Corto #3 Cálculo Multivariable (20 min)

~~100~~ 90/100

Nombre: David Corzo **Carnet:** 20190432

Resuelva los siguientes problemas:

1. (50 pts.) Determine el área del triángulo entre los puntos $P = (0, -2, 0)$, $Q = (4, 1, -2)$ y $R = (5, 3, 1)$.

$$T_\Delta = \frac{1}{2}\left|\vec{u} \times \vec{w}\right|$$

$\vec{u} = \overrightarrow{PQ} = \langle (4-0), (1-(-2)), (-2-0)\rangle = \langle 4, 3, -2\rangle$

$\vec{w} = \overrightarrow{PR} = \langle (5-0), (3-(-2)), (1-0)\rangle = \langle 5, 5, 1\rangle$

$$\left|\vec{u} \times \vec{w}\right| = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & 3 & -2 \\ 5 & 5 & 1 \end{vmatrix} = \hat{i}\left[(3\cdot 1)-(-2\cdot 5)\right] - \hat{j}\left[(4\cdot 1)-(-2\cdot 5)\right] + \hat{k}\left[(4\cdot 5)-(3\cdot 5)\right]$$

$$= \hat{i}\left[3 + 10\right] - \hat{j}\left[4 + 10\right] + \hat{k}\left[20 - 15\right]$$

$$= 13\hat{i} - 14\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$= \langle 13, -14, 5\rangle$$

$$= \sqrt{(13)^2 + (-14)^2 + (5)^2}$$

$$= \sqrt{169 + 496 + 25}$$

$$= \sqrt{690}$$

$\therefore \frac{1}{2}\sqrt{690}$ ~~X~~ 40

2. (50 pts.) Encuentre el volumen del paralelelípipedo determinado por los vectores $a = \langle 1, 5, -2\rangle$, $b = \langle 3, -1, 0\rangle$, y $c = \langle 5, 9, -4\rangle$.

$$P_\square = \left|c \cdot (a \times b)\right|$$

$$(a \times b) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \hat{i}\left[(5\cdot 0)-(-2\cdot -1)\right] - \hat{j}\left[(1\cdot 0)-(-2\cdot 3)\right] + \hat{k}\left[(1\cdot -1)-(5\cdot 3)\right]$$

$$= \hat{i}\left[0 - 2\right] - \hat{j}\left[0 + 6\right] + \hat{k}\left[-1 - 15\right]$$

$$= -2\hat{i} - 6\hat{j} - 16\hat{k}$$

$$= \langle -2, -6, -16\rangle$$

$c \cdot (a \times b) = \langle 5, 9, -4\rangle \cdot \langle -2, -6, -16\rangle$

$= (5\cdot -2) + (9\cdot -6) + (-4\cdot -16)$

$= (-10) + (-54) + 64$

$= -64 + 64 = 0$ Hay un plano no un paralelelipipedo

$\left|c \cdot (a \times b)\right| = \sqrt{(-10)^2 + (-54)^2 + (-64)^2}$

$= \sqrt{100 + 2916 + 4086}$

$= \sqrt{7102}$

50