- La probabilidad de que un consumidor use su tarjeta al hacer una compra es 0.37.
- Dado que un consumidor usa su tarjeta, la probabilidad de que tenga entre 18 y 24 años es 0.19.
- Puesto que un consumidor usa su tarjeta, la probabilidad de que sea mayor de 24 años es 0.81.

Datos de la Oficina de Censos de Estados Unidos indican que 14% de los consumidores tienen entre 18 y 24 años.

a. Ya que un consumidor tiene entre 18 y 24 años, ¿cuál es la probabilidad de que use su tarjeta?
b. Dado que un consumidor tiene más de 24 años, ¿cuál es la probabilidad de que use su tarjeta?
c. ¿Qué interpretación se le da a las probabilidades de los incisos a y b?
d. ¿Empresas como Visa, Master Card y Discover deben proporcionar tarjetas a los consumidores entre 18 y 24 años, antes de que tengan una historia crediticia? Si no, explique. Si sí, ¿qué restricciones deben poner las empresas a estos consumidores?

38. En un estudio de Morgan Stanley Consumer Research se muestrearon hombres y mujeres y se les preguntó qué preferían tomar: agua de botella o una bebida deportiva como Gatorade o Propel Fitness (*The Atlanta Journal-Constitution*, 28 de diciembre de 2005). Suponga que en el estudio hayan participado 200 hombres y 200 mujeres y que de todos 280 hayan preferido el agua de botella. En el grupo de los que preferían bebidas deportivas, 80 eran hombres y 40 eran mujeres.

Sea

M = el evento el consumidor es hombre
W = el evento el consumidor es mujer
B = el evento el consumidor prefiere agua de botella
S = el evento el consumidor prefiere una bebida deportiva

a. ¿Cuál es la probabilidad de que en este estudio una persona prefiera agua de botella?
b. ¿De que en este estudio una persona prefiera una bebida deportiva?
c. ¿Cuáles son las probabilidades condicionales $P(M \mid S)$ y $P(W \mid S)$?
d. ¿Cuáles son las probabilidades conjuntas $P(M \cap S)$ y $P(W \cap S)$?
e. Dado que un consumidor es hombre, ¿cuál es la probabilidad de que prefiera una bebida deportiva?
f. Ya que un consumidor es mujer, ¿cuál es la probabilidad de que prefiera una bebida deportiva?
g. ¿Depende la preferencia por una bebida deportiva de que el consumidor sea hombre o mujer? Explique usando la información sobre las probabilidades.

4.5 Teorema de Bayes

En el estudio de la probabilidad condicional vio que revisar las probabilidades cuando se obtiene más información es parte importante del análisis de probabilidades. Por lo general, se suele iniciar el análisis con una estimación de probabilidad inicial o **probabilidad previa** de los eventos que interesan. Después, de fuentes como una muestra, una información especial o una prueba del producto, se obtiene más información sobre estos eventos. Dada esta nueva información, se modifican o revisan los valores de probabilidad mediante el cálculo de probabilidades revisadas a las que se les conoce como **probabilidades posteriores**. El **teorema de Bayes** es un medio para calcular estas probabilidades. En la figura 4.9 se presentan los pasos de este proceso de revisión de la probabilidad.

FIGURA 4.9 REVISIÓN DE LA PROBABILIDAD USANDO EL TEOREMA DE BAYES

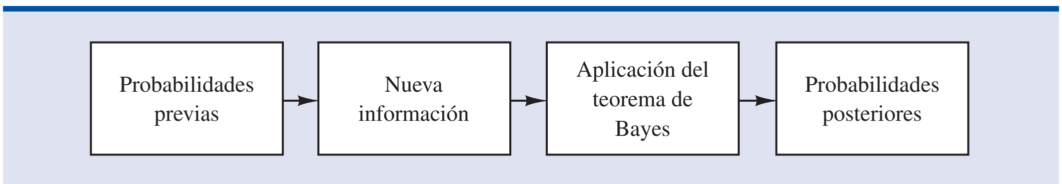


TABLA 4.6 CALIDAD DE DOS PROVEEDORES

	Porcentaje de piezas buenas	Porcentaje de piezas malas
Proveedor 1	98	2
Proveedor 2	95	5

Como aplicación del teorema de Bayes, considere una fábrica que compra piezas de dos proveedores. Sea A_1 el evento la pieza proviene del proveedor 1 y A_2 el evento la pieza proviene del proveedor 2. De las piezas que compra la fábrica, 65% proviene del proveedor 1 y 35% restante proviene del proveedor 2. Por tanto, si toma una pieza aleatoriamente, le asignará las probabilidades previas $P(A_1) = 0.65$ y $P(A_2) = 0.35$.

La calidad de las piezas compradas varía de acuerdo con el proveedor. Por experiencia, sabe que la calidad de los dos proveedores es como muestra la tabla 4.6. Si G denota el evento la pieza está buena y B denota el evento la pieza está mala, la información de la tabla 4.6 proporciona los siguientes valores de probabilidad condicional.

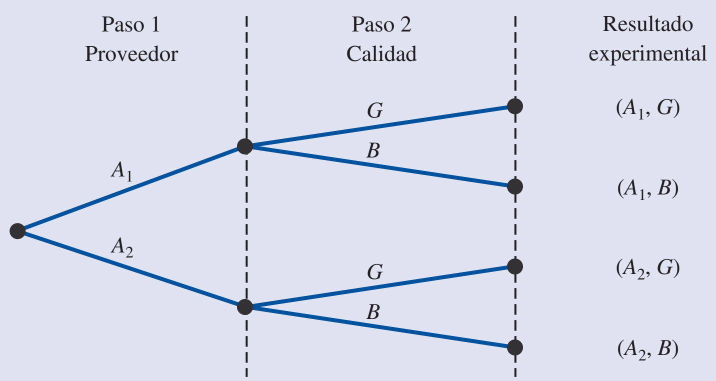
$$P(G \mid A_1) = 0.98 \qquad P(B \mid A_1) = 0.02$$
$$P(G \mid A_2) = 0.95 \qquad P(B \mid A_2) = 0.05$$

El diagrama de árbol de la figura 4.10 representa el proceso de recibir una pieza, de uno de los dos proveedores, y después determinar si la pieza es buena o mala como experimento de dos pasos. Se observa que existen cuatro resultados experimentales: dos corresponden a que la pieza esté buena y dos corresponden a que la pieza esté mala.

Cada uno de los resultados experimentales es la intersección de dos eventos, de manera que para calcular estas probabilidades puede usar la ley de la multiplicación. Por ejemplo,

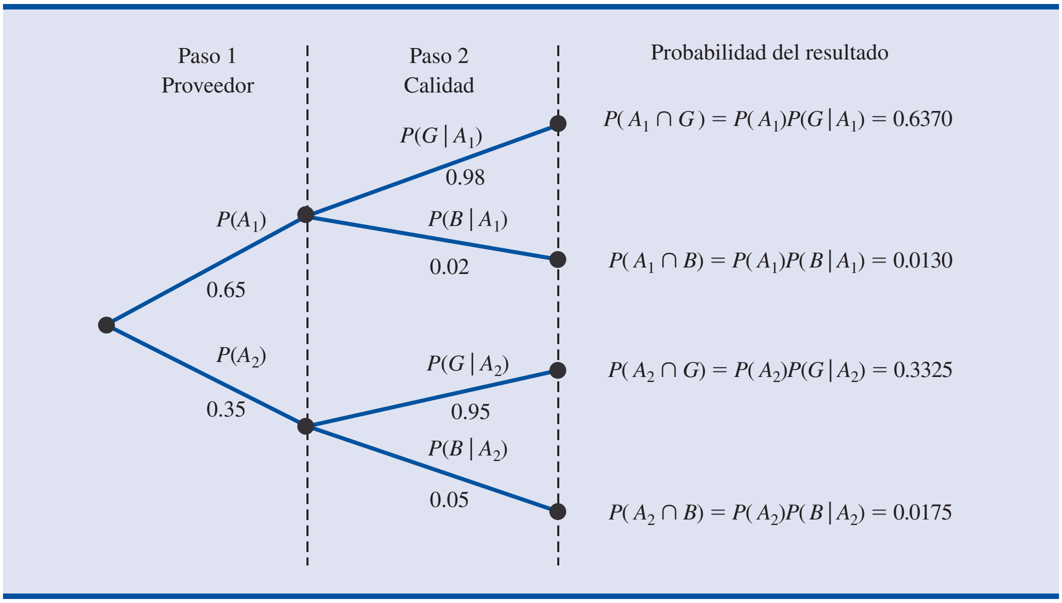
$$P(A_1, G) = P(A_1 \cap G) = P(A_1)P(G \mid A_1)$$

FIGURA 4.10 DIAGRAMA DE ÁRBOL PARA EL EJEMPLO DE LOS DOS PROVEEDORES



Nota: el paso 1 muestra que la pieza proviene de uno de los dos proveedores y el paso 2 muestra si la pieza está buena o mala.

FIGURA 4.11 ÁRBOL DE PROBABILIDAD PARA EL EJEMPLO DE LOS DOS PROVEEDORES



El proceso del cálculo de estas probabilidades conjuntas se representa mediante un árbol de probabilidad (figura 4.11). De izquierda a derecha por el árbol, las probabilidades de cada una de las ramas del paso 1 son probabilidades previas y las probabilidades de cada una de las ramas del paso 2 son probabilidades condicionales. Para hallar la probabilidad de cada uno de los resultados experimentales, simplemente se multiplican las probabilidades de las ramas que llevan a ese resultado. En la figura 4.11 se muestra cada una de estas probabilidades conjuntas junto con las probabilidades en cada rama.

Suponga ahora que las piezas de los dos proveedores se emplean en el proceso de fabricación de esta empresa y que una máquina se descompone al tratar de procesar una pieza mala. Dada la información de que la pieza está mala, ¿cuál es la probabilidad de que sea del proveedor 1 y cuál es la probabilidad de que sea del proveedor 2? Para responder estas preguntas aplique el teorema de Bayes usando la información del árbol de probabilidad (figura 4.11).

Como B es el evento la parte está mala, lo que busca son las probabilidades posteriores $P(A_1 \mid B)$ y $P(A_2 \mid B)$. De acuerdo con la ley para la probabilidad condicional

$$P(A_1 \mid B) = \frac{P(A_1 \cap B)}{P(B)} \tag{4.14}$$

Del árbol de probabilidad

$$P(A_1 \cap B) = P(A_1)P(B \mid A_1) \tag{4.15}$$

Para hallar $P(B)$, se observa que B sólo puede presentarse de dos maneras: $(A_1 \cap B)$ y $(A_2 \cap B)$. Por tanto,

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) \\ &= P(A_1)P(B \mid A_1) + P(A_2)P(B \mid A_2) \end{aligned} \tag{4.16}$$

Sustituyendo las ecuaciones (4.15) y (4.16) en la ecuación (4.14) y expresando de manera similar $P(A_2 \mid B)$ se obtiene el teorema de Bayes para el caso de dos eventos.

Al reverendo Thomas Bayes, un ministro presbiteriano, se le atribuye la idea inicial que llevó a la versión del teorema de Bayes que se usa en la actualidad.

TEOREMA DE BAYES (CASO DE DOS EVENTOS)

$$P(A_1 \mid B) = \frac{P(A_1)P(B \mid A_1)}{P(A_1)P(B \mid A_1) + P(A_2)P(B \mid A_2)} \tag{4.17}$$

$$P(A_2 \mid B) = \frac{P(A_2)P(B \mid A_2)}{P(A_1)P(B \mid A_1) + P(A_2)P(B \mid A_2)} \tag{4.18}$$

A partir de la ecuación (4.17) y los valores de probabilidad del ejemplo, se tiene

$$\begin{aligned} P(A_1 \mid B) &= \frac{P(A_1)P(B \mid A_1)}{P(A_1)P(B \mid A_1) + P(A_2)P(B \mid A_2)} \\ &= \frac{(0.65)(0.02)}{(0.65)(0.02) + (0.35)(0.05)} = \frac{0.0130}{0.0130 + 0.0175} \\ &= \frac{0.0130}{0.0305} = 0.4262 \end{aligned}$$

Y usando la ecuación (4.18) se encuentra $P(A_2 \mid B)$.

$$\begin{aligned} P(A_2 \mid B) &= \frac{(0.35)(0.05)}{(0.65)(0.02) + (0.35)(0.05)} \\ &= \frac{0.0175}{0.0130 + 0.0175} = \frac{0.0175}{0.0305} = 0.5738 \end{aligned}$$

Observe que al principio de este ejemplo, la probabilidad de seleccionar una pieza y que fuera del proveedor 1 era 0.65. Sin embargo, dada la información de que la pieza está mala, la probabilidad de que la pieza provenga del proveedor 1 bajó a 0.4262. En efecto, si la pieza está mala, la posibilidad de que sea del proveedor 2 es mayor que 50-50; es decir, $P(A_2 \mid B) = 0.5738$.

El teorema de Bayes es aplicable cuando los eventos para los que se quiere calcular la probabilidad revisada son mutuamente excluyentes y su unión es todo el espacio muestral.* En el caso de n eventos mutuamente excluyentes $A_1, A_2, \ldots, A_n$, cuya unión sea todo el espacio muestral, el teorema de Bayes aplica para calcular cualquiera de las probabilidades posteriores $P(A_i \mid B)$ como se muestra a continuación

TEOREMA DE BAYES

$$P(A_i \mid B) = \frac{P(A_i)P(B \mid A_i)}{P(A_1)P(B \mid A_1) + P(A_2)P(B \mid A_2) + \cdots + P(A_n)P(B \mid A_n)} \tag{4.19}$$

*Si la unión de los eventos es todo el espacio muestral, los eventos son *colectivamente exhaustivos*.

Con las probabilidades previas $P(A_1)$, $P(A_2)$, …, $P(A_n)$ y las probabilidades condicionales adecuadas $P(B \mid A_1)$, $P(B \mid A_2)$, …, $P(B \mid A_n)$, se usa la ecuación (4.19) para calcular la probabilidad posterior de los eventos A_1, A_2, …, A_n

Método tabular

Para realizar los cálculos del teorema de Bayes es útil emplear un método tabular. En la tabla 4.7 se muestra este método aplicado al problema de las piezas de los proveedores. Los cálculos que se muestran ahí se realizan mediante los pasos siguientes.

Paso 1. Se harán las columnas siguientes:
Columna 1: Para los eventos mutuamente excluyentes A_i de los que quiere tener la probabilidad posterior
Columna 2: Para las probabilidades previas $P(A_i)$ de los eventos
Columna 3: Para las probabilidades condicionales $P(B \mid A_i)$ de la nueva información B dado cada evento

Paso 2. En la columna 4 se calculan las probabilidades conjuntas $P(A_i \cap B)$, de cada evento y la nueva información, empleando la ley de la multiplicación. Estas probabilidades conjuntas se encuentran multiplicando las probabilidades previas de la columna 2 por las correspondientes probabilidades condicionales de la columna 3; es decir, $P(A_i \cap B) = P(A_i)P(B \mid A_i)$.

Paso 3. Sume las probabilidades de la columna 4. Esta suma es la probabilidad de la nueva información, $P(B)$. Así, en la tabla 4.7 se ve que la probabilidad de que una pieza sea del proveedor 1 y esté mala es 0.0130 y que la probabilidad de que la pieza sea del proveedor 2 y esté mala es 0.0175. Como éstas son las únicas dos maneras de tener una pieza mala, la suma 0.0130 + 0.0175, que es 0.0305, da la probabilidad de hallar una pieza mala en las piezas recibidas de los dos proveedores.

Paso 4. En la columna 5 se calculan las probabilidades posteriores usando la relación básica de la probabilidad condicional.

$$P(A_i \mid B) = \frac{P(A_i \cap B)}{P(B)}$$

Observe que las probabilidades conjuntas $P(A_i \cap B)$ están en la columna 4 y que la probabilidad $P(B)$ es la suma de la columna 4.

TABLA 4.7 MÉTODO TABULAR PARA LOS CÁLCULOS DEL TEOREMA DE BAYES APLICADO AL EJEMPLO DE LOS DOS PROVEEDORES

(1) Eventos A_i	**(2) Probabilidades previas $P(A_i)$**	**(3) Probabilidades condicionales $P(B \mid A_i)$**	**(4) Probabilidades conjuntas $P(A_i \cap B)$**	**(5) Probabilidades posteriores $P(A_i \mid B)$**
A_1	0.65	0.02	0.0130	0.0130/0.0305 = 0.4262
A_2	0.35	0.05	0.0175	0.0175/0.0305 = 0.5738
	1.00		$P(B)$ = 0.0305	1.0000

NOTAS Y COMENTARIOS

1. El teorema de Bayes se usa mucho en la toma de decisiones. Las probabilidades previas suelen ser estimaciones subjetivas dadas por la persona que toma las decisiones. Se obtiene información muestral y se usan las probabilidades posteriores para emplearlas en la toma de decisiones.
2. Un evento y su complemento son mutuamente excluyentes y su unión es todo el espacio muestral. Por tanto, el teorema de Bayes siempre se emplea para calcular la probabilidad posterior de un evento y su complemento.

Ejercicios

Métodos

Autoexamen

39. Las probabilidades previas de los eventos A_1 y A_2 son $P(A_1) = 0.40$ y $P(A_2) = 0.60$. Sabe también que $P(A_1 \cap A_2) = 0$. Suponga que $P(B \mid A_1) = 0.20$ y $P(B \mid A_2) = 0.05$.
    a. ¿A_1 y A_2 son eventos mutuamente excluyentes? Explique.
    b. Calcule $P(A_1 \cap B)$ y $P(A_2 \cap B)$.
    c. Calcule $P(B)$.
    d. Emplee el teorema de Bayes para calcular $P(A_1 \mid B)$ y $P(A_2 \mid B)$.
40. Las probabilidades previas de los eventos A_1, A_2 y A_3 son $P(A_1) = 0.20$, $P(A_2) = 0.50$ y $P(A_3) = 0.30$. Las probabilidades condicionales del evento B dados los eventos A_1, A_2 y A_3 son $P(B \mid A_1) = 0.50$, $P(B \mid A_2) = 0.40$ y $P(B \mid A_3) = 0.30$.
    a. Calcule $P(B \cap A_1)$, $P(B \cap A_2)$ y $P(B \cap A_3)$.
    b. Emplee el teorema de Bayes, ecuación (4.19), para calcular la probabilidad posterior $P(A_2 \mid B)$.
    c. Use el método tabular para emplear el teorema de Bayes en el cálculo de $P(A_1 \mid B)$, $P(A_2 \mid B)$ y $P(A_3 \mid B)$.

Aplicaciones

41. Una empresa de consultoría presenta una oferta para un gran proyecto de investigación. El director de la firma piensa inicialmente que tiene 50% de posibilidades de obtener el proyecto. Sin embargo, mas tarde, el organismo al que se le hizo la oferta pide más información sobre la oferta. Por experiencia se sabe que en 75% de las ofertas aceptadas y en 40% de las ofertas no aceptadas, este organismo solicita más información.
    a. ¿Cuál es la probabilidad previa de que la oferta sea aceptada (es decir, antes de la solicitud dé más información)?
    b. ¿Cuál es la probabilidad condicional de que se solicite más información dado que la oferta será finalmente aceptada?
    c. Calcule la probabilidad posterior de que la oferta sea aceptada dado que se solicitó más información.

Autoexamen

42. Un banco local revisa su política de tarjetas de crédito con objeto de retirar algunas de ellas. En el pasado aproximadamente 5% de los tarjetahabientes incumplieron, dejando al banco sin posibilidad de cobrar el saldo pendiente. De manera que el director estableció una probabilidad previa de 0.05 de que un tarjetahabiente no cumpla. El banco encontró también que la probabilidad de que un cliente que es cumplido no haga un pago mensual es 0.20. Por supuesto la probabilidad de no hacer un pago mensual entre los que incumplen es 1.
    a. Dado que un cliente no hizo el pago de uno o más meses, calcule la probabilidad posterior de que el cliente no cumpla.
    b. El banco deseará retirar sus tarjetas si la probabilidad de que un cliente no cumpla es mayor que 0.20. ¿Debe retirar el banco una tarjeta si el cliente no hace un pago mensual?

43. En los automóviles pequeños el rendimiento de la gasolina es mayor, pero no son tan seguros como los coches grandes. Los automóviles pequeños constituyen 18% de los vehículos en circulación, pero en accidentes con automóviles pequeños se registraron 11 898 victimas mortales en uno de los últimos años (*Reader´s Digest,* mayo de 2000). Suponga que la probabilidad de que un automóvil pequeño tenga un accidente es 0.18. La probabilidad de que en un accidente con un automóvil pequeño haya una víctima mortal es 0.128 y la probabilidad de que haya una víctima mortal si el automóvil no es pequeño es 0.05. Usted se entera de un accidente en el que hubo una víctima mortal. ¿Cuál es la probabilidad de que el accidente lo haya tenido un automóvil pequeño?

44. La American Council of Education informa que en Estados Unidos 47% de los estudiantes que ingresan en la universidad terminan sus estudios en un lapso de cinco años (Associated Press, 6 de mayo de 2002). Suponga que en los registros de terminación de estudios encuentra que 50% de los estudiantes que terminan sus estudios en cinco años son mujeres y 45% de quienes no terminan sus estudios en cinco años son mujeres. Los estudiantes que no terminan sus estudios en cinco años son estudiantes que han abandonado sus estudios o que están por terminarlos.
    a. Sea A_1 =el estudiante termina sus estudios en cinco años
       A_2 = el estudiante no termina sus estudios en cinco
       W = el estudiante es mujer
       Empleando la información dada, dé las probabilidades siguientes: $P(A_1)$, $P(A_2)$, $P(W \mid A_1)$ y $P(W \mid A_2)$.
    b. ¿Cuál es la probabilidad de que una estudiante termine sus estudios en cinco años?
    c. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante termine sus estudios en cinco años?
    d. Dados los resultados anteriores, ¿cuál es el porcentaje de mujeres y cuál es el porcentaje de hombres que entran en la universidad?

45. En un artículo acerca del crecimiento de las inversiones, la revista *Money* informa que las acciones en medicamentos muestran una poderosa tendencia de largo plazo y ofrecen a los inversionistas potenciales inigualables y duraderas ganancias. La Health Care Financing Administration confirma estas conclusiones con su pronóstico de que para 2010 el consumo de medicamentos llegará a $366 mil millones, cuando en 2000 era de $117 mil millones. Muchas de las personas de 65 años o más necesitan medicamentos. Entre estas personas, 82% necesita medicamentos de manera regular, 55% usa tres o más medicamentos de manera regular y 40% necesita cinco o más medicamentos regularmente. En cambio entre las personas menores de 65 años, 49% usa medicamentos de manera regular, 37% necesita tres o más medicamentos de manera regular y 28% usa cinco o más medicamentos regularmente (*Money*, septiembre de 2001). La Oficina de Censos de Estados Unidos informa que de los 281 421 906 habitantes de Estados Unidos, 34 991 753 son personas de 65 años o mayores (U.S. Census Bureau, *Census 2000*).
    a. Calcule la probabilidad de que en Estados Unidos una persona tenga 65 años o más.
    b. Calcule la probabilidad de que una persona necesite medicamentos de manera regular.
    c. Calcule la probabilidad de que una persona tenga 65 años o más y necesite cinco o más medicamentos.
    d. Dado que una persona usa cinco o más medicamentos, calcule la probabilidad de que tenga 65 años o más.

Resumen

En este capítulo se introdujeron conceptos básicos de probabilidad y se ilustró cómo usar el análisis de probabilidad para obtener información útil para la toma de decisiones. Se describió cómo interpretar la probabilidad como una medida numérica de la posibilidad de que ocurra un evento. Además, se vio que la probabilidad de un evento se puede calcular, ya sea sumando las probabilidades de los resultados experimentales (puntos muestrales) que comprende el evento o usando las relaciones que establecen las leyes de probabilidad de la adición, de la probabilidad condicional y de la multiplicación. En el caso de que se obtenga información adicional, se mostró cómo usar el teorema de Bayes para obtener probabilidades revisadas o posteriores.

Glosario

Probabilidad Medida numérica de la posibilidad de que ocurra un evento.
Experimento Proceso para generar resultados bien definidos.

Espacio muestral Conjunto de todos los resultados experimentales.

Punto muestral Un elemento del espacio muestral. Un punto muestral que representa un resultado experimental.

Diagrama de árbol Representación gráfica que ayuda a visualizar un experimento de pasos múltiples.

Requerimientos básicos en la asignación de probabilidades Dos requerimientos que restringen la manera en que se asignan probabilidades son: 1) Para cada resultado experimental E_i se debe tener $0 \leq P(E_i) \leq 1$; 2) si $E_1, E_2, \ldots, E_n$ son todos los resultados experimentales, se debe tener que $P(E_1) + P(E_2) + \cdots + P(E_n) = 1.0$.

Método clásico Sirve para la asignación de probabilidades, es apropiado cuando todos los resultados experimentales son igualmente posibles.

Método de las frecuencias relativas Útil para la asignación de probabilidades, es conveniente cuando se tienen datos para estimar la proporción de veces que se presentará un resultado experimental si se repite un gran número de veces.

Método subjetivo Método para la asignación de probabilidades basado en un juicio.

Evento Colección de puntos muestrales

Complemento de *A* El evento que consta de todos los puntos muestrales que no están en A.

Diagrama de Venn Una representación gráfica para mostrar de manera simbólica el espacio muestral y las operaciones con eventos en la cual el espacio muestral se representa como un rectángulo y los eventos se representan como círculos dentro del espacio muestral.

Unión de *A* y *B* Evento que contiene todos los puntos muestrales que pertenecen a A o a B o a ambos. La unión se denota $A \cup B$.

Intersección de *A* y *B* Evento que contiene todos los puntos muestrales que pertenecen tanto a A como a B. La intersección se denota $A \cap B$.

Ley de la adición Ley de probabilidad que se usa para calcular la unión de dos eventos. Es $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. Si los eventos son mutuamente excluyentes, $P(A \cap B) = 0$; en este caso la ley de la adición se reduce a $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Eventos mutuamente excluyentes Eventos que no tienen puntos muestrales en común; es decir, $A \cap B$ es vacío y $P(A \cap B) = 0$.

Probabilidad condicional Probabilidad de un evento dado que otro evento ya ocurrió. La probabilidad condicional de A dado B es $P(A \mid B) = P(A \cap B)/P(B)$.

Probabilidad conjunta La probabilidad de que dos eventos ocurran al mismo tiempo; es decir, la probabilidad de la intersección de dos eventos.

Probabilidad marginal Los valores en los márgenes de una tabla de probabilidad conjunta que dan las probabilidades de cada evento por separado.

Eventos independientes Son dos eventos, A y B, para los que $P(A \mid B) = P(A)$ o $P(B \mid A) = P(B)$; es decir, los eventos no tienen ninguna influencia uno en otro.

Ley de la multiplicación Una ley de probabilidad que se usa para calcular la probabilidad de la intersección de dos eventos. Esto es $P(A \cap B) = P(B)P(A \mid B)$ o $P(A \cap B) = P(\mathrm{A})P(B \mid A)$. Para eventos independientes se reduce a $P(A \cap B) = P(\mathrm{A})P(B)$

Probabilidades previas Estimaciones iniciales de las probabilidades de eventos.

Probabilidades posteriores Probabilidades revisadas de eventos basadas en informaciones adicionales.

Teorema de Bayes Método usado para calcular las probabilidades posteriores.

Fórmulas clave

Regla de conteo para combinaciones

$$C_n^N = \binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!} \tag{4.1}$$

Regla de conteo para permutaciones

$$P_n^N = n!\binom{N}{n} = \frac{N!}{(N-n)!} \tag{4.2}$$

Cálculo de la probabilidad usando el complemento

$$P(A) = 1 - P(A^c) \tag{4.5}$$

Ley de la adición

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \tag{4.6}$$

Probabilidad condicional

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \tag{4.7}$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \tag{4.8}$$

Ley de la multiplicación

$$P(A \cap B) = P(B)P(A \mid B) \tag{4.11}$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B \mid A) \tag{4.12}$$

Ley de la multiplicación para eventos independientes

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \tag{4.13}$$

Teorema de Bayes

$$P(A_i \mid B) = \frac{P(A_i)P(B \mid A_i)}{P(A_1)P(B \mid A_1) + P(A_2)P(B \mid A_2) + \cdots + P(A_n)P(B \mid A_n)} \tag{4.19}$$

Ejercicios complementarios

46. En un sondeo se les pidió a 1035 adultos su opinión respecto a los negocios (*BusinessWeek*, 11 de septiembre de 2000). Una de las preguntas era: “¿Cómo califica usted a las empresas estadounidenses respecto a la calidad de los productos y competitividad a nivel mundial?” Las respuestas fueron: excelentes, 18%; bastante buenas, 50%; regulares, 26%; malas, 5% y no saben o no contestaron 1%.
    a. ¿Cuál es la probabilidad de que un interrogado considere a las empresas estadounidenses bastante buenas o excelentes?
    b. ¿Cuántos de los interrogados consideraron malas a las empresas estadounidenses?
    c. ¿Cuántos de los interrogados dijo no saber o no contestó?
47. Un administrador financiero realiza dos nuevas inversiones, una en la industria del petróleo y otra en bonos municipales. Después de un año cada una de las inversiones se clasificará como buena o no. Considere como un experimento el resultado que se obtiene con estas dos acciones.
    a. ¿Cuántos puntos muestrales hay en este experimento?
    b. Presente un diagrama de árbol y enumere los puntos muestrales.
    c. Sea O = el evento la inversión en la industria del petróleo es buena y M = el evento la inversión en los fondos municipales es buena. Dé los puntos muestrales de O y de M.
    d. Enumere los puntos muestrales de la unión de los eventos $(O \cup M)$.
    e. Cuente los puntos muestrales de la intersección de los eventos $(O \cap M)$.
    f. ¿Son mutuamente excluyentes los eventos O y M? Explique.