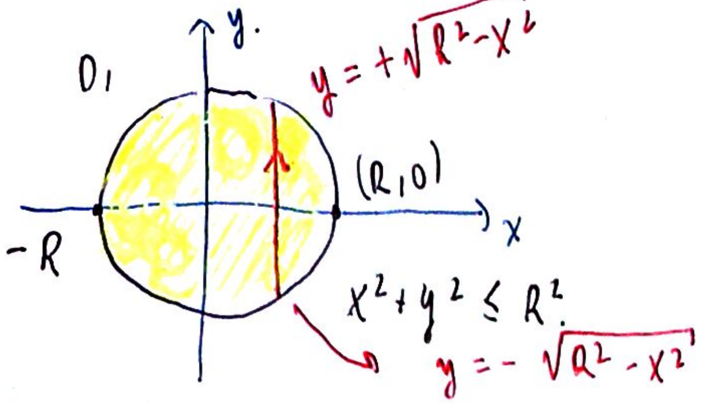
15.4 Integrales Dobles en Coordenadas Polares.

Varias superficies se integran en regiones que son discos, anillos o regiones con simetría radial.



$D_1 : \sqrt{R^2 - x^2} \leq y \leq -\sqrt{R^2 - x^2}$

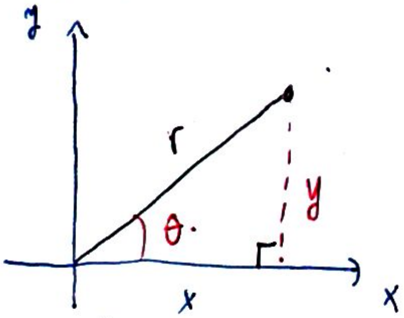
$-R \leq x \leq R.$

$D_1 = \{(x, y) \text{ tal que } 0 \leq x^2 + y^2 \leq R^2\}.$

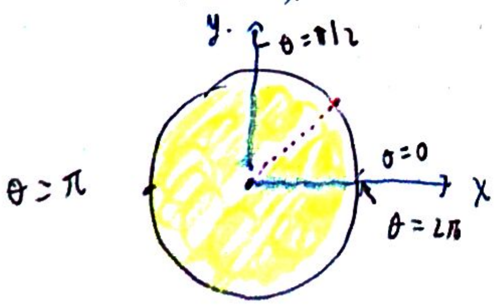
$$\iint_{D_1} f(x, y)\, dA = \int_{-R}^{R} \int_{-\sqrt{R^2 - x^2}}^{\sqrt{R^2 - x^2}} f(x, y)\, dy\, dx.$$

¿Hay alguna forma más fácil de evaluar $\iint f\, dA$?

Si, use coordenadas polares.



$y = r\sin\theta.$	$r^2 = x^2 + y^2.$
$x = r\cos\theta.$	$\tan\theta = y/x$
Polares - Cartesianas	Cartesianas a Polares
$(r, \theta) \to (x, y)$	$(x, y) \to (r, \theta).$



$x^2 + y^2 = R^2. \Rightarrow r^2 = R^2$

$r = R.$

$\left.\begin{array}{l} 0 \leq r \leq R \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi. \end{array}\right\}$ son constantes.

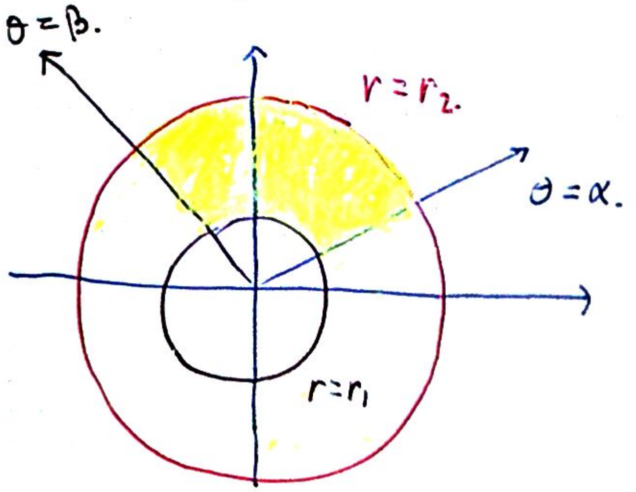
$D_1 : 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad 0 \leq r \leq R.$

$$\iint_{D_1} f(x,y)\,dA = \int_0^{2\pi}\int_0^R f(r\cos\theta, r\sin\theta)\, r\,dr\,d\theta.$$

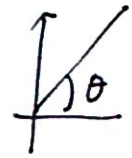
$$dA = dx\,dy = r\,d\theta\,dr$$

no. 1

Rectángulo Polar. es la región $\alpha \le \theta \le \beta$,
$r_1 \le r \le r_2$.

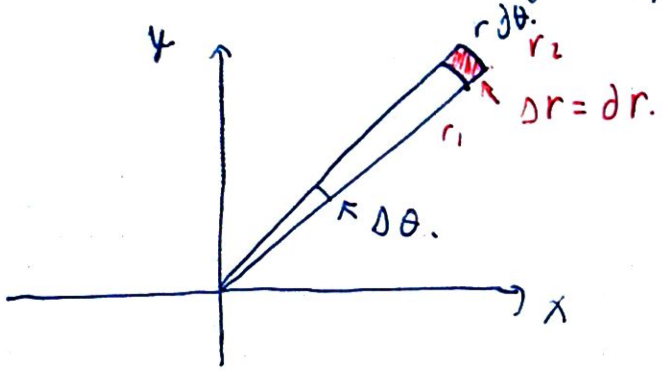


$\theta = \alpha$, $\theta = \beta$. (rayos)



"Pedazo de Pizza con la punta mordida"

Área de un rectángulo polar "infinitesimal".



orilla bien delgada.

Ancho dr.

Largo $r\,d\theta$.

Pequeña Área $dA = r\,dr\,d\theta$.

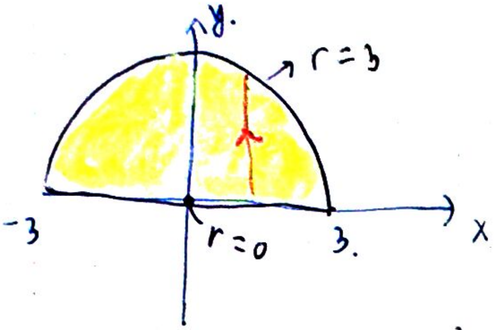
Teorema: Integrables Dobles usando coordenadas polares.

Si $f(x,y)$ es continua en el rectángulo polar
$R: \alpha \le \theta \le \beta \quad r_1 \le r \le r_2$, entonces

$$\iint_R f(x,y)\,dA = \int_\alpha^\beta \left(\int_{r_1}^{r_2} f(r\cos\theta, r\sin\theta)\, r\,dr \right) d\theta.$$

Ejercicio 1: Evalúe $\iint_R xy^2\,dA$, R

R es el semidisco superior de radio 3.



Polares	Cartesianas.
$0 \le r \le 3.$	$0 \le y \le \sqrt{9-x^2}$
$0 \le \theta \le \pi$	$-3 \le x \le 3.$

$$\iint_R xy^2\,dA = \int_{-3}^{3}\int_{0}^{\sqrt{9-x^2}} xy^2\,dy\,dx \qquad \text{Cartesianas}$$

$$I_1 = \iint_R xy^2\,dA = \int_0^3 \int_0^\pi r\cos\theta\, r^2\sin^2\theta . r\,d\theta\,dr. \qquad \text{"Polares"}$$

intercambie el orden de integración.

$$I_1 = \int_0^3 \int_0^\pi \underbrace{r^4}_{f(r)} \underbrace{\sin^2\theta\cos\theta}_{g(\theta)}\,d\theta\,dr. \qquad \text{límites de constantes}$$

$$I_1 = \left(\int_0^3 r^4\,dr\right)\left(\int_0^\pi \underbrace{\sin^2\theta}_{u^2}\ \underbrace{\cos\theta\,d\theta}_{du}\right)$$

$$I_1 = \left(\frac{1}{5}r^5\Big]_{r=0}^{r=3.}\right)\left(\frac{\sin^3\theta}{3}\Big]_{\theta=0}^{\theta=\pi}\right)$$

$$I_1 = \frac{1}{5}3^5 \cdot \frac{1}{3}(\sin^3\pi - \sin^3 0) = \frac{243}{15}\cdot 0 = 0.$$

Parcial Estadística Jueves 7:00 ó 10. jueves

Microeconomía 8:30. martes

Parcial 3, Viernes 3 de abril

Parcial 2 Aplazado. → Viernes 11:30. am.

Examen Virtual.

Temas Regla de la Cadena

Derivación Implícita.

Derivadas Direccionales. y Gradiente.

Optimización

Lagrange.

Martes 31 (Corto "Largo")

Versiones diferentes del examen

8 preguntas diferentes 4 preguntas.

Combinaciones. $_8C_4 = \frac{8!}{4!\,4!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{24} = 70.$

Se les envía por correo.

Lo resuelvan a mano, lo escanean.

y luego lo envían.

Tarea 10 → Tarea 12.

David realizó buena parte de la tarea.

Tarea 11 → 2 de abril.

Tarea 12 → Lunes 6 de abril.