1 12.1.2 Distancias y superficies básicas

- En 2-D, La distancia entre $P_1(x_1, y_i)$ & $P_2(x_2, y_2)$, se encontraba la distancia entre dos puntos estaba dada por el teorema de pitágoras.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Si elevamos al cuadrado ambos lados nos encontramos con la ecuación de una ciscumferencia de radio d centrada en (x_1, y_1)

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = d^2$$

- En 3-D, la diferencia entre $P_1(x_1, y_1, z_1)$ & $P_2(x_2, y_2, z_2)$, calcule la diferencia entre z_2 y z_1.

$d = +\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ Tomar la raíz positica siempre

Notación de $d = |p_2\, p_1|$
Si elebamos al cuadrado ambos lados, resultamos con la ecuación de una esfera y ya no una circunferencia.

$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = d^2$ La ecuación de una esfera de radio r centrada en (x_1, y_1, z_1)

- La esfera más utilizada es la que está centrada en el origen $(0, 0, 0)$:

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

Radio r

2 Ejercicios

- Ejercicio 4: Encuentre el centro y radio de la esfera cuya ecuación es $x^2 + y^2 + z^2 + 8x - 6y + 4z + 4 = 0$:
  - Tener en cuenta que es como que si estuviesen desarrollando la ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ y agregando constantes.
  - Hay que **completar al cuadrado**.

$$
\begin{gathered}
x^2+y^2+z^2+8x-6y+4z+4=0 \\
x^2+8x++y^2-6y++z^2+4z+=-4 \\
\text{Para x: } \left(\tfrac{8}{2}\right)^2=16 \\
\text{Para y: } \left(\tfrac{6}{2}\right)^2=9 \\
\text{Para z: } \left(\tfrac{4}{2}\right)^2=4 \\
x^2+8x+16+y^2-6y+9+z^2+4z+4=-4+16+9+4 \\
(x+4)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=\underbrace{25}_{r^2}
\end{gathered}
$$

La esfera se enfoca en centro: $:(-4,3,-2)$ Radio: $\sqrt{25}=5$

- Tener en cuenta que $z=x^2+y^2$ no es una esfera, es una paraboloide.

- Encontrar la distancia entre un punto y un plano coordenado, encuentre la distancia entre el punto $(1,3,5)$ y el plano xz.
  - Vamos a estrellar ese punto contra el eje xz, la proyección del punto P sobre el plano.

$$\text{Distancia entre } P_1, P_2 \quad d=\sqrt{(1-0)^2+(3-0)^2+(5-5)^2}$$

La proyección del punto (a,b,c) sobre el plano xz es el punto (a,0,c).

La distancia mínima entre p y el plano es:

$$d=\left|0+b^2+0\right|=|b|$$

- ¿Cuál es la distancia entre el punto (1,3,5) y el plano xy?
  - Asumo z=0

$$
\begin{aligned}
d_{min} &= \sqrt{0+0+5^2} \\
d_{min} &= 5
\end{aligned}
$$

- Ejercicio 6: Considere los puntos $A(3,0,-4), B(9,0,0)$ Y $C(0,1,\sqrt{15})$:
  - ¿Cuáles de los siguientes puntos está más cercano al origen?
  - Hay que calcular la distancia de cada punto respecto del origen $(0,0,0)$.

- El origen se denota como $O(0,0,0)$

$$d_{AO} = |AO|\sqrt{9+0+16} = \sqrt{25} = 5$$
$$d_{BO} = |BO| = \sqrt{81+0+0} = \sqrt{81} = 9$$
$$d_{CO}0\,|CO| = \sqrt{0+1+15} = \sqrt{16} = 4$$

- El punto C es el más cercano al origen.
- ¿Cuáles de los puntos están sobre el plano yz?
- Se asume x: 0
- A y B no están sobre el plano yz $x \neq 0$.
- El punto C $(0, 1, \sqrt{15})$ si están sobre el plano yz.
- ¿Cuáles de los puntos está más cercano al plano yz? x=0:
  * Dado a que el punto C está en el plano yz su distancia es 0 entonces ese es el más cercano.

•