1. 12.1.2 Distancias y superficies básicas

- En 2-D, La distancia entre $P_1(x_1, y_i)$ & $P_2(x_2, y_2)$, se encontraba la distancia entre dos puntos estaba dada por el teorema de pitágoras.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

  Si elevamos al cuadrado ambos lados nos encontramos con la ecuación de una ciscumferencia de radio d centrada en (x_1, y_1)

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = d^2$$

- En 3-D, la diferencia entre $P_1(x_1, y_1, z_1)$ & $P_2(x_2, y_2, z_2)$, calcule la diferencia entre z_2 y z_1.

$$d = +\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad \text{Tomar la raíz positica siempre}$$

  Notación de $d = |p_2\, p_1|$
  Si elebamos al cuadrado ambos lados, resultamos con la ecuación de una esfera y ya no una circunferencia.

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = d^2 \quad \text{La ecuación de una esfera de radio r centrada en } (x_1, y_1, z_1)$$

- La esfera más utilizada es la que está centrada en el origen $(0, 0, 0)$:

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

  Radio r

2. Ejercicios

- Ejercicio 4: Encuentre el centro y radio de la esfera cuya ecuación es $x^2 + y^2 + z^2 + 8x - 6y + 4z + 4 = 0$:
  - Tener en cuenta que es como que si estuviesen desarrollando la ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ y agregando constantes.
  - Hay que **completar al cuadrado**.

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8x - 6y + 4z + 4 = 0$$
$$x^2 + 8x + \square + y^2 - 6y + \square + z^2 + 4z + \square = -4$$
$$\text{Para x: } \left(\tfrac{8}{2}\right)^2 = 16$$
$$\text{Para y: } \left(\tfrac{6}{2}\right)^2 = 9$$
$$\text{Para z: } \left(\tfrac{4}{2}\right)^2 = 4$$
$$x^2 + 8x + 16 + y^2 - 6y + 9 + z^2 + 4z + 4 = -4 + 16 + 9 + 4$$
$$(x + 4)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = \underbrace{25}_{r^2}$$
$$\therefore \text{ La esfera se enfoca en centro: } : (-4, 3, -2) \quad \text{Radio: } \sqrt{25} = 5$$

  - Tener en cuenta que $z = x^2 + y^2$ no es una esfera, es una paraboloide.

- Encontrar la distancia entre un punto y un plano coordenado, encuentre la distancia entre el punto $(1, 3, 5)$ y el plano xz.

- Vamos a estrellar ese punto contra el eje xz, la proyección del punto P sobre el plano.

$$\text{Distancia entre } \ P_1, P_2 \quad d = \sqrt{(1-0)^2+(3-0)^2+(5-5)^2}$$
$$\text{La proyección del punto (a,b,c) sobre el plano xz es el punto (a,0,c).}$$
$$\therefore \quad \text{La distancia mínima entre p y el plano es:}$$
$$d = \left|0+b^2+0\right| = |b|$$

- ¿Cuál es la distancia entre el punto (1,3,5) y el plano xy?
  - Asumo z=0

$$d_{min} = \sqrt{0+0+5^2}$$
$$d_{min} = 5$$

- Ejercicio 6: Considere los puntos $A(3,0,-4), B(9,0,0)$ Y $C(0,1,\sqrt{15})$:
  - ¿Cuáles de los siguientes puntos está más cercano al origen?
  - Hay que calcular la distancia de cada punto respecto del origen $(0,0,0)$.
  - El origen se denota como $O(0,0,0)$

$$d_{AO} = |AO|\sqrt{9+0+16} = \sqrt{25} = 5$$
$$d_{BO} = |BO| = \sqrt{81+0+0} = \sqrt{81} = 9$$
$$d_{CO}0\,|CO| = \sqrt{0+1+15} = \sqrt{16} = 4$$

  - El punto C es el más cercano al origen.

  - ¿Cuáles de los puntos están sobre el plano yz?
  - Se asume x: 0
  - A y B no están sobre el plano yz $x \neq 0$.
  - El punto C $(0,1,\sqrt{15})$ si están sobre el plano yz.