse al **componente cíclico** de la serie de tiempo. En la figura 18.4 se muestra la gráfica de una serie de tiempo con un componente cíclico obvio. Estas observaciones fueron tomadas en intervalos de un año.

Muchas series de tiempo muestran un comportamiento cíclico, con observaciones que caen de manera regular abajo y arriba de la línea de tendencia. Por lo general, este componente de las series de tiempo es debido a movimientos cíclicos multianuales de la economía. Por ejemplo, períodos de inflación moderada seguidos de períodos de inflación rápida pueden hacer que la serie

FIGURA 18.4 COMPONENTES DE TENDENCIA Y CÍCLICOS DE UNA SERIE DE TIEMPO. LOS PUNTOS CORRESPONDEN A DATOS TOMADOS A INTERVALOS DE UN AÑO

de tiempo alterne hacia arriba y hacia abajo de la línea general de tendencia creciente (por ejemplo, una serie de tiempo sobre el costo de la vivienda).

Componente estacional

Mientras los componentes cíclico y de tendencia de las series de tiempo se identifican tras el análisis de las variaciones multianuales en los datos históricos, en muchas series de tiempo se observa un patrón permanente en lapsos de un año. Por ejemplo, un fabricante de albercas espera tener pocas ventas durante los meses de otoño e invierno y sus mayores ventas en los meses de primavera y verano. Los fabricantes de equipo para remover la nieve y los fabricantes de ropa de invierno esperan exactamente lo contrario. Por tanto, es natural que al componente de las series de tiempo que representan la variabilidad en los datos debida a la influencia estacional se le conozca como **componente estacional**. Aunque por lo general se considera que las variaciones estacionales son variaciones que se presentan durante el lapso de un año, el componente estacional también se usa para representar cualquier variación que se presente con regularidad en un lapso menor que un año. Por ejemplo, en el volumen de tráfico diario, en el lapso de un día, se observa una conducta “estacional”, en donde los valores máximos se presentan en las horas pico, y durante el resto del día y al comienzo de la noche un flujo moderado, y un flujo ligero desde la media noche hasta las primeras horas de la mañana.

Componente irregular

El **componente irregular** de una serie de tiempo es el factor residual o el factor que da cuenta de las desviaciones de los valores reales de la serie de tiempo de los valores que se esperan al considerar los efectos de los componentes de tendencia, cíclicos y estacionales. Este componente irregular es ocasionado por factores a corto plazo, imprevistos y no recurrentes que afectan a la serie de tiempo. Dado que este componente da cuenta de la variabilidad aleatoria en una serie de tiempo, es un componente impredecible. No es posible predecir su efecto sobre la serie de tiempo.

18.2

Métodos de suavizamiento

En el ambiente de la manufactura suelen requerirse pronósticos mensuales o semanales para miles de artículos. Por tanto, al elegir una técnica de suavizado se requiere sencillez y facilidad de uso. Para las técnicas que se presentan en esta sección los requerimientos de datos son mínimos y las técnicas son fáciles de usar y de entender.

En esta sección se estudian tres métodos de pronóstico: promedios móviles, promedios móviles ponderados y suavizado exponencial. Estos métodos tienen por objeto suavizar las fluctuaciones aleatorias ocasionadas por el componente irregular de la serie de tiempo, razón por la que se les conoce como métodos de suavizado. Los métodos de suavizado son adecuados para series de tiempo estables; es decir, para aquellas series que no muestran efectos importantes de tendencia, cíclicos o estacionales porque se adaptan muy bien a los cambios en el nivel de la serie de tiempo. Sin embargo, sin alguna modificación, no funcionan muy bien cuando hay variaciones importantes de tendencia, cíclicas o estacionales.

Los métodos de suavizado son fáciles de utilizar y, por lo general, se obtiene una buena exactitud en pronósticos a corto plazo, como, por ejemplo, pronósticos para el periodo siguiente. Uno de estos métodos, el suavizado exponencial, tiene requerimientos mínimos de datos por lo que es un método adecuado cuando se requiere de pronósticos para una gran número de artículos.

Promedios móviles

En el método de los **promedios móviles**, para pronosticar el periodo siguiente, se emplea el promedio de los valores de los n datos más recientes de la serie de tiempo. El cálculo de un promedio móvil se hace como sigue.

PROMEDIO MÓVIL

$$\text{Promedio móvil} = \frac{\Sigma(\text{de los } n \text{ datos más recientes})}{n} \quad (18.1)$$

TABLA 18.1
**SERIE DE TIEMPO
DE LAS VENTAS
DE GASOLINA**

Semana	Ventas (miles de galones)
1	17
2	21
3	19
4	23
5	18
6	16
7	20
8	18
9	22
10	20
11	15
12	22

El término *móvil* se usa porque cada vez que en la serie de tiempo hay una nueva observación, ésta sustituye a la observación más antigua que se emplee en la ecuación (18.1) y se calcula un nuevo promedio. De esta manera, el promedio se modifica, o se mueve, cada vez que se tiene una nueva observación.

Para ilustrar el método de los promedios móviles, considere los datos de 12 semanas que se presentan en la tabla 18.1 y en la figura 18.5. En esa tabla se presenta el número de galones de gasolina vendidos en las últimas 12 semanas en una gasolinera de Bennington, Vermont. En la figura 18.5 se observa que aunque existe una variabilidad aleatoria, la serie de tiempo parece ser estable a lo largo del tiempo; por lo que se pueden emplear los métodos de suavizamiento de esta sección.

Para emplear este método en el pronóstico de las ventas de gasolina, primero hay que decidir cuántos valores se usarán para calcular los promedios móviles. Aquí, por ejemplo, se calcularán promedios móviles de tres semanas. El promedio móvil de las ventas de gasolina correspondiente a las tres primeras semanas es

$$\text{Promedio móvil (semanas 1-3)} = \frac{17 + 21 + 19}{3} = 19$$



Este promedio móvil se usa como pronóstico para la semana 4. Como el verdadero valor observado en la semana 4 es 23, el error de pronóstico es $23 - 19 = 4$. En un pronóstico el error es la diferencia entre el valor observado en la serie de tiempo y el valor obtenido como pronóstico.

El siguiente promedio móvil de tres semanas es

$$\text{Promedio móvil (semanas 2-4)} = \frac{21 + 19 + 23}{3} = 21$$

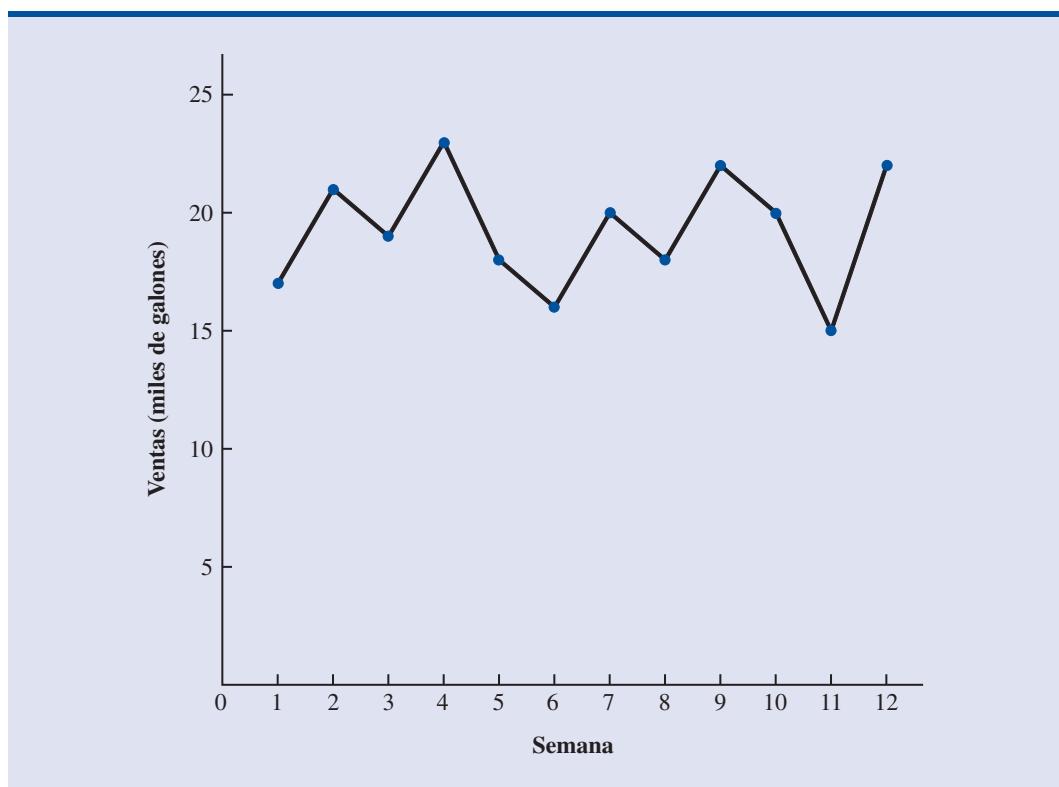
FIGURA 18.5 SERIE DE TIEMPO DE LAS VENTAS DE GASOLINA

TABLA 18.2 RESUMEN DE LOS CÁLCULOS DE LOS PROMEDIOS MÓVILES DE TRES SEMANAS

Semana	Valores de la serie de tiempo	Pronóstico con el promedio móvil	Error de pronóstico	Error de pronóstico al cuadrado
1	17			
2	21			
3	19			
4	23	19	4	16
5	18	21	-3	9
6	16	20	-4	16
7	20	19	1	1
8	18	18	0	0
9	22	18	4	16
10	20	20	0	0
11	15	20	-5	25
12	22	19	3	9
		Total	0	92

Por tanto, el pronóstico para la semana 5 es 21. El error correspondiente a este pronóstico es $18 - 21 = -3$. El error de pronóstico puede ser positivo o negativo según si el pronóstico es muy bajo o muy alto. En la tabla 18.2 y en la figura 18.6 se presenta un resumen de los promedios móviles con tres semanas para la serie de tiempo de las ventas de gasolina.

La exactitud del pronóstico no es la única consideración importante. Algunas veces, en métodos más exactos, se requieren datos sobre series de tiempo relacionadas, datos que son costosos o difíciles de obtener. Por lo general, en un pronóstico se tiene que sacrificar costo o exactitud.

Exactitud del pronóstico Al elegir el método de pronóstico es importante considerar la exactitud del método. Es claro que se desea que el error de pronóstico sea pequeño. En las dos últimas columnas de la tabla 18.2 se encuentran los errores de pronóstico y los cuadrados de los errores de pronóstico, los cuales sirven para obtener una medida de la exactitud del pronóstico. Respecto de la serie de tiempo de las ventas de gasolina, se usa la última columna de la tabla 18.2 para calcular el promedio de la suma de los cuadrados de los errores. Así se obtiene

$$\text{Promedio de la suma de los errores al cuadrado} = \frac{92}{9} = 10.22$$

Al promedio de la suma de los errores al cuadrado se le conoce como **cuadrado medio debido al error (CME)**. Este CME suele usarse como medida de la exactitud del método de pronóstico y es la medida que se usará en este capítulo.

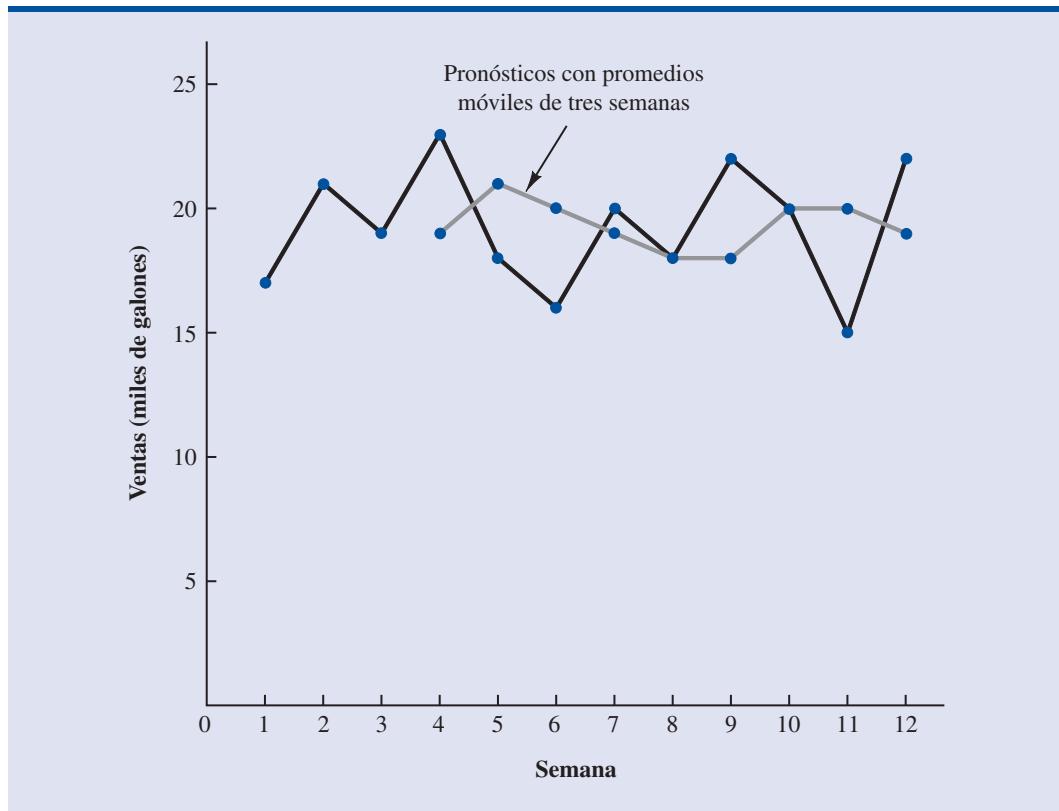
Como ya se dijo, para usar el método de los promedios móviles, hay que decidir, primero, cuántos datos se emplearán para calcular los promedios móviles. Es claro que para una determinada serie de tiempo, con promedios móviles de longitudes diferentes se obtendrán diferentes exactitudes en el pronóstico de la serie de tiempo. Una manera de decidir cuántos datos emplear en el cálculo de los promedios móviles es determinar, mediante el método de prueba y error, la longitud con la que se minimiza el CME. Si se está dispuesto a asumir que la longitud que es la mejor para el pasado será también la mejor para el futuro, el siguiente valor de la serie de tiempo se pronosticará mediante la cantidad de datos que minimicen el CME en los datos históricos.

Al final de esta sección, en el ejercicio 2, se pide calcular promedios móviles de cuatro y cinco semanas para las ventas de gasolina.

Promedios móviles ponderados

En el método de los promedios móviles, a todos los datos que se emplean en el cálculo se les da el mismo peso. En una variación conocida como **promedios móviles ponderados**, a cada uno de los valores de los datos se le da un peso diferente y, después, se calcula el promedio ponderado

FIGURA 18.6 SERIE DE TIEMPO DE LAS VENTAS DE GASOLINA Y PRONÓSTICOS CON PROMEDIOS MÓVILES DE TRES SEMANAS



de los valores de los n datos más recientes para obtener el pronóstico. En la mayoría de las veces, a la observación más reciente se le da el mayor peso y los pesos disminuyen conforme los datos son más antiguos. Por ejemplo, con los datos de las ventas de gasolina se calcula un promedio móvil ponderado de tres semanas: a la observación más reciente se le da un peso que sea el triple del que se le dé a la observación más antigua y a la observación intermedia un peso que sea el doble del de la observación más antigua. Como promedio de la semana 4 se tiene:

$$\text{Pronóstico para la semana 4} = \frac{1}{6}(17) + \frac{2}{6}(21) + \frac{3}{6}(19) = 19.33$$

Observe que en un promedio móvil ponderado, la suma de los pesos es igual a 1. En realidad, la suma de los pesos en el promedio móvil simple también fue igual a 1: cada peso fue de $1/3$. Sin embargo, recuerde que con el promedio móvil simple o no ponderado el pronóstico fue 19.

Exactitud del pronóstico Para usar el método de promedios móviles ponderados primero se debe establecer el número de datos a usar para calcular los promedios móviles ponderados y después elegir los pesos para cada uno de los datos. En general, si se cree que el pasado reciente sea un mejor predictor del futuro que el pasado distante, habrá que dar pesos mayores a las observaciones más recientes. Sin embargo, si la serie de tiempo es muy variable, puede ser mejor elegir pesos aproximadamente iguales para todos los datos. Note que el único requerimiento es que la suma de los pesos sea igual a 1. Para estimar si con una determinada combinación de número de datos y pesos, se obtiene un pronóstico más exacto que con otra combinación, se seguirá usando el criterio de CME como medida de la exactitud del pronóstico. Es decir, si se supone que la combinación que es mejor para el pasado también será la mejor para el futuro, para pronosticar el valor siguiente de la serie de tiempo se empleará la combinación de número de datos y pesos, que minimice el CME de la serie de tiempo histórica.

El suavizamiento exponencial es sencillo y tiene pocos requerimientos de datos, por lo que es un método no costoso para las empresas que, en cada periodo, tienen que hacer una gran cantidad de predicciones.

Suavizamiento exponencial

En el **suavizamiento exponencial** se usa un promedio ponderado de los valores pasados de la serie de tiempo; es un caso especial del método de promedios ponderados móviles; en este caso sólo hay que elegir un peso, el peso para la observación más reciente. Los pesos para los demás datos se calculan automáticamente y son más pequeños a medida que los datos son más antiguos. A continuación se presenta el modelo de suavizamiento exponencial básico.

MODELO DE SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL

$$F_{t+1} = \alpha Y_t + (1 - \alpha)F_t \quad (18.2)$$

donde

F_{t+1} = pronóstico para el periodo $t + 1$ de la serie de tiempo

Y_t = valor real en el periodo t de la serie de tiempo

F_t = pronóstico para el periodo t de la serie de tiempo

α = constante de suavizamiento ($0 \leq \alpha \leq 1$)

La ecuación (18.2) muestra que el pronóstico para el periodo $t + 1$ es un promedio ponderado del valor real en el periodo t y del valor pronosticado para el periodo t ; observe, en particular, que el peso dado al valor real del periodo t es α y el peso dado al valor pronosticado para el periodo t es $1 - \alpha$. En una serie de tiempo, como ejemplo, de tres datos: Y_1 , Y_2 y Y_3 se demostrará que el pronóstico obtenido mediante suavizamiento exponencial para cualquier periodo es un promedio ponderado de *todos los valores reales anteriores* de la serie de tiempo. Para empezar, sea F_1 igual al valor real de la serie de tiempo en el periodo 1; es decir $F_1 = Y_1$. Por tanto, el pronóstico para el periodo 2 es

$$\begin{aligned} F_2 &= \alpha Y_1 + (1 - \alpha)F_1 \\ &= \alpha Y_1 + (1 - \alpha)Y_1 \\ &= Y_1 \end{aligned}$$

De tal manera que el pronóstico obtenido mediante suavizamiento exponencial para el periodo 2 es igual al valor real de la serie de tiempo para el periodo 1.

El pronóstico para el periodo 3 es

$$F_3 = \alpha Y_2 + (1 - \alpha)F_2 = \alpha Y_2 + (1 - \alpha)Y_1$$

En último lugar, al sustituir la expresión para F_3 en la expresión para F_4 se obtiene

$$\begin{aligned} F_4 &= \alpha Y_3 + (1 - \alpha)F_3 \\ &= \alpha Y_3 + (1 - \alpha)[\alpha Y_2 + (1 - \alpha)Y_1] \\ &= \alpha Y_3 + \alpha(1 - \alpha)Y_2 + (1 - \alpha)^2 Y_1 \end{aligned}$$

Por tanto, F_4 es un promedio ponderado de los tres primeros valores de la serie de tiempo. La suma de los coeficientes o pesos de Y_1 , Y_2 y Y_3 es igual a uno. Mediante un argumento similar se puede demostrar que, en general, cualquier pronóstico F_{t+1} es un promedio ponderado de los valores previos de la serie de tiempo.

A pesar de que con el suavizamiento exponencial se obtiene un pronóstico que es el promedio ponderado de todas las observaciones pasadas, no es necesario conservar todos los datos pasados para calcular el pronóstico para el periodo siguiente. En efecto, una vez elegida la **constante de suavizamiento** α , sólo se necesitan dos informaciones para calcular el pronóstico. En la ecuación (18.2) se observa que dada una α , para calcular el pronóstico en el periodo $t + 1$ sólo se necesita conocer el valor real y el valor pronosticado de la serie de tiempo para el periodo t , es decir, Y_t y F_t .

Para ilustrar el uso del método de suavizamiento exponencial para obtener pronósticos, considere la serie de tiempo de los precios de la gasolina presentada en la tabla 18.1 y en la figura 18.5. Como ya se mostró, el pronóstico obtenido mediante suavizamiento exponencial para el periodo 2 es igual al valor real en la serie de tiempo para el periodo 1. Por tanto, como $Y_1 = 17$, para empezar con los cálculos del suavizamiento exponencial se hace $F_2 = 17$. De regreso con los datos de la serie de tiempo, presentados en la tabla 18.1, se encuentra que el valor real para el periodo 2 es $Y_2 = 21$. El error de pronóstico del periodo 2 es $21 - 17 = 4$.

Al continuar con los cálculos del suavizamiento exponencial, con $\alpha = 0.2$ como constante de suavizamiento, se obtiene el pronóstico siguiente para el periodo 3.

$$F_3 = 0.2Y_2 + 0.8F_2 = 0.2(21) + 0.8(17) = 17.8$$

Una vez conocido el valor real para el periodo 3 de la serie de tiempo, $Y_3 = 19$, se puede generar el pronóstico para el periodo 4

$$F_4 = 0.2Y_3 + 0.8F_3 = 0.2(19) + 0.8(17.8) = 18.04$$

Si continúa de esta manera con los cálculos para el suavizamiento exponencial se determinan los pronósticos semanales y los errores semanales de pronóstico como se muestra en la tabla 18.3. Observe que para el periodo 1 no se da ningún pronóstico obtenido mediante suavizamiento exponencial ni tampoco ningún error de pronóstico, ya que no se obtuvo ningún pronóstico. Para la semana 12 se tiene $Y_{12} = 22$ y $F_{12} = 18.48$. ¿Se puede emplear esta información para generar un pronóstico para la semana 13 antes de que se conozca el valor real de la semana 13? Con el modelo de suavizamiento exponencial, se tiene

$$F_{13} = 0.2Y_{12} + 0.8F_{12} = 0.2(22) + 0.8(18.48) = 19.18$$

Por tanto, el pronóstico obtenido mediante suavizamiento exponencial para la semana 13 es 19.18 o 19,180 galones de gasolina. Este pronóstico le será útil a la empresa para la planeación y para la toma de decisiones. La exactitud de este pronóstico no se conocerá sino hasta el final de la semana 13.

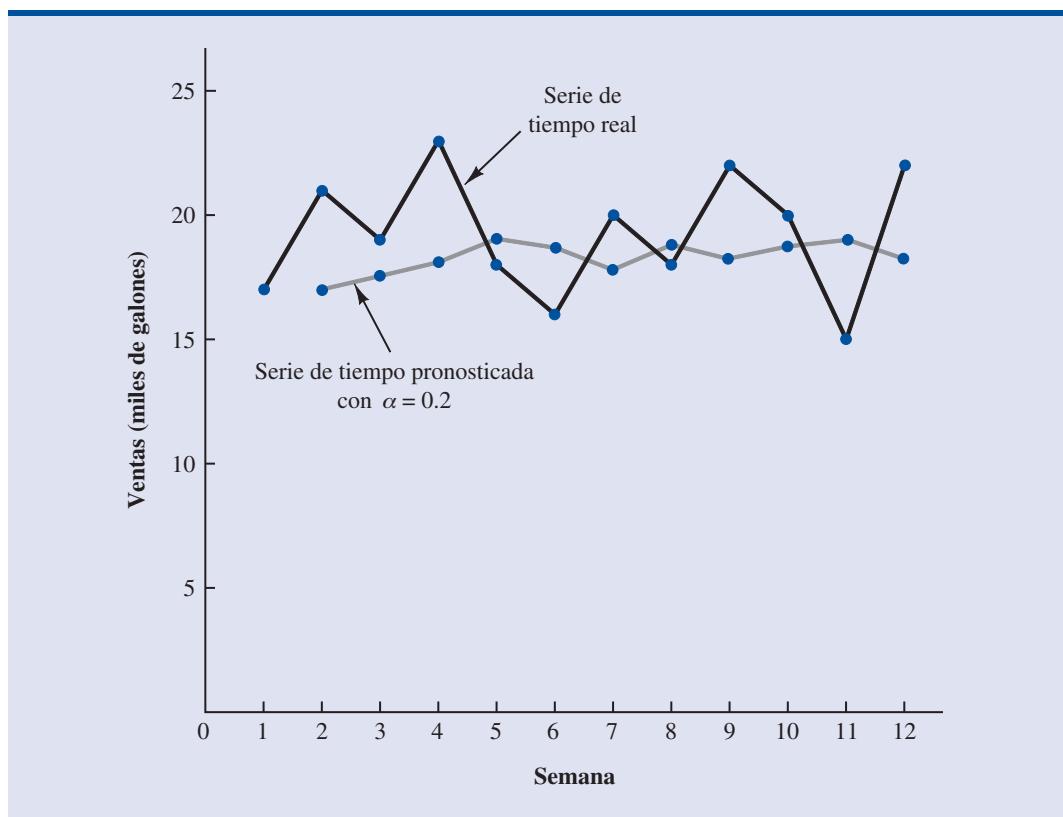
En la figura 18.7 se muestra una gráfica con los valores reales y pronosticados de la serie de tiempo. Observe, en especial, cómo los pronósticos suavizan la irregularidad de las fluctuaciones de la serie de tiempos.

Exactitud del pronóstico En los cálculos anteriores para el suavizamiento exponencial, se empleó como constante de suavizamiento $\alpha = 0.2$. Aunque para α se puede usar cualquier valor en-

TABLA 18.3 RESUMEN DE LOS PRONÓSTICOS OBTENIDOS POR SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL Y DE LOS ERRORES DE PRONÓSTICO PARA LAS VENTAS DE GASOLINA, CON $\alpha = 0.2$ COMO CONSTANTE DE SUAVIZAMIENTO

Semana (t)	Valores en la serie de tiempo (Y_t)	Pronóstico con suavizamiento exponencial (F_t)	Error de pronóstico ($Y_t - F_t$)
1	17		
2	21	17.00	4.00
3	19	17.80	1.20
4	23	18.04	4.96
5	18	19.03	-1.03
6	16	18.83	-2.83
7	20	18.26	1.74
8	18	18.61	-0.61
9	22	18.49	3.51
10	20	19.19	0.81
11	15	19.35	-4.35
12	22	18.48	3.52

FIGURA 18.7 SERIES DE TIEMPO, REAL Y PRONOSTICADA, DE LAS VENTAS DE GASOLINA, CON $\alpha = 0.2$ COMO CONSTANTE DE SUAVIZAMIENTO



entre 0 y 1, con algunos valores se obtendrá un mejor pronóstico que otros. Una idea de cómo elegir el mejor valor para α se obtiene al revisar el modelo básico de suavizamiento exponencial.

$$\begin{aligned} F_{t+1} &= \alpha Y_t + (1 - \alpha)F_t \\ F_{t+1} &= \alpha Y_t + F_t - \alpha F_t \\ F_{t+1} &= F_t + \alpha(Y_t - F_t) \end{aligned} \quad (18.3)$$

Pronóstico para el periodo t Error de pronóstico en el periodo t

De manera que el nuevo pronóstico F_{t+1} es igual al pronóstico anterior F_t más un ajuste, el cual es igual a α multiplicado por el error de pronóstico más reciente, $Y_t - F_t$. Es decir, el pronóstico para el periodo $t + 1$ se obtiene al ajustar el pronóstico para el periodo t mediante una fracción del error de pronóstico. Si en la serie de tiempo existe una gran variabilidad aleatoria, se prefiere un valor pequeño para la constante de suavizamiento. La razón es que como gran parte del error de pronóstico se debe a la variabilidad aleatoria, no se quiere reaccionar de manera exagerada y ajustar el pronóstico muy rápidamente. En una serie de tiempo con variabilidad aleatoria relativamente pequeña, valores mayores para la constante de suavizamiento permiten ajustar rápidamente los pronósticos cuando ocurren errores de pronóstico, esto permite adaptar los pronósticos, en forma rápida, a las condiciones cambiantes.

El criterio que se usará para determinar el valor adecuado para la constante de suavizamiento α es el mismo que el propuesto para determinar el número de períodos a incluir en el cálculo de los promedios móviles. Es decir, se elige el valor α que minimice el cuadrado medio debido al error (CME). En la tabla 18.4 se presenta, para las ventas de gasolina, un resumen de los cálculos.

TABLA 18.4 CÁLCULO DEL CME DE LOS PRONÓSTICOS PARA LAS VENTAS DE GASOLINA CON $\alpha = 0.2$

Semana (t)	Valores de la serie de tiempos (Y_t)	Pronóstico (F_t)	Error de pronóstico ($Y_t - F_t$)	Cuadrado del error de pronóstico ($Y_t - F_t$) ²
1	17			
2	21	17.00	4.00	16.00
3	19	17.80	1.20	1.44
4	23	18.04	4.96	24.60
5	18	19.03	-1.03	1.06
6	16	18.83	-2.83	8.01
7	20	18.26	1.74	3.03
8	18	18.61	-0.61	0.37
9	22	18.49	3.51	12.32
10	20	19.19	0.81	0.66
11	15	19.35	-4.35	18.92
12	22	18.48	3.52	12.39
			Total	98.80
			CME = $\frac{98.80}{11} = 8.98$	

los del CME en los pronósticos obtenidos mediante suavizado exponencial con $\alpha = 0.2$. Observe que hay un cuadrado del error menor que el número de períodos de tiempo, esto se debe a que no se cuenta con un valor anterior para obtener un pronóstico para el periodo 1. ¿Habrá un valor de α que dé mejores resultados en términos de un valor menor para CME? La manera más sencilla de responder esta pregunta es probar otros valores para α , y después comparar los cuadrados medios de los errores con el valor 8.98 obtenido para el CME con $\alpha = 0.2$.

En la tabla 18.5 se muestran los resultados del suavizado exponencial con $\alpha = 0.3$. Como el CME = 9.35, en este conjunto de datos, al emplear como constante de suavizado $\alpha = 0.3$ se

TABLA 18.5 CÁLCULO DEL CME PARA LOS PRONÓSTICOS DE LAS VENTAS DE GASOLINA CON $\alpha = 0.3$

Semana (t)	Valores de la serie de tiempo (Y_t)	Pronóstico (F_t)	Error de pronóstico ($Y_t - F_t$)	Cuadrado del error de pronóstico ($Y_t - F_t$) ²
1	17			
2	21	17.00	4.00	16.00
3	19	18.20	0.80	0.64
4	23	18.44	4.56	20.79
5	18	19.81	-1.81	3.28
6	16	19.27	-3.27	10.69
7	20	18.29	1.71	2.92
8	18	18.80	-0.80	0.64
9	22	18.56	3.44	11.83
10	20	19.59	0.41	0.17
11	15	19.71	-4.71	22.18
12	22	18.30	3.70	13.69
			Total	102.83
			CME = $\frac{102.83}{11} = 9.35$	

obtiene menos exactitud en los pronósticos que si se empleara la constante de suavizamiento $\alpha = 0.2$. Por tanto, se preferirá la constante de suavizamiento original, $\alpha = 0.2$. Al probar con otros valores de α se puede hallar un “buen” valor para la constante de suavizamiento. Este valor puede emplearse en el modelo de suavizamiento exponencial para obtener pronósticos para el futuro. En un momento posterior, después de haber obtenido nuevas observaciones para la serie de tiempo, se vuelven a analizar los datos recolectados de la serie de tiempo y se determina si es necesario modificar la constante de suavizamiento para obtener mejores pronósticos.

NOTAS Y COMENTARIOS

- Otra medida de la exactitud de los pronósticos es la *desviación absoluta de la media* (DAM). Esta medida es simplemente el promedio de los valores absolutos de todos los errores de pronóstico. Con los errores que se presentan en la tabla 18.2 se obtiene

$$\text{DAM} = \frac{4 + 3 + 4 + 1 + 0 + 4 + 0 + 5 + 3}{9} = 2.67$$

Una de las principales diferencias entre CME y DAM es que al CME lo influyen mucho más los errores de pronóstico grandes que los errores de pronóstico pequeños (debido a que para el CME los errores se elevan al cuadrado). La elección de la mejor medida para la precisión

del pronóstico no es un asunto sencillo. Hasta los expertos en la materia suelen no ponerse de acuerdo respecto a qué medida deba usarse. En este capítulo se usará el CME.

- Los paquetes de hojas de cálculo son una buena ayuda en la elección de un valor adecuado para α en el suavizamiento exponencial así como en la elección de los pesos en el método de los pesos móviles ponderados. Al tener en la hoja de cálculo los datos de la serie de tiempo y las fórmulas de pronóstico, se pueden probar distintos valores de α (o pesos para el promedio móvil) y elegir el valor o los valores con que se obtenga el menor CME o DAM.

Ejercicios

Métodos

Autoexamen

- Considere la serie de tiempo siguiente.

Semana	1	2	3	4	5	6
Valor	8	13	15	17	16	9

- Obtenga un promedio móvil de tres semanas para esta serie de tiempo. ¿Cuál es el pronóstico para la semana 7?
 - Calcule el CME de este promedio móvil de tres semanas.
 - Use $\alpha = 0.2$ para calcular los valores de suavizamiento exponencial de esta serie de tiempo. ¿Cuál es el pronóstico para la semana 7?
 - Compare el pronóstico obtenido con el promedio móvil de tres semanas, con el pronóstico obtenido con el suavizamiento exponencial usando $\alpha = 0.2$. ¿Con cuál se obtiene un mejor pronóstico?
 - Use 0.4 como constante de suavizamiento, calcule los valores que se obtienen mediante suavizamiento exponencial.
- Vaya a la serie de tiempo de las ventas de gasolina, presentada en la tabla 18.1.
 - Para esa serie de tiempo calcule los promedios móviles de cuatro y de cinco semanas.
 - Calcule el CME de los pronósticos obtenidos con los promedios móviles de cuatro semanas y con los promedios móviles de cinco semanas.
 - ¿Cuántas semanas es mejor usar para calcular el promedio móvil? Recuerde que el CME del promedio móvil de tres semanas es 10.22.
 - Vaya a la serie de tiempo de las ventas de gasolina, presentada en la tabla 18.1.
 - Para esa serie de tiempo calcule un promedio móvil ponderado de tres semanas, emplee 1/2 como peso para la observación más reciente, 1/3 para la siguiente observación y 1/6 para la observación más antigua.

archivo
en
CD
Gasoline

archivo
en
CD
Gasoline

- b. Para el promedio móvil ponderado del ejercicio a calcule el CME. ¿Prefiere este promedio móvil ponderado, o el promedio móvil no ponderado? Recuerde que el CME del promedio móvil no ponderado es 10.22.
- c. Suponga que se permite elegir los pesos, con la única condición de que su suma sea uno. ¿Siempre será posible elegir un conjunto de pesos que hagan que el CME sea menor para un promedio móvil ponderado que para el promedio móvil no ponderado?
4. Para la serie de tiempo de las ventas de gasolina, presentada en la tabla 18.1, dé los pronósticos, emplee $\alpha = 0.1$. Si aplica el criterio del CME, ¿qué constante de suavizamiento será preferible emplear, 0.1 o 0.2?
5. Emplee como constante de suavizamiento $\alpha = 0.2$, la ecuación (18.2) indica que el pronóstico para la semana 13 de las ventas de gasolina, que se presentan en la tabla 18.1, está dado por $F_{13} = 0.2Y_{12} + 0.8F_{12}$, pero como el pronóstico para la semana 12 está dado por $F_{12} = 0.2Y_{11} + 0.8F_{11}$, al combinar estas dos ecuaciones, el pronóstico para la semana 12 se puede escribir como

$$F_{13} = 0.2Y_{12} + 0.8(0.2Y_{11} + 0.8F_{11}) = 0.2Y_{12} + 0.16Y_{11} + 0.64F_{11}$$

- a. Haga uso de $F_{11} = 0.2Y_{10} + 0.8F_{10}$ (y de manera similar F_{10} y F_9), continúe expandiendo la expresión para F_{13} hasta que quede en función de los valores pasados $Y_{12}, Y_{11}, Y_{10}, Y_9, Y_8$ y del pronóstico para el periodo 8.
- b. Observe los coeficientes o pesos de los valores del pasado $Y_{12}, Y_{11}, Y_{10}, Y_9, Y_8$; ¿qué puede decir acerca de los pesos del suavizamiento exponencial de los valores pasados al tener un nuevo pronóstico? Compare estos pesos con los pesos en el método del promedio móvil.

Aplicaciones

6. En la empresa Hawkins, los porcentajes de pedidos recibidos a tiempo en los últimos 12 meses son 80, 82, 84, 83, 83, 84, 85, 84, 82, 83, 84 y 83.
- Compare un pronóstico obtenido con el método de promedios móviles, use promedios de tres meses, con el pronóstico obtenido con el método de suavizamiento exponencial, emplee $\alpha = 0.2$. ¿Con qué método se obtiene un mejor pronóstico?
 - ¿Cuál es el pronóstico para el mes próximo?
7. A continuación se dan las tasas de interés de bonos corporativos triple A en 12 meses consecutivos.
- | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|-----|
| 9.5 | 9.3 | 9.4 | 9.6 | 9.8 | 9.7 | 9.8 | 10.5 | 9.9 | 9.7 | 9.6 | 9.6 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|-----|
- Desarrolle promedios móviles de tres y cuatro meses para esta serie de tiempo. ¿Cuál de los dos promedios proporciona el mejor pronóstico? Explique.
 - ¿Cuál es el pronóstico del promedio móvil para el mes próximo?
8. A continuación se presentan los valores (en millones de dólares) de los contratos de construcción en Alabama correspondientes a un periodo de 12 meses.
- | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 240 | 350 | 230 | 260 | 280 | 320 | 220 | 310 | 240 | 310 | 240 | 230 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
- Compare el pronóstico obtenido con promedios móviles de tres meses con el pronóstico obtenido mediante suavizamiento exponencial con $\alpha = 0.2$. ¿Con cuál de los métodos se obtiene un mejor pronóstico?
 - ¿Cuál es el pronóstico para el mes próximo?
9. En la serie de tiempo siguiente se dan las ventas de un determinado producto en los últimos 12 meses.

Mes	Ventas	Mes	Ventas
1	105	7	145
2	135	8	140
3	120	9	100
4	105	10	80
5	90	11	100
6	120	12	110

- a. Emplee $\alpha = 0.3$ y calcule los valores que se obtienen para esta serie de tiempo con el método de suavizamiento exponencial.
- b. Use la constante de suavizamiento $\alpha = 0.5$ para calcular los valores de suavizamiento exponencial. ¿Con cuál valor, 0.3 o 0.5, de la constante α se obtiene un mejor pronóstico?
10. Los datos siguientes son los valores del índice Commodity Futures Index en 10 semanas: 7.35, 7.40, 7.55, 7.56, 7.60, 7.52, 7.52, 7.70, 7.62 y 7.55.
- Dé los valores que se obtienen con el método de suavizamiento exponencial con $\alpha = 0.2$.
 - Proporcione los valores que se obtienen con el método de suavizamiento exponencial con $\alpha = 0.3$.
 - ¿Cuál de los dos modelos anteriores proporciona mejores pronósticos? Dé el pronóstico para la semana 11.
11. Los datos siguientes corresponden a la utilización de la capacidad de producción (en porcentajes) en los últimos 15 trimestres.



Trimestre/año	Utilización (%)	Trimestre/año	Utilización (%)
1/2003	82.5	1/2005	78.8
2/2003	81.3	2/2005	78.7
3/2003	81.3	3/2005	78.4
4/2003	79.0	4/2005	80.0
1/2004	76.6	1/2006	80.7
2/2004	78.0	2/2006	80.7
3/2004	78.4	3/2006	80.8
4/2004	78.0		

- Para esta serie de tiempo calcule promedios móviles de tres semanas y promedios móviles de cuatro semanas. ¿Con cuál de estos promedios móviles se obtiene un mejor pronóstico para el cuarto trimestre de 2006?
- Obtenga pronósticos para el cuarto trimestre de 2006, use $\alpha = 0.4$ y $\alpha = 0.5$. ¿Con qué constantes de suavizamiento se obtiene un mejor pronóstico?
- De acuerdo con los resultados de los incisos a y b, ¿con qué método —promedios móviles o suavizamiento exponencial— se obtiene un mejor pronóstico? Explique.

18.3

Proyección de tendencia

En esta sección se muestra cómo hacer pronósticos para una serie de tiempo que a largo plazo tenga una tendencia lineal. El tipo de series de tiempo al que se aplica el método de la proyección de tendencia son las series de tiempo que muestran un aumento o disminución consistente a lo largo del tiempo; como estas series de tiempo no son estables, no se pueden utilizar los métodos de suavizamiento descritos en la sección anterior.

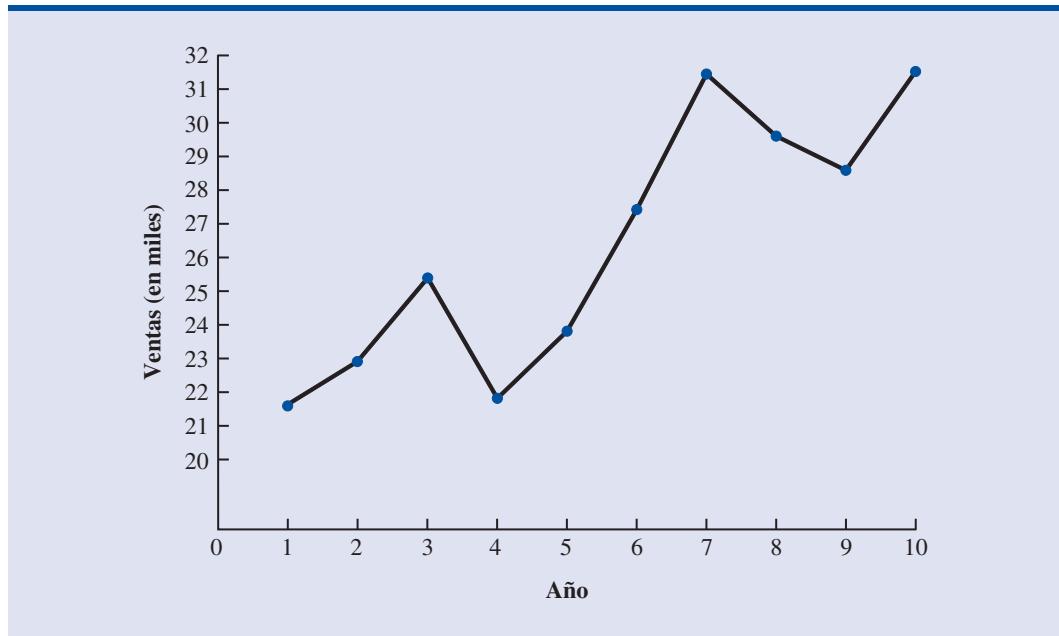
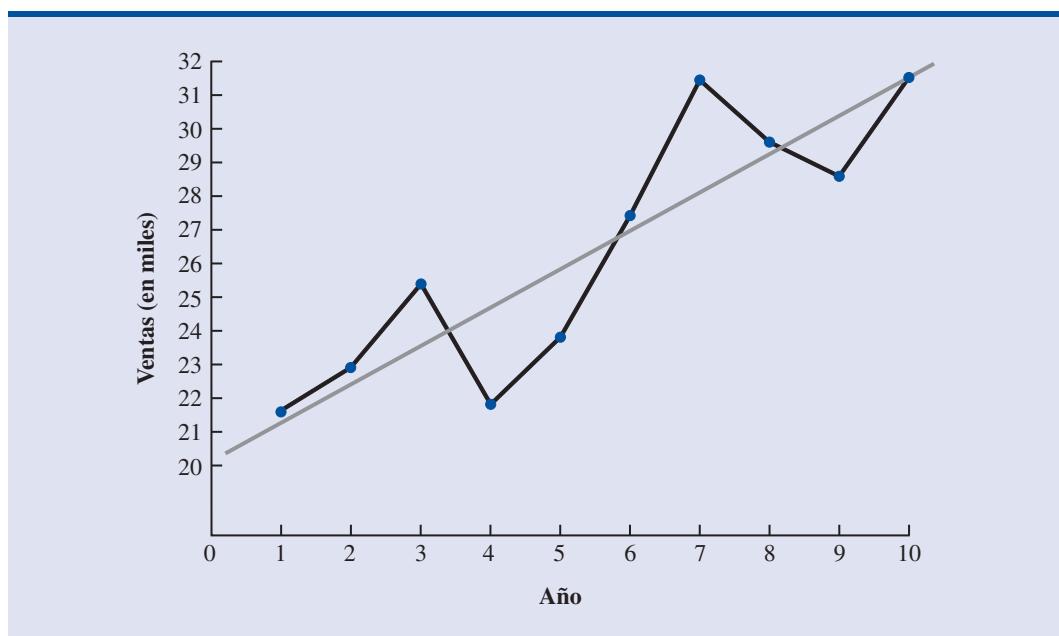
Considere la serie de tiempo formada por las ventas de bicicletas de un determinado fabricante en los últimos 10 años, la cual se muestra en la tabla 18.6 y en la figura 18.8. Observe que en el año 1 se vendieron 21 600 bicicletas, en el año 122 900 en el año 2, etc. En el año 10, el año más reciente, se vendieron 31 400 bicicletas. Aunque en la figura 18.8 se observa que en los últimos 10 años ha habido algunos ascensos y algunos descensos, esta serie de tiempo parece mostrar una tendencia general de aumento o creciente.

No puede esperar que el componente de tendencia de una serie de tiempo siga todos y cada uno de los movimientos de ascenso y descenso. Lo que se espera es que el componente de tendencia se refleje en el desplazamiento gradual —en este caso, un crecimiento— de los valores de la serie de tiempo. Después de observar los datos de la serie de tiempo que se presentan en la tabla 18.6 y su gráfica que aparece en la figura 18.8, se puede estar de acuerdo en que una descripción razonable de los movimientos a largo plazo de esta serie es una tendencia lineal como la que se muestra en la figura 18.9.

TABLA 18.6

SERIE DE TIEMPO
DE LA VENTA DE
BICICLETAS

Año (<i>t</i>)	Ventas (en miles) (<i>Y_t</i>)
1	21.6
2	22.9
3	25.5
4	21.9
5	23.9
6	27.5
7	31.5
8	29.7
9	28.6
10	31.4

FIGURA 18.8 SERIE DE TIEMPO DE LAS VENTAS DE BICICLETAS**FIGURA 18.9** TENDENCIA REPRESENTADA POR UNA FUNCIÓN LINEAL PARA EL CASO DE LAS VENTAS DE BICICLETAS

Para ilustrar los cálculos a realizar al emplear el análisis de regresión para identificar una tendencia lineal, se aprovecharán los datos de las ventas de bicicletas. Recuerde que en el capítulo 14, cuando se estudió la regresión lineal simple, se vio cómo usar el método de mínimos cuadrados para hallar la mejor relación lineal entre dos variables. Para obtener la línea de tendencia para la serie de tiempo de las ventas de bicicletas se empleará esa misma metodología. Es decir, se usará el análisis de regresión para estimar la relación entre tiempo y volumen de ventas.

En el capítulo 14 la ecuación de regresión estimada que describía una relación lineal entre una variable independiente x y una variable dependiente y se expresó como

$$\hat{y} = b_0 + b_1x \quad (18.4)$$

Para hacer énfasis en el hecho de que al hacer un pronóstico la variable independiente es el tiempo, en la ecuación (18.4) se usará t en lugar de x ; además, en lugar de \hat{y} se usará T_t . Por tanto, en el caso de una tendencia lineal, el volumen de ventas estimado que se expresa en función del tiempo se escribe

ECUACIÓN DE TENDENCIA LINEAL

$$T_t = b_0 + b_1t \quad (18.5)$$

donde

T_t = valor de tendencia de la serie de tiempo en el periodo t

b_0 = intersección de la línea de tendencia

b_1 = pendiente de la línea de tendencia

t = tiempo

En la ecuación (18.5), se hará $t = 1$ para el tiempo de la primera observación de la serie de tiempo, $t = 2$ para el tiempo de la segunda observación y así sucesivamente. Observe que en la serie de tiempo de las ventas de bicicletas, $t = 1$ corresponde al valor más antiguo de la serie, y $t = 10$ corresponde al dato del año más reciente. A continuación se presentan las fórmulas para calcular los coeficientes de regresión estimados (b_1 y b_0) de la ecuación (18.5).

CÁLCULO DE LA PENDIENTE (b_1) Y DE LA INTERSECCIÓN (b_0)

$$b_1 = \frac{\sum tY_t - (\sum t)(\sum Y_t)/n}{\sum t^2 - (\sum t)^2/n} \quad (18.6)$$

$$b_0 = \bar{Y} - b_1\bar{t} \quad (18.7)$$

donde

Y_t = valor en la serie de tiempo en el periodo t

n = número de periodos

\bar{Y} = valor promedio de la serie de tiempo; es decir, $\bar{Y} = \sum Y_t/n$

\bar{t} = valor promedio de t , es decir, $\bar{t} = \sum t/n$

Al emplear las ecuaciones (18.6) y (18.7) y los datos de las ventas de bicicletas presentados en la tabla 18.6, b_0 y b_1 se calculan como sigue.

t	Y_t	tY_t	t^2
1	21.6	21.6	1
2	22.9	45.8	4
3	25.5	76.5	9
4	21.9	87.6	16
5	23.9	119.5	25
6	27.5	165.0	36

	t	Y_t	tY_t	t^2
	7	31.5	220.5	49
	8	29.7	237.6	64
	9	28.6	257.4	81
	10	31.4	314.0	100
Totales	55	264.5	1545.5	385

$$\bar{t} = \frac{55}{10} = 5.5$$

$$\bar{Y} = \frac{264.5}{10} = 26.45$$

$$b_1 = \frac{1545.5 - (55)(264.5)/10}{385 - (55)^2/10} = 1.10$$

$$b_0 = 26.45 - 1.10(5.5) = 20.4$$

Por tanto,

$$T_t = 20.4 + 1.1t \quad (18.8)$$

es la expresión del componente de tendencia lineal en la serie de tiempo de las ventas de bicicletas.

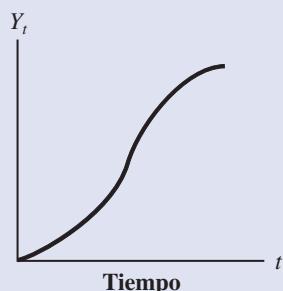
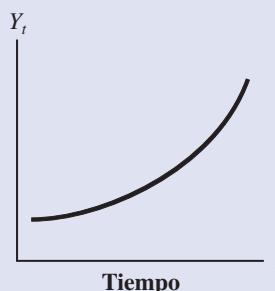
Como la pendiente es 1.1, esto indica que en los pasados 10 años la empresa tuvo un crecimiento promedio en ventas de 1 100 unidades por año. Si se supone que la tendencia en ventas de los últimos 10 años es un buen indicador del futuro, entonces se emplea la ecuación 18.8 para proyectar el componente de tendencia de la serie de tiempo. Por ejemplo, al sustituir en la ecuación (18.8) $t = 11$, se obtiene la proyección de tendencia para el año próximo, T_{11} .

$$T_{11} = 20.4 + 1.1(11) = 32.5$$

Por tanto, si emplea únicamente el componente de tendencia se pronostica que, el año próximo, las ventas serán de 32 500 bicicletas.

Para modelar una tendencia suele usarse el modelo de función lineal, sin embargo, como ya se vio, algunas veces las series de tiempo tienen tendencias curvilíneas, o no lineales, similares a las que se muestran en la figura 18.10. En el capítulo 16 se vio cómo usar el análisis de regresión para modelar relaciones curvilíneas como la presentada en la gráfica A de la figura 18.10. En libros más avanzados se ve detalladamente cómo obtener modelos de regresión como el mostrado en la gráfica B de la figura 18.10.

FIGURA 18.10 FORMAS POSIBLES PARA UN PATRÓN DE TENDENCIA NO LINEAL



Gráfica A. Tendencia exponencial

Gráfica B. Curva de crecimiento de Gompertz

Antes de usar la ecuación de tendencia para obtener un pronóstico, debe realizar una prueba de significancia estadística (ver capítulo 14). En la práctica, esta prueba debe ser parte rutinaria del ajuste de la línea de tendencia.

Ejercicios

Métodos

12. Considere la serie de tiempo siguiente.



t	1	2	3	4	5
Y_t	6	11	9	14	15

Obtenga una ecuación para el componente de tendencia lineal de esta serie. Dé el pronóstico para $t = 6$.

13. Considere la serie de tiempo siguiente.

t	1	2	3	4	5	6
Y_t	205	202	195	190	191	188

Obtenga una ecuación para el componente de tendencia lineal de esta serie. Dé el pronóstico para $t = 7$.

Aplicaciones

14. Se presentan los datos de matrícula (en miles) en una universidad en los últimos seis años.



Año	1	2	3	4	5	6
Matrícula	20.5	20.2	19.5	19.0	19.1	18.8

Obtenga la ecuación para el componente de tendencia lineal de esta serie. Haga un comentario sobre lo que pasa con la matrícula en esta institución.

15. En la tabla siguiente se dan las cifras correspondientes a los últimos siete años, de asistencia promedio a los juegos de fútbol, en casa, de una universidad. Obtenga la ecuación para el componente de tendencia lineal de esta serie de tiempo.

Año	Asistencia
1	28 000
2	30 000
3	31 500
4	30 400
5	30 500
6	32 200
7	30 800

16. De las ventas de automóviles en los últimos 10 años en B.J. Scott Motors, Inc., se obtuvo la serie de tiempo siguiente.

Año	Ventas	Año	Ventas
1	400	6	260
2	390	7	300
3	320	8	320
4	340	9	340
5	270	10	370

Grafique esta serie de tiempo y haga un comentario sobre si es adecuado suponer una tendencia lineal. ¿Qué tipo de forma funcional considera más adecuada para el patrón de tendencia de esta serie?

17. Al presidente de una pequeña fábrica le preocupa el aumento continuo que ha habido en los costos de fabricación en los últimos años. Las cifras siguientes constituyen una serie de tiempo del costo por unidad de los principales productos de esta empresa en los últimos ocho años.

Año	Costo/unidad (\$)	Año	Costo/unidad (\$)
1	20.00	5	26.60
2	24.50	6	30.00
3	28.20	7	31.00
4	27.50	8	36.00

- a. Presente una gráfica de esta serie de tiempo. ¿Parece existir una tendencia lineal?
 b. Obtenga la ecuación del componente de tendencia lineal de esta serie de tiempo. ¿Cuál es el incremento anual promedio en el costo que ha habido en la empresa?
18. Los datos siguientes presentan el porcentaje de estadounidenses rurales, urbanos y suburbanos que tienen en casa una conexión de alta velocidad (Pew Internet Rural Broadband Internet Use Memo, febrero de 2006).



Año	Rural	Urbano	Suburbano
2001	3	9	9
2002	6	18	17
2003	9	21	23
2004	16	29	29
2005	24	38	40

- a. Para cada grupo, obtenga una ecuación de tendencia lineal.
 b. Utilice la ecuación de tendencia obtenida en el inciso a para comparar las tasas de crecimiento de los tres grupos.
 c. Use la ecuación de tendencia de cada grupo para obtener un pronóstico para el año 2006.
19. En los datos siguientes se observan los promedios en las cuentas por teléfonos celulares (*The New York Times Almanac*, 2006)

Año	Cantidad (\$)
1998	39.43
1999	41.24
2000	45.27
2001	47.37
2002	48.40
2003	49.91

- a. Grafique esta serie de tiempo. ¿Observa alguna tendencia?
 b. Para esta serie de tiempo obtenga una ecuación de tendencia lineal.
 c. Use la ecuación de tendencia para estimar la cuenta promedio mensual en 2004.
20. A continuación se presentan los datos del ingreso bruto (en millones de dólares) de las aerolíneas regionales en un periodo de 10 años.

Año	Ingreso	Año	Ingreso
1	2428	6	4264
2	2951	7	4738
3	3533	8	4460
4	3618	9	5318
5	3616	10	6915

- a. Para esta serie de tiempo, obtenga una ecuación de tendencia lineal. Haga un comentario sobre lo que revela esta ecuación acerca del ingreso bruto de las aerolíneas en los últimos 10 años.
- b. Pronostique los ingresos brutos en los años 11 y 12.
21. FRED® (Federal Reserve Economic Data), una base de datos que con más de 3 000 series de tiempo económicas contiene datos históricos sobre los tipos de cambio. Los datos siguientes corresponden al tipo de cambio entre Estados Unidos y Canadá (<http://research.stlouisfed.org/fred2/>). Las unidades en esta tasa de cambio son cantidad de dólares canadienses por un dólar estadounidense.

Fecha	Cambio
Abril 2005	1.2359
Mayo 2005	1.2555
Junio 2005	1.2402
Julio 2005	1.2229
Agosto 2005	1.2043
Septiembre 2005	1.1777
Octubre 2005	1.1774
Noviembre 2005	1.1815
Diciembre 2005	1.1615
Enero 2006	1.1572

- a. Grafique esta serie de tiempo. ¿Está presente una tendencia lineal?
- b. Obtenga la ecuación para el componente de tendencia lineal de esta serie de tiempo.
- c. Use la ecuación de tendencia para pronosticar el tipo de cambio en febrero 2006.
- d. ¿Usaría con confianza esta ecuación para pronosticar el tipo de cambio en julio de 2006?

18.4

Componentes de tendencia y estacionales

Ya se mostró cómo hacer pronósticos para una serie de tiempo que tiene un componente de tendencia. En esta sección se amplía este estudio y se muestra cómo hacer pronósticos para una serie de tiempo que tiene tanto un componente de tendencia como un componente estacional.

En muchas situaciones relacionadas con las actividades comerciales o económicas es necesario hacer comparaciones entre los períodos. Informaciones en el sentido de que ha habido un aumento de 2% en el desempleo, en comparación con el último mes; o un crecimiento de 5% en la producción de acero, en comparación con el mes anterior, o una disminución de 3% en el consumo en la energía eléctrica, en comparación con el mes anterior, suelen ser de interés. Sin embargo, hay que tener cuidado con este tipo de información, ya que si existe una influencia estacional, esta información puede entenderse de manera equivocada. Por ejemplo, el hecho de que el consumo de energía haya disminuido 3% de agosto a septiembre puede deberse únicamente al efecto estacional, al menor uso que se hace del aire acondicionado, y no a una disminución a largo plazo en el consumo de energía eléctrica. En realidad, una vez hecho el ajuste estacional, es posible que incluso se encuentre que el consumo de energía eléctrica haya aumentado.

A la eliminación del efecto estacional de una serie de tiempo se le conoce como desestacionalización de la serie de tiempo. La desestacionalización permite que las comparaciones de un período con otro sean útiles y ayuda a identificar la existencia de tendencias. El método que se expondrá aquí es adecuado cuando existen únicamente efectos estacionales o cuando existen tanto efectos estacionales como de tendencia. El primer paso es calcular los índices estacionales y usarlos para desestacionalizar los datos. Después, si en los datos desestacionalizados se observa alguna tendencia, se estima el componente de tendencia aplicando el análisis de regresión a la serie desestacionalizada.

Modelo multiplicativo

Se supone que en la serie de tiempo además del componente de tendencia (T) y del componente estacional (S) existe un componente irregular (I). El componente irregular corresponde a todos los efectos aleatorios que puede haber sobre la serie de tiempo, es decir, los efectos que no pueden ser

explicados por los componentes de tendencia y estacional. Para identificar los componentes de tendencia, estacional e irregular correspondientes a un tiempo t se usarán T_t , S_t e I_t , respectivamente, y se supondrá que el valor correspondiente de la serie de tiempo, que se denotará Y_t , se puede determinar mediante el siguiente **modelo multiplicativo para una serie de tiempo**.

$$Y_t = T_t \times S_t \times I_t \quad (18.9)$$

TABLA 18.7
DATOS TRIMESTRALES DE LA VENTA DE TELEVISORES

Año	Tri-mestre	Ventas (en miles)
1	1	4.8
	2	4.1
	3	6.0
	4	6.5
2	1	5.8
	2	5.2
	3	6.8
	4	7.4
3	1	6.0
	2	5.6
	3	7.5
	4	7.8
4	1	6.3
	2	5.9
	3	8.0
	4	8.4

En este modelo, T_t es la tendencia, y se mide en las unidades del artículo que se pronostica. En cambio, los componentes S_t e I_t se miden en términos relativos, donde valores mayores a 1.00 indican efectos superiores a la tendencia y valores menores a 1.00 indican valores inferiores a la tendencia.

Para ilustrar el uso del modelo multiplicativo que comprende los componentes de tendencia, estacional e irregular se emplearán los datos trimestrales que se muestran en la tabla 18.7 y en la figura 18.11. Estos son los datos que corresponden a las ventas de unidades de televisores (en miles) que ha vendido un determinado fabricante en los últimos cuatro años. Primero se mostrará cómo identificar el componente estacional en la serie de tiempo.

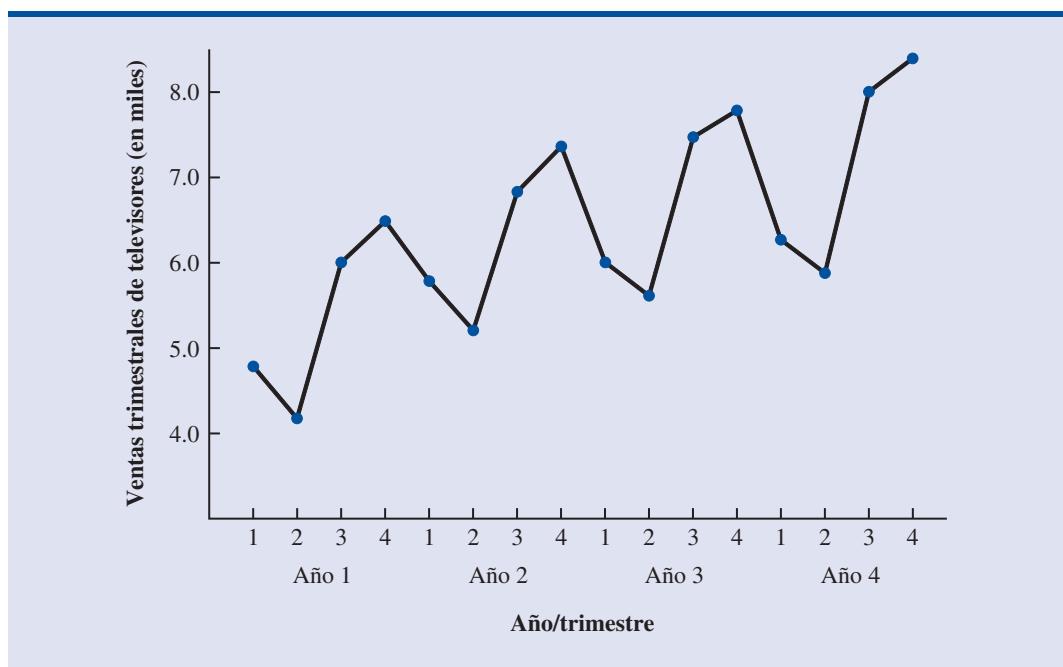
Cálculo de los índices estacionales

En la figura 18.11 se observa que cada año las ventas disminuyen en el segundo trimestre, y aumentan en el tercero y cuarto trimestres. Por tanto, se concluye que en la venta de estos televisores hay un comportamiento estacional. Para identificar el componente estacional de cada trimestre, se empieza por calcular un promedio móvil para separar los componentes estacional e irregular, S_t e I_t , del componente de tendencia T_t .

Para calcular cada promedio se usan datos de todo un año. Como se trabaja con una serie trimestral, para calcular cada promedio móvil se usan cuatro datos. El cálculo del promedio móvil de los cuatro primeros trimestres de ventas de televisores es

$$\text{Primer promedio móvil} = \frac{4.8 + 4.1 + 6.0 + 6.5}{4} = \frac{21.4}{4} = 5.35$$

Observe que el promedio móvil de los primeros cuatro trimestres da el promedio trimestral de las ventas en el año 1 de la serie de tiempo. Para continuar con el cálculo de los promedios mó-

**FIGURA 18.11 SERIE DE TIEMPO DE LAS VENTAS TRIMESTRALES DE TELEVISORES**

viles, se agrega el valor 5.8 correspondiente al primer trimestre del año 2 y se elimina el 4.8 correspondiente al primer trimestre del año 1. De esta manera el segundo promedio móvil es

$$\text{Segundo promedio móvil} = \frac{4.1 + 6.0 + 6.5 + 5.8}{4} = \frac{22.4}{4} = 5.60$$

De manera similar, el tercer promedio móvil es $(6.0 + 6.5 + 5.8 + 5.2)/4 = 5.875$.

Antes de continuar el cálculo de los promedios móviles de toda la serie, regrese al primer promedio móvil, que es 5.35. El valor 5.35 representa un promedio trimestral del volumen de ventas (a lo largo de todas las estaciones) en el año 1. Parece razonable asociar el valor 5.35 con el trimestre “central” de los promedios empleados en el cálculo del promedio móvil. Sin embargo, como en cada promedio móvil intervienen cuatro trimestres, no hay un trimestre central. El 5.35 corresponderá a la segunda mitad del segundo trimestre y a la primera mitad del tercer trimestre. De manera similar, al pasar al valor del siguiente promedio móvil, que es 5.60, el trimestre central corresponderá a la segunda mitad del tercer trimestre y a la primera mitad del cuarto trimestre.

Recuerde que la razón por la que se calculan los promedios móviles es para aislar los componentes combinados estacional e irregular. Sin embargo, los valores de los promedios móviles no corresponden precisamente a los trimestres originales de la serie de tiempo. Esta dificultad se puede resolver con el uso de los puntos medios entre los valores sucesivos de los promedios móviles. Por ejemplo, si 5.35 corresponde a la primera mitad del tercer trimestre y 5.60 corresponde a la última mitad del tercer trimestre, se puede usar $(5.35 + 5.60)/2 = 5.475$ como valor correspondiente al promedio móvil del tercer trimestre. De manera similar, se asocia el valor del promedio móvil $(5.60 + 5.875)/2 = 5.738$ con el cuarto trimestre. Lo que se obtiene es un *promedio móvil centrado*. En la tabla 18.8 se muestra el resumen completo de los promedios móviles para los datos de las ventas de televisores.

Si en un promedio móvil el número de datos es non, el punto medio corresponderá a uno de los períodos de la serie de tiempo. En tales casos, no es necesario centrar los promedios móviles para hacerlos corresponder a un determinado periodo como se hizo con los datos de la tabla 18.8.

¿Qué información se obtiene, de los promedios móviles centrados de la tabla 18.8, acerca de esta serie de tiempo? En la figura 18.12 se grafican los valores reales de la serie de tiempo y los valores de los promedios móviles centrados. Observe, en particular, cómo los promedios móviles centrados tienden a “suavizar” tanto las fluctuaciones estacionales como las fluctuaciones irregulares de la serie de tiempo. En los promedios móviles calculados con cuatro trimestres no aparecen las fluctuaciones debidas a la influencia estacional ya que este efecto es eliminado con los promedios. Cada promedio móvil centrado representa el valor de la serie de tiempo si no existieran las influencias estacional irregular.

Al dividir cada observación de la serie de tiempo entre su correspondiente promedio móvil centrado se identifica el efecto estacional irregular sobre la serie de tiempo. Por ejemplo, para el tercer trimestre del año 1, $6.0/5.475 = 1.096$ es el valor combinado estacional irregular. En la tabla 18.9 se dan los valores estacionales irregulares de toda la serie de tiempo.

Respecto del tercer trimestre se observa que los valores de éste en los años 1, 2, y 3 son 1.096, 1.075 y 1.109, respectivamente. De manera que en todos los casos, el valor estacional irregular parece tener una influencia superior a la promedio sobre el tercer trimestre. Dado que las fluctuaciones que se observan año con año en el valor estacional irregular son atribuibles principalmente al componente irregular, pueden promediarse esos valores para eliminar la influencia irregular y obtener una estimación de la influencia estacional del tercer trimestre.

$$\text{Efecto estacional del tercer trimestre} = \frac{1.096 + 1.075 + 1.109}{3} = 1.09$$

Al número 1.09 se le conoce como *índice estacional* del tercer trimestre. En la tabla 18.10 se resumen los cálculos para obtener los índices estacionales de la serie de tiempo de las ventas de te-

TABLA 18.8 PROMEDIOS MÓVILES CENTRADOS DE LA SERIE DE TIEMPO
DE LAS VENTAS DE TELEVISORES

Año	Trimestre	Ventas (en miles)	Promedio móvil de cuatro trimestres	Promedios móviles centrados
1	1	4.8	5.350 5.600 5.875	5.475 5.738
	2	4.1		
	3	6.0		
	4	6.5		
2	1	5.8	6.075 6.300 6.350 6.450	5.975 6.188 6.325 6.400
	2	5.2		
	3	6.8		
	4	7.4		
3	1	6.0	6.625 6.725 6.800 6.875	6.538 6.675 6.763 6.838
	2	5.6		
	3	7.5		
	4	7.8		
4	1	6.3	7.000 7.150	6.938 7.075
	2	5.9		
	3	8.0		
	4	8.4		

levisores. Por tanto, los índices estacionales de los cuatro trimestres son: primer trimestre, 0.93; segundo trimestre, 0.84; tercer trimestre, 1.09, y cuarto trimestre 1.14.

Si observa los valores de la tabla 18.10 obtiene una interpretación del componente estacional en las ventas de televisores. En el cuarto trimestre es cuando se tienen las mejores ventas, que son 14% superiores al promedio de las ventas trimestrales. El peor trimestre de ventas es el segundo trimestre; su índice estacional es 0.84, lo que indica que en este trimestre las ventas son 16% inferiores a las ventas promedio de los cuatro trimestres. El componente estacional corresponde con claridad a lo que la intuición prevé: en el cuarto trimestre, debido a la llegada del invierno y a la disminución de las actividades al aire libre (en Estados Unidos) aumenta el interés por ver televisión y con ello las compras de televisores. Las bajas ventas en el segundo trimestre reflejan la disminución del interés por ver televisión debido a la primavera y a las actividades de preparación para el verano, de los compradores potenciales.

Para obtener el índice estacional suele ser necesario un último ajuste. En el modelo multiplicativo se requiere que el índice estacional promedio sea igual a 1.00, de manera que la suma de los cuatro índices estacionales, que se presentan en la figura 18.10, debe ser igual a 4.00. En otras palabras, el efecto estacional debe compensarse a lo largo del año. En el ejemplo visto aquí, el

FIGURA 18.12 SERIE DE TIEMPO DE LAS VENTAS TRIMESTRALES DE TELEVISORES Y PROMEDIOS MÓVILES CENTRADOS

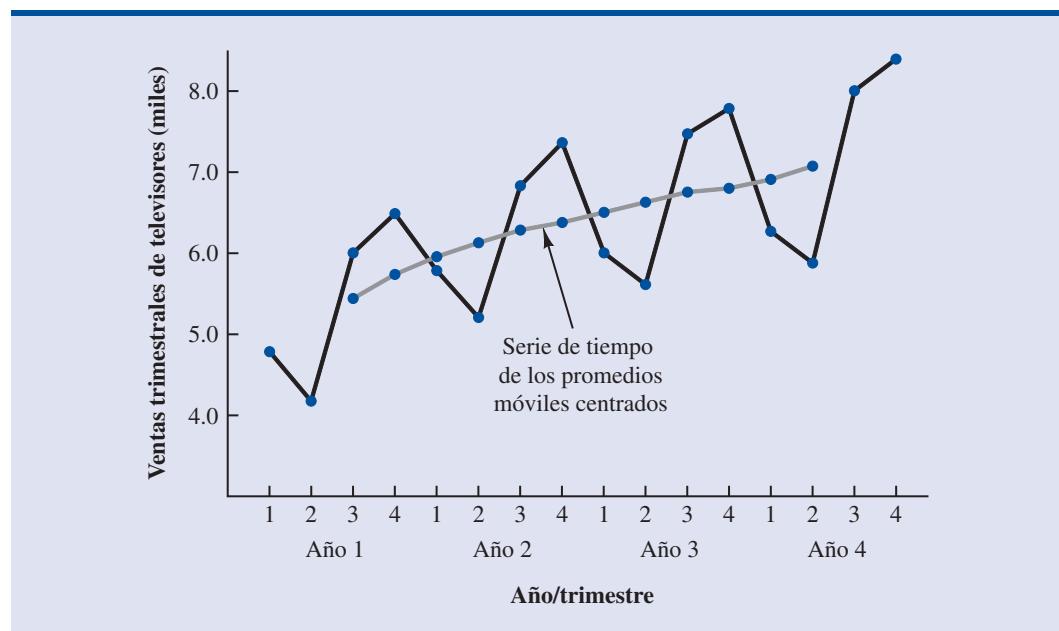


TABLA 18.9 VALORES ESTACIONALES IRREGULARES DE LA SERIE DE TIEMPO DE LAS VENTAS DE TELEVISORES

Año	Trimestre	Ventas (en miles)	Promedio móvil centrada	Valor estacional irregular
1	1	4.8		
	2	4.1		
	3	6.0	5.475	1.096
	4	6.5	5.738	1.133
2	1	5.8	5.975	0.971
	2	5.2	6.188	0.840
	3	6.8	6.325	1.075
	4	7.4	6.400	1.156
3	1	6.0	6.538	0.918
	2	5.6	6.675	0.839
	3	7.5	6.763	1.109
	4	7.8	6.838	1.141
4	1	6.3	6.938	0.908
	2	5.9	7.075	0.834
	3	8.0		
	4	8.4		

TABLA 18.10 CÁLCULO DE LOS ÍNDICES ESTACIONALES DE LA SERIE DE TIEMPO DE LAS VENTAS DE TELEVISORES

Trimestre	Valor del componente estacional irregular ($S_t I_t$)	Índice estacional (S_t)
1	0.971, 0.918, 0.908	0.93
2	0.840, 0.839, 0.834	0.84
3	1.096, 1.075, 1.109	1.09
4	1.133, 1.156, 1.141	1.14

promedio de los índices estacionales es igual a 1.00 y por tanto, no es necesario hacer ningún ajuste. En otros casos puede ser necesario hacer un ligero ajuste. Este ajuste se hace al multiplicar cada índice estacional por el número de estaciones dividido entre la suma de los índices estacionales no ajustados. Por ejemplo, cuando se tienen datos trimestrales se multiplica cada índice estacional por 4/(suma de los índices estacionales no ajustados). En algunos de los ejercicios se necesitará hacer este ajuste para obtener el índice estacional adecuado.

Desestacionalización de una serie de tiempo

Cuando se tienen datos desestacionalizados, tiene sentido comparar las ventas de períodos consecutivos. Si se tienen datos que no han sido desestacionalizados, comparaciones útiles pueden obtenerse al contrastar las ventas del periodo presente con las ventas del mismo periodo en el año anterior.

El objeto de hallar los índices estacionales es eliminar de la serie de tiempo los efectos estacionales. A este proceso se le conoce como *desestacionalización* de la serie de tiempo. En publicaciones como *Survey of Current Business*, *The Wall Street Journal* y *BusinessWeek* suelen publicarse series de tiempo económicas ajustadas a las variaciones estacionales (**series de tiempo desestacionalizadas**). Si emplea la noción de modelo multiplicativo, tiene

$$Y_t = T_t \times S_t \times I_t$$

Para eliminar de una serie de tiempo el efecto estacional, se divide cada observación de la serie de tiempo entre su índice estacional correspondiente. En la tabla 18.11 se presenta la serie de tiempo desestacionalizada de las ventas de televisores. En la figura 18.13 se presenta una gráfica de la serie de tiempo desestacionalizada de las ventas de televisores.

Uso de una serie de tiempo desestacionalizada para la identificación de tendencias

A pesar de que en la figura 18.13 se observan algunos movimientos aleatorios, hacia arriba o hacia abajo, a lo largo de los últimos 16 trimestres, la serie de tiempo parece tener una tendencia lineal ascendente. Para identificar esta tendencia, se usa el mismo procedimiento que en la sección anterior; en este caso los datos son ventas trimestrales desestacionalizadas. Por tanto, en una tendencia lineal, el volumen estimado de las ventas, expresado en función del tiempo es

$$T_t = b_0 + b_1 t$$

donde

T_t = valor de la tendencia en la venta de televisores en el periodo t

b_0 = intersección de la línea de tendencia con el eje y

b_1 = pendiente de la línea de tendencia

Como antes, $t = 1$ corresponde al tiempo de la primera observación en la serie de tiempo, $t = 2$ corresponde al tiempo de la segunda observación y así sucesivamente. Así, en la serie de tiempo

TABLA 18.11 VALORES DESESTACIONALIZADOS DE LA SERIE DE TIEMPO DE LAS VENTAS DE TELEVISORES

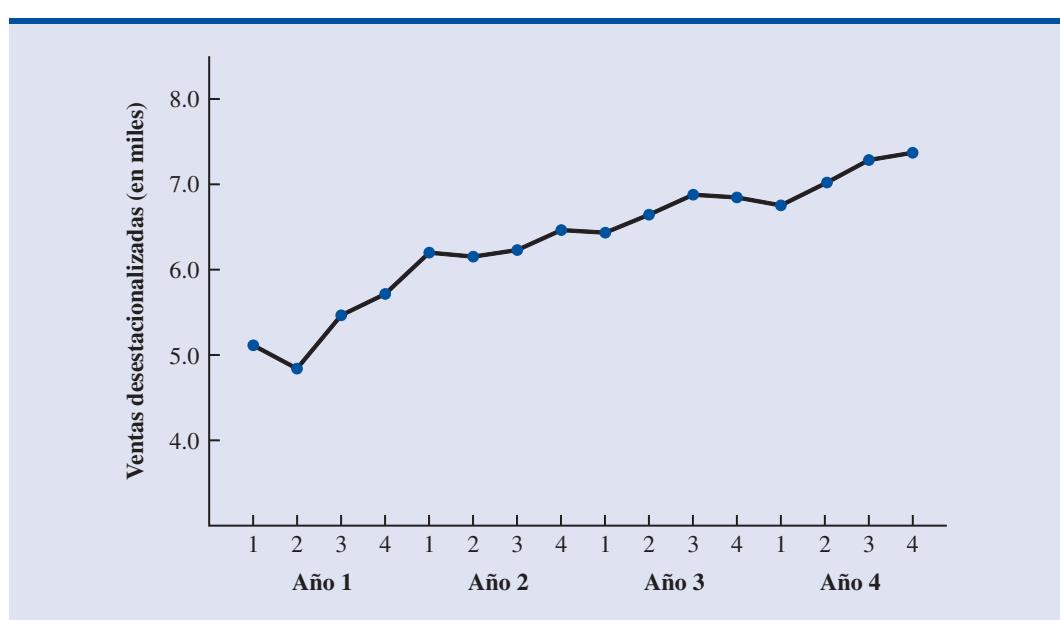
Año	Trimestre	Ventas (en miles) (Y_t)	Índice estacional (S_t)	Ventas desestacionalizadas ($Y_t/S_t = T_t I_t$)
1	1	4.8	.93	5.16
	2	4.1	.84	4.88
	3	6.0	1.09	5.50
	4	6.5	1.14	5.70
2	1	5.8	.93	6.24
	2	5.2	.84	6.19
	3	6.8	1.09	6.24
	4	7.4	1.14	6.49
3	1	6.0	.93	6.45
	2	5.6	.84	6.67
	3	7.5	1.09	6.88
	4	7.8	1.14	6.84
4	1	6.3	.93	6.77
	2	5.9	.84	7.02
	3	8.0	1.09	7.34
	4	8.4	1.14	7.37

de las ventas de televisores, $t = 1$ corresponde al valor de las ventas desestacionalizadas del primer trimestre y $t = 16$ corresponde al valor de las ventas desestacionalizadas del semestre más reciente. A continuación se presentan las fórmulas para calcular los valores de b_0 y b_1 .

$$b_1 = \frac{\sum t Y_t - (\sum t \sum Y_t)/n}{\sum t^2 - (\sum t)^2/n}$$

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{t}$$

FIGURA 18.13 SERIE DE TIEMPO DESESTACIONALIZADA DE LAS VENTAS DE TELEVISORES



Sin embargo, observe, que ahora Y_t se refiere al valor de la serie de tiempo desestacionalizada en el tiempo t y no al valor de la serie de tiempo original. Al usar las ecuaciones para obtener b_0 y b_1 y los datos de las ventas desestacionalizadas presentados en la tabla 18.11, se tienen los cálculos siguientes.

t	Y_t (desestacionalizada)	tY_t	t^2
1	5.16	5.16	1
2	4.88	9.76	4
3	5.50	16.50	9
4	5.70	22.80	16
5	6.24	31.20	25
6	6.19	37.14	36
7	6.24	43.68	49
8	6.49	51.92	64
9	6.45	58.05	81
10	6.67	66.70	100
11	6.88	75.68	121
12	6.84	82.08	144
13	6.77	88.01	169
14	7.02	98.28	196
15	7.34	110.10	225
16	7.37	117.92	256
Totales	136	101.74	1496

donde

$$\bar{t} = \frac{136}{16} = 8.5$$

$$\bar{Y} = \frac{101.74}{16} = 6.359$$

$$b_1 = \frac{914.98 - (136)(101.74)/16}{1496 - (136)^2/16} = 0.148$$

$$b_0 = 6.359 - 0.148(8.5) = 5.101$$

Por tanto,

$$T_t = 5.101 + 0.148t$$

es la expresión para el componente de tendencia lineal de la serie de tiempo desestacionalizada.

La pendiente, 0.148, indica que en los 16 trimestres pasados, el crecimiento promedio de las ventas desestacionalizadas de la empresa fue de 148 televisores por trimestre. Si se supone que la tendencia en los datos de ventas de los últimos 16 trimestres es un indicador razonablemente bueno del futuro, esta ecuación puede usarse para proyectar el componente de tendencia de la serie de tiempo desestacionalizada a los trimestres futuros. Por ejemplo, si sustituye en esta ecuación $t = 17$, se obtiene la proyección de la tendencia desestacionalizada para el trimestre siguiente, T_{17} .

$$T_{17} = 5.101 + 0.148(17) = 7.617$$

TABLA 18.12 PRONÓSTICOS TRIMESTRALES PARA LA SERIE DE TIEMPO DE LAS VENTAS DE TELEVISORES

Año	Trimestre	Pronóstico para la tendencia desestacionalizada	Índice estacional (ver tabla 18.11)	Pronóstico trimestral
5	1	7617	0.93	(7617)(0.93) = 7084
	2	7765	0.84	(7765)(0.84) = 6523
	3	7913	1.09	(7913)(1.09) = 8625
	4	8061	1.14	(8061)(1.14) = 9190

Por tanto, el componente de tendencia da un pronóstico de ventas desestacionalizadas de 7 617 televisores para el siguiente trimestre. De manera similar, el componente de tendencia produce pronósticos de ventas desestacionalizadas de 7 765, 7 913 y 8 061 televisores para los trimestres 18, 19 y 20, respectivamente.

Ajustes estacionales

El último paso para obtener un pronóstico cuando existen tanto un componente estacional como un componente de tendencia, es usar el índice estacional para ajustar la proyección de tendencia desestacionalizada. De regreso con el ejemplo de las ventas de televisores, ya se tienen proyecciones desestacionalizadas para los cuatro trimestres siguientes. Ahora es necesario ajustar las proyecciones de acuerdo al efecto estacional. El índice estacional para el primer trimestre del año 5 ($t = 17$) es 0.93, de manera que el pronóstico para ese trimestre se obtiene al multiplicar el pronóstico desestacionalizado basado en la tendencia ($T_{17} = 7\ 617$) por el índice estacional (0.93). Por tanto, el pronóstico para el trimestre siguiente es $7\ 617(0.93) = 7\ 084$. En la tabla 18.12 se presentan los pronósticos trimestrales para los trimestres 17 a 20. El cuarto trimestre de alto volumen de ventas tiene un pronóstico de 9 190 unidades, y el segundo trimestre de volumen bajo de ventas tiene 6 523 unidades como pronóstico.

Modelos basados en datos mensuales

En el ejemplo de las ventas de televisores se emplearon datos trimestrales para ilustrar el cálculo de los índices estacionales. Sin embargo, en muchas ocasiones suelen usarse pronósticos mensuales en lugar de pronósticos trimestrales. En tales casos el procedimiento presentado en esta sección puede emplearse con ligeros cambios. Primero, en lugar de un promedio móvil de cuatro trimestres se usa un promedio móvil de 12 meses; segundo, se calculan índices estacionales de 12 meses en lugar de índices estacionales de cuatro trimestres. Fuera de estos cambios, los cálculos y los pronósticos son idénticos.

Componente cíclico

En términos matemáticos es posible ampliar el modelo multiplicativo de la ecuación (18.9) para incluir el componente cíclico.

$$Y_t = T_t \times C_t \times S_t \times I_t \quad (18.10)$$

El componente cíclico, como ocurre con el componente estacional, se expresa como porcentaje de la tendencia. Como se dijo en la sección 18.1, este componente se atribuye a ciclos multi-anuales en la serie de tiempo. Es semejante al componente estacional, sólo que se presenta a lo largo de períodos más prolongados. Sin embargo, debido a la duración del componente cíclico, suele ser difícil obtener suficientes datos relevantes para estimarlo. Otra dificultad es que estos ciclos suelen tener longitudes variables. Un estudio más detallado del componente cíclico se deja para libros sobre métodos de pronóstico.

Ejercicios

Métodos

Autoexamen

22. Considere los datos de la siguiente serie de tiempo.

Trimestre	Año 1	Año 2	Año 3
1	4	6	7
2	2	3	6
3	3	5	6
4	5	7	8

- a. Dé los valores de los promedios móviles de cuatro trimestres y de los promedios móviles centrados.
 b. Calcule los índices estacionales de los cuatro trimestres.

Aplicaciones

23. A continuación se presentan los datos, correspondientes a los últimos tres años de ventas trimestrales (número de ejemplares vendidos) de un libro de texto universitario.

Trimestre	Año 1	Año 2	Año 3
1	1690	1800	1850
2	940	900	1100
3	2625	2900	2930
4	2500	2360	2615

- a. Para esta serie de tiempo dé los promedios móviles de cuatro trimestres y los promedios móviles centrados.
 b. Calcule los índices estacionales de los cuatro trimestres.
 c. ¿Cuándo obtiene la editorial el mayor índice estacional? ¿Parece ser razonable este resultado? Explique.
24. A continuación se presentan los gastos mensuales, a lo largo de tres años, en un edificio de seis departamentos en el sur de Florida. Determine los índices estacionales mensuales. Use 12 meses como promedio móvil.

	Gastos		
	Año 1	Año 2	Año 3
Enero	170	180	195
Febrero	180	205	210
Marzo	205	215	230
Abril	230	245	280
Mayo	240	265	290
Junio	315	330	390
Julio	360	400	420
Agosto	290	335	330
Septiembre	240	260	290
Octubre	240	270	295
Noviembre	230	255	280
Diciembre	195	220	250

25. En el sur de California, los especialistas en el control de la contaminación atmosférica cada hora monitorean las cantidades de ozono, dióxido de carbono y dióxido de nitrógeno en el aire. En los datos de esta serie de tiempo horaria se observa estacionalidad, los niveles de contaminación muestran ciertos patrones según la hora del día. Los niveles de dióxido de nitrógeno en el centro, para las 12 horas, de las 6:00 de la mañana a las 6:00 de la tarde, los días 15, 16 y 17 de julio fueron los siguientes.

archivo
en
CD
Pollution

15 de julio:	25	28	35	50	60	60	40	35	30	25	25	20
16 de julio:	28	30	35	48	60	65	50	40	35	25	20	20
17 de julio:	35	42	45	70	72	75	60	45	40	25	25	25

- a. Determine los índices estacionales por hora de las 12 lecturas de cada día.
 - b. Mediante los índices estacionales del inciso a, se desestacionalizaron los datos; la ecuación de tendencia obtenida para los datos desestacionalizados es $T_t = 32.983 + 0.3922t$. Emplee únicamente el componente de tendencia y obtenga los pronósticos para las 12 horas del 18 de julio.
 - c. Use los índices de tendencia del inciso a para ajustar los pronósticos de tendencia obtenidos en el inciso b.
26. El consumo de energía eléctrica se mide en kilowatts·hora (kWh). La empresa pública local que proporciona el servicio de energía eléctrica ofrece un programa de ahorro en el que los clientes comerciales participantes pagan tarifas especialmente favorables a condición de que reduzcan su consumo de energía eléctrica cuando la empresa pública se los solicite. La empresa Timko Products redujo su consumo de energía eléctrica a partir del mediodía del jueves. Para evaluar el ahorro de energía, la empresa pública tiene que estimar el consumo normal de energía de Timko. El periodo de reducción de consumo de energía fue desde el medio día hasta las 8:00 de la noche. Los datos sobre el consumo de energía de esta empresa en las 72 horas anteriores son los siguientes.

archivo
en
CD
Power

Lapso	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves
0:00-4:00	—	19 281	31 209	27 330
4:00-8:00	—	33 195	37 014	32 715
8:00-12:00	—	99 516	119 968	152 465
0:00-24:00	124 299	123 666	156 033	
4:00-8:00	113 545	111 717	128 889	
8:00-24:00	41 300	48 112	73 923	

- a. ¿Se observa algún efecto estacional en este periodo de 24 horas? Calcule los índices estacionales de estos seis lapsos de 4 horas.
- b. Emplee el ajuste de tendencia para estimar los índices estacionales del consumo normal de Timko en el periodo que realizó el ahorro.

18.5

Análisis de regresión

Cuando se estudió el análisis de regresión en los capítulos 14, 15 y 16, se mostró cómo usar una o varias variables independientes para predecir el valor de una variable dependiente. Si considera el análisis de regresión como una herramienta para pronóstico, el valor de la serie de tiempo que se desea pronosticar puede verse como la variable dependiente. Por tanto, si se logra determinar un buen conjunto de variables independientes, o predictoras, se podrá obtener una ecuación de regresión estimada para predecir o pronosticar la serie de tiempo.

El método empleado en la sección 18.3 para ajustar una línea de tendencia lineal a la serie de tiempo de las ventas de bicicletas es un caso especial del análisis de regresión. En ese ejemplo se mostró que las dos variables, ventas de bicicletas y tiempo, estaban relacionadas linealmente.* Debido a la inherente complejidad de la mayoría de los problemas reales, para predecir

*En un sentido estrictamente técnico, no se considera que el número de bicicletas vendidas esté relacionado con el tiempo, sino que el tiempo se usa como sustituto de variables con las que está relacionada el número de bicicletas vendidas, pero tales variables no se conocen o son difíciles de medir.

la variable de interés es necesario considerar más de una variable. En tales situaciones se usa la técnica estadística conocida como análisis de regresión múltiple.

Recuerde que para obtener una ecuación estimada de regresión múltiple se necesita una muestra de observaciones de la variable dependiente y de todas las variables independientes. En el análisis de las series de tiempo, los datos de n períodos de la serie de tiempo representan una muestra de n observaciones de cada una de las variables que pueden usarse en el análisis. La notación que se usa para una función con k variables independientes es la siguiente.

Y_t = valor de la serie de tiempo en el periodo t

x_{1t} = valor de la variable independiente 1 en el periodo t

x_{2t} = valor de la variable independiente 2 en el periodo t

\vdots

x_{kt} = valor de la variable independiente k en el periodo t

Los n períodos de datos que se necesitan para obtener la ecuación estimada de regresión se verán como se muestra en la tabla siguiente.

Período	Serie de tiempo		Valor de las variables independientes						
	(Y_t)		x_{1t}	x_{2t}	x_{3t}	.	.	.	x_{kt}
1	Y_1		x_{11}	x_{21}	x_{31}	.	.	.	x_{k1}
2	Y_2		x_{12}	x_{22}	x_{32}	.	.	.	x_{k2}
.
.
.
n	Y_n		x_{1n}	x_{2n}	x_{3n}	.	.	.	x_{kn}

Como puede uno suponer, existen diversas posibilidades para elegir las variables independientes para el modelo de pronóstico. Una posible variable independiente es simplemente el tiempo. Ésta fue la variable que se eligió en la sección 18.3 cuando se estimó la tendencia de la serie de tiempo mediante una función lineal de la variable independiente tiempo. Si $x_{1t} = t$, se obtiene una ecuación de regresión estimada de la forma

$$\hat{Y}_t = b_0 + b_1 t$$

donde \hat{Y}_t es una estimación del valor Y_t de la serie de tiempo y donde b_0 y b_1 son estimaciones de los coeficientes de regresión. En modelos más complejos, pueden tenerse más términos que corresponden al tiempo elevado a otras potencias. Por ejemplo, si $x_{2t} = t^2$ y $x_{3t} = t^3$, la ecuación estimada de regresión tomará la forma

$$\begin{aligned}\hat{Y}_t &= b_0 + b_1 x_{1t} + b_2 x_{2t} + b_3 x_{3t} \\ &= b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3\end{aligned}$$

Observe que con este modelo se obtiene un pronóstico para una serie de tiempo que tiene características curvilíneas a lo largo del tiempo.

En otros modelos de pronóstico basados en la regresión se emplea una mezcla de variables independientes económicas y demográficas. Por ejemplo, para pronosticar las ventas de refrigeradores, pueden emplearse las siguientes variables independientes.

- x_{1t} = precio en el periodo t
 x_{2t} = ventas totales de la industria en el periodo $t - 1$
 x_{3t} = número de permisos de construcción para casas en el periodo $t - 1$
 x_{4t} = pronóstico poblacional para el periodo t
 x_{5t} = presupuesto para publicidad en el periodo t

De acuerdo con el procedimiento usual de regresión múltiple, para obtener el pronóstico habrá que usar una ecuación estimada de regresión con cinco variables independientes.

Spyros Makridakis, un destacado experto en pronósticos, mostró que las técnicas más sencillas son mejores que los procedimientos más complicados para pronósticos a corto plazo. El uso de procedimientos más caros y sofisticados no garantiza la obtención de un mejor pronóstico.

La obtención de un buen pronóstico mediante un método de regresión depende en gran parte de la capacidad para identificar y obtener los datos de variables independientes que estén estrechamente relacionadas con la serie de tiempo. Por lo general, al tratar de obtener una ecuación estimada de regresión se ponen a consideración diversos conjuntos de variables independientes. Por tanto, una parte del proceso del análisis de regresión debe ser la elección del conjunto de variables independientes con las que se obtenga el mejor modelo de pronóstico.

En la introducción de este capítulo se dijo que en los **modelos causales de pronóstico** se usan series de tiempo relacionadas con la serie que se quiere pronosticar para tratar de explicar la causa del comportamiento de dicha serie. La herramienta más usada para obtener modelos causales es el análisis de regresión. La serie de tiempo relacionada es la variable independiente y la serie de tiempo que se quiere pronosticar es la variable dependiente.

En otro tipo de modelo de pronóstico basado en la regresión, las variables independientes son todos los valores anteriores de la misma serie de tiempo. Por ejemplo, si los valores de la serie de tiempo se denotan Y_1, Y_2, \dots, Y_n , y la variable independiente es Y_t , se trata de hallar una ecuación de regresión estimada que relate Y_t con los valores más recientes de la serie de tiempo Y_{t-1}, Y_{t-2} , etc. Si se emplean como variables independientes los tres períodos más recientes, la ecuación estimada de regresión será

$$\hat{Y}_t = b_0 + b_1 Y_{t-1} + b_2 Y_{t-2} + b_3 Y_{t-3}$$

A los modelos de regresión que tienen variables independientes con los valores anteriores de la serie de tiempo se les conoce como **modelos autorregresivos**.

Por último, en otro método de pronóstico basado en regresión se incorpora una mezcla de las variables independientes ya estudiadas. Por ejemplo, se puede usar una combinación de variables de tiempo, algunas variables económico-demográficas y algunos de los valores previos de las mismas series de tiempo.

18.6

Métodos cualitativos

Si no se cuenta con datos históricos, es necesario emplear técnicas cualitativas para obtener pronósticos. Pero el costo de emplear las técnicas cualitativas puede ser elevado por la cantidad de tiempo que se requiere invertir.

En las secciones anteriores se vieron varios métodos cuantitativos para hacer pronósticos. En la mayor parte de estas técnicas se necesitan datos históricos sobre la variable de interés, de manera que estas técnicas no se pueden emplear cuando no se cuenta con datos históricos. Además de esto, aun cuando se cuente con datos históricos, un cambio significativo que afecte a la serie de tiempo puede hacer cuestionable el uso de datos del pasado para predecir valores futuros de la serie de tiempo. Por ejemplo, un programa de racionalización de la gasolina, impuesto por el gobierno, hará dudar de la validez de un pronóstico sobre las ventas de gasolina que se base en datos históricos. Las técnicas cualitativas de pronóstico ofrecen una alternativa en éstas y otras situaciones.

Método de Delphi

Una de las técnicas cualitativas de pronóstico más usadas es el **método de Delphi**, elaborado por un grupo de investigadores de Rand Corporation. En este método se trata de obtener un pronóstico mediante un “consenso de grupo”. En su modo usual de aplicación, se le pide a un panel de

expertos —que no se conocen entre sí y que se encuentran separados unos de otros— que respondan una serie de cuestionarios. Las respuestas del primer cuestionario se tabulan y se usan para elaborar un segundo cuestionario que contiene información y opiniones de todo el grupo. Después se le pide a cada uno de los participantes que reconsideré, y si es necesario, modifique su respuesta anterior a la luz de la información del grupo. Este proceso continúa hasta que el coordinador considere que se ha alcanzado cierto grado de consenso. El objetivo del método de Delphi no es dar como resultado una sola respuesta, sino una gama reducida de opiniones en las que coincidan la mayor parte de los expertos.

Opinión de un experto

Las evidencias empíricas y los argumentos teóricos indican que en pronósticos obtenidos mediante la opinión de un experto deben intervenir entre 5 y 20 expertos. Sin embargo, en situaciones en las que interviene el crecimiento exponencial, los pronósticos obtenidos mediante la opinión de un experto pueden no ser apropiados.

Los pronósticos cualitativos suelen estar basados en la opinión de un solo experto o representar el consenso de un grupo de expertos. Por ejemplo, cada año un grupo de expertos de Merrill Lynch se reúnen para pronosticar el promedio industrial Dow Jones y su tipo de interés preferencial para el año siguiente. Para esto, cada uno de los expertos analiza información que considera con influencia sobre el mercado de acciones y sobre las tasas de interés; después combinan sus informaciones en un pronóstico. No se emplea ningún modelo formal y es poco probable que dos expertos analicen la misma información de la misma manera.

La opinión de los expertos es un método de pronóstico que suele recomendarse cuando es poco probable que las condiciones del pasado se presenten en el futuro. Aun cuando no se usa ningún modelo cuantitativo formal, este método ha dado buenos pronósticos en muchas situaciones.

Escenarios futuros

El método cualitativo conocido como **escenarios futuros** consiste en elaborar un escenario conceptual del futuro con base en un conjunto bien definido de suposiciones. Distintos conjuntos de suposiciones llevan a diferentes escenarios. La persona que debe tomar las decisiones tiene que decidir cuán probable es cada escenario y tomar las decisiones de acuerdo con ese escenario.

Métodos intuitivos

Los métodos *subjetivos* o *cualitativos intuitivos* se basan en que la mente humana tiene la capacidad de procesar una gran cantidad de información que, en la mayoría de los casos, sería difícil de cuantificar. Estas técnicas suelen usarse en trabajos de grupo, en donde un comité o panel trata de desarrollar ideas nuevas o de resolver problemas complejos a través de una “sesión de lluvia de ideas”. En estas sesiones las personas son liberadas de las usuales restricciones o presiones de grupo y de las críticas, ya que pueden exponer cualquier idea u opinión sin importar su relevancia y, lo que es más importante, sin miedo a la crítica.

Resumen

En este capítulo se presentó una introducción a los métodos básicos de análisis de series de tiempo y de pronóstico. Primero se indicó que para explicar el comportamiento de una serie de tiempo, es útil entenderla como formada por cuatro componentes: un componente de tendencia, un componente estacional, un componente cíclico y un componente irregular. Al aislar estos componentes y medir su efecto, es posible pronosticar valores futuros de la serie de tiempo.

Se vio cómo emplear los métodos de suavizamiento para pronosticar una serie de tiempo que no presente efectos significativos de tendencia, estacionales o cíclicos. El método de los promedios móviles consiste en calcular un promedio de los valores de los datos del pasado y después usar ese promedio como pronóstico para el periodo siguiente. El método de suavizamiento exponencial, usa un promedio ponderado de los valores pasados de la serie de tiempo para calcular un pronóstico.

Se mostró cómo usar el análisis de regresión para hacer proyecciones de tendencia cuando la serie de tiempo únicamente muestra una tendencia a largo plazo. Cuando una serie de tiempo tiene tanto una influencia de tendencia como una influencia estacional significativa, se mostró cómo aislar los efectos de estos dos factores para obtener mejores pronósticos. Por último, se

describió el análisis de regresión como un procedimiento para obtener modelos causales de pronóstico. Un modelo causal de pronóstico es un modelo que relaciona los valores de la serie de tiempo (variable dependiente) con otras variables independientes que se cree explican (causan) el comportamiento de la serie de tiempo.

Los modelos cualitativos de pronóstico se trataron como modelos útiles cuando no se cuenta con datos históricos o cuando se cuenta con pocos datos históricos. Estos métodos también se usan cuando se espera que el patrón pasado de la serie de tiempo no sea el mismo en el futuro.

Glosario

Serie de tiempo Conjunto de observaciones correspondientes a los valores de una variable, medidas en puntos sucesivos a lo largo del tiempo o durante períodos sucesivos de tiempo.

Pronóstico Es la predicción de los valores futuros de una serie de tiempo.

Tendencia Desplazamiento o movimiento de la serie de tiempo a largo plazo, observable a través de varios períodos.

Componente cíclico El componente de una serie de tiempo que hace que ésta muestre un comportamiento que consiste en tendencias periódicas de aumento y disminución, tendencias que tienen una duración de más de un año.

Componente estacional El componente de una serie de tiempo que muestra que en ella existe un patrón periódico que dura un año o menos.

Componente irregular El componente de una serie de tiempo que corresponde a las variaciones aleatorias que se observan en los valores de la misma, variaciones que no son explicadas por los componentes de tendencia, cílicos o estacionales.

Promedios móviles Método para obtener pronósticos o para suavizar una serie de tiempo, en el que como pronóstico para cada período siguiente se usa el promedio de los valores de los n datos más recientes de la serie de tiempo.

Cuadrado medio debido al error (CME) Es una medida de la exactitud que se obtiene con un método de pronóstico. Esta medida es el promedio de la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores pronosticados para la serie de tiempo y sus valores reales.

Promedios móviles ponderados Método que se emplea para obtener pronósticos o para suavizar una serie de tiempo mediante un promedio ponderado de los valores de datos pasados. La suma de los pesos empleados debe ser uno.

Suavizado exponencial Técnica de pronóstico en la que se emplea un promedio ponderado de valores pasados de la serie de tiempo.

Constante de suavizado Es el parámetro que se emplea en el modelo de suavizado exponencial como peso para el valor más reciente de la serie de tiempo.

Modelo multiplicativo para series de tiempo Modelo en el que se multiplican los diversos componentes de una serie de tiempo para obtener así el valor real de la serie de tiempo. Cuando los cuatro componentes, de tendencia, cílico, estacional e irregular están presentes, se obtiene $Y_t = T_t \times C_t \times S_t \times I_t$. Cuando el componente cílico no está modelado se obtiene $Y_t = T_t \times S_t \times I_t$.

Serie de tiempo desestacionalizada Serie de tiempo de la que se ha eliminado el efecto estacional. Esto se hace al dividir cada observación de la serie de tiempo original entre su correspondiente índice estacional.

Métodos causales de pronóstico Métodos para obtener pronósticos en los que una serie de tiempo se relaciona con otras variables que se considera explican o causan el comportamiento de la serie de tiempo.

Modelo autorregresivo Modelo para predecir valores futuros de una serie de tiempo en el que se usa una relación de regresión con base en valores pasados de la serie de tiempo.

Método de Delphi Método cualitativo de pronóstico en el que los pronósticos se obtienen mediante consensos de grupo.

Escenarios futuros Método cualitativo de pronóstico que consiste en desarrollar un escenario conceptual futuro a partir de un conjunto bien definido de suposiciones.

Fórmulas clave

Promedio móvil

$$\text{Promedio móvil} = \frac{\Sigma(\text{de los valores de los } n \text{ datos más recientes})}{n} \quad (18.1)$$

Modelo de suavizamiento exponencial

$$F_{t+1} = \alpha Y_t + (1 - \alpha)F_t \quad (18.2)$$

Ecuación de tendencia lineal

$$T_t = b_0 + b_1 t \quad (18.5)$$

Modelo multiplicativo para series de tiempo con los componentes de tendencia, estacional e irregular

$$Y_t = T_t \times S_t \times I_t \quad (18.9)$$

Modelo multiplicativo para series de tiempo con los componentes de tendencia, cíclico, estacional e irregular

$$Y_t = T_t \times C_t \times S_t \times I_t \quad (18.10)$$

Ejercicios complementarios

27. Los promedios móviles suelen usarse para identificar movimientos en los precios de las acciones (en dólares por acción). A continuación se presentan los precios de cierre de IBM desde el 24 de agosto de 2004 hasta 16 de agosto de 2005 (*Compustat*, 26 de febrero de 2006).

archivo
en
CD
IBM

Día	Precio (\$)	Día	Precio (\$)
24 de agosto	81.32	7 de septiembre	80.98
25 de agosto	81.10	8 de septiembre	80.80
26 de agosto	80.38	9 de septiembre	81.44
29 de agosto	81.34	12 de septiembre	81.48
30 de agosto	80.54	13 de septiembre	80.75
31 de agosto	80.62	14 de septiembre	80.48
1 de septiembre	79.54	15 de septiembre	80.01
2 de septiembre	79.46	16 de septiembre	80.33
6 de septiembre	81.02		

- Use un promedio móvil de tres días para suavizar la serie de tiempo. Pronostique el precio de cierre del 19 de septiembre del 2005 (que es el siguiente día de operaciones).
- Emplee el suavizamiento exponencial con $\alpha = 0.6$ como constante de suavizamiento para suavizar la serie de tiempo. Pronostique el precio de cierre del 19 de septiembre del 2005 (que es el siguiente día de operaciones).
- ¿Cuál de los dos métodos prefiere? ¿Por qué?

28. En el 2005 los ingresos que obtuvo Xerox Corporation por sus productos y servicios de color fueron de \$4.6 mil millones, 30% del total de sus ingresos. En la tabla siguiente se presentan las variaciones porcentuales trimestrales a lo largo de 12 trimestres (*Democrat and Chronicle*, 5 de marzo de 2006).

	Año	Trimestre	Crecimiento (%)
2003		1	15
		2	19
		3	15
		4	20
2004		1	26
		2	17
		3	18
		4	21
2005		1	15
		2	17
		3	22
		4	17

- a. Use el suavizamiento exponencial para pronosticar la serie de tiempo. Emplee las constantes de suavizamiento $\alpha = 0.1$, $\alpha = 0.2$, $\alpha = 0.3$.
 b. ¿Con cuál de estos valores de suavizamiento se obtiene un mejor pronóstico?
29. En la tabla siguiente se presentan los porcentajes de acciones en un portafolio estándar a lo largo de nueve trimestres que van desde el 2005 hasta el 2007.

Trimestre	Acciones (%)
1-2005	29.8
2-2005	31.0
3-2005	29.9
4-2005	30.1
1-2006	32.2
2-2006	31.5
3-2006	32.0
4-2006	31.9
1-2007	30.0

- a. Emplee el suavizamiento exponencial para esta serie de tiempo. Utilice las constantes de suavizamiento $\alpha = 0.2$, $\alpha = 0.3$ y $\alpha = 0.4$. ¿Con cuál de estos valores de la constante de suavizamiento se obtiene un mejor pronóstico?
 b. Pronostique, para el segundo trimestre de 2007, el porcentaje de acciones en un portafolio estándar.
30. Una cadena de tiendas de abarrotes registró la demanda semanal (en cajas) de un determinado detergente para trastos. Estos datos se presentan en la tabla siguiente. Emplee el suavizamiento exponencial con $\alpha = 0.2$ y obtenga un pronóstico para la semana 11.

Semana	Demanda	Semana	Demanda
1	22	6	24
2	18	7	20
3	23	8	19
4	21	9	18
5	17	10	21

31. United Dairies, Inc., es el proveedor de leche de varias empresas de abarrotes en el condado Dade de Florida. Los gerentes de United Dairies desean contar con un pronóstico del número de medios galones de leche que se venden por semana. A continuación se presentan los datos de las ventas en las últimas 12 semanas.

Semana	Ventas	Semana	Ventas
1	2750	7	3300
2	3100	8	3100
3	3250	9	2950
4	2800	10	3000
5	2900	11	3200
6	3050	12	3150

Use el suavizamiento exponencial con $\alpha = 0.4$ para obtener un pronóstico de demanda para la semana 13.

32. El grupo Garden Avenue Seven vende discos compactos de sus presentaciones. En la tabla siguiente se presentan las ventas (en unidades) en los últimos 18 meses. El administrador del grupo desea contar con un método exacto para pronosticar las ventas.

Mes	Ventas	Mes	Ventas	Mes	Ventas
1	293	7	381	13	549
2	283	8	431	14	544
3	322	9	424	15	601
4	355	10	433	16	587
5	346	11	470	17	644
6	379	12	481	18	660

- a. Emplee el suavizamiento exponencial con $\alpha = 0.3, 0.4$, y 0.5 . ¿Con cuál de estos valores de α obtiene mejores pronósticos?
- b. Haga un pronóstico mediante la proyección de tendencia. Dé el valor del CME.
- c. ¿Qué método de pronóstico le recomendaría usted al administrador? ¿Por qué?
33. La tienda departamental Mayfair, que se encuentra en Davenport, Iowa (Estados Unidos), necesita determinar la pérdida de ventas que tuvo durante los meses de julio y agosto, en los que tuvo que cerrar a causa de los daños sufridos por el desbordamiento del río Mississippi. A continuación se presentan los datos de las ventas desde enero hasta junio.

Mes	Ventas (\$ miles)	Mes	Ventas (\$ miles)
Enero	185.72	Abril	210.36
Febrero	167.84	Mayo	255.57
Marzo	205.11	Junio	261.19

- a. Emplee el suavizamiento exponencial con $\alpha = 0.4$ y obtenga un pronóstico para julio y agosto. (*Sugerencia:* para obtener el pronóstico para agosto, emplee el pronóstico para julio como ventas reales de julio.) Dé un comentario sobre el uso del suavizamiento exponencial para pronosticar más de un periodo futuro.
- b. Use la proyección de tendencia para pronosticar las ventas en julio y agosto.
- c. La aseguradora de Mayfair propuso una liquidación de \$240 000 por la pérdida de las ventas de julio y agosto. ¿Es una cantidad justa? Si no es así, ¿qué cantidad recomendaría usted como contraoferta?
34. Canton Supplies, Inc., es una empresa de servicios que emplea a 100 individuos, aproximadamente. A los gerentes de la empresa les preocupa el cumplimiento de sus obligaciones en efecti-

vo por lo que desean obtener un pronóstico de los requerimientos mensuales de efectivo. Debido a un cambio reciente en la política de operación, únicamente se consideran relevantes los últimos siete meses. A partir de la proyección de tendencia y los datos históricos siguientes, pronostique los requerimientos de efectivo en los dos próximos meses.

Mes	1	2	3	4	5	6	7
Efectivo requerido (\$ miles)	205	212	218	224	230	240	246

35. A continuación se presentan los saldos mínimos promedio en cuentas de cheques que pagan intereses para evitar tener que pagar cargos; éstos fueron los saldos mínimos vigentes desde el año 2000 hasta el año 2006 (*USA Today*, 6 de diciembre de 2005).

Fecha	Saldo (\$)
Primavera 2000	1 522.41
Otoño 2000	1 659.63
Primavera 2001	1 678.34
Otoño 2001	1 707.55
Primavera 2002	1 767.36
Otoño 2002	1 866.17
Primavera 2003	2 015.04
Otoño 2003	2 257.82
Primavera 2004	2 425.83
Otoño 2004	2 086.93
Primavera 2005	2 295.85
Otoño 2005	2 294.61

- a. Grafique esta serie de tiempo. ¿Parece haber una tendencia lineal?
 - b. Obtenga la ecuación de tendencia lineal para esta serie de tiempo.
 - c. Utilice la ecuación de tendencia para pronosticar el saldo promedio mínimo para evitar pagar recargos en la primavera de 2006.
36. La empresa Costello Music tiene cinco años de existencia. En este lapso las ventas de pianos aumentaron de 12 pianos en el primer año a 76 pianos en el último año. Fred Costello, el dueño de la empresa, desea pronosticar la venta de pianos del año próximo. A continuación se presentan los datos históricos.

Año	1	2	3	4	5
Ventas	12	28	34	50	76

- a. Grafique esta serie de tiempo. ¿Parece seguir una tendencia lineal?
 - b. Obtenga la ecuación para el componente de tendencia de esta serie de tiempo. ¿Cuál es el crecimiento anual promedio que ha tenido la empresa?
37. Durante los últimos siete años, la empresa Hudson Marine ha sido distribuidor autorizado de los radios náuticos de C&D. En la tabla siguiente se da el número de radios vendidos por año por esa empresa.

Año	1	2	3	4	5	6	7
Número vendido	35	50	75	90	105	110	130

- a. Trace la gráfica de esta serie de tiempo.
 - b. Obtenga la ecuación de tendencia lineal de esta serie de tiempo.
 - c. A partir de la ecuación de tendencia lineal obtenida en el inciso b pronostique las ventas anuales del año 8.
38. La League of American Theatres and Producers, Inc., recaba diversos datos estadísticos sobre los espectáculos que se presentan en Broadway, como ingreso bruto, tiempo que se mantiene el es-

pectáculo en escena y número de producciones nuevas. En la tabla siguiente se presenta la audiencia, por temporada (en millones), en los espectáculos de Broadway desde 1990 hasta 2001 (*The World Almanac*, 2002).

Temporada	Audiencia (en millones)	Temporada	Audiencia (en millones)
1990-1991	7.3	1996-1997	10.6
1991-1992	7.4	1997-1998	11.5
1992-1993	7.9	1998-1999	11.7
1993-1994	8.1	1999-2000	11.4
1994-1995	9.0	2000-2001	11.9
1995-1996	9.5		

- a. Trace la gráfica de esta serie de tiempo y diga si es adecuado considerar que hay una tendencia lineal.
 - b. Dé la ecuación para el componente de tendencia lineal de esta serie de tiempo.
 - c. En esta serie de tiempo, ¿cuál es el incremento promedio, por temporada, que hay en la audiencia?
 - d. Emplee la ecuación de tendencia para pronosticar la audiencia en la temporada 2001- 2002.
39. En los últimos 25 años, la United States Golf Association (USGA) ha probado miles de pelotas de golf para ver si satisfacen los requerimientos de distancia. En la tabla siguiente se presenta el número de pelotas de golf probadas anualmente por la USGA desde 1992 hasta 2002 (*Golf Journal*, octubre de 2002).

Año	Número	Año	Número
1992	465	1997	919
1993	602	1998	916
1994	646	1999	861
1995	755	2000	834
1996	807	2001	821

- Grafique esta serie de tiempo y haga un comentario si observa una tendencia lineal. ¿Qué tipo de función cree usted que sería la más adecuada para el patrón de tendencia que se observa en esta serie?
40. Regrese al ejercicio 37 sobre la empresa Hudson Marine. Suponga que las ventas trimestrales en los siete años de datos históricos son las siguientes.

Año	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4	Total de ventas anuales
1	6	15	10	4	35
2	10	18	15	7	50
3	14	26	23	12	75
4	19	28	25	18	90
5	22	34	28	21	105
6	24	36	30	20	110
7	28	40	35	27	130

- a. Para esta serie dé los promedios móviles de cuatro trimestres. En una misma gráfica, trace tanto la serie de tiempo original como la serie de promedios móviles.
- b. Calcule el índice estacional de los cuatro trimestres.
- c. ¿Cuándo la empresa Hudson Marine experimenta el mayor efecto estacional? ¿Es razonable? Explique.

41. Vuelva al ejercicio 36 que trata de la empresa Costello Music. A continuación se presentan los datos de las ventas trimestrales.

Año	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4	Ventas anuales totales
1	4	2	1	5	12
2	6	4	4	14	28
3	10	3	5	16	34
4	12	9	7	22	50
5	18	10	13	35	76

- a. Calcule los índices estacionales de los cuatro trimestres.
 b. ¿Cuándo experimenta el mayor efecto estacional? ¿Es razonable? Explique.
42. Vuelva a los datos de la empresa Hudson Marine presentados en el ejercicio 40.
 a. Desestacionalice los datos y emplee la serie de tiempo desestacionalizada para determinar la tendencia.
 b. Emplee los resultados del inciso a para obtener un pronóstico trimestral para el año próximo a partir de la tendencia.
 c. Emplee los índices estacionales obtenidos en el ejercicio 40 para ajustar los pronósticos obtenidos en el inciso b de acuerdo con los efectos estacionales.
43. Regrese al ejercicio 41 sobre la empresa Costello Music.
 a. Desestacionalice los datos y emplee la serie de tiempo desestacionalizada para determinar la tendencia.
 b. Con los resultados del inciso a obtenga un pronóstico trimestral para el año próximo con base en la tendencia.
 c. Emplee los índices estacionales obtenidos en el ejercicio 41 para ajustar los pronósticos obtenidos en el inciso b de acuerdo con los efectos estacionales.

Caso problema 1 Pronóstico para las ventas de alimentos y bebidas

El restaurante Vintage, en la Isla Captiva, cerca de Fort Myers, Florida, es operado por su dueña Karen Payne. Este restaurante acaba de cumplir tres años de funcionamiento. Durante este tiempo, Karen ha tratado de que el restaurante se dé a conocer como un establecimiento de alta calidad, especializado en mariscos frescos. Gracias al esfuerzo de Karen y su equipo, este restaurante se ha convertido en uno de los restaurantes mejores y de mayor crecimiento de la isla.

Karen considera que para planear el crecimiento del restaurante en el futuro, necesita elaborar un sistema que le permita pronosticar las ventas mensuales de alimentos y bebidas con hasta un año de anticipación. Karen ha reunido los datos siguientes sobre las ventas totales de alimentos y bebidas (dados en miles de dólares) durante estos tres años de funcionamiento.

Mes	Primer año	Segundo año	Tercer año
Enero	242	263	282
Febrero	235	238	255
Marzo	232	247	265
Abril	178	193	205
Mayo	184	193	210
Junio	140	149	160
Julio	145	157	166
Agosto	152	161	174
Septiembre	110	122	126
Octubre	130	130	148
Noviembre	152	167	173
Diciembre	206	230	235

Informe administrativo

Analice estos datos del restaurante Vintage. Redacte un informe para Karen en el que resuma sus hallazgos, pronósticos y sugerencias. El informe debe contener:

1. Una gráfica de la serie de tiempo.
2. El análisis de la estacionalidad de los datos. Indique el índice estacional para cada mes y comente sobre las ventas mensuales en las estaciones baja y alta.
3. Un pronóstico de ventas, de enero a diciembre, para el cuarto año.
4. Una sugerencia de cuándo deben actualizarse los datos de manera que se tomen en cuenta los nuevos datos de las ventas.
5. En un apéndice muestre todos los detalles de los cálculos.

Suponga que en enero del cuarto año las ventas resultan ser de \$295 000. ¿De cuánto fue su error de pronóstico? Si este error es grande, a Karen le desconcertará esta diferencia entre su pronóstico y las ventas reales. ¿Qué puede hacer para despejar sus dudas sobre el procedimiento de pronóstico?

Caso problema 2 Pronóstico de pérdidas de ventas

La tienda de departamentos Carlson sufrió severos daños con la llegada del huracán del 31 de agosto de 2006. La tienda tuvo que permanecer cerrada cuatro meses (desde septiembre de 2006 hasta diciembre de 2006) y ahora se encuentra inmersa en una disputa, con su aseguradora, sobre el monto de las ventas perdidas durante el tiempo que permaneció cerrada. Los dos puntos más importantes a resolver son: 1) el monto de las ventas que hubiera hecho Carlson si no hubiera ocurrido el huracán y 2) si Carlson debe recibir una compensación por las ventas extra debidas al aumento de la actividad comercial después del huracán. El condado recibió más de 8 mil millones de dólares en ayuda federal para desastres y por el pago de seguros, lo que produjo un aumento de las ventas en tiendas departamentales y en muchos otros negocios.

En la tabla 18.13 se presentan los datos de las ventas de Carlson en los 48 meses antes del huracán. En la tabla 18.14 aparece el total de ventas en todas las tiendas departamentales en los 48 meses antes del huracán, así como el total de ventas en el condado en los cuatro meses en que estuvo cerrada la tienda departamental Carlson. Los gerentes de Carlson le piden a usted que analice estos datos y obtenga una estimación de la pérdida en ventas que sufrió Carlson en los cuatro meses que estuvo cerrada, de septiembre a diciembre de 2006. También le piden que determine

TABLA 18.13 VENTAS DE LA TIENDA DEPARTAMENTAL CARLSON DESDE SEPTIEMBRE DE 2002 HASTA AGOSTO DE 2006 (\$ MILLONES)

Mes	2002	2003	2004	2005	2006
Enero		1.45	2.31	2.31	2.56
Febrero		1.80	1.89	1.99	2.28
Marzo		2.03	2.02	2.42	2.69
Abril		1.99	2.23	2.45	2.48
Mayo		2.32	2.39	2.57	2.73
Junio		2.20	2.14	2.42	2.37
Julio		2.13	2.27	2.40	2.31
Agosto		2.43	2.21	2.50	2.23
Septiembre	1.71	1.90	1.89	2.09	
Octubre	1.90	2.13	2.29	2.54	
Noviembre	2.74	2.56	2.83	2.97	
Diciembre	4.20	4.16	4.04	4.35	

TABLA 18.14 VENTAS EN LAS TIENDAS DEPARTAMENTALES DEL CONDADO, DESDE SEPTIEMBRE DE 2002 HASTA DICIEMBRE DE 2006 (\$ MILLONES)

Mes	2002	2003	2004	2005	2006
Enero		46.8	46.8	43.8	48.0
Febrero		48.0	48.6	45.6	51.6
Marzo		60.0	59.4	57.6	57.6
Abril		57.6	58.2	53.4	58.2
Mayo		61.8	60.6	56.4	60.0
Junio		58.2	55.2	52.8	57.0
Julio		56.4	51.0	54.0	57.6
Agosto		63.0	58.8	60.6	61.8
Septiembre	55.8	57.6	49.8	47.4	69.0
Octubre	56.4	53.4	54.6	54.6	75.0
Noviembre	71.4	71.4	65.4	67.8	85.2
Diciembre	117.6	114.0	102.0	100.2	121.8

si se puede solicitar un pago por las ventas extras relacionadas con el huracán. Si se puede solicitar este pago, Carlson debe recibir una compensación por lo que hubiera ganado por las ventas extras además de sus ventas normales.

Informe administrativo

Redacte un informe para los directivos de la tienda departamental Carlson, en el que resuma sus hallazgos, sus pronósticos y sus sugerencias. El informe debe contener:

1. Una estimación de las ventas que se hubieran hecho de no haber habido huracán.
2. Una estimación de las ventas en las tiendas de departamentos de todo el condado si no se hubiera presentado el huracán.
3. Una estimación de la pérdida en ventas que sufrió la tienda departamental Carlson desde septiembre hasta diciembre de 2006.

Además, use las ventas reales en las tiendas departamentales de todo el condado, de septiembre a diciembre de 2006, y la estimación de la parte 2 para solicitar una indemnización por las ventas extra relacionadas con el huracán.

Apéndice 18.1 Pronósticos con Minitab

En este apéndice se muestra el uso de Minitab para hacer pronósticos con tres métodos de pronóstico: promedios móviles, suavizamiento exponencial y proyección de tendencia.

Promedios móviles

Para mostrar cómo usar Minitab para obtener pronósticos mediante el método de promedios móviles se emplearán los datos presentados en la tabla 18.1 y en la figura 18.5 de la serie de tiempo de las ventas de gasolina. Los datos de las ventas de gasolina en las 12 semanas se ingresan en la columna 2 de la hoja de cálculo. Para obtener un pronóstico para la semana 13, para promedios móviles de tres semanas, se siguen los pasos que se presentan a continuación.

- Paso 1.** Seleccionar el menú Stat
- Paso 2.** Elegir Time Series
- Paso 3.** Elegir Moving Average

Paso 4. Cuando aparezca el cuadro de diálogo Moving Average:

- Ingresa C2 en el cuadro **Variable**
- Ingresa 3 en el cuadro **MA length**
- Seleccionar **Generate forecasts**
- Ingresa 1 en el cuadro **Number of forecasts**
- Ingresa 12 en el cuadro **Starting from origin**
- Clic en **OK**

En la ventana de la sesión aparecerá el pronóstico para la semana 13 obtenido mediante promedios móviles de tres semanas. En los resultados de Minitab, el cuadrado medio debido al error, que es 10.22 aparece junto al rótulo MSD. Minitab cuenta con otras muchas opciones para dar los resultados, como dar una tabla resumen similar a la tabla 18.2 o una gráfica similar a la de la figura 18.6.

Suavizamiento exponencial



Para mostrar cómo usar Minitab para obtener pronósticos mediante el método de suavizamiento exponencial se emplearán nuevamente los datos presentados en la tabla 18.1 y en la figura 18.5 de la serie de tiempo de las ventas de gasolina. Los datos de las ventas de gasolina, en las 12 semanas, se ingresan en la columna 2 de la hoja de cálculo. Para obtener un pronóstico para la semana 13, usando como constante de suavizamiento $\alpha = 0.2$, se siguen los pasos que se presentan a continuación.

Paso 1. Seleccionar el menú **Stat**

Paso 2. Elegir **Time Series**

Paso 3. Elegir **Single Exp Smoothing**

Paso 4. Cuando aparezca el cuadro de diálogo Single Exp Smoothing:

- Ingresa C2 en el cuadro **Variable**
- Seleccionar la opción **Use** como Weight to Use in Smoothing
- Ingresa 0.2 en el cuadro **Use**
- Seleccionar **Generate forecasts**
- Ingresa 1 en el cuadro **Number of forecasts**
- Ingresa 12 en el cuadro **Starting from origin**
- Seleccionar **Options**

Paso 5. Cuando aparezca el cuadro de diálogo Single Exp Smoothing – Options:

- Ingresa 1 en el cuadro **Use average of first**
- Clic en **OK**

Paso 6. Cuando aparezca el cuadro de diálogo Single Exp Smoothing:

- Clic en **OK**

En la ventana de la sesión aparecerá el pronóstico para la semana 13 obtenido mediante suavizamiento exponencial. En los resultados de Minitab, el cuadrado medio del error aparece junto al rótulo MSD.* Minitab cuenta con otras muchas opciones para presentar los resultados, como dar una tabla resumen similar a la tabla 18.3 o una gráfica similar a la figura 18.7.

Proyección de tendencia



Para mostrar cómo usar Minitab para obtener pronósticos mediante la proyección de tendencia se emplearán los datos, presentados en la tabla 18.6 y en la figura 18.8, correspondientes a la serie de tiempo de las ventas de bicicletas. En la columna C1 se ingresa el número de años y en C2 los datos de las ventas. Para obtener un pronóstico para el año 11, emplee la proyección de tendencia, se siguen los pasos que se presentan a continuación.

*El valor MSD que da Minitab no es el mismo que el valor CME que parece en la tabla 18.4. Minitab usa el 17 como pronóstico para la semana 1, así que, para calcular el valor de MSD usa los datos de los 12 períodos de tiempo. En cambio, en la sección 18.2 el valor del CME se calculó empleando únicamente los datos desde las semanas 2 hasta 12, debido a que no se contaba con un valor pasado con el cual obtener un pronóstico para la semana 1.

Paso 1. Seleccionar el menú **Stat**

Paso 2. Elegir **Time Series**

Paso 3. Elegir **Trend Analysis**

Paso 4. Cuando aparezca el cuadro de diálogo Trend Analysis:

Ingresar C2 en el cuadro **Variable**

Elegir **Linear** como Model Type

Seleccionar **Generate forecasts**

Ingresar 1 en el cuadro **Number of forecasts**

Ingresar 10 en el cuadro **Starting from origin**

Clic en **OK**

En la ventana de la sesión aparecerá la ecuación de tendencia lineal y el pronóstico para el período siguiente.

Apéndice 18.2 Pronósticos con Excel

En este apéndice se muestra el uso de Excel para hacer pronósticos empleando tres métodos de pronóstico: promedios móviles, suavizamiento exponencial y proyección de tendencia.

Promedios móviles



Para mostrar cómo usar Excel para obtener pronósticos mediante el método de promedios móviles se emplearán los datos presentados en la tabla 18.1 y en la figura 18.5 pertenecientes a la serie de tiempo de las ventas de gasolina. Los datos de las ventas de gasolina en las 12 semanas se ingresan en los renglones 2 a 13 de la columna B de la hoja de cálculo. Para obtener un promedio móvil de tres semanas, se siguen los pasos que se presentan a continuación.

Paso 1. Seleccionar el menú **Herramientas**

Paso 2. Elegir **Análisis de datos**

Paso 3. Elegir **Media móvil** en la lista Funciones para análisis

Clic en **Aceptar**

Paso 4. Cuando aparezca el cuadro de diálogo Media móvil:

Ingresar B2:B13 en el cuadro **Rango de entrada**

Ingresar 3 en el cuadro **Intervalo**

Ingresar C2 en el cuadro **Rango de salida**

Clic en **Aceptar**

En la columna B de la hoja de cálculo aparecerán los pronósticos obtenidos mediante promedios móviles de tres semanas. También se pueden obtener pronósticos para períodos de una longitud distinta ingresando otro valor en el cuadro **Intervalo**.

Suavizamiento exponencial



Para mostrar cómo usar Excel para obtener pronósticos mediante el método de suavizamiento exponencial se emplearán nuevamente los datos presentados en la tabla 18.1 y en la figura 18.5 de la serie de tiempo de las ventas de gasolina. Los datos de las ventas de gasolina en las 12 semanas se ingresan en los renglones 2 a 13 de la columna B de la hoja de cálculo. Para obtener un pronóstico con la constante de suavizamiento $\alpha = 0.2$, se siguen los pasos que se presentan a continuación.

Paso 1. Seleccionar el menú **Herramientas**

Paso 2. Elegir **Análisis de datos**

Paso 3. Elegir **Suavizamiento exponencial** en la lista Funciones para análisis

Clic en **Aceptar**

Paso 4. Cuando aparezca el cuadro de diálogo Suavizamiento exponencial:

Ingresar B2:B13 en el cuadro **Rango de entrada**

Ingresar 0.8 en el cuadro **Factor de suavizamiento**

Ingresar C2 en el cuadro **Rango de salida**

Clic en **Aceptar**

En la ventana de la sesión aparecerán los pronósticos obtenidos mediante suavizamiento exponencial. Observe que el valor ingresado como Factor de suavizamiento es $1 - \alpha$; para obtener pronósticos con otras constantes de suavizamiento es necesario ingresar un valor diferente para $1 - \alpha$ en el cuadro para el Factor de suavizamiento.

Proyección de tendencia



Para mostrar cómo usar Excel para la proyección de tendencia se emplearán los datos, presentados en la tabla 18.6 y en la figura 18.8, correspondientes a la serie de tiempo de las ventas de bicicletas. Los datos, con sus correspondientes rótulos en el renglón 1, se ingresan en los renglones 1 a 11 de las columnas A y B. Para obtener un pronóstico para el año 11 con la proyección de tendencia se siguen los pasos que se presentan a continuación.

Paso 1. Seleccionar cualquier celda vacía de la hoja de cálculo

Paso 2. Seleccionar el menú **Insertar**

Paso 3. Elegir **Función**

Paso 4. Cuando aparezca el cuadro de diálogo Pegar función

Elegir **Estadísticas** del cuadro Categoría de la función

Elegir **Pronóstico**, del cuadro Nombre de la función

Clic en **OK**

Paso 5. Cuando aparezca el cuadro de diálogo Pronóstico

Ingresar 11 en el cuadro **x**

Ingresar B2:B11 en el cuadro **Conocido_y**

Ingresar A2:A11 en el cuadro **Conocido_x**

Clic en **OK**

El pronóstico para el año 11, en este caso, 32.5, aparecerá en la celda elegida en el paso 1.