12. La incertidumbre

La incertidumbre forma parte de la vida. Los individuos se enfrentan a un riesgo cada vez que se duchan, cruzan la calle o realizan una inversión. Pero existen instituciones financieras, como los mercados de seguros y la bolsa de valores, que pueden paliar, al menos en parte, estos riesgos. En el capítulo siguiente estudiaremos el funcionamiento de estos mercados, pero antes debemos analizar la conducta del individuo en relación con las decisiones que comportan incertidumbre.

12.1 El consumo contingente

Dado que ya hemos aprendido la teoría convencional de la elección del consumidor, trataremos de utilizarla para comprender la elección en condiciones de incertidumbre. Lo primero que debemos preguntarnos es qué es lo que se elige.

Probablemente al consumidor le interesa conocer la **distribución de probabilidades** de obtener cestas de bienes de consumo diferentes. Una distribución de probabilidades consiste en una lista de diferentes resultados —en este caso, cestas de consumo— y la probabilidad correspondiente a cada uno de ellos. Cuando un consumidor elige la cantidad de seguro de automóvil que desea comprar o la cantidad de dinero que desea invertir en la bolsa, elige de hecho un conjunto de diferentes cantidades de consumo con diferentes probabilidades.

Supongamos, por ejemplo, que hoy tenemos 10.000 pesetas y que estamos considerando la posibilidad de comprar un billete de lotería con el número 13. Si éste resulta premiado, su portador recibirá 20.000 pesetas. El billete cuesta, por ejemplo, 500 pesetas. Los dos resultados que nos interesan son el hecho de que se extraiga este número y el hecho de que no se extraiga.

Nuestra dotación inicial de riqueza —es decir, la cantidad que tenemos si no compramos el billete de lotería— es de 10.000 pesetas, tanto si sale premiado el 13 como si no sale. Pero si compramos el billete por 500 pesetas, tendremos una distribución de la riqueza consistente en 29.500 pesetas si sale premiado el número y en 9.500 si no sale premiado. La dotación inicial de probabilidades de riqueza en circunstancias diferentes varía como consecuencia de la compra del billete de lotería. Examinemos esta cuestión más detalladamente.

Para facilitar la exposición nos limitaremos a examinar juegos monetarios. Naturalmente, no sólo importa el dinero; son los bienes de consumo que pueden comprarse con él los que constituyen el "bien" último que se elige. Los juegos sobre los bienes se rigen por los mismos principios, pero es más sencillo limitarse a analizar los resultados monetarios. En segundo lugar, sólo examinaremos situaciones muy simples en las que haya pocos resultados posibles, debido también a razones de sencillez.

Antes describimos el caso de la lotería; ahora consideraremos el del seguro. Supongamos que un individuo tiene inicialmente unos activos por valor de 3.500.000 pesetas, pero existe la posibilidad de que pierda 1.000.000, bien porque le roben el automóvil, bien porque una tormenta cause destrozos en su casa. Supongamos que la probabilidad de que ocurra esto es p = 0,01. En ese caso, la distribución de probabilidades a la que se enfrenta el individuo es un 1 por ciento de probabilidades de tener 2.500.000 de pesetas en activos y un 99 por ciento de probabilidades de tener 3.500.000.

El seguro ofrece la posibilidad de alterar esta distribución de probabilidades. Supongamos que el individuo contrata una póliza por la que recibirá 100 pesetas si ocurre la pérdida a cambio de una prima de 1 peseta. Naturalmente, deberá pagar la prima independientemente de que experimente o no la pérdida. Si decide comprar una póliza de 1.000.000, ésta le costará 10.000. En ese caso, tendrá un 1 por ciento de probabilidades de tener 3.490.000 pesetas (3.500.000 de otros activos – 1.000.000 de pérdida + 1.000.000 de pago del seguro – 10.000 de prima del seguro) y un 99 por ciento de probabilidades de tener 3.490.000 pesetas (3.500.000 de activos – 10.000 de prima del seguro). Por lo tanto, el consumidor terminará teniendo la misma riqueza independientemente de lo que ocurra. Ahora estará totalmente asegurado contra la pérdida.

En general, si este individuo compra K pesetas de seguro y tiene que pagar una prima γK, se enfrentará al siguiente juego:

$$\text{obtener } 2.500.000 + K - \gamma K \text{ con una probabilidad de } 0,01$$

y

$$\text{obtener } 3.500.000 - \gamma K \text{ con una probabilidad de } 0,99$$

¿Qué tipo de seguro elegirá? Dependerá de sus preferencias. Si es una persona muy conservadora, comprará un seguro muy elevado, pero si le gusta asumir riesgos, no comprará ninguno. Los individuos tienen preferencias diferentes en cuanto a la distribución de probabilidades, de la misma forma que tienen preferencias distintas en cuanto al consumo de bienes ordinarios.

De hecho, es muy útil analizar las decisiones que se toman en condiciones de incertidumbre imaginando que el dinero es un bien diferente en cada circunstancia.

Cien mil pesetas después de experimentar una gran pérdida pueden ser muy distintas a cien mil pesetas cuando no se ha experimentado. Naturalmente, no tenemos por qué aplicar esta idea únicamente al dinero: un helado en un día caluroso y soleado es un bien muy diferente de un helado en un día lluvioso y frío. En general, los bienes de consumo tienen un valor diferente para los individuos en cada circunstancia.

Imaginemos que los diferentes resultados de un acontecimiento aleatorio son diferentes **estados de la naturaleza**. En el ejemplo del seguro citado antes había dos estados de la naturaleza: ocurría la pérdida o no ocurría. Por lo tanto, podemos imaginar que un **plan de consumo contingente** es una especificación de lo que se consumirá en cada uno de los estados de la naturaleza, en cada uno de los diferentes resultados del proceso aleatorio. *Contingente* significa que depende de algo que todavía no es seguro, por lo que un plan de consumo contingente significa un plan que depende del resultado de un acontecimiento. En el caso de la compra de un seguro, el consumo contingente se describe en las cláusulas de la póliza: cuánto dinero tendrá el individuo si sufre una pérdida y cuánto si no la sufre. En el caso de los días lluviosos y soleados, el consumo contingente es simplemente el *plan* de lo que se consumirá en las diferentes condiciones meteorológicas.

Los individuos tienen preferencias con respecto a los diferentes planes de consumo, lo mismo que tienen preferencias con respecto al consumo real. No cabe duda de que nos sentiríamos mejor hoy si supiéramos que estamos totalmente asegurados. Los individuos toman decisiones que reflejan sus preferencias por el consumo en cada circunstancia; estas decisiones pueden analizarse utilizando la teoría de la elección.

Si imaginamos que un plan de consumo contingente no es más que una cesta ordinaria de consumo, nos encontramos de nuevo en el modelo descrito en los capítulos anteriores. Podemos suponer que las preferencias se definen en relación con los distintos planes de consumo, que la "relación de intercambio" viene dada por la restricción presupuestaria y que el consumidor elige el mejor plan de consumo que está a su alcance, exactamente igual que hemos hecho hasta ahora.

Describamos la compra del seguro basándonos en las curvas de indiferencia. Los dos estados de la naturaleza son la posibilidad de que ocurra la pérdida y la posibilidad de que no ocurra. Los consumos contingentes representados en la figura 12.1 son los valores de la cantidad de dinero que tendríamos en cada circunstancia.

Nuestra dotación de consumo contingente es de 2.500.000 pesetas en el estado "malo" (si ocurre la pérdida) y de 3.500.000 en el "bueno" (si no ocurre). El seguro es un medio para alejarse del punto que corresponde a esta dotación. Si compramos un seguro por valor de K pesetas, renunciamos a γK pesetas de posibilidades de consumo en el estado bueno a cambio de $K - \gamma K$ pesetas de posibilidades de consumo en el estado malo. Por lo tanto, el consumo que perdemos en el buen estado, dividido por el consumo adicional que obtenemos en el malo, es

$$\frac{\Delta C_b}{\Delta C_m} = -\frac{\gamma K}{K - \gamma K} = -\frac{\gamma}{1 - \gamma}.$$

Ésta es la pendiente de la recta presupuestaria que pasa por nuestra dotación. Es como si el precio del consumo del estado bueno fuera $1 - \gamma$ y el del estado malo γ.

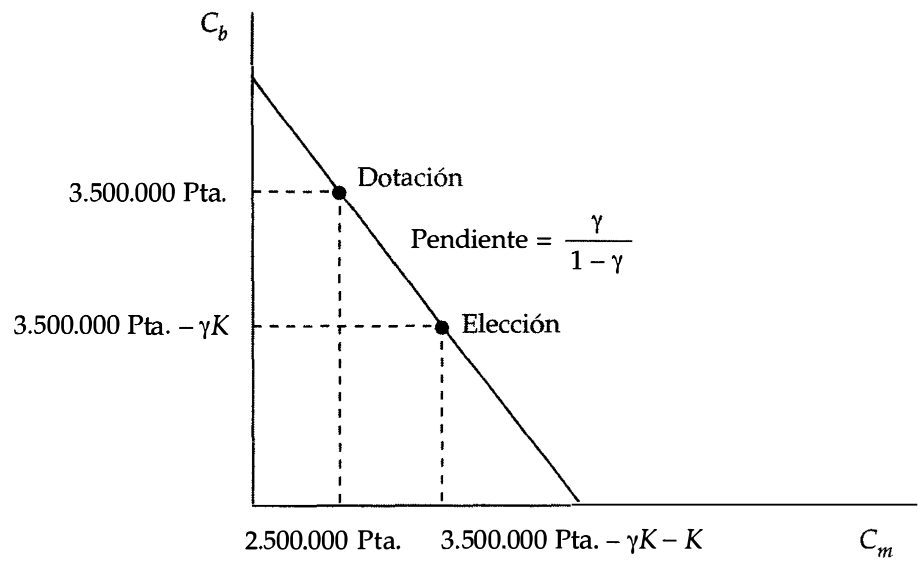

Figura 12.1. El seguro. Este gráfico muestra la recta presupuestaria correspondiente a la compra de un seguro. La prima nos permite renunciar a un cierto consumo en el resultado bueno (C_b) para poder consumir más en el malo (C_m).

Podemos trazar las curvas de indiferencia que podría tener una persona en relación con el consumo contingente. En este caso, también sería natural que éstas fueran convexas: significaría que el individuo preferiría tener una cantidad constante de consumo en cada estado a una gran cantidad en uno y una pequeña en el otro.

Dadas las curvas de indiferencia correspondientes al consumo en cada estado de la naturaleza, podemos analizar la decisión sobre la cantidad de seguro que debe comprarse. Como siempre, ésta se caracteriza mediante una condición de tangencia: la relación marginal de sustitución entre los dos consumos correspondientes a cada estado de la naturaleza debe ser igual al precio al que puede intercambiarse consumo en esos estados.

Naturalmente, una vez que tenemos un modelo de la elección óptima, podemos utilizar toda la maquinaria desarrollada en los capítulos anteriores para analizarlo. Podemos observar cómo varía la demanda de seguro cuando varía el precio, cuando varía la riqueza del consumidor, etc. La teoría de la conducta del consumidor es perfectamente adecuada para construir un modelo de la conducta, tanto en condiciones de incertidumbre como en condiciones de certeza.

12.2 Funciones de utilidad y probabilidades

Si el consumidor tiene preferencias razonables en cuanto al consumo en circunstancias diferentes, podemos utilizar una función de utilidad para describirlas, exactamente igual que hemos hecho en otros contextos. Sin embargo, el hecho de que estemos analizando la elección en condiciones de incertidumbre imparte una estructura especial al problema de la elección. En general, la forma en que un individuo valore el consumo en un estado en comparación con otro dependerá de la *probabilidad* de que ocurra realmente el estado en cuestión. En otras palabras, la tasa a la que yo estoy dispuesto a sustituir consumo si no llueve por consumo si llueve debe tener alguna relación con mi opinión sobre la probabilidad de que llueva. Las preferencias en cuanto al consumo en diferentes estados de la naturaleza dependen de las opiniones del individuo sobre lo probables que sean esos estados.

Por este motivo, expresaremos la función de utilidad de modo que dependa tanto de las probabilidades como de los niveles de consumo. Supongamos que estamos analizando dos estados mutuamente excluyentes como la lluvia o el sol, la pérdida o la no pérdida, etc. Sea c_1 y c_2 el consumo en los estados 1 y 2 y π_1 y π_2 las probabilidades de que ocurra realmente el estado 1 o el 2.

Si los dos estados son, de hecho, mutuamente excluyentes, de tal manera que sólo puede ocurrir uno de ellos, $\pi_2 = 1 - \pi_1$. Sin embargo, generalmente nos referiremos a las dos probabilidades para que la descripción sea simétrica.

Con esta notación podemos expresar la función de utilidad del consumo correspondiente a los estados 1 y 2 como $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2)$ Ésta es la función que representa la preferencia del individuo en cuanto al consumo en cada estado.

Ejemplo: Algunos ejemplos de funciones de utilidad

Para analizar la elección en condiciones de incertidumbre podemos utilizar casi todos los ejemplos de funciones de utilidad que hemos visto hasta ahora. Un buen caso es el de los sustitutivos perfectos, en el que ponderamos cada consumo por la probabilidad de que ocurra. De esa forma, obtenemos una función de utilidad del tipo

$$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 c_1 + \pi_2 c_2.$$

En condiciones de incertidumbre, este tipo de expresión se conoce como el **valor esperado** y es simplemente el nivel medio de consumo que obtendríamos.

Otro ejemplo de función de utilidad que podría utilizarse para examinar la elección en condiciones de incertidumbre es la Cobb-Douglas:

$$u(c_1, c_2, \pi_1, 1 - \pi) = c_1^{\pi} c_2^{1-\pi}.$$

En este caso, la utilidad derivada de una combinación cualquiera de cestas de consumo depende del consumo de una forma no lineal.

Como siempre, podemos tomar una transformación monótona de la utilidad y seguir representando las mismas preferencias. Si tomamos logaritmos en la función de utilidad de Cobb-Douglas, lo que resultará muy útil para nuestro análisis, obtendremos la función de utilidad siguiente:

$$\ln u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 \ln c_1 + \pi_2 \ln c_2.$$

12.3 La utilidad esperada

Una forma especialmente útil de expresar la función de utilidad podría ser la siguiente:

$$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 v(c_1) + \pi_2 v(c_2).$$

Esta ecuación nos dice que la utilidad puede expresarse como una suma ponderada de una función de consumo en cada estado, $v(c_1)$ y $v(c_2)$, donde las ponderaciones vienen dadas por las probabilidades π_1 y π_2.

Ya mostramos antes dos ejemplos de esta forma lineal: el caso de los sustitutivos perfectos o la función de utilidad del valor esperado, en la que $v(c) = c$; y la función Cobb-Douglas expresada en logaritmos, en la que $v(c) = \ln c$.

Si uno de los estados es seguro, de tal manera que $\pi_1 = 1$, por ejemplo, $v(c_1)$ es la utilidad del consumo seguro del estado 1. Del mismo modo, si $\pi_2 = 1$, $v(c_2)$ es la utilidad del consumo del estado 2. Por lo tanto, la expresión

$$\pi_1 v(c_1) + \pi_2 v(c_2)$$

representa la utilidad media o utilidad esperada de la combinación de consumos (c_1, c_2).

Por este motivo, la función de utilidad que tiene la forma especial descrita aquí se denomina función de utilidad esperada o, a veces, **función de utilidad de Von Neumann-Morgenstern.**[1]

Cuando decimos que las preferencias del consumidor pueden representarse mediante una función de utilidad esperada o que tienen la propiedad de la utilidad esperada, queremos decir que podemos elegir una función de utilidad que tenga la forma aditiva descrita antes. Naturalmente, también podríamos elegir una forma di-

[1] John von Neumann, uno de los matemáticos más destacados del siglo XX, también realizó importantes aportaciones a la física, la informática y la teoría económica. Oscar Morgenstern fue economista y profesor de la Universidad de Princeton y, junto con Von Neumann, contribuyó a desarrollar la teoría matemática de los juegos.

ferente; cualquier transformación monótona de una función de utilidad esperada es una función de utilidad que describe las mismas preferencias. Pero la representación mediante la forma aditiva resulta especialmente útil. Si las preferencias del consumidor se describen por medio de $\pi_1 \ln c_1 + \pi_2 \ln c_2$, también se describirán por medio de $c_1^{\pi 1} c_2^{\pi 2}$. Pero esta última representación no tiene la propiedad de la utilidad esperada, mientras que la primera sí.

Por otra parte, la función de utilidad esperada puede someterse a los mismos tipos de transformación monótona y seguir teniendo la propiedad de la utilidad esperada. Decimos que una función $v(u)$ es una **transformación afín positiva** si puede expresarse de la forma siguiente: $v(u) = au + b$, donde $a > 0$. Una transformación afín positiva consiste simplemente en multiplicar por un número positivo y sumar una constante. Si sometemos una función de utilidad esperada a una transformación afín positiva, no sólo representa las mismas preferencias (como es obvio, puesto que una transformación afín no es más que un tipo especial de transformación monótona), sino que también tiene la propiedad de la utilidad esperada.

Los economistas dicen que una función de utilidad esperada es única salvo en sus transformaciones afines, lo que significa que puede someterse a una transformación afín y obtener una función de utilidad esperada que represente las mismas preferencias. Pero cualquier otro tipo de transformación destruirá la propiedad de la utilidad esperada.

12.4 Por qué es razonable la utilidad esperada

La representación de la utilidad esperada es útil, pero ¿es razonable? ¿Qué nos hace pensar que las preferencias en cuanto a las elecciones inciertas tengan la estructura implícita en la función de utilidad esperada? Como veremos, hay poderosas razones para avalar a la utilidad esperada como una función objetivo razonable en los problemas de elección en condiciones de incertidumbre.

El hecho de que los resultados de una elección aleatoria sean bienes que se consumen en circunstancias diferentes significa que a la larga *sólo* va a producirse realmente *uno* de esos resultados. O se quemará nuestra casa o no se quemará; o hará un día lluvioso o hará un día soleado. La forma en que hemos planteado el problema de la elección significa que sólo se producirá uno de los resultados posibles y, por lo tanto, sólo se realizará uno de los planes de consumo contingente.

Este hecho tiene una consecuencia muy interesante. Supongamos que estamos considerando la posibilidad de asegurar contra los incendios nuestra vivienda durante el próximo año. Al tomar la decisión, tendremos en cuenta nuestra riqueza en tres situaciones distintas: ahora (c_0); si se quema la casa (c_1); y si no se quema (c_2). Naturalmente, lo que nos preocupa realmente son nuestras posibilidades de consumo en cada caso, pero aquí utilizamos la riqueza como una aproximación del consumo. Si π_1 es la probabilidad de que se incendie la casa y π_2, la probabilidad de que no se incendie, nuestras preferencias en cuanto a estos tres consumos distintos puede representarse generalmente por medio de la función de utilidad $u(\pi_1, \pi_2, c_0, c_1, c_2)$.

Supongamos que estamos considerando la cantidad de riqueza que estaríamos dispuestos a ceder hoy a cambio de uno de los resultados posibles, por ejemplo, la cantidad de dinero que sacrificaríamos hoy para obtener algo más si se incendia la casa. *En ese caso, esta decisión debería ser independiente de la cantidad que pudiéramos consumir en el otro estado de la naturaleza, es decir, en el caso de que la vivienda no se incendiara.* Si se incendia, el valor de la riqueza adicional no debe depender de la riqueza que tendríamos si no se incendiara. Lo pasado, pasado está; por lo tanto, lo que *no ocurra* no debe afectar al valor que tiene el consumo en el resultado que sí ocurra.

Obsérvese que se trata únicamente de un *supuesto* sobre las preferencias de una persona, y que puede, por tanto, violarse. Cuando los individuos eligen entre dos cosas, normalmente cuenta la cantidad que tienen de una tercera. La elección entre el café y el té puede muy bien depender de la cantidad de leche que tengamos. Pero eso se debe a que consumimos el café con leche. Si tiráramos un dado para decidir si tomamos café *o* té *o* leche, la cantidad de leche que pudiéramos tomar no debería afectar a nuestras preferencias entre el café y el té. ¿Por qué? Porque obtendríamos una cosa o la otra: si obtuviéramos leche, sería irrelevante el hecho de que hubiéramos podido obtener café o té.

Por lo tanto, en la elección en condiciones de incertidumbre hay una "independencia" natural entre los diferentes resultados porque deben consumirse por separado, es decir, en diferentes estados de la naturaleza. Las elecciones que planean hacer los individuos en un estado deben ser independientes de las elecciones que planean hacer en otros. Este supuesto se denomina **supuesto de la independencia** e implica que la función de utilidad del consumo contingente adopta una estructura muy especial; tiene que ser aditiva de las diferentes cestas de consumo contingente.

En otras palabras, si c_1, c_2 y c_3 son los consumos correspondientes a diferentes estados de la naturaleza y π_1, π_2, y π_3, son las probabilidades de que se materialicen estos tres estados distintos, el supuesto de la independencia citado antes significa que la función de utilidad debe adoptar la forma siguiente:

$$U(c_1, c_2, c_3) = \pi_1 u(c_1) + \pi_2 u(c_2) + \pi_3 u(c_3).$$

Esto es lo que hemos llamado función de utilidad esperada. Obsérvese que ésta satisface, efectivamente, la propiedad de que la relación marginal de sustitución entre dos bienes es independiente de la cantidad que haya del tercero. La relación marginal de sustitución entre los bienes 1 y 2, por ejemplo, adopta la forma siguiente:

$$RMS_{12} = \frac{\Delta U(c_1, c_2, c_3)/\Delta c_1}{\Delta U(c_1, c_2, c_3)/\Delta c_2}$$

$$= \frac{\pi_1 \Delta u(c_1)/\Delta c_1}{\pi_2 \Delta u(c_2)/\Delta c_2}.$$

Esta RMS depende únicamente de la cantidad que tengamos de los bienes 1 y 2 y no de la que tengamos del 3.

12.5 La aversión al riesgo

Antes afirmamos que la función de utilidad esperada tenía algunas propiedades muy útiles para analizar la elección en condiciones de incertidumbre. En este apartado mostraremos un ejemplo.

Aplicaremos el modelo de la utilidad esperada a un sencillo problema de elección. Supondremos que un consumidor tiene actualmente 1.000 pesetas de riqueza y que está considerando la posibilidad de participar en un juego en el que tiene un 50 por ciento de probabilidades de ganar 500 pesetas y un 50 por ciento de probabilidades de perderlas. Por lo tanto, su riqueza será aleatoria: tiene un 50 por ciento de probabilidades de acabar teniendo 500 pesetas y un 50 por ciento de probabilidades de acabar teniendo 1.500. *El valor esperado* de su riqueza es de 1.000 pesetas y la utilidad esperada

$$\frac{1}{2}\, u(1.500) + \frac{1}{2}\, u(500).$$

La figura 12.2 representa este ejemplo. La utilidad esperada de la riqueza es la media de los dos números u(1.500 pesetas) y u(500 pesetas), llamada del valor esperado de la riqueza, que se llama u(1.000 pesetas). Obsérvese que en este gráfico la utilidad esperada de la riqueza es menor que la utilidad del valor esperado de la riqueza. Es decir,

$$u\left(\frac{1}{2}\, 1.500 + \frac{1}{2} 500\right) = u\ (1.000) > \frac{1}{2} u\ (1.500) + \frac{1}{2}\ u\ (500).$$

En este caso, decimos que el consumidor es **contrario a correr riesgos**, ya que prefiere tener el valor esperado de su riqueza a realizar un juego. Naturalmente, podría ocurrir que prefiriera una distribución aleatoria de la riqueza a su valor esperado, en cuyo caso diríamos que es un **amante del riesgo**. La figura 12.3 muestra un ejemplo.

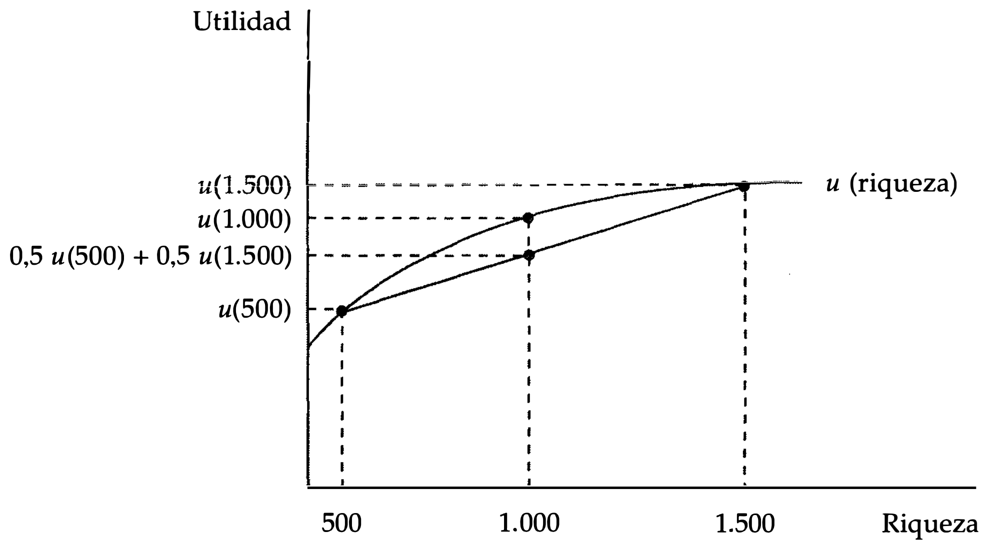

Figura 12.2. La aversión al riesgo. Para un consumidor contrario a correr riesgos, la utilidad del valor esperado de la riqueza, $u(1.000)$, es mayor que la utilidad esperada de la riqueza, $0{,}5u(500) + 0{,}5\,u(1.500)$.

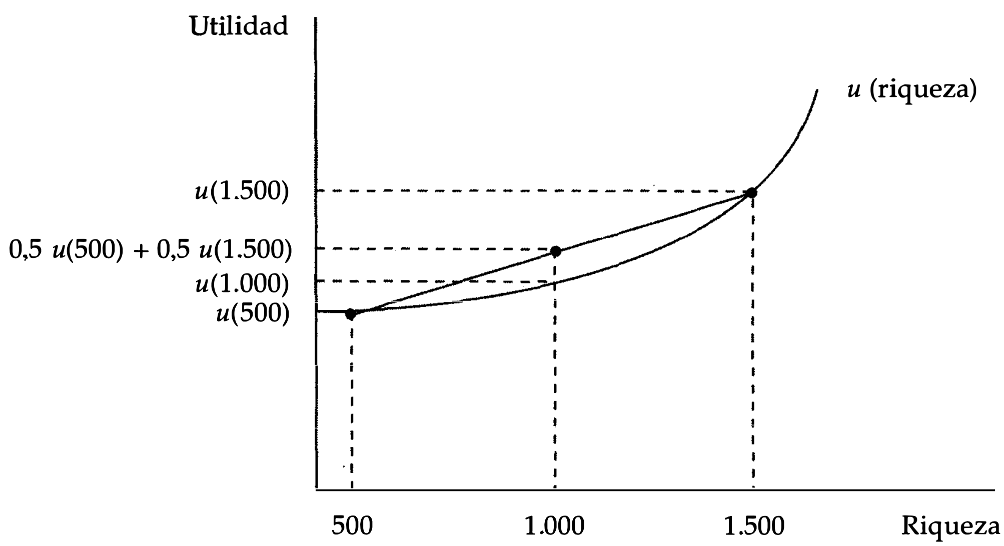

Figura 12.3. El amor al riesgo. Para un consumidor amante del riesgo, la utilidad esperada de la riqueza, $0{,}5u(500) + 0{,}5u(1.500)$, es mayor que la utilidad de su valor esperado, $u(1.000)$.

Obsérvese la diferencia entre la figura 12.2 y la 12.3. El consumidor contrario al riesgo tiene una función de utilidad *cóncava*, es decir, la pendiente de ésta es cada vez más horizontal a medida que aumenta la riqueza. El consumidor amante del riesgo tiene una función de utilidad *convexa*, es decir, la pendiente de ésta es cada vez más inclinada a medida que aumenta la riqueza. Por lo tanto, la curvatura de la función de utilidad mide la actitud del consumidor hacia el riesgo. En general, cuanto más cóncava es la función de utilidad, más contrario a correr riesgos es el consumidor y cuanto más convexa es, más amante del riesgo es el consumidor.

El caso intermedio es el de la función de utilidad lineal, en el cual el consumidor es **neutral ante el riesgo**: la utilidad esperada de la riqueza es la utilidad de su valor esperado. En este caso, al consumidor no le preocupa el riesgo de su riqueza, sino sólo su valor esperado.

Ejemplo: La demanda de un seguro

Apliquemos la estructura del valor esperado a la demanda de un seguro que analizamos antes. Recuérdese que en ese ejemplo el individuo tenía una riqueza de 3.500.000 pesetas y podía sufrir una pérdida de 1.000.000. La probabilidad de que sufriera esa pérdida era de un 1 por ciento y la compra de K pesetas de seguro le costaba γK. Examinando estos datos mediante curvas de indiferencia, vimos que la elección óptima del seguro dependía de la condición de que la relación marginal de sustitución entre el consumo correspondiente a los dos resultados —pérdida y no pérdida— debía ser igual a $-\gamma/(1-\gamma)$. Sea π la probabilidad de que el individuo experimente la pérdida y $1-\pi$ la probabilidad de que no la experimente.

Supongamos que el estado 1 es la situación en la que no hay pérdida, por lo que en ese estado la riqueza del individuo es

$$c_1 = 3.500.000 - \gamma K,$$

y que el estado 2 es la situación en la que hay pérdida, por lo que la riqueza es

$$c_2 = 3.500.000 - 1.000.000 + K - \gamma K.$$

En ese caso, la elección óptima de seguro depende de la condición de que la relación marginal del consumidor entre el consumo correspondiente a los dos resultados sea igual a la relación de precios:

$$RMS = \frac{\pi \Delta u(c_2)/\Delta c_2}{(1-\pi)\Delta u(c_1)/\Delta c_1} = -\frac{\gamma}{1-\gamma}. \qquad [12.1]$$

Analicemos ahora la póliza de seguro desde el punto de vista de la compañía aseguradora. La probabilidad de que tenga que pagar K es π y la probabilidad de que no tenga que pagar nada es $(1-\pi)$. Independientemente de lo que ocurra, cobrará la prima γK. Por lo tanto, su beneficio esperado, P, es

$$P = \gamma K - \pi K - (1 - \pi).\ 0 = \gamma K - \pi K.$$

Supongamos que, en promedio, la compañía de seguros ni gana ni pierde con el contrato. Es decir, ofrece un seguro a una prima "justa", donde "justa" significa que su valor esperado es exactamente igual a su coste. En ese caso, tenemos

$$P = \gamma K - \pi K = 0,$$

lo que implica que $\gamma = \pi$.

Introduciendo este resultado en la ecuación [12.1], tenemos que

$$\frac{\pi \Delta u(c_2)/\Delta c_2}{(1-\pi)\Delta u(c_1)/\Delta c_1} = \frac{\pi}{1-\pi}.$$

Simplificando las π, nos queda el requisito de que la cantidad óptima de seguro debe satisfacer la condición

$$\frac{\Delta u(c_1)}{\Delta c_1} = \frac{\Delta u(c_2)}{\Delta c_2}. \qquad [12.2]$$

Esta ecuación nos dice que *la utilidad marginal que tiene una peseta adicional de renta si ocurre la pérdida debe ser igual a la que tiene si no ocurre.*

Supongamos que el consumidor es contrario a correr riesgos; es decir, la utilidad marginal de su dinero es menor cuanto mayor es la cantidad que tiene. En ese caso, si $c_1 > c_2$, la utilidad marginal correspondiente a c_1 será menor que la utilidad correspondiente a c_2, y viceversa. Por otra parte, si las utilidades marginales de la renta son iguales en c_1 y c_2, como en la ecuación [12.2], entonces $c_1 = c_2$. Aplicando las fórmulas de c_1 y c_2:

$$3.500.000 - \gamma K = 2.500.000 + K - \gamma K,$$

lo que implica que $K = 1.000.000$ de pesetas. Eso significa que si un consumidor contrario a correr riesgos tiene la oportunidad de comprar un seguro a una prima "justa", siempre decidirá asegurarse totalmente, ya que la utilidad que reporta la riqueza en cada estado depende únicamente de la cantidad total que tenga en cada uno de ellos —y no de la que podría tener en otro—, por lo que si las cantidades totales de riqueza que tiene en cada estado son iguales, sus utilidades marginales también deben ser iguales.

Resumiendo, si el consumidor es contrario a correr riesgos, maximiza la utilidad esperada, y si se le ofrece asegurarse contra una pérdida a una prima justa, tomará la decisión óptima de asegurarse totalmente.

12.6 La diversificación

Pasemos ahora a un tema diferente relacionado con la incertidumbre: las ventajas de la diversificación. Supongamos que estamos considerando la posibilidad de invertir 1.000 pesetas en dos empresas diferentes; una fabrica gafas de sol y la otra impermeables. Según las predicciones a largo plazo de los meteorólogos, el próximo verano tiene las mismas probabilidades de ser lluvioso que de ser soleado. ¿En qué debemos invertir el dinero?

¿No tendría sentido que protegiéramos nuestras apuestas e invirtiéramos una parte del dinero en cada una de ellas? Diversificando, podríamos obtener un rendimiento en ambas inversiones más seguro y, por lo tanto, más atractivo si somos contrarios a correr riesgos.

Supongamos, por ejemplo, que tanto las acciones de la empresa de impermeables como las de la empresa de gafas de sol cuestan actualmente 1.000 pesetas. Si el verano es lluvioso, las acciones de la empresa de impermeables valdrán 2.000 pesetas y las de la empresa de gafas de sol 500. En cambio, si el verano es soleado, las acciones de la empresa de gafas de sol valdrán 2.000 pesetas y las de la empresa de impermeables 500. Si invertimos las 1.000 pesetas en la empresa de gafas de sol, hacemos una apuesta en la que tenemos un 50 por ciento de probabilidades de ganar 2.000 pesetas y un 50 por ciento de probabilidades de ganar 500. Lo mismo ocurre si invertimos todo el dinero en la empresa de gafas de sol: en ambos casos, el rendimiento esperado es de 1.250 pesetas.

Pero veamos qué ocurre si invertimos la mitad del dinero en cada una de las empresas. En ese caso, si el verano es soleado, obtendremos 1.000 pesetas en la inversión en gafas de sol y 250 en la inversión en impermeables. Pero si es lluvioso, obtendremos 1.000 pesetas en la inversión en impermeables y 250 en la inversión en gafas de sol. En ambos casos, tenemos la seguridad de que acabaremos obteniendo 1.250 pesetas. Diversificando la inversión en las dos empresas, conseguiremos reducir su riesgo global, sin alterar el rendimiento esperado.

La diversificación es muy sencilla en este ejemplo porque existe una correlación negativa perfecta entre los dos activos: cuando sube uno, baja el otro. Estas parejas de activos son extraordinariamente valiosas porque pueden reducir el riesgo espectacularmente. Sin embargo, por desgracia, también son difíciles de encontrar. La mayoría de los valores de los activos varían al unísono: cuando las acciones del Banco Bilbao Vizcaya están altas, también lo están las del Banco Popular y las del Santander. Aun así, en la medida en que las oscilaciones de los precios no estén *perfectamente* correlacionadas, la diversificación reportará algunas ventajas.

12.7 La difusión del riesgo

Volvamos al ejemplo del seguro. Antes analizamos la situación de un individuo que tenía 3.500.000 pesetas y una probabilidad de 0,01 de experimentar una pérdida de 1.000.000. Supongamos que hubiera 1.000 personas de ese tipo. En este caso, se incurriría, en promedio, en 10 pérdidas y, por lo tanto, cada año se perderían 10.000.000 de pesetas. Cada una de estas 1.000 personas se enfrentaría a una *pérdida esperada* de 0,01 multiplicado por 1.000.000 de pesetas, o sea, 10.000 anuales. Supongamos que la probabilidad de que una persona cualquiera experimentara una pérdida no afectara a la de que la experimentara otra. Es decir, supongamos que los riesgos fueran *independientes*.

En ese caso, cada individuo tendría una riqueza esperada de 0,99 × 3.500.000 pta. + 0,01 × 2.500.000 pta. = 3.490.000 pta. Pero cada uno también soportaría un gran riesgo: tendría un 1 por ciento de probabilidades de perder 1.000.000 de pesetas.

Supongamos que cada consumidor decidiera *diversificar* el riesgo al que se enfrenta. ¿Cómo podría hacerlo? Vendiendo parte de su riesgo a otros. Supongamos que los 1.000 consumidores decidieran asegurarse mutuamente. Si uno de ellos sufriera una pérdida de 1.000.000 de pesetas, cada uno de los 999 restantes le daría 1.000 pesetas. De esa forma, el pobre consumidor cuya vivienda se hubiera incendiado sería compensado por su pérdida y los demás estarían tranquilos porque sabrían que serían compensados si tuvieran la mala fortuna de que les ocurriera lo mismo a ellos. Este ejemplo es un caso de **difusión del riesgo:** cada consumidor difunde su riesgo a todos los demás y, de esa manera, reduce la cantidad de riesgo en el que incurre.

Ahora bien, en promedio se incendiarán 10 viviendas al año, por lo que cada uno de los 1.000 individuos pagará, por término medio, 10.000 pesetas al año. Pero éste no es más que el promedio. Unos años habrá, por ejemplo, 12 pérdidas y otros 8. La probabilidad de que una persona tenga que pagar realmente más de 20.000 pesetas, por ejemplo, en un año, es muy pequeña, pero aun así el riesgo está ahí.

No obstante, existe incluso una forma de diversificar este riesgo. Supongamos que los propietarios de viviendas acordaran pagar 10.000 pesetas al año, independientemente de que hubiera o no pérdidas. En ese caso, podrían crear un fondo de reserva para los años en que hubiera muchos incendios. Pagarían 10.000 pesetas año y ese dinero sería suficiente, en promedio, para indemnizar a aquellos a los que se les quemara su vivienda.

Como vemos, ahora tenemos algo muy parecido a una compañía de seguros cooperativa. Desde luego, una compañía de seguros tiene algunos otros rasgos: invierte el fondo de reservas y obtiene intereses por sus activos, etc., pero lo esencial lo constituyen los aspectos anteriores.

12.8 El papel de la bolsa de valores

La bolsa de valores desempeña un papel parecido al del mercado de seguros, en el sentido de que permite difundir el riesgo. Recuérdese que en el capítulo 11 afirmamos que permitía a los propietarios iniciales de las empresas convertir su flujo de rendimientos a lo largo del tiempo en una cantidad global. Pues bien, la bolsa también les permite convertir una posición arriesgada, en la que toda la riqueza esté ligada a una única empresa en una situación en la que inviertan la misma cantidad en activos muy diversos. Los propietarios iniciales de la empresa tienen un incentivo para emitir acciones en su sociedad con el fin de difundir el riesgo de esa única empresa a un gran número de accionistas.

Del mismo modo, los accionistas de una sociedad anónima pueden recurrir a la bolsa para redistribuir sus riesgos. Si una persona es accionista de una empresa que ha adoptado una política demasiado arriesgada o demasiado conservadora para su gusto, puede vender esas acciones y comprar otras.

En el caso del seguro, un individuo podía reducir su riesgo a cero comprando un seguro. Por una prima fija de 10.000 pesetas, podía asegurarse totalmente contra una pérdida de 1.000.000, debido a que en conjunto no existía casi ningún riesgo: si la probabilidad de experimentar una pérdida era de un 1 por ciento, 10 de las 1.000 personas se enfrentaban, en promedio, a una pérdida; lo único que no sabíamos era quiénes eran esas personas.

En el caso de la bolsa, subsiste un riesgo global. Un año pueden obtenerse buenos resultados y otro año malos, y alguien tiene que correr con ese tipo de riesgo. La bolsa permite transferir inversiones arriesgadas de las personas que no quieren correr riesgos a las que están dispuestas a correrlos.

Naturalmente, salvo a los jugadores empedernidos, a pocas personas les *gusta* correr riesgos: la mayoría son contrarias a correr riesgos. Por lo tanto, la bolsa permite transferir riesgos de las personas que no quieren correrlos a las que están dispuestas a hacerlo si se les compensa suficientemente por ello. En el siguiente capítulo analizaremos esta idea más detalladamente.

Resumen

1. El consumo en diferentes estados de la naturaleza puede estudiarse como diferentes bienes de consumo, aplicando el análisis de los capítulos anteriores a la elección en condiciones de incertidumbre.
2. Sin embargo, la función de utilidad que resume la conducta de la elección en condiciones de incertidumbre puede tener una estructura especial. En particular, si es lineal en las probabilidades, la utilidad asignada a un juego será la utilidad esperada de los diferentes resultados.

3. La curvatura de la función de utilidad esperada describe la actitud del consumidor hacia el riesgo. Si es cóncava, el consumidor es contrario a correr riesgos y si es convexa, el consumidor es amante del riesgo.
4. Las instituciones financieras, como los mercados de seguros y la bolsa de valores, permiten a los consumidores diversificar y difundir el riesgo.

Problemas

1. ¿Cómo podemos alcanzar los puntos de consumo situados a la izquierda de la dotación de la figura 12.1?
2. ¿Cuáles de las funciones de utilidad siguientes tienen la propiedad de la utilidad esperada? (a) $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = a(\pi_1 c_1 + \pi_2 c_2)$, (b) $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 c_1 + \pi_2 c_2^2$, (c) $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 \ln c_1 + \pi_2 \ln c_2 + 17$.
3. Un individuo contrario al riesgo tiene la posibilidad de elegir entre un juego que le permite ganar 100.000 pesetas con una probabilidad de un 25 por ciento y de ganar 10.000 con una probabilidad de un 75 por ciento o un pago de 32.500 pesetas. ¿Cuál elegirá?
4. ¿Qué ocurriría si el pago fuera de 32.000 pesetas?
5. Representemos gráficamente una función de utilidad que muestre una conducta amante del riesgo en los juegos en los que se arriesgan pequeñas sumas de dinero, y una conducta contraria al riesgo en los juegos en los que se arriesgan grandes sumas de dinero.
6. ¿Por qué podría tener más dificultades un grupo de vecinos en asegurarse colectivamente contra las inundaciones que contra los incendios?

Apéndice

Examinemos un sencillo problema para demostrar los principios de la maximización de la utilidad esperada. Supongamos que el consumidor tiene la riqueza w y está considerando la posibilidad de invertir una cantidad x en un activo incierto. Este activo podría generar un rendimiento r_b en el resultado "bueno" o r_m en el "malo". El lector debe suponer que r_b es un rendimiento positivo (aumenta el valor del activo) y r_m un rendimiento negativo (disminuye el valor del activo).

Por lo tanto, la riqueza que tendrá el consumidor en el resultado bueno y en el malo será

$$W_b = (w - x) + x(1 + r_b) = w + xr_b$$
$$W_m = (w - x) + x(1 + r_m) = w + xr_m.$$

Supongamos que el resultado bueno tiene una probabilidad π de ocurrir y el malo tiene una probabilidad $(1 - r)$. En ese caso, si el consumidor decide invertir x pesetas, la utilidad esperada será

$$UE(x) = \pi u(w + xr_b) + (1 - \pi)u(w + xr_m).$$

El consumidor desea elegir la cantidad x que maximice esta expresión.

Derivando con respecto a x, averiguamos cómo varía la utilidad cuando varía x:

$$UE'(x) = \pi u'(w + xr_b)r_b + (1 - \pi)u'(w + xr_m)r_m. \qquad [12.3]$$

La derivada segunda de la utilidad con respecto a x es:

$$UE''(x) = \pi u''(w + xr_b)r_b^2 + (1 - \pi)u''(w + xr_m)r_m^2. \qquad [12.4]$$

Si el consumidor es contrario al riesgo, su función de utilidad será cóncava, lo que implica que $u''(w) < 0$, cualquiera que sea su nivel de riqueza. Por lo tanto, la derivada segunda de la utilidad esperada será inequívocamente negativa. La utilidad esperada será una función cóncava de x.

Consideremos el cambio de la utilidad esperada de la primera peseta invertida en el activo incierto, que nos viene dado por la ecuación [12.3] evaluando la derivada en el punto $x = 0$:

$$\begin{aligned} UE'(0) &= \pi u'(w)r_b + (1 - \pi)u'(w)r_m \\ &= u'(w)[\pi r_b + (1 - \pi)r_m]. \end{aligned}$$

La expresión que se encuentra entre paréntesis es el **rendimiento esperado** del activo. Si éste es negativo, la utilidad esperada debe disminuir cuando se invierte en el activo la primera peseta. Pero dado que la derivada segunda de la utilidad esperada es negativa debido a la concavidad, la utilidad debe continuar disminuyendo conforme se invierten pesetas adicionales.

Por lo tanto, hemos visto que si el *valor esperado* de un juego es negativo, una persona contraria a correr riesgos tendrá la máxima *utilidad esperada* en el punto $x^* = 0$: no querrá participar en una acción que le supone una pérdida.

En cambio, si el rendimiento esperado de un activo es positivo, el aumento de x a partir de cero incrementará la utilidad esperada, por lo que siempre querrá invertir algo en un activo incierto, independientemente de lo contrario que sea a correr riesgos.

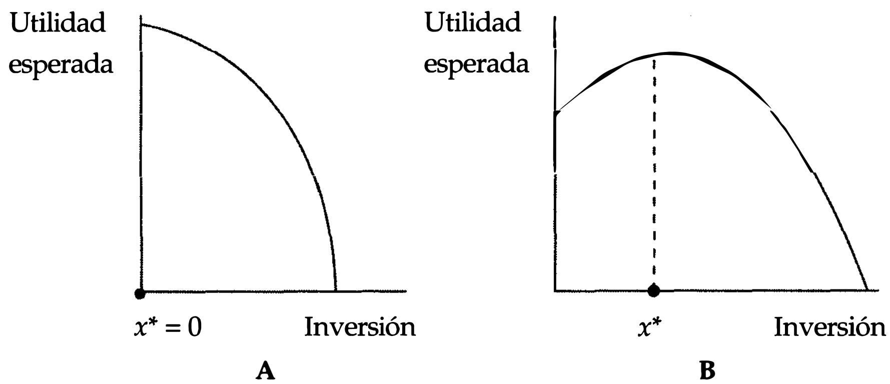

Figura 12.4. Cuánto invertir en el activo incierto. En la parte A, la inversión óptima es cero, pero en la B el consumidor desea invertir una cantidad positiva.

La figura 12.4 muestra la utilidad esperada en función de x. En la 12.4A, el rendimiento esperado es negativo y la elección óptima $x^* = 0$. En la 12.4B, el rendimiento esperado es positivo a lo largo de un intervalo, por lo que el consumidor desea invertir una cantidad positiva x^* en el activo incierto.

La cantidad óptima que debe invertir depende de la condición de que la derivada de la utilidad esperada con respecto a x sea igual a cero. Dado que la derivada segunda de la utilidad es automáticamente negativa, debido a la concavidad, este punto será un máximo global.

Igualando [12.3] a cero, tenemos que

$$UE'(x) = \pi u'(w + xr_b)r_b + (1 - \pi)u'(w + xr_m)r_m = 0. \qquad [12.5]$$

Esta ecuación determina la elección óptima de x por parte del consumidor en cuestión.

Ejemplo: La influencia de los impuestos en la inversión en activos inciertos

¿Cómo se comporta el nivel de inversión en un activo incierto cuando se grava su rendimiento? Si el individuo cotiza a un tipo impositivo t, los rendimientos, una vez deducidos los impuestos, serán $(1 - t)r_b$ y $(1 - t)r_m$. Por lo tanto, la condición de primer orden que determina su inversión óptima, x, será

$$UE'(x) = \pi u'(w + x(1 - t)r_b)(1 - t)r_b + (1 - \pi)u'(w + x(1 - t)r_m)(1 - t)r_m = 0.$$

Simplificando los términos $(1 - t)$, tenemos que

$$UE'(x) = \pi u'(w + x(1 - t)r_b)r_b + (1 - \pi)u'(w + x(1 - t)r_m)r_m = 0. \qquad [12.6]$$

Sea x^* la solución del problema de maximización sin impuestos —cuando $t = 0$— y $\hat{x}$ la solución del problema de maximización con impuestos. ¿Qué relación hay entre x^* y $\hat{x}$?

Probablemente el primer impulso del lector sea pensar que $x^* > \hat{x}$, que los impuestos sobre un activo incierto tienden a disuadir a los individuos de invertir en él. Sin embargo, eso es totalmente erróneo. Si se grava un activo incierto de la forma que describimos antes, se fomenta de hecho la inversión en él.

En realidad, existe una relación exacta entre x^* y $\hat{x}$:

$$\hat{x} = \frac{x^*}{1-t}.$$

Para demostrarlo basta observar que este valor de x satisface la condición de primer orden de la elección óptima en ausencia del impuesto. Introduciendo esta elección en la ecuación [12.6], tenemos que

$$\begin{aligned} UE'(\hat{x}) &= \pi u'\left(w + \frac{x^*}{1-t}(1-t)r_b\right)r_b \\ &\quad + (1-\pi)u'\left(w + \frac{x^*}{1-t}(1-t)r_m\right)r_m \\ &= \pi u'(w + x^* r_b)r_b + (1-\pi)u'(w + x^* r_m)r_m = 0, \end{aligned}$$

donde la última igualdad se deduce del hecho de que x^* es la solución óptima cuando no hay impuestos.

¿Qué ocurre aquí? ¿Cómo puede ser que cuando se grava un activo incierto aumenta la cantidad invertida en él? Cuando se establece un impuesto, el individuo tiene una ganancia menor en el estado bueno, pero también tiene *una pérdida menor en el malo*. Multiplicando su inversión inicial por $1/(1-t)$, el consumidor puede reproducir los mismos rendimientos *una vez deducidos los impuestos* que tenía antes de que se introdujera éste. El impuesto reduce su rendimiento esperado, pero también su riesgo: aumentando la inversión, el consumidor puede obtener exactamente el mismo de tipo de rendimiento que antes y, de esa forma, contrarrestar totalmente el efecto del impuesto. Un impuesto sobre una inversión incierta representa un impuesto sobre la ganancia cuando el rendimiento es positivo, pero representa una subvención sobre la pérdida cuando el rendimiento es negativo.

MICROECONOMÍA INTERMEDIA: UN ENFOQUE ACTUAL

Contiene: Caps. 13 y 14

AUTOR : Varian, Hal R.

FOTOCOPIADO DE : Microeconomía intermedia : un enfoque actual / Hall R. Varian.-- 5a. ed. Barcelona : Antoni Bosch, 1999.

SEMESTRE : VERANO 2005