# Corto #2 Cálculo Multivariable (15 min)

**Nombre:** Sección A. **Carnet:** ______

Resuelva las siguientes problemas:

1. (50 pts.) Considere los vectores $a = \langle -2, 3, -6\rangle$ y $b = \langle 1, 2, 3\rangle$. Encuentre la proyección escalar y la vectorial de **b** sobre **a**.

$\frac{b \cdot a}{a}$

comp

Escalar $\text{comp}_a b = \frac{a \cdot b}{|a|}$ Vectorial $\text{proy}_a b = \frac{a \cdot b}{|a|} \frac{a}{|a|}$

10 $a \cdot b = -2 + 6 - 18 = -14$ $|a| = \sqrt{4+9+36} = \sqrt{49} = 7.$ 10

$\text{comp}_a b = \frac{-14}{7} = -2.$ 10.

$\text{proy}_a b = -\frac{2}{7.} \langle -2, 3, -6\rangle. = \langle \frac{4}{7}, \frac{-6}{7}, \frac{12}{7} \rangle$ 20.

Aclaración tarea 2: ¿$\text{proy}_a b = \text{proy}_b a$? No. $\frac{a}{|a|} \frac{(a \cdot b)}{|a|} \neq \frac{a \cdot b}{|b|} \cdot \frac{b}{|b|}$

2. (50 pts.) Encuentre el ángulo entre los vectores $a = \langle -2, 1, 3\rangle$ y $b = \langle 1, 3, 2\rangle$.

$\cos\theta = \frac{a \cdot b}{|a||b|}$ $a \cdot b = -2 + 3 + 6 = 7$ 10

$|a| = \sqrt{4+1+9} = \sqrt{14}$ $|b| = \sqrt{14}$ 10.

$\cos\theta = \frac{7}{\sqrt{14}\sqrt{14}}$ 10.

$\cos\theta = \frac{7}{14} = \frac{1}{2.}$ 10.

$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$ ó $60°$.

| | 0 | 30 | 45 | 60 | 90 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\cos\theta$ | 1 | $\sqrt{3}/2$ | $\sqrt{2}/2$ | $1/2$ | 0 |
| $\sin\theta$ | 0 | $1/2$ | $\sqrt{2}/2$ | $\sqrt{3}/2$ | 1 |

$1/\sqrt{2}$.

Producto Cruz. Bono 10 pts.

$\sin\theta = \frac{|a \times b|}{|a||b|.}$

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = -7\hat{i} - 7\hat{j} - 7\hat{k}$$

$|a \times b| = 7|\langle -1, -1, -1\rangle|$

$= 7\sqrt{3}$

$\sin\theta = \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{14}\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{3}}{2.}$

# Corto #2 Cálculo Multivariable (20 min)

**Nombre:** Sección B **Carnet:** ____________

Resuelva las siguientes problemas:

1. (50 pts.) Dados los vectores $\mathbf{a} = \langle -3, 9, 6, 2\rangle$ y $\mathbf{b} = \langle -4, 2, 8, -1\rangle$ encuentre un vector $\mathbf{c}$ paralelo a $\mathbf{a}$ y un vector $\mathbf{d}$ (diferente de cero) perpendicular a $\mathbf{b}$.

Vector Paralelo a $\vec{a}$: $\vec{c} = k\langle -3, 9, 6, 2\rangle$.

cualquier ejemplo como $\langle 3, -9, -6, -2\rangle$, $\langle -6, 18, 12, 4\rangle$, ...

Vector perpendicular a $\vec{b}$ $\quad \vec{d}\cdot\vec{b} = 0$

Varios ejemplos como $\langle 1,1,1,6\rangle$, $\langle 1,2,0,0\rangle$, $\langle 2,1,2,2\rangle$, ...

sólo compruebe que $\vec{d}\cdot\vec{b} = 0$

2. (50 pts.) Considere los vectores $\mathbf{a} = \langle -2, 3, -6\rangle$ y $\mathbf{b} = \langle 1, 2, 3\rangle$. Encuentre la proyección escalar y la vectorial de $\mathbf{a}$ sobre $\mathbf{b}$.

Proyección Escalar de a sobre b. $\quad \text{comp}_b\,\vec{a} = \dfrac{a\cdot b}{|b|} = \dfrac{-2+6-18}{\sqrt{1+4+9}} = \dfrac{-14}{\sqrt{14}} = \text{comp}_b\,\vec{a}$

Proyección vectorial de a sobre b $\quad \text{proy}_b\,\vec{a} = \dfrac{a\cdot b}{|b|}\,\dfrac{b}{|b|} = \dfrac{-14}{14}\langle 1,2,3\rangle = \langle -1,-2,-3\rangle$