

# Material de apoyo - Cálculo Multivariable 3

David Gabriel Corzo Mcmath

2020-01-06

# Índice general

<b>I</b>	<b>Cronograma</b>	<b>3</b>
<b>1.</b>	<b>Cronograma #00</b>	<b>4</b>
<b>2.</b>	<b>Cronograma #01</b>	<b>9</b>

Parte I

**Cronograma**

# Capítulo 1

Cronograma #00

# CÁLCULO MULTIVARIABLE 1er Semestre 2020

## 1. Información General del Curso

### Libro de Texto:

- Stewart, James. [Cálculo. Trascendentes Tempranas](#). Octava Edición. Cengage Learning. México, 2013. ISBN: 978-607-526-548-3
- Ketelaar, Christiaan. [Cálculo Multivariable. Cuaderno de Trabajo](#). Editorial Arjé. 2018. ISBN: 978-1720958307.
- Cualquier otro texto de Cálculo (Leithold, Thomas y Anton) se puede utilizar como texto de apoyo.

### Requisito: Cálculo Integral

Se recomienda utilizar una calculadora ó un software como Desmos o Geogebra para realizar ejercicios y laboratorios.

## 2. Descripción del Curso

El curso comprende cuatro unidades: en la primera se abordan los vectores y la geometría del espacio; en la segunda se tratan las funciones vectoriales, la tercera es acerca de las derivadas parciales y sus aplicaciones; por último, la cuarta unidad comprende las integrales múltiples y sus diversas aplicaciones. Para lograr comprender estos temas, es necesario que el estudiante comprenda los temas de Cálculo Diferencial e Integral.

Este curso está organizado en línea por medio de la plataforma MiU. En esta plataforma voy a hacer anuncios, mantener comunicación electrónica y publicar materiales del curso como notas de clase, laboratorios, soluciones de exámenes, etc.

## 3. Objetivos

**Objetivo General:** Proporcionar al estudiante una sólida base conceptual y práctica en el cálculo multivariable que le permita profundizar en las áreas de su competencia y estar capacitado para abordar áreas afines.

### Objetivos Específicos

- Entender el concepto de un vector, operaciones vectoriales y aplicaciones de los vectores.
- Conocer y resolver problemas que involucren funciones vectoriales.
- Conocer el concepto de derivadas parciales y aplicarlas para resolver problemas aplicados a la ingeniería.
- Resolver problemas de optimización de varias variables y con restricciones.
- Conocer el concepto de integrales múltiples y aplicarlas en diversos contextos de ingeniería.

## 4. Evaluación

Se impartirán clases teóricas 2 días por semana y un día de laboratorio.

El curso tiene dos modalidades de evaluación. En la Modalidad A se realizan ejercicios en WebAssign de 5 pts. para tener un final de 20 pts, mientras que en la Modalidad B no se realizan ejercicios de WebAssign y se tiene un final de 25 pts.

Actividad	Modalidad A	Modalidad B
Exámenes Cortos (9)	9 %	9
Laboratorios (10)	10 %	10
Ejercicios WebAssign	5 %	0
Exámenes Parciales (4)	56 %	56
Examen Final	20 %	25
<b>TOTAL</b>	<b>100 %</b>	<b>100</b>

**Ejercicios WebAssign:** Cada semana se estarán subiendo ejercicios de WebAssign los cuales se deben realizar y entregar en línea.

**Exámenes Cortos:** Los exámenes cortos se pueden programar durante la sesión de laboratorio o los días martes durante la clase. El contenido de estos exámenes consistirá de los temas de clase, hojas de trabajo y laboratorios vistos en los días anteriores. Previo a los exámenes parciales, los exámenes cortos consistirán de exámenes parciales de simulacro de 1 hora que se realizarán durante la sesión de laboratorio. Van a haber más de diez exámenes cortos, por lo que sólo las nueve notas más altas entre todos los cortos se tomarán en cuenta.

**Laboratorios:** Durante la sesión de laboratorio semanal, los estudiantes completarán una serie de ejercicios sobre temas que se vieron en la semana anterior de clases. El estudiante deberá trabajar su laboratorio de manera individual pero puede recibir ayuda por parte del instructor. Van a haber más de 10 laboratorios, por lo que sólo los 10 notas más altas se tomarán en cuenta.

**Exámenes Parciales:** Van a haber tres exámenes parciales en las fechas y horarios listadas abajo. Los contenidos específicos de cada examen parcial serán anunciados con anticipación.

Examen Parcial 1: Miércoles, 19 de febrero, 2:30 PM

Examen Parcial 2: Miércoles, 18 de marzo, 2:30 PM

Examen Parcial 3: Viernes, 3 de abril, 11:30 AM

Examen Parcial 4: Jueves, 7 de mayo, 11:30 AM

Examen Final: Jueves, 14 de mayo,

Una vez entregado el examen parcial el estudiante tiene un período posterior de 2 DÍAS para solicitar la revisión del mismo.

## 5. Temas

1. Vectores y Geometría en el Espacio
2. Funciones Vectoriales
3. Derivadas Parciales
4. Integrales Múltiples

Algunos temas se pueden presentar en un orden diferente o con un enfoque diferente al del libro de texto (Consulte el cronograma tentativo en la página 3.)

### CRONOGRAMA

Sesión	Día	Fecha	Tema
01	Mar	07 Ene	12.1.1 Sistemas 3-D y Planos
02	Jue	09 Ene	12.1.2 Distancias y Superficies Básicas
03	Mar	14 Ene	12.2 Vectores
04	Jue	16 Ene	12.3 Producto Punto
05	Mar	21 Ene	12.4 Producto Cruz
06	Jue	23 Ene	12.5 Ecuaciones de Rectas y Planos
07	Mar	28 Ene	13.1 Funciones vectoriales y curvas en el espacio
08	Jue	30 Ene	13.2 Derivadas e integrales de funciones vectoriales
09	Mar	04 Feb	13.4 Movimiento en el espacio: velocidad y aceleración
10	Jue	06 Feb	13.3 Longitud de arco
11	Mar	11 Feb	14.1 Funciones de Varias Variables
12	Jue	13 Feb	12.6 Superficies Cuádricas
13	Mar	18 Feb	Repaso
	Mie	19 Feb	<b>EXAMEN PARCIAL 1</b>
14	Jue	20 Feb	14.3 Derivadas Parciales
15	Mar	25 Feb	14.4 Planos Tangentes y Aproximaciones Lineales
16	Jue	27 Mar	14.5 Regla de la Cadena
17	Mar	03 Mar	14.6 Derivadas Direccionales y Gradientes
18	Jue	05 Mar	14.7 Valores Máximos y mínimos
19	Mar	10 Mar	14.8 Multiplicadores de Lagrange
20	Jue	12 Mar	14.8 Multiplicadores de Lagrange
21	Mar	17 Mar	Repaso
	Mie	18 Mar	<b>EXAMEN PARCIAL 2</b>
22	Jue	19 Mar	15.1 Integrales Dobles
23	Mar	24 Mar	15.2 Integrales Iteradas
24	Jue	26 Mar	15.3 Integrales Dobles sobre regiones generales
25	Mar	31 Mar	15.4 Integrales Dobles coordenadas polares
26	Jue	02 Abr	Repaso
	Vie	03 Abr	<b>EXAMEN PARCIAL 3</b>
			Semana Santa 6-10 abril
27	Mar	14 Abr	15.6 Área Superficial
28	Jue	16 Abr	15.7 Integrales Triples Cartesianas
29	Mar	21 Abr	15.8 Integrales Triples Cilíndricas
30	Jue	23 Abr	15.8 Integrales Triples Cilíndricas
31	Mar	28 Abr	15.9 Integrales Triples Esféricas
32	Jue	30 Abr	15.9 Integrales Triples Esféricas
33	Mar	05 May	Repaso
34	Jue	07 May	<b>EXAMEN PARCIAL 4</b>
	Jue	14 May	<b>EXAMEN FINAL</b>

## 6. Políticas del Curso

- **Cambio de Fechas:** Cualquier cambio a las fechas y contenidos de los exámenes será notificada por escrito por parte del catedrático.
- **Exámenes Cortos o Laboratorios:** No habrá reposición de exámenes cortos o laboratorios en caso el estudiante se ausente estos días.
- **Exámenes Extemporáneos:** En caso de una ausencia a un examen parcial o final, ésta deberá ser debidamente justificada por el estudiante y el estudiante deberá solicitar un examen extemporáneo en la Facultad de Ciencias Económicas. Posteriormente el estudiante y el catedrático deberán acordar una fecha para realizar el examen extemporáneo.
- **Derecho a Examen Final:** Para tener derecho a examen final el estudiante deberá tener una zona de por lo menos 41 puntos.
- **Exoneración de Examen Final:** Para que un estudiante sea exonerado del examen final debe tener una zona mayor o igual a 74 puntos (no se redondearán zonas entre 73.5 y 73.9 puntos), ó de 70 pts si su zona es de 75 pts.. La exoneración consistirá en una nota de examen final correspondiente a 18 puntos. En caso un estudiante exonerado quiera optar a un punteo mayor en el examen final, puedo realizarlo pero pierde el derecho de exoneración al entregar el examen final).
- **Aprobación del Curso:** Para aprobar el curso el estudiante deberá tener una nota final mayor a igual a 61 puntos (no se redondearán notas finales entre 60.5 y 60.9 puntos). Una vez publicadas las notas finales, el estudiante puede solicitar una revisión de examen final en la Facultad de Ciencias Económicas.
- Puede haber algunos temas que el catedrático pueda asignar para que sean estudiados por cuenta del estudiante, dicho material también se evaluará.

*El programa de este curso está sujeto a cambios.*



# Capítulo 2

Cronograma #01

davidcorzo@ufm.edu  
([sign out](#))

Home

My Assignments

Grades

Communication

Calendar

My eBooks

← MC 113, section A, Spring 2020

INSTRUCTOR

Christiaan  
Ketelaar  
Universidad  
Francisco Marroquin

# 14.5 Regla Cadena y Derivaci3n Implícita (Homework)

## Current Score

QUESTION	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
POINTS	1/1	1/1	2/2	2/2	1/1	2/0	1/1	1/1	1/1	2/0	1.2/0	2.5/2.5	1/1
	✓	✓	✓	✓	✓	★	✓	✓	✓	★	★	✓	✓

TOTAL SCORE

18.7/13.5138.5%

Due Date Past Due

SUN, APR 5, 2020  
11:59 PM CST

Request Extension

## Assignment Submission & Scoring

### Assignment Submission

For this assignment, you submit answers by question parts. The number of submissions remaining for each question part only changes if you submit or change the answer.

### Assignment Scoring

Your last submission is used for your score.

The due date for this assignment has passed.

Your work can be viewed below, but no changes can be made.

**Important!** Before you view the answer key, decide whether or not you plan to request an extension. Your Instructor may not grant you an extension if you have viewed the answer key. Automatic extensions are not granted if you have viewed the answer key.

Request Extension

1. 1/1 POINTS PREVIOUS ANSWERS SCALCET8 14.5.001.

MY NOTES

ASK YOUR TEACHER

Use the Chain Rule to find  $dz/dt$ .

$$z = xy^9 - x^2y, \quad x = t^2 + 1, \quad y = t^2 - 1$$
$$\frac{dz}{dt} = 2ty^9 - 4txy + 18ty^8x - 2tx^2$$

Need Help? Talk to a Tutor

2. 1/1 POINTS PREVIOUS ANSWERS SCALCET8 14.5.005.

MY NOTES

ASK YOUR TEACHER

Use the Chain Rule to find  $dw/dt$ .

$$w = xe^{y/z}, \quad x = t^5, \quad y = 4 - t, \quad z = 2 + 3t$$
$$\frac{dw}{dt} = 5t^4e(yz) - xe(yz)z - 3xe(yz)y^2z$$

Need Help? Watch It Talk to a Tutor

3. 2/2 POINTS PREVIOUS ANSWERS SCALCET8 14.5.012.

MY NOTES

ASK YOUR TEACHER

Use the Chain Rule to find  $\partial z/\partial s$  and  $\partial z/\partial t$ .

$$z = \tan(u/v), \quad u = 9s + 5t, \quad v = 5s - 9t$$
$$\frac{\partial z}{\partial s} = 9\sec^2(uv-1)v-1-5\sec^2(uv-1)uv-2$$
$$\frac{\partial z}{\partial t} = 5\sec^2(uv-1)v-1+9\sec^2(uv-1)uv-2$$

Need Help? Talk to a Tutor

4. 2/2 POINTS PREVIOUS ANSWERS SCALCET8 14.5.023.

MY NOTES

ASK YOUR TEACHER

Use the Chain Rule to find the indicated partial derivatives.

$$w = xy + yz + zx, \quad x = r \cos(\theta), \quad y = r \sin(\theta), \quad z = r\theta;$$
$$\frac{\partial w}{\partial r}, \frac{\partial w}{\partial \theta} \text{ when } r = 6, \theta = \frac{\pi}{2}$$
$$\frac{\partial w}{\partial r} = 6n$$
$$\frac{\partial w}{\partial \theta} = -18n$$

Need Help? Watch It Talk to a Tutor

5. 1/1 POINTS PREVIOUS ANSWERS SCALCET8 14.5.027.

MY NOTES

ASK YOUR TEACHER

Use this equation to find  $dy/dx$ .

$$4y \cos(x) = x^2 + y^2$$
$$\frac{dy}{dx} = -4y \sin(x) - 2x4 \cos(x) - 2y$$

Need Help? Watch It Talk to a Tutor

4/8/202014.5 Regla Cadena y Derivación Implícita - MC 113, section A, Spring 2020 | WebAssign

6.2/0 POINTSPREVIOUS ANSWERSSCALCET8 14.5.029.

MY NOTESASK YOUR TEACHER

Use this [equation](#) to find  $dy/dx$ .

$4 \tan^{-1}(x^2y) = x + xy^2$

$\frac{dy}{dx} =$

$-(8xy(x^2y)^2+1)-1-y^2(4x^2(x^2y)^2+1)-2xy$

Need Help? Watch ItTalk to a Tutor

7.1/1 POINTSPREVIOUS ANSWERSSCALCET8 14.5.031.

MY NOTESASK YOUR TEACHER

Use the [equations](#) to find  $\partial z/\partial x$  and  $\partial z/\partial y$ .

$x^2 + 8y^2 + 3z^2 = 1$

$\frac{\partial z}{\partial x} =$

$\frac{\partial z}{\partial y} =$

Need Help? Watch ItTalk to a Tutor

4/8/202014.5 Regla Cadena y Derivación Implícita - MC 113, section A, Spring 2020 | WebAssign

8.1/1 POINTSPREVIOUS ANSWERSSCALCET8 14.5.035.MI.

MY NOTESASK YOUR TEACHER

The temperature at a point  $(x, y)$  is  $T(x, y)$ , measured in degrees Celsius. A bug crawls so that its position after  $t$  seconds is given by  $x = \sqrt{2+t}$ ,  $y = 4 + \frac{1}{2}t$ , where  $x$  and  $y$  are measured in centimeters. The temperature function satisfies  $T_x(2, 5) = 8$  and  $T_y(2, 5) = 5$ . How fast is the temperature rising on the bug's path after 2 seconds? (Round your answer to two decimal places.)

$\frac{9}{2}$  °C/s

Need Help? Watch ItMaster ItTalk to a Tutor

9.1/1 POINTSPREVIOUS ANSWERSSCALCET8 14.5.502.XP.

MY NOTESASK YOUR TEACHER

Use the Chain Rule to find  $dz/dt$ .

$z = \cos(x + 7y)$ ,  $x = 2t^3$ ,  $y = 4/t$

$\frac{dz}{dt} =$

$-\sin(x+7y)(6t^2-28t^2)$

Need Help? Talk to a Tutor

4/8/202014.5 Regla Cadena y Derivación Implícita - MC 113, section A, Spring 2020 | WebAssign

10.2/0 POINTSPREVIOUS ANSWERSSCALCET8 14.5.509.XP.

MY NOTESASK YOUR TEACHER

If  $z = f(x, y)$ , where  $f$  is differentiable, and

$x = g(t)$   $y = h(t)$

$g(5) = -7$   $h(5) = 8$

$g'(5) = 4$   $h'(5) = -5$

$f_x(-7, 8) = 2$   $f_y(-7, 8) = -6$

find  $dz/dt$  when  $t = 5$ .

$\frac{dz}{dt} = 38$

Need Help? Watch ItTalk to a Tutor

11.1.2/0 POINTSPREVIOUS ANSWERSSCALCET8 14.5.512.XP.

MY NOTESASK YOUR TEACHER

Use the Chain Rule to find the indicated partial derivatives.

$z = x^3 + xy^4$ ,  $x = uv^4 + w^3$ ,  $y = u + ve^w$

$\frac{\partial z}{\partial u}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial v}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial w}$  when  $u = 1$ ,  $v = 1$ ,  $w = 0$

$\frac{\partial z}{\partial u} =$

$\frac{\partial z}{\partial v} =$

$\frac{\partial z}{\partial w} =$

Need Help? Watch ItTalk to a Tutor

4/8/202014.5 Regla Cadena y Derivación Implícita - MC 113, section A, Spring 2020 | WebAssign

12.2.5/2.5 POINTSPREVIOUS ANSWERSSCALCET8 14.5.AE.002.

MY NOTESASK YOUR TEACHER

[Video Example](#)

**EXAMPLE 2** The pressure  $P$  (in kilopascals), volume  $V$  (in liters), and temperature  $T$  (in kelvins) of a mole of an ideal gas are related by the equation  $PV = 8.31T$ . Find the rate at which the pressure is changing when the temperature is 200 K and increasing at a rate of 0.3 K/s and the volume is 100 L and increasing at a rate of 0.4 L/s.

**SOLUTION** If  $t$  represents the time elapsed in seconds, then at the given instant, we have

$T = 200$ ,  $dT/dt = 0.3$ ,  $V = 100$ ,  $dV/dt = 0.4$ . Since

$P = 8.31 \frac{T}{V}$

the Chain Rule gives the following. (Round your final answer to five decimal places.)

$\frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial T} \frac{dT}{dt} + \frac{\partial P}{\partial V} \frac{dV}{dt}$

$\frac{8.31}{V} \frac{dT}{dt} - \left( \frac{8.31T}{V^2} \right) \frac{dV}{dt}$

$= \frac{8.31}{100} (0.3) - \frac{8.31(200)}{100^2} (0.4)$

$= -0.04155$

The pressure is decreasing at a rate, rounded to three decimal places, of about 0.042 kPA/s.

Need Help? Talk to a Tutor

13.

1/1 POINTS

PREVIOUS ANSWERS

SCALCET8 14.5.525.XP.

MY NOTES

ASK YOUR TEACHER

Use these [equations](#) to find  $\partial z/\partial x$  and  $\partial z/\partial y$  for the following.

$$yz = 4 \ln(x + z)$$

$$z^2 - 4x + z^4x + z - y$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \text{[input box]}$$



$$z^2 - 4x + z - y$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \text{[input box]}$$



Need Help?

Talk to a Tutor

[Home](#)

[My Assignments](#)



Request Extension

Copyright © 2020 Cengage Learning, Inc. All Rights Reserved.