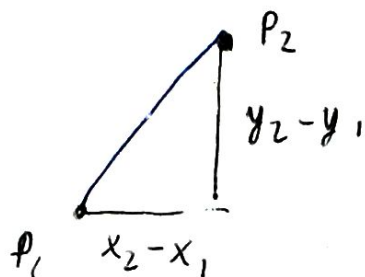


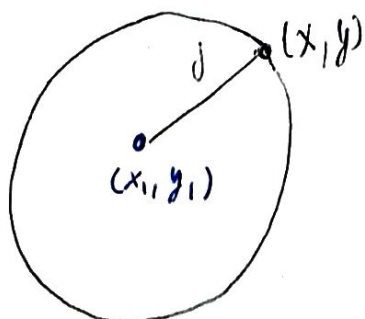
12.1.2 Distancias y Superficies Básicas.

En 2-D, la distancia entre $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$



$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = d^2$$



Ec. Circunferencia
de radio d centrada
en (x_1, y_1) .

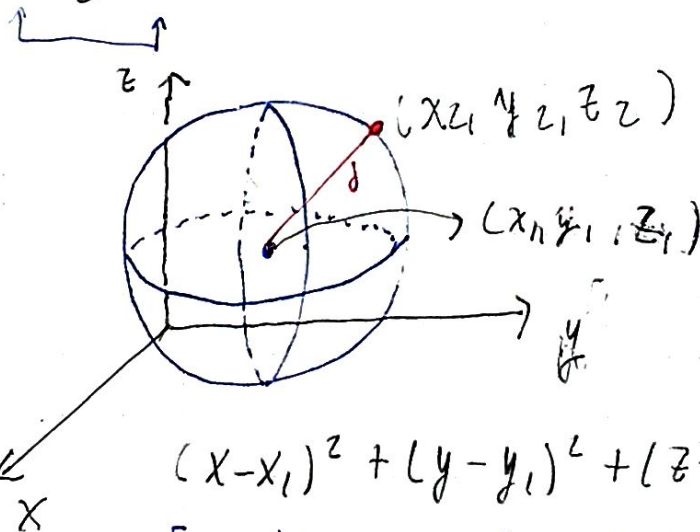
En 3-D, la distancia entre $P_1(x_1, y_1, z_1)$ y $P_2(x_2, y_2, z_2)$

Calcule la diferencia entre z_2 & z_1 .

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

no puede
ser
negativa.

Notación $d = |P_2 P_1|$



$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = d^2$$

Ec. de una esfera de radio r
centrada en (x_1, y_1, z_1) .

Esfera más utilizada centrada en el origen $(0,0,0)$

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2 \quad \text{radio } r.$$

Ejercicio 4: Encuentre el centro y radio de la esfera
cuya ecuación es:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8x - 6y + 4z + 4 = 0. \quad (P16).$$

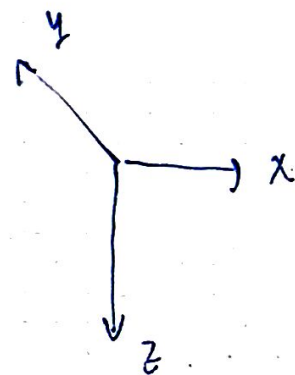
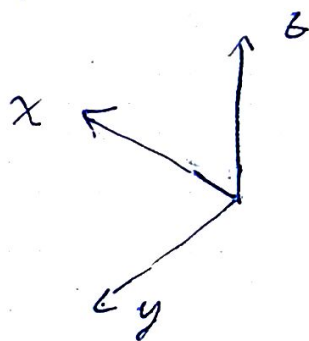
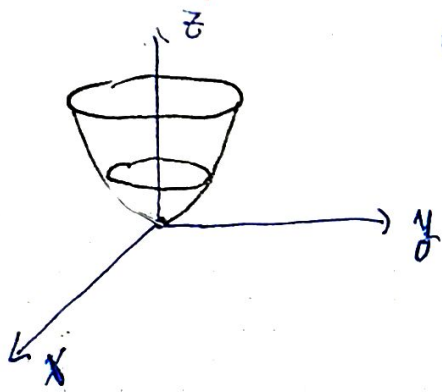
$$x^2 + 8x + 16 + y^2 - 6y + 9 + z^2 + 4z + 4 = -4 + 16 + 9 + 4$$

$$(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 25 = r^2$$

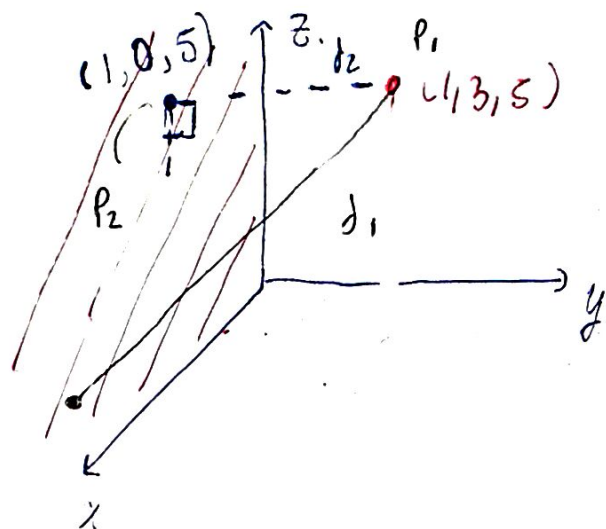
Centro de esfera $(-4, 3, -2)$ Radio $\sqrt{25} = 5$.

$z = x^2 + y^2$ no es una esfera.

es un paraboloide.



3. Distancia entre un punto y un plano-coordenado.



Encuentre la distancia entre el punto $(1, 3, 5)$ y el plano xz . (tiene infinitos puntos)

En el plano xz $y=0$

si se estrella el punto $(1, 3, 5)$ contra el plano xz se obtiene el punto $(1, 0, 5)$.

"Estrellar": Encuentre la proyección del punto P sobre el plano.

Distancia entre P_1 y P_2 $d = \sqrt{(1-1)^2 + (3-0)^2 + (5-5)^2}$
 $d = \sqrt{0 + 9 + 0} = 3$

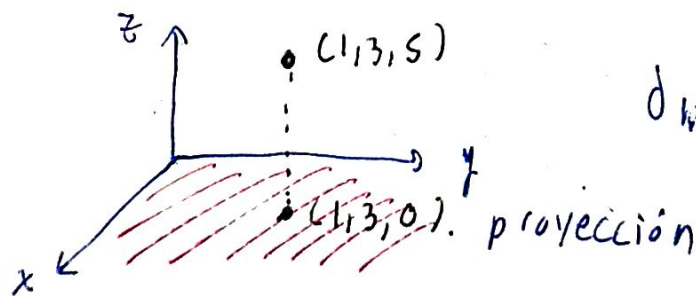
Gabriel la proyección del punto (a, b, c) sobre el plano xz es el punto $(a, 0, c)$.

distancia mínima entre P y el plano es

$d = \sqrt{0 + b^2 + 0} = |b|$. } de la componente $-y$.

¿Cuál es la distancia entre el punto $(1, 3, 5)$ y el plano xy ?

$z=0$.



$d_{min} = \sqrt{0 + 0 + 5^2}$
 $= 5$.

Ejercicio 6: Considere los puntos $A(3, 0, -4)$, $B(9, 0, 0)$ y $C(0, 1, \sqrt{15})$.
 \uparrow \uparrow \uparrow
 $y=0$ $y=0$ $z=0$

a. ¿Cuál de los sigs. puntos está más cercano al origen?

Calcule la distancia de cada punto respecto al origen.

$$d_{AO} = |AO| = \sqrt{9 + 0 + 16} = \sqrt{25} = 5 \quad O(0, 0, 0)$$

$$|BO| = \sqrt{81 + 0 + 0} = \sqrt{81} = 9$$

$$|CO| = \sqrt{0 + 1 + 15} = \sqrt{16} = 4$$

\hookrightarrow es el más cercano al origen.

b. ¿Cuáles de los puntos están sobre el plano yz ?

Ec. Plano yz : $x=0$.

A y B no están sobre el plano yz $x \neq 0$.

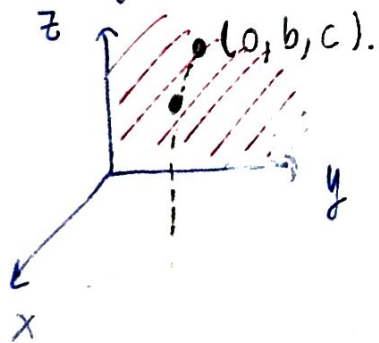
El punto C $(0, 1, \sqrt{15})$ sí está sobre este plano.

Comentario. A está sobre el plano xz .

B está sobre el eje x .

está sobre el plano xy & xz

c. ¿Cuáles de los puntos está más cercano al plano yz ? $x=0$.



Como C está sobre el plano yz éste es el más cercano a este plano $d=0$.

Encuentre las proyecciones y las distancias

$$A(3, 0, -4), \quad P_A = (0, 0, -4), \quad d_A = 3$$

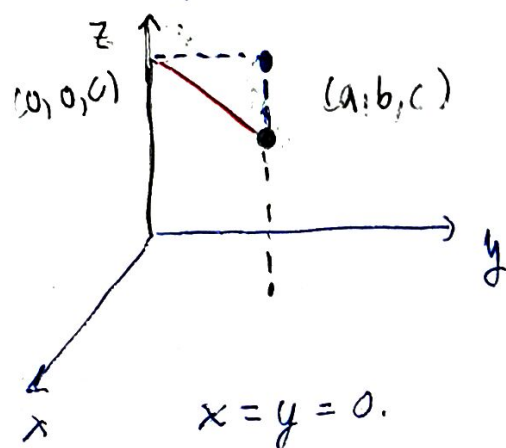
$$B(9, 0, 0), \quad P_B = (0, 0, 0), \quad d_B = 9.$$

$$C(0, 1, \sqrt{15}), \quad P_C = (0, 1, \sqrt{15}), \quad d_C = 0 \quad \checkmark$$

mismo punto, está sobre el plano yz

Distancia entre un punto y un eje.

1. ¿Cuál de los siguientes puntos está más cercano al eje z .



En el eje z $x=0, y=0$.

La proyección del punto $P(a, b, c)$ al eje z es el punto $P_z(0, 0, c)$.

$$d_{\min} = \sqrt{a^2 + b^2 + 0}$$

Encuentre las proyecciones sobre el eje y las distancias.

$$A(3, 0, -4), \quad P_A(0, 0, -4), \quad d_A = \sqrt{9 + 0 + 0} = 3.$$

$$B(9, 0, 0), \quad P_B(0, 0, 0), \quad d_B = \sqrt{81 + 0 + 0} = 9.$$

$$C(0, 1, \sqrt{15}), \quad P_C(0, 0, \sqrt{15}), \quad d_C = \sqrt{0 + 1 + 0} = 1$$

crítico.

más cercano

Plano $x=0$ plano yz

$y=0$ plano xz

$z=0$ plano xy

Ejes

$x=0, y=0$ Eje z

$x=0, z=0$ Eje y

$y=0, z=0$ Eje x

Superficies. Básicas: Planos, Cilindros y Esfera.

En 126 superficies cuádricas cilindro parabólico
cilindro (función).

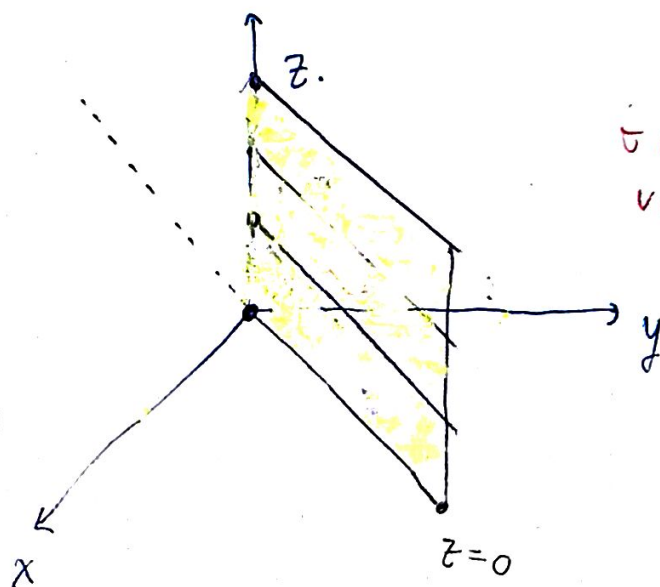
Ejercicio 7: Bosqueje el plano $y = x$ en el 1er octante.

$$z = 0: y = x$$

$$z = 1: y = x$$

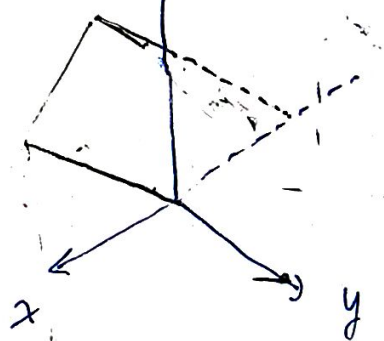
$$z = a: y = x$$

sólo tiene
intersección con el
eje z .



traslada
verticalmente
 $y = x$.

Ejercicio 7a $z = x$.

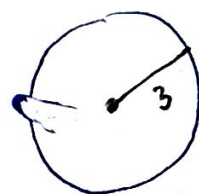


Difícil de graficar
por la perspectiva.

Ejercicio 8: Grafique las siguientes superficies

a. $x^2 + z^2 = 9$.

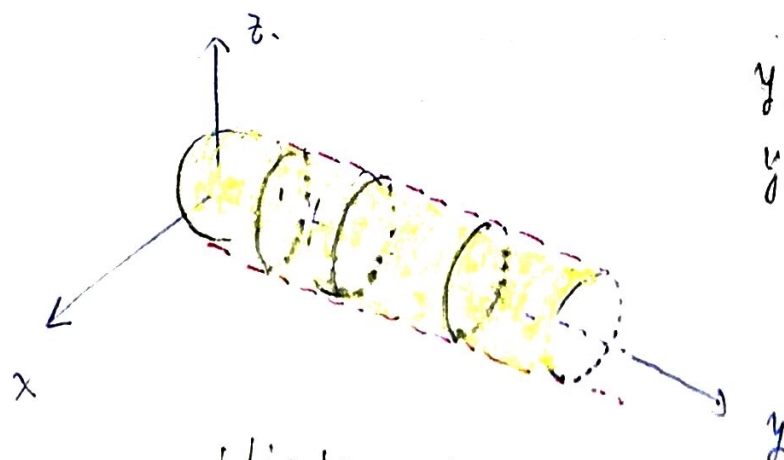
Variable y .



En 2-D
circunferencia
de radio 3.

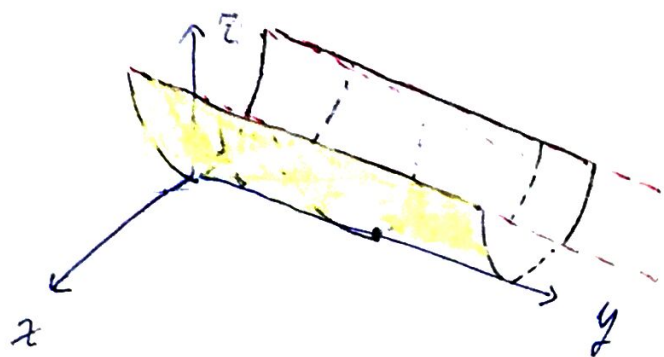
$y = 0 \quad x^2 + z^2 = 9$

$y = 2 \quad x^2 + z^2 = 9$



Cilindro circular de radio centrado en
el eje- y .

b. $z = x^2$.



hoja doblada
cilindro parabólico.