31. EL BIENESTAR

Hasta ahora hemos evaluado las asignaciones económicas centrando la atención en el criterio de la eficiencia en el sentido de Pareto. Pero existen otras consideraciones importantes. Debe recordarse que la eficiencia en el sentido de Pareto no dice nada sobre la distribución del bienestar entre los individuos; dar todo a una persona es, por lo general, eficiente en el sentido de Pareto, y, sin embargo, al resto de la gente puede no parecerle una asignación razonable. En este capítulo analizaremos algunas de las técnicas que pueden utilizarse para formalizar las ideas relacionadas con la distribución del bienestar.

La eficiencia en el sentido de Pareto es en sí misma un objetivo deseable, pues, si es posible mejorar el bienestar de un grupo de personas sin empeorar el de otras, ¿por qué no hacerlo? Pero normalmente hay muchas asignaciones eficientes en el sentido de Pareto; ¿cómo puede la sociedad elegir una?

En este capítulo centraremos principalmente la atención en el concepto de **función de bienestar**, que sirve para "sumar" las utilidades de los diferentes consumidores. Antes de indagar en sus implicaciones, conviene preguntarse cómo se "suman" las preferencias de cada consumidor para construir algún tipo de "preferencias sociales".

31.1 Agregación de las preferencias

Volvamos a nuestro análisis anterior de las preferencias del consumidor. Como siempre, supondremos que estas preferencias son transitivas. Inicialmente supusimos que estas preferencias estaban definidas en relación con su propia cesta de bienes, pero ahora queremos ampliar ese concepto, considerando que las preferencias de cada consumidor están definidas en relación con la totalidad de las combinaciones de bienes de los consumidores. Naturalmente, esto incluye la posibilidad de que a un consumidor no le interese lo que tienen los demás, como supusimos inicialmente.

Sea $\mathbf{x}$ una determinada asignación, es decir, una descripción de la cantidad que obtiene cada individuo de cada bien. En ese caso, dadas dos asignaciones, $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$, cada individuo i puede decir si prefiere o no $\mathbf{x}$ a $\mathbf{y}$.

Dadas las preferencias de todos los agentes, nos gustaría tener un instrumento para "agregarlas" y hallar la **preferencia social**. Es decir, si sabemos cómo ordenan todos los individuos las diferentes asignaciones, nos gustaría ser capaces de utilizar esta información para ordenarlas socialmente. Ésta es la forma más general del problema de toma de decisiones sociales. Veamos algunos ejemplos.

Para agregar las preferencias de todos los individuos puede utilizarse algún tipo de votación. Podemos acordar que **x** se "prefiere socialmente" a **y** si lo prefiere la mayoría de los individuos. Sin embargo, este método plantea un problema: puede no generar una ordenación transitiva de las preferencias sociales. Consideremos, por ejemplo, el caso que muestra el cuadro 31.1.

Persona A	Persona B	Persona C
x	**y**	**z**
y	**z**	**x**
z	**x**	**y**

Cuadro 31.1. Preferencias que conducen a una votación intransitiva.

Este cuadro contiene las ordenaciones de tres opciones, **x, y** y **z**, realizadas por tres personas. Obsérvese que una mayoría prefiere **x** a **y**, una mayoría prefiere **y** a **z** y una mayoría prefiere **z** a **x**. Por lo tanto, la agregación de las preferencias de los individuos mediante la votación por mayoría no funciona, ya que, en general, las preferencias sociales a que da lugar este sistema son aberrantes, pues no son transitivas. Dado que no lo son, no puede decirse que ninguna de las tres opciones (**x, y, z**) sea la "mejor". El resultado que elija la sociedad dependerá del orden en que se realice la votación.

Para ver por qué, supongamos que las tres personas del cuadro 31.1 deciden votar primero entre **x** e **y** y, después, entre la opción que gane y **z**. Dado que la mayoría prefiere **x** a **y**, en la segunda ronda se votará entre **x** y **z**, lo que significa que el resultado será **z.**

Pero, ¿qué ocurrirá si deciden votar mejor entre **z** y **x** y a continuación entre la opción ganadora e **y**? En este caso, ganará **z** en la primera votación, pero **y** derrotará a esta opción en la segunda. El resultado final dependerá fundamentalmente del orden en que se presenten las opciones a los votantes.

Otro tipo de mecanismos que podría utilizarse es la votación mediante ordenaciones. En este caso, cada una de las personas ordena los bienes de acuerdo con sus preferencias y asigna un número que indica el puesto que ocupan en su ordenación; por ejemplo, 1 a la mejor opción, 2 a la segunda mejor, etc. A continuación se suman las puntuaciones que ha obtenido cada opción para hallar la puntuación agregada de cada una y se dice que un resultado se prefiere socialmente a otro si tiene una puntuación más baja.

El cuadro 31.2 muestra cómo ordenan dos personas sus preferencias por las tres opciones **x**, **y** y **z**. Supongamos primero que sólo hubiera dos: la **x** y la **y**. En ese caso, la persona A daría a **x** una puntuación de 1 y la B le daría una puntuación de 2. La opción **y** recibiría exactamente la puntuación inversa. Por lo tanto, el resultado de la votación sería un empate en el que ambas opciones obtendrán una puntuación de 3.

Persona A	Persona B
x	y
y	z
z	x

Cuadro 31.2. La elección entre **x** e **y** depende de **z**.

Pero supongamos ahora que introducimos la opción **z** en la votación. La persona, A daría a **x** una puntuación de 1, y a **y** una puntuación de 2 y a **z** una puntuación de 3. La B daría a **y** una puntuación de 1, a **z** una puntuación de 2 y a **x** una puntuación de 3. Eso significa que ahora **x** tendría una puntuación total de 4 e **y** tendría una puntuación total de 3. En este caso, se preferiría **y** a **x**.

Tanto la votación por mayoría como la votación mediante ordenaciones plantean un problema: sus resultados pueden ser manipulados por agentes astutos; la primera puede manipularse alterando el orden en que se realizan las votaciones para conseguir el resultado deseado, y la segunda introduciendo nuevas opciones que alteren la ordenación final de las relevantes.

Es natural preguntarse si existe algún mecanismo para tomar decisiones sociales —métodos para agregar las preferencias— que sea inmune a este tipo de manipulación. ¿Existe algún método para "sumar" las preferencias que no tenga las propiedades negativas descritas antes?

Enumeremos algunas de las condiciones que nos gustaría que cumpliera nuestro sistema de decisión social:

1. Dado un conjunto cualquiera de preferencias individuales completas, reflexivas y transitivas, el sistema de decisión social debe dar lugar a unas preferencias sociales que cumplan las mismas propiedades.
2. Si todo el mundo prefiere la opción **x** a la **y**, las preferencias sociales deben colocar la **x** por delante de la **y**.
3. Las preferencias entre **x** e **y** sólo dependen de la forma en que los individuos ordenan estas opciones y no de la forma en que ordenan otras.

Los tres requisitos parecen plausibles. Sin embargo, puede resultar bastante difícil hallar un mecanismo que los satisfaga. De hecho, Kenneth Arrow ha demostrado el notable resultado siguiente:[1]

Teorema de imposibilidad de Arrow. *Si un mecanismo de decisión social satisface las propiedades 1, 2 y 3, debe ser una dictadura: todas las ordenaciones sociales son las ordenaciones de un individuo.*

El teorema de la imposibilidad de Arrow es bastante sorprendente. Muestra que las tres características mencionadas de un mecanismo de decisión social, que son plausibles y deseables, son, sin embargo, incompatibles con la democracia: no existe ningún sistema "perfecto" para tomar decisiones sociales. No existe ningún mecanismo perfecto para "sumar" las preferencias de los individuos y hallar la preferencia social. Si queremos encontrar uno, tenemos que renunciar a una de las propiedades de los mecanismos de decisión social descritos en el teorema de Arrow.

31.2 Las funciones sociales de bienestar

Si tuviéramos que renunciar a cualquiera de las características deseables de una función social de bienestar descritas antes, probablemente renunciaríamos a la 3, a saber, que las preferencias sociales entre dos opciones sólo dependen de su ordenación. Si hiciéramos eso, algunos tipos de votación mediante ordenación de las opciones podrían satisfacer las otras dos propiedades.

Dadas las preferencias del individuo i sobre las asignaciones, podemos construir una función de utilidad, $u_i(\mathbf{x})$, que resuma sus juicios de valor: la persona i prefiere $\mathbf{x}$ a $\mathbf{y}$ si y sólo si $u_i(\mathbf{x}) > u_i(\mathbf{y})$. Naturalmente, esta función es exactamente igual que todas las funciones de utilidad: puede transformarse monótonamente y conservar la ordenación de las preferencias subyacentes. No existe una *única* representación de las preferencias individuales mediante una función de utilidad.

Pero elijamos una y mantengámosla. En ese caso, una posible forma de conocer las preferencias sociales a partir de las preferencias de los individuos consiste en sumar sus utilidades y utilizar el número resultante como una especie de utilidad social. Es decir, la asignación $\mathbf{x}$ se prefiere socialmente a la $\mathbf{y}$ si

$$\sum_{i=1}^{n} u_i(\mathbf{x}) > \sum_{i=1}^{n} u_i(\mathbf{y}),$$

[1] Véase Kenneth Arrow, *Social Choice and Individual Values,* Nueva York, Wiley, 1963. Arrow, profesor de la Stanford University, fue galardonado con el Premio Nobel de Economía por los trabajos realizados en esta área.

donde n es el número de individuos que hay en la sociedad.

Este método funciona, pero, naturalmente, es totalmente arbitrario, ya que nuestra elección de la representación de la utilidad es totalmente arbitraria. La elección de la suma también lo es. ¿Por qué no utilizar una suma ponderada de las utilidades? ¿Por qué no utilizar el producto de las utilidades o la suma de sus cuadrados?

Podríamos poner a la "función agregada" la razonable restricción de que fuera creciente con respecto a la utilidad de cada individuo. De esa manera tendríamos la garantía de que si todo el mundo prefiriera **x** a **y**, las preferencias sociales situarían a **x** por delante de **y**.

Este tipo de función agregada llamada **función social de bienestar**, es una función de las funciones de utilidad de los individuos: $W(u_1(\mathbf{x}), \ldots, u_n(\mathbf{x}))$. Es un instrumento para ordenar asignaciones diferentes que depende solamente de las preferencias de los individuos y que es una función creciente con respecto a la utilidad de cada uno.

Veamos algunos ejemplos. Un caso especial mencionado antes es la *suma* de las funciones de utilidad de los individuos:

$$W(u_1, \ldots, u_n) = \sum_{i=1}^{n} u_i.$$

Esta función se llama a veces función de bienestar **utilitarista clásica** o **benthamita.**[2] Una generalización de esta función es la función de bienestar de la **suma ponderada de las utilidades:**

$$W(u_1, \ldots, u_n) = \sum_{i=1}^{n} a_i u_i.$$

En esta función se supone que los pesos, $a_1, \ldots, a_n$, son números que indican la importancia que tiene la utilidad de cada agente para el bienestar social global. Es natural considerar que todas las a_i son cantidades positivas.

Otra interesante función de bienestar es la **minimax** o **rawlsiana:**

$$W(u_1, \ldots, u_n) = \min\{u_1, \ldots, u_n\}.$$

[2] Jeromy Bentham (1748-1832), fundador de la escuela utilitarista de la filosofía moral, consideraba que el mejor bien consistía en conseguir la mayor felicidad para el mayor número de personas.

Esta función de bienestar nos dice que el bienestar social de una asignación depende solamente del bienestar del agente que se encuentre en peor situación, de la persona que tenga la utilidad menor.[3]

Cada una de estas funciones es un instrumento posible para comparar las funciones de utilidad de los individuos. Cada una representa juicios éticos diferentes sobre la comparación del bienestar de diferentes personas. La única restricción que imponemos por ahora a la estructura de la función de bienestar es que sea creciente con respecto a la utilidad de cada consumidor.

31.3 Maximización del bienestar

Una vez que tenemos una función de bienestar, podemos analizar el problema de la maximización del bienestar. Supongamos que x_i^j es la cantidad que tiene el individuo i del bien j y que hay n consumidores y k bienes. En ese caso, la asignación $\mathbf{x}$ consiste en una lista de la cantidad que tiene cada uno de los agentes de los diferentes bienes.

Si tenemos una cantidad total $X^1, \ldots, X^k$ de los bienes $1, \ldots, k$ para distribuir entre los consumidores, podemos plantear el siguiente problema de maximización del bienestar:

$$\max W(u_1(\mathbf{x}), \ldots, \mathbf{u}_n(\mathbf{x}))$$

$$\text{sujeta a} \sum_{i=1}^{n} x_i^1 = X^1$$

$$\vdots$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^k = X^k.$$

Por lo tanto, nuestro propósito es hallar la asignación viable que maximice el bienestar social. ¿Qué propiedades tiene una asignación de ese tipo?

Debemos señalar, en primer lugar, que una asignación maximizadora del bienestar debe ser eficiente en el sentido de Pareto. Es fácil la demostración: supongamos que no lo fuera. En ese caso, habría alguna otra asignación viable que proporcionaría a todo el mundo al menos la misma utilidad y a una persona una utilidad estrictamente mayor. Pero la función de bienestar es una función creciente con respecto a la utilidad de cada agente. Por lo tanto, esta nueva asignación tendría que generar un bienestar mayor, lo que contradice el supuesto de que partíamos de un bienestar máximo.

[3] John Rawls, profesor de la Harvard University, es un filósofo moral contemporáneo que defiende este principio de la justicia.

Analicemos esta situación en la figura 31.1, en la que el conjunto U es el conjunto de utilidades posibles de dos individuos, que se denomina **conjunto de posibilidades de utilidad.** Su frontera —la **frontera de posibilidades de utilidad**— es el conjunto de niveles de utilidad de ambos individuos correspondientes a las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto. Si una asignación se encuentra en la frontera del conjunto de posibilidades de utilidad, no existe ninguna otra asignación viable que reporte una mayor utilidad a ambos agentes.

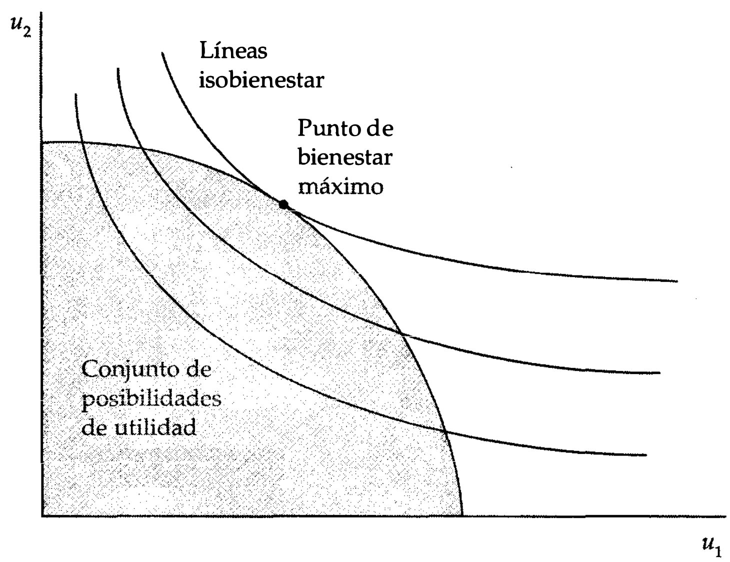

Figura 31.1. Maximización del bienestar. Una asignación que maximiza una función de bienestar debe ser eficiente en el sentido de Pareto.

Las "curvas de indiferencia" de este gráfico se llaman líneas **isobienestar,** ya que describen las distribuciones de la utilidad que generan el mismo bienestar. Como siempre el punto óptimo se caracteriza por una condición de tangencia. Pero para nuestros fines, lo sobresaliente de este punto de bienestar máximo reside en que es eficiente en el sentido de Pareto: debe encontrarse en la frontera del conjunto de posibilidades de utilidad.

En segundo lugar, este gráfico muestra que *cualquier* asignación eficiente en el sentido de Pareto debe corresponder al punto máximo de alguna función de bienestar. La figura 31.2 muestra un ejemplo.

En esta figura hemos elegido una asignación eficiente en el sentido de Pareto y hemos hallado un conjunto de líneas isobienestar cuyo punto de bienestar máximo es precisamente esa asignación. De hecho, podemos decir algo más. Si el conjunto de distribuciones posibles de la utilidad es convexo, como muestra la figura, todos los puntos de su frontera maximizan la utilidad de una función de bienestar que sea una suma ponderada de las utilidades, como la que muestra la figura 31.2. Por lo tanto, la función de bienestar sirve para elegir las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto: toda asignación que maximice el bienestar es una asignación eficiente en el sentido de Pareto y toda asignación eficiente en el sentido de Pareto es una asignación que maximiza el bienestar.

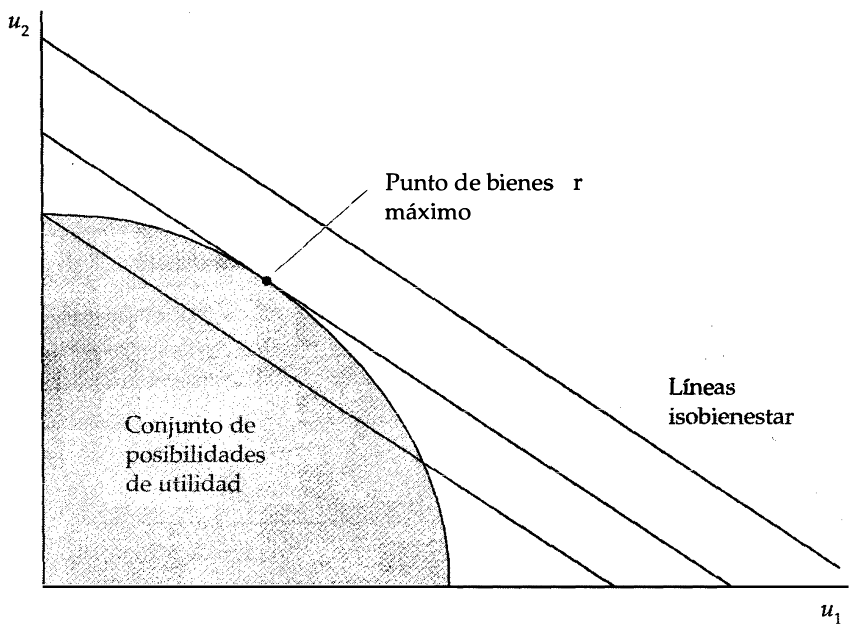

Figura 31.2. Maximización de la función de bienestar basada en la suma ponderada de las utilidades. Si el conjunto de posibilidades de utilidad es convexo, todos los puntos eficientes en el sentido de Pareto constituyen un máximo de una función de bienestar en la suma ponderada de las utilidades.

31.4 Las funciones sociales de bienestar individualistas

Hasta ahora hemos supuesto que las preferencias de los individuos se definían sobre el conjunto de las asignaciones y no sobre las cestas de bienes de cada uno de ellos. Pero, como hemos señalado antes, es posible que a los individuos sólo les interesen sus propias cestas. En ese caso, podemos utilizar al notación x_i para representar la cesta de consumo del individuo i y suponer que $u_i(x_i)$ es su nivel de utilidad empleando una representación fija de la utilidad. La función social de bienestar tendrá entonces la forma siguiente:

$$W = W(u_1(x_1), \ldots, u_n(x_n)).$$

La función de bienestar es directamente una función de las funciones de utilidad de los individuos, pero es indirectamente una función de las cestas de consumo de estos últimos. Este tipo especial de función de bienestar se llama **función de bienestar individualista** o de **Bergson-Samuelson.**[4]

Si la utilidad de cada agente sólo depende de su propio consumo, éste no genera externalidades. Por lo tanto, los resultados son los resultados normales del capítulo 29, por lo que se da una estrecha relación entre las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto y el equilibrio del mercado: todos los equilibrios competitivos son eficientes en el sentido de Pareto y, bajo los supuestos apropiados de convexidad, todas las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto son equilibrios competitivos.

Ahora podemos llevar algo más lejos esta categorización. Dada la relación existente entre la eficiencia en el sentido de Pareto y la maximización del bienestar descrita antes, podemos llegar a la conclusión de que todos los puntos de bienestar máximo son equilibrios competitivos y todos los equilibrios competitivos corresponden a puntos de bienestar máximos de alguna función de bienestar.

31.5 Las asignaciones justas

La función de bienestar es un instrumento muy general para describir el bienestar social. Pero debido precisamente a que es tan general puede utilizarse para resumir las propiedades de muchos tipos de juicios morales. En cambio, no es de mucha utilidad para averiguar qué tipos de juicios éticos pueden ser razonables.

Otro enfoque consiste en partir de algunos juicios morales concretos y examinar sus implicaciones en relación con la cuestión de la distribución económica. Éste es el enfoque que se adopta en el estudio de las **asignaciones justas.** Partiremos de una forma de dividir una cesta de bienes que podría considerarse justa y después utilizaremos nuestros conocimientos sobre el análisis económico para investigar sus implicaciones.

Supongamos que nos dieran unos bienes y nos encargaran que los dividiéramos equitativamente entre n personas que tuvieran los mismos méritos. ¿Qué haríamos? Probablemente la mayoría de nosotros repartiría por igual los bienes entre los n agentes. Dado que por hipótesis todos tienen los mismos méritos, ¿qué otra cosa podríamos hacer?

[4] Abram Bergson y Paul Samuelson son economistas contemporáneos que estudiaron las propiedades de este tipo de función del bienestar a principios de los años cuarenta. Samuelson ha sido galardonado con el Premio Nobel por sus numerosas aportaciones.

¿Qué tiene de atractiva la idea de la división igualitaria? Que es *simétrica*. Cada agente tiene las mismas cestas de bienes; ninguno prefiere la cesta de otro a la suya, ya que todos tienen exactamente la misma.

Desgraciadamente, una división igualitaria no tiene por qué ser necesariamente eficiente en el sentido de Pareto. Si los agentes tienen gustos distintos, generalmente desearán realizar algún intercambio que entrañe un alejamiento de esa división igualitaria. Supongamos que intercambien algo y que, de esa manera, nos trasladamos a una asignación eficiente en el sentido de Pareto.

Cabe preguntarse si esta asignación sigue siendo justa en el algún sentido. ¿Se mantiene la simetría del punto de partida una vez realizado el intercambio? No necesariamente.

Consideremos el siguiente ejemplo: tenemos tres personas, A, B y C. A y B tienen los mismos gustos y C tiene gustos distintos. Partimos de una división igualitaria y suponemos que A y C se reúnen y comercian. En ese caso, normalmente aumenta el bienestar de ambos. Ahora B, que no ha tenido la posibilidad de comerciar con C, sentirá **envidia** de A, es decir, preferirá la cesta de A a la suya. Incluso aunque A y B comenzaran teniendo la misma asignación. A ha sido más afortunada en su intercambio, lo que ha destruido la simetría de la asignación original.

Eso significa que el comercio arbitrario que se realiza partiendo de un reparto igualitario no conserva necesariamente la simetría de partida propia de la división igualitaria. Cabría muy bien preguntarse si existe alguna asignación que conserve esta simetría. ¿Es posible conseguir una asignación que sea al mismo tiempo eficiente en el sentido de Pareto y equitativa?

31.6 La envidia y la equidad

Tratemos ahora de formalizar algunas de estas ideas. ¿Qué entendemos por "simétrico" o por "equitativo"? Veamos un conjunto posible de definiciones.

Decimos que una asignación es **equitativa** si ningún agente prefiere la cesta de otro a la suya propia. Si el agente *i* prefiere la cesta de bienes del *j*, decimos que *i* **envidia** a *j*. Finalmente, si una asignación es equitativa y eficiente en el sentido de Pareto, decimos que es una asignación **justa.**

La idea de la simetría mencionada antes puede formalizarse de varias maneras. Una asignación basada en una división igualitaria tiene la propiedad de que ningún agente envidia a ningún otro; pero hay muchas otras asignaciones que tienen esta propiedad.

Obsérvese la figura 31.3. Para saber si una asignación es equitativa o no, basta fijarse en la que surge si los dos agentes trocan sus cestas. Si la asignación resultante del trueque se encuentra "por debajo" de la curva de indiferencia de cada agente que pasa por la asignación original, esta última es una asignación equitativa (aquí "por debajo" significa por debajo desde el punto de vista de cada uno de los agentes; desde nuestro punto de vista, la asignación resultante del trueque debe encontrarse entre las dos curvas de indiferencia).

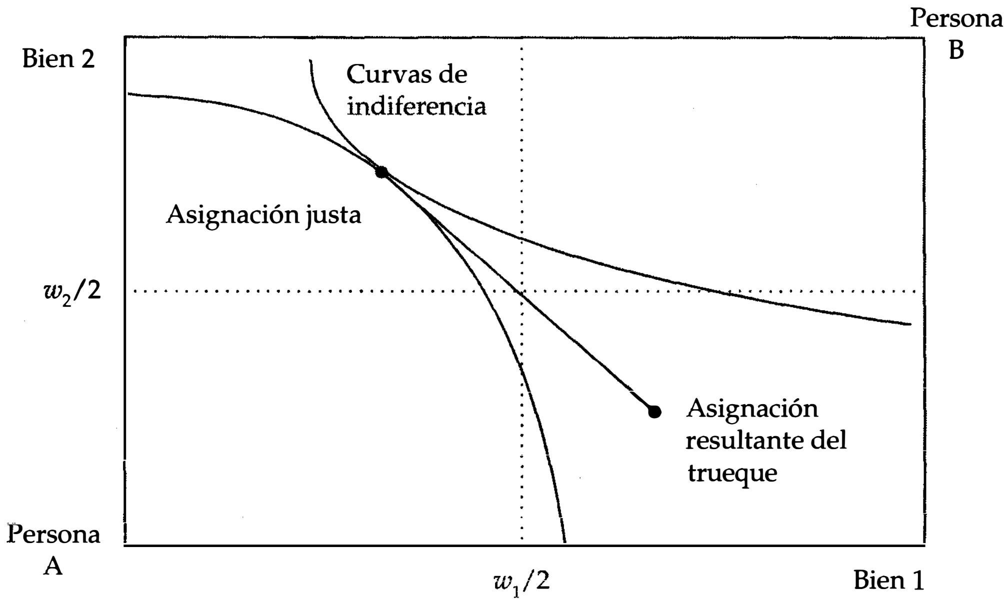

Figura 31.3. Asignaciones justas. La figura muestra una asignación justa en una caja de Edgeworth. Cada persona prefiere la asignación justa a la resultante del trueque.

Obsérvese además que la asignación de la figura 31.3 también es eficiente en el sentido de Pareto. Por lo tanto, no sólo es equitativa, en el sentido en que hemos definido este término, sino también eficiente. De acuerdo con nuestra definición, es una asignación justa. ¿Es este tipo de asignación una casualidad o existen normalmente asignaciones justas?

Generalmente *existen* asignaciones justas, y hay una sencilla forma de verlo. Partamos del ejemplo del apartado anterior, en el que tenemos una asignación basada en un reparto igualitario y consideremos la posibilidad de comerciar para trasladarnos a una asignación eficiente en el sentido de Pareto. En lugar de recurrir a cualquier forma antigua de comercio, utilicemos el mecanismo especial del mercado competitivo.

De esa manera nos trasladaremos a una nueva asignación en la que cada agente elige la mejor cesta de bienes que está a su alcance a los precios de equilibrio (p_1, p_2) y, como vimos en el capítulo 29, una asignación de ese tipo debe ser eficiente en el sentido de Pareto.

Pero, ¿es también equitativa? Supongamos que no. Supongamos que uno de los consumidores, por ejemplo el A, envidia al B. Eso significa que A prefiere la cesta que tiene B a la suya. En símbolos:

$$(x_A^1, x_A^2) \prec_A (x_B^1, x_B^2).$$

Pero si A prefiere la cesta de B a la suya propia y ésta es la mejor cesta que A tiene a su alcance a los precios (p_1, p_2), eso significa que la cesta de B debe costar más de lo que puede pagar A. En símbolos:

$$p_1 w_A^1 + p_2 w_A^2 < p_1 x_B^1 + p_2 x_B^2.$$

Pero ¡eso es una contradicción! En efecto, por hipótesis, A y B comenzaron teniendo exactamente la misma cesta, ya que el punto de partida era un reparto igualitario. Si A no puede comprar la cesta de B, B tampoco puede comprarla.

Podemos concluir, pues, que es imposible que A envidie a B en estas circunstancias. Un equilibrio competitivo basado en una división igualitaria debe ser una asignación justa. Por lo tanto, el mecanismo del mercado conserva determinados tipos de equidad: si la asignación inicial se divide igualitariamente, la asignación final debe ser justa.

Resumen

1. El teorema de la imposibilidad de Arrow demuestra que no existe un mecanismo ideal para agregar las preferencias de los individuos y hallar las preferencias sociales.
2. No obstante, los economistas suelen utilizar distintos tipos de funciones de bienestar para representar juicios distributivos de las asignaciones.
3. Si la función de bienestar es creciente con respecto a la utilidad de cada individuo, una asignación maximizadora del bienestar es eficiente en el sentido de Pareto. Por otra parte, puede considerarse que todas las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto maximizan alguna función de bienestar.
4. El concepto de asignaciones justas también permite hacer juicios de valor distributivos. Pone el énfasis en la idea del tratamiento simétrico.
5. Incluso cuando la asignación inicial es simétrica, intercambiar de forma arbitraria no da lugar necesariamente a una asignación justa. Sin embargo, el mecanismo del mercado sí da lugar a una asignación justa.

Problemas

1. Supongamos que decimos que la asignación **x** se prefiere socialmente a la **y** sólo si *todo el mundo* prefiere la **x** a la **y** (esta ordenación se llama a veces ordenación de

Pareto, ya que está estrechamente relacionada con el concepto de eficiencia en el sentido de Pareto). ¿Qué defecto tiene este criterio como regla para tomar decisiones sociales?

2. Una función de bienestar rawlsiana sólo cuenta el bienestar del agente que se encuentra en peor situación. La función de bienestar contraria a la rawlsiana podría llamarse "nietzscheana": afirma que el valor de una asignación sólo depende del bienestar del agente *mejor situado.* ¿Qué forma matemática tendría?
3. Supongamos que el conjunto de posibilidades de utilidad es convexo y que a los consumidores sólo les interesa su propio consumo. ¿Qué tipo de asignaciones representan puntos de bienestar máximo de la función de bienestar nietzscheana?
4. Supongamos que una asignación es eficiente en el sentido de Pareto y que a cada individuo sólo le interesa su propio consumo. Demostremos que debe haber alguno que no envidie a nadie, en el sentido descrito en este capítulo (este problema requiere una cierta reflexión, pero merece la pena dedicarle tiempo).
5. La posibilidad de fijar el orden de las votaciones puede ser a menudo una poderosa arma. Suponiendo que las preferencias sociales se deciden mediante sucesivas votaciones por mayoría entre pares de opciones y que se cumplen las preferencias del cuadro 31.1, demuestre este hecho estableciendo un orden de votación en el que gane la asignación **y**. Hallemos luego un orden en el que gane la **z**. ¿Qué propiedad de las preferencias sociales es responsable de la importancia del orden de las votaciones?

Apéndice

Analicemos el problema de maximización del bienestar utilizando una función de bienestar individualista. Formulémoslo mediante la función de transformación expuesta en el capítulo 30 para describir la frontera de posibilidades de producción:

$$\max_{x_A^1,\, x_A^2,\, x_B^1,\, x_B^2} W(u_A(x_A^1, x_A^2), u_B(x_B^1, x_B^2))$$

$$\text{sujeta a } T(X^1, X^2) = 0,$$

donde X^1 y X^2 representan la cantidad total del bien 1 y del 2 producida y consumida.

El lagrangiano de este problema es

$$L = W(u_A(x_A^1, x_A^2), u_B(x_B^1, x_B^2)) - \lambda(T(X^1, X^2) - 0).$$

Derivando con respecto a cada una de las variables de decisión, obtenemos las siguientes condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial L}{\partial x_A^1} = \frac{\partial W}{\partial u_A} \frac{\partial u_A(x_A^1, x_A^2)}{\partial x_A^1} - \lambda \frac{\partial T(X^1, X^2)}{\partial X^1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_A^2} = \frac{\partial W}{\partial u_A} \frac{\partial u_A(x_A^1, x_A^2)}{\partial x_A^2} - \lambda \frac{\partial T(X^1, X^2)}{\partial X^2} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B^1} = \frac{\partial W}{\partial u_B} \frac{\partial u_B(x_B^1, x_B^2)}{\partial x_B^1} - \lambda \frac{\partial T(X^1, X^2)}{\partial X^1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B^2} = \frac{\partial W}{\partial u_B} \frac{\partial u_B(x_B^1, x_B^2)}{\partial x_B^2} - \lambda \frac{\partial T(X^1, X^2)}{\partial X^2} = 0.$$

Reordenando y dividiendo la primera ecuación por la segunda y la tercera por la cuarta, tenemos que

$$\frac{\partial u_A / \partial x_A^1}{\partial u_A / \partial x_A^2} = \frac{\partial T / \partial X^1}{\partial T / \partial X^2}$$

$$\frac{\partial u_B / \partial x_B^1}{\partial u_B / \partial x_B^2} = \frac{\partial T / \partial X^1}{\partial T / \partial X^2}.$$

Obsérvese que estas ecuaciones son exactamente iguales que las del apéndice del capítulo 30. Por lo tanto, el problema de maximización del bienestar tiene las mismas condiciones de primer orden que el problema de eficiencia en el sentido de Pareto.

Evidentemente, este resultado no es casual. De acuerdo con el análisis de este capítulo, la asignación a que da lugar la maximización de la función de bienestar de Bergson-Samuelson es eficiente en el sentido de Pareto y todas las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto maximizan alguna función de bienestar. Por lo tanto, los puntos de bienestar máximo y las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto tienen que satisfacer las mismas condiciones de primer orden.