

7. LAS PREFERENCIAS REVELADAS

En el capítulo 6 vimos cómo podía utilizarse la información sobre las preferencias del consumidor y la restricción presupuestaria para averiguar la demanda. En este capítulo invertiremos el proceso y mostraremos cómo puede utilizarse la información sobre la demanda del consumidor para conocer sus preferencias. Hasta ahora, hemos considerado lo que podían decirnos las preferencias sobre la conducta de los individuos. Sin embargo, en la vida real, las preferencias no pueden observarse directamente: hay que descubrirlas analizando los comportamientos. En este capítulo presentaremos algunos instrumentos para hacerlo.

Cuando hablamos de averiguar las preferencias de los individuos examinando su conducta, tenemos que suponer que éstas no varían mientras lo hacemos. Si bien este supuesto no es muy razonable cuando consideramos períodos de tiempo muy largos, para períodos mensuales o trimestrales como los que suelen utilizar los economistas, resulta bastante ajustado a la realidad, ya que parece improbable que los gustos del consumidor cambien radicalmente en un plazo tan breve. Por lo tanto, adoptaremos la hipótesis de que las preferencias del consumidor son estables a lo largo del período de tiempo en el que observamos su conducta.

7.1 La preferencia revelada

Antes de comenzar esta investigación, adoptaremos en el presente capítulo la convención de que se sabe que las preferencias subyacentes, cualesquiera que sean, son estrictamente convexas. Por lo tanto, para cada presupuesto hay una *única* cesta demandada. Este supuesto, aunque no es necesario en la teoría de la preferencia revelada, facilita la exposición.

Consideremos la figura 7.1, que representa la cesta demandada por un consumidor, (x_1, x_2) , y otra cesta arbitraria, (y_1, y_2) , que se encuentra por debajo de la recta presupuestaria del consumidor. Supongamos que estamos dispuestos a postular que se trata de un individuo optimizador del tipo que hemos venido estudiando. ¿Qué podemos decir sobre sus preferencias con respecto a estas dos cestas de bienes?

La cesta (y_1, y_2) es, ciertamente, una compra asequible con el presupuesto dado; el consumidor podría haberla comprado si hubiera querido e incluso le habría sobrado dinero. Dado que (x_1, x_2) es la cesta *óptima*, debe ser mejor que ninguna otra de las que el consumidor podría adquirir. Por lo tanto, en concreto debe ser mejor que la (y_1, y_2) .

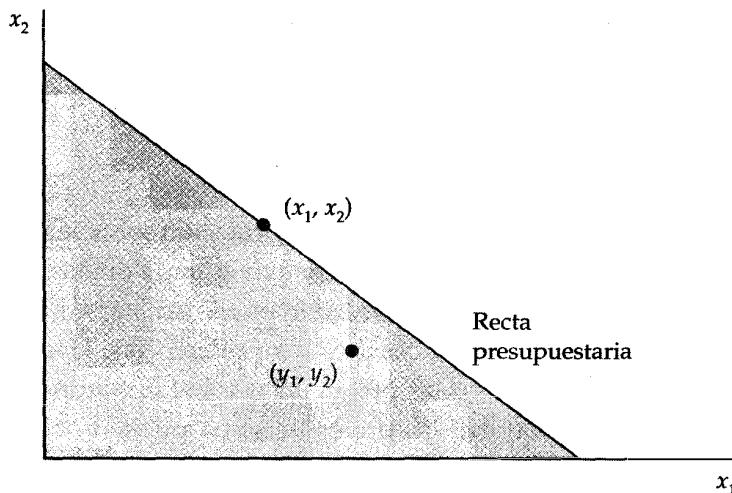


Figura 7.1. La preferencia revelada. Cuando el consumidor elige la cesta (x_1, x_2) , revela que prefiere esta cesta a la (y_1, y_2) , que es una cesta que podría haber elegido.

Este argumento también se cumple en el caso de todas las cestas que se encuentran en o por debajo de la recta presupuestaria y que no son la demandada. Dado que podrían haberse comprado con el presupuesto dado, y que esto no se ha hecho, la que se ha comprado debe ser mejor. Aquí es donde tenemos que recurrir al supuesto de que hay una *única* cesta demandada para cada presupuesto. Si las preferencias no son estrictamente convexas, de modo que las curvas de indiferencia tienen segmentos rectos, puede que algunas de las cestas que se encuentren *en* la recta presupuestaria sean tan buenas como la demandada. Esta complicación puede resolverse sin excesivas dificultades, pero es más fácil prescindir de ella.

La figura 7.1 nos muestra que, para el consumidor, todas las cestas que se encuentran en el área sombreada situada por debajo de la recta presupuestaria son peores que la demandada (x_1, x_2) , debido a que podrían haberse elegido, pero se han rechazado en favor de la (x_1, x_2) . A continuación traduciremos algebraicamente el análisis geométrico de la preferencia revelada.

Sea (x_1, x_2) la cesta comprada a los precios (p_1, p_2) cuando el consumidor tiene la renta m . ¿Qué significa que (y_1, y_2) es asequible a esos precios y con esa renta? Significa simplemente que (y_1, y_2) satisface la restricción presupuestaria

$$p_1y_1 + p_2y_2 \leq m.$$

Dado que (x_1, x_2) es la cesta que se compra realmente con el presupuesto dado, debe satisfacer la restricción presupuestaria con el signo de igualdad

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

Uniendo estas dos ecuaciones, el hecho de que (y_1, y_2) sea asequible con el presupuesto (p_1, p_2, m) significa que

$$p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2.$$

Si se satisface la igualdad anterior y (y_1, y_2) es realmente una cesta diferente de la (x_1, x_2) , decimos que el consumidor **revela directamente que prefiere** la (x_1, x_2) a la (y_1, y_2) .

Obsérvese que el primer miembro de esta desigualdad es el gasto realizado en la cesta que se *elige realmente* a los precios (p_1, p_2) . Por lo tanto, la preferencia revelada es una relación que se cumple entre la cesta demandada realmente con un presupuesto dado y las que *podrían haberse demandado* con ese presupuesto.

El término “preferencia revelada” es, en realidad, algo engañoso. Inherentemente no tiene relación alguna con las preferencias, aunque antes hemos visto que si el consumidor toma decisiones óptimas, los dos conceptos están estrechamente relacionados entre sí. En lugar de decir que “el consumidor revela que prefiere X a Y”, sería mejor decir que “el consumidor elige X en vez de Y”. Cuando decimos que el consumidor revela que prefiere X a Y, lo único que decimos es que elige X cuando podría haber elegido Y; es decir, que $p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2$.

7.2 De la preferencia revelada a la preferencia

Es muy fácil resumir el apartado anterior. De acuerdo con nuestro modelo de la conducta del consumidor —los individuos eligen lo mejor de lo que está a su alcance— se deduce que las decisiones que se toman se prefieren a las que podrían haberse tomado; o, utilizando la terminología del apartado anterior, si el consumidor *revela directamente que prefiere* (x_1, x_2) a (y_1, y_2) , *prefiere de hecho* (x_1, x_2) a (y_1, y_2) . Esta deducción puede formularse en términos más formales:

El principio de la preferencia revelada. *Sea (x_1, x_2) la cesta elegida cuando los precios son (p_1, p_2) y sea (y_1, y_2) otra cesta tal que $p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2$. En este caso, si el consumidor elige de entre las cestas asequibles la cesta óptima, debe cumplirse que $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$.*

Este principio puede parecer trivial a primera vista. Si el consumidor revela que prefiere X a Y, ¿no significa esto automáticamente que prefiere X a Y? No. La “prefe-

“preferencia revelada” significa simplemente que se ha elegido X cuando podía adquirirse Y , mientras que “preferencia” significa que el consumidor sitúa X por encima de Y . Si elige las mejores cestas de las que están a su alcance, la preferencia revelada implica una preferencia, pero esto es una consecuencia del modelo de conducta y no de las definiciones de los términos.

Ésta es la razón por la que sería mejor decir que “se elige” una cesta en vez de otra, como sugerimos antes. En ese caso, formularíamos el principio de la preferencia revelada diciendo: “Si se elige la cesta X en vez de la Y , debe preferirse la X a la Y ”. En esta formulación, es evidente que el modelo de conducta nos permite utilizar la selecciones observadas para hacer algunas deducciones sobre las preferencias subyacentes.

Cualquiera que sea la terminología que se utilice, está clara la cuestión esencial: si observamos que se elige una cesta cuando puede adquirirse otra, sabemos algo sobre las preferencias con respecto a las dos cestas, a saber, que se prefiere la primera a la segunda.

Supongamos ahora que sabemos que (y_1, y_2) es una cesta demandada a los precios (q_1, q_2) y que el consumidor nos revela que la prefiere a alguna otra cesta (z_1, z_2) . Es decir,

$$q_1y_1 + q_2y_2 \geq q_1z_1 + q_2z_2.$$

Sabemos, pues, que $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ y que $(y_1, y_2) \succ (z_1, z_2)$. A partir del supuesto de la transitividad, podemos concluir que $(x_1, x_2) \succ (z_1, z_2)$.

La figura 7.2 ilustra este argumento. La preferencia revelada y la transitividad nos dicen que (x_1, x_2) debe ser mejor que (z_1, z_2) para el consumidor que ha realizado estas elecciones.

Es natural decir que en este caso el consumidor **revela indirectamente que prefiere** (x_1, x_2) a (z_1, z_2) . Por supuesto, la “cadena” de elecciones observadas puede estar formada por más de tres elementos: si el consumidor revela directamente que prefiere la cesta A a la B y la B a la C y la C a la D , hasta la M , por ejemplo, revela indirectamente que prefiere la cesta A a la M . La cadena de comparaciones directas puede tener cualquier longitud.

Si un consumidor revela directa o indirectamente que prefiere una cesta a otra, decimos que **revela que prefiere** la primera a la segunda. La idea de la preferencia revelada es sencilla, pero sorprendentemente poderosa. La mera observación de las elecciones de un consumidor puede transmitir una gran cantidad de información sobre las preferencias subyacentes. Consideramos, por ejemplo, la figura 7.2, que ilustra varias observaciones sobre las preferencias subyacentes. A partir de estas observaciones, podemos concluir que, como el consumidor revela, directa o indirectamente, que prefiere (x_1, x_2) a todas las cestas del área sombreada, (x_1, x_2) es la cesta que *prefiere* de hecho. En otras palabras, la verdadera curva de indiferencia que pasa por (x_1, x_2) , cualquiera que sea, debe encontrarse por encima del área sombreada.

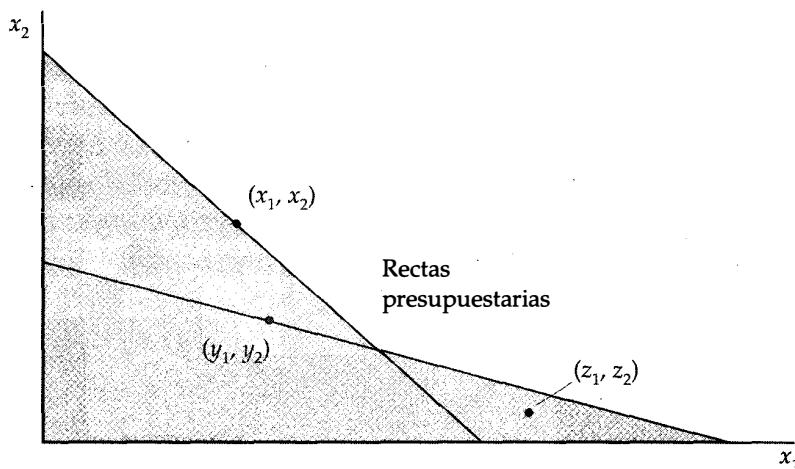


Figura 7.2. La preferencia revelada indirectamente. El consumidor revela indirectamente que prefiere la cesta (x_1, x_2) a la (z_1, z_2) .

7.3 Recuperación de las preferencias

Observando las elecciones que realiza el consumidor, podemos conocer sus preferencias. Conforme observamos un mayor número de ellas, podemos realizar una mejor estimación de las preferencias del consumidor.

Esa información sobre las preferencias puede ser muy importante para tomar decisiones relacionadas con la política económica. Ésta entraña en la mayoría de los casos intercambiar unos tipos de bienes por otros: por ejemplo, si gravamos el calzado o subvencionamos el vestido, probablemente acabaremos teniendo más vestido y menos calzado. Para evaluar la conveniencia de esa medida, es importante tener alguna información sobre las preferencias de los consumidores en cuanto al vestido y al calzado. Examinando sus elecciones, podemos extraer esa información mediante la preferencia revelada y otras técnicas similares.

Si estamos dispuestos a introducir más supuestos sobre las preferencias de los consumidores, podremos realizar estimaciones más precisas sobre la forma de las curvas de indiferencia. Supongamos, por ejemplo, que observamos que el consumidor revela que prefiere las dos cestas Y y Z a la X , como ocurre en la figura 7.3, y que postulamos que las preferencias son convexas. En ese caso, sabemos que también prefiere todas las medias ponderadas de Y y Z a X . Si suponemos que las preferencias son monótonas, entonces también se prefieren a X todas las cestas que contienen una mayor cantidad de ambos bienes que X , Y y Z , o cualquiera de sus medias ponderadas.

La zona de la figura 7.3 llamada “cestas peores” está formada por todas las cestas en relación con las cuales se revela que se prefiere la X . Es decir, está formada por todas las cestas que cuestan menos que X , así como por todas las cestas que cuestan menos que las cestas que cuestan menos que X , etc.

Por lo tanto, podemos concluir que en la figura 7.3 todas las cestas del área sombreada superior son mejores que la X y que todas las cestas del área sombreada inferior son peores que la X , de acuerdo con las preferencias del consumidor que realizó las elecciones. La verdadera curva de indiferencia que pasa por X debe encontrarse entre las dos áreas sombreadas. Hemos conseguido aprehender con bastante precisión la curva de indiferencia simplemente aplicando de una forma inteligente la idea de la preferencia revelada y algunos sencillos supuestos sobre las preferencias.

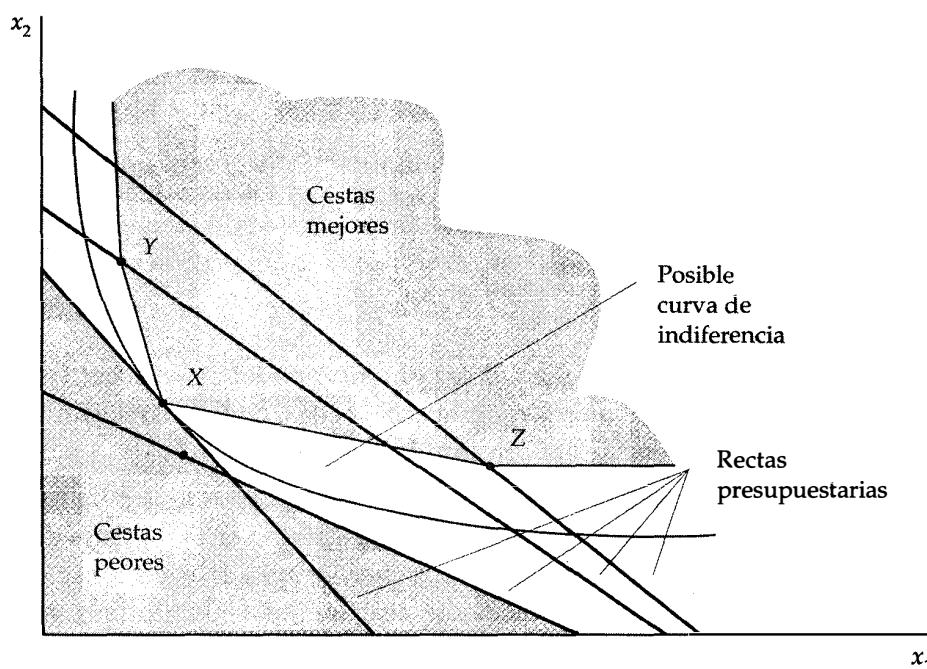


Figura 7.3. Cómo se acota la curva de indiferencia. El área sombreada superior está formada por las cestas que el consumidor prefiere a la X , y la inferior por las que revela que son peores que la X . La curva de indiferencia que pasa por X debe encontrarse en alguna parte de la zona situada entre las dos áreas sombreadas.

7.4 El axioma débil de la preferencia revelada

Hasta ahora hemos supuesto que el consumidor *tiene* preferencias y que siempre elige la mejor cesta de bienes que puede adquirir. Si no se comporta de esta manera, no tienen ningún sentido las "estimaciones" de las curvas de indiferencia que hemos realizado antes. Es natural preguntarse: ¿cómo podemos saber si el consumidor sigue el modelo maximizador? O, en otras palabras, ¿qué tipo de observación nos llevaría a concluir que el consumidor *no* estaba maximizando?

Consideremos la situación que muestra la figura 7.4. ¿Podría elegir un consumidor maximizador las dos opciones? Según la lógica de la preferencia revelada, la figura 7.4 nos permite extraer dos conclusiones: (1) se prefiere (x_1, x_2) a (y_1, y_2) ; y (2) se prefiere (y_1, y_2) a (x_1, x_2) , lo cual es claramente absurdo. En la figura 7.4, parece que el consumidor ha elegido (x_1, x_2) cuando podría haber elegido (y_1, y_2) , lo que indica que ha preferido (x_1, x_2) a (y_1, y_2) , pero, por otra parte, ha elegido (y_1, y_2) , cuando podría haber elegido (x_1, x_2) , lo que indica lo contrario.

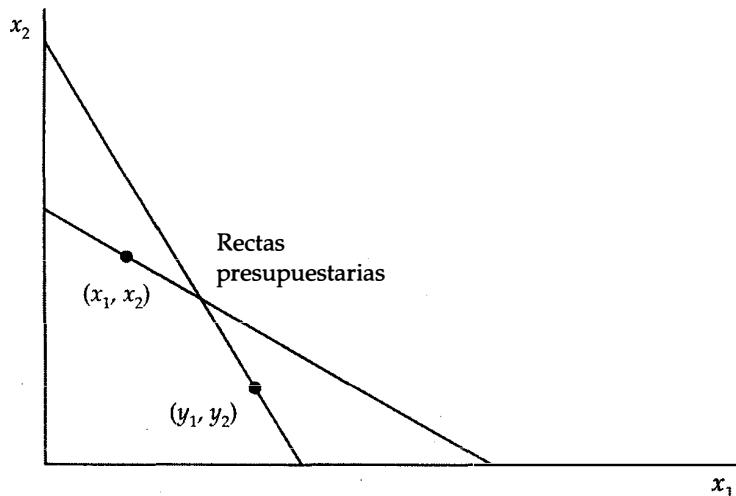


Figura 7.4. Violación del axioma débil de la preferencia revelada.
El consumidor que elige tanto (x_1, x_2) , como (y_1, y_2) viola el axioma débil de la preferencia revelada.

Es evidente que este individuo no puede ser un consumidor maximizador. O bien no elige la mejor cesta que está a su alcance, o bien ha variado algún otro aspecto del problema de la elección que no hemos observado. Tal vez han cambiado los gustos del consumidor o algún otro aspecto del entorno económico. En todo caso, una violación de este tipo no es compatible con el modelo de la elección del consumidor si no varían las circunstancias.

La teoría de la elección del consumidor implica que esas observaciones no son posibles. Si el individuo elige las mejores cosas que puede adquirir, entonces las cosas que están a su alcance, pero que no elige, deben ser peores que las que elige. Los economistas han formulado esta sencilla idea en un axioma básico de la teoría del consumidor:

Axioma débil de la preferencia revelada. *Si un consumidor revela directamente que prefiere (x_1, x_2) a (y_1, y_2) y las dos cestas no son iguales, no puede ocurrir que revele directamente que prefiere (y_1, y_2) a (x_1, x_2) .*

En otras palabras, si se compra la cesta (x_1, x_2) a los precios (p_1, p_2) y la (y_1, y_2) a los precios (q_1, q_2) , entonces si

$$p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2,$$

no puede ocurrir que

$$q_1y_1 + q_2y_2 \geq q_1x_1 + q_2x_2.$$

En otras palabras, si puede adquirirse la cesta Y cuando se adquiere la X , entonces cuando se adquiere la Y , no debe ser alcanzable la X .

El consumidor de la figura 7.4 ha *violado* el axioma débil de la preferencia revelada. Por lo tanto, sabemos que su conducta no ha sido maximizadora.

En la figura 7.4 no podría representarse ningún conjunto de preferencias según las cuales ambas cestas fueran maximizadoras. En cambio, el consumidor de la figura 7.5 satisface el axioma débil de la preferencia revelada; en este caso, es posible encontrar unas curvas de indiferencia tales que su conducta sea óptima. A continuación ilustraremos una elección posible de curvas de indiferencia.

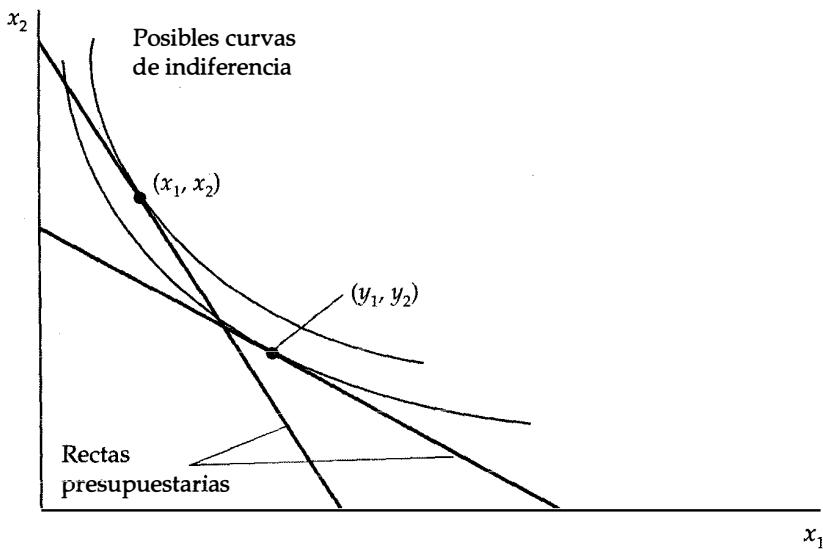


Figura 7.5. Cumplimiento del axioma débil de la preferencia revelada. Elecciones del consumidor que satisface el axioma débil de la preferencia revelada y algunas curvas de indiferencia posibles.

7.5 Verificación del axioma débil de la preferencia revelada (Optativo)

Es importante comprender que el axioma débil de la preferencia revelada es una condición que debe satisfacer el consumidor que siempre elija las mejores cosas que están a su alcance. Este axioma es una implicación lógica de ese modelo y, por lo tanto, puede utilizarse para comprobar si un determinado consumidor, o una entidad económica que queremos representar como un consumidor, es o no compatible con nuestro modelo económico.

Veamos cómo contrastaríamos sistemáticamente en la práctica el axioma débil de la preferencia revelada. Supongamos que observamos varias elecciones de cestas de bienes a diferentes precios. Sea (p_1^t, p_2^t) la observación t -ésima de los precios y (x_1^t, x_2^t) la observación t -ésima de las elecciones. Utilicemos a título de ilustración los datos del cuadro 7.1

Observación	p_1	p_2	x_1	x_2
1	1	2	1	2
2	2	1	2	1
3	1	1	2	2

Cuadro 7.1. Algunos datos de consumo.

Con estos datos podemos calcular cuánto le costaría al consumidor la adquisición de cada cesta de bienes a cada uno de los diferentes conjuntos de precios, como hemos hecho en el cuadro 7.2. Por ejemplo, la cifra de la fila 3 y de la columna 1 mide la cantidad de dinero que tendría que gastar el consumidor para adquirir la primera cesta de bienes si el conjunto de precios fuera el tercero.

		Cestas			
		1	2	3	
Precios		1	5	4*	6
		2	4*	5	6
		3	3*	3*	4

Cuadro 7.2. Coste de cada cesta correspondiente a cada conjunto de precios.

Los términos diagonales del cuadro 7.2 miden la cantidad de dinero que gasta el consumidor en cada elección. Las cifras de cada fila miden lo que habría gastado si hubiera comprado una cesta distinta. Así, por ejemplo, vemos si el consumidor revela que prefiere la cesta 3 a la 1, observando si la cifra de la fila 3 y la columna 1 (que

es lo que tendría que gastar con el tercer conjunto de precios para comprar la primera cesta) es menor que la cifra de la fila 3 y la columna 3 (que es lo que el consumidor ha gastado realmente con el tercer conjunto de precios para adquirir la tercera cesta). En este caso concreto, cuando el consumidor compró la cesta 3, también era alcanzable la 1, lo que significa que revela que prefiere la 3 a la 1. Por lo tanto, ponemos un asterisco en la fila 3 y en la columna 1 del cuadro.

Desde el punto de vista matemático, ponemos un asterisco en la cifra de la fila s y la columna t si ésta es menor que la que se encuentra en la fila s y la columna s .

Podemos utilizar este cuadro para averiguar si se viola el axioma débil de la preferencia revelada. En este cuadro se viola el axioma débil de la preferencia revelada si se observa que tanto la cifra de la fila t y la columna s como la de la fila s y la columna t contienen un asterisco.

Ahora podemos utilizar un ordenador (o un ayudante de investigación) para comprobar si hay algún par de observaciones como éstas en las elecciones estudiadas. Si lo hay, las elecciones son incompatibles con la teoría económica del consumidor. O bien la teoría es errónea en lo que se refiere a este consumidor, o bien ha variado alguna otra cosa en su entorno que no hemos tenido en cuenta. El axioma débil de la preferencia revelada constituye, pues, una condición fácilmente verificable para ver si algunas elecciones observadas son compatibles con la teoría económica del consumidor.

En el cuadro 7.2 observamos que tanto la fila 1 y la columna 2 como la fila 2 y la columna 1 contienen un asterisco, lo que significa que el consumidor podría haber elegido la observación 2 cuando eligió realmente la 1 y viceversa. Se trata de una violación del axioma débil de la preferencia revelada. Podemos extraer la conclusión de que los datos representados en los cuadros 7.1 y 7.2 no podrían provenir de un consumidor que tuviera preferencias estables y que siempre eligiera las mejores cosas que tuviera a su alcance.

7.6 El axioma fuerte de la preferencia revelada

El axioma débil de la preferencia revelada descrito en el apartado anterior es una condición observable que deben satisfacer todos los consumidores optimizadores. Sin embargo, existe otra condición más poderosa que resulta útil algunas veces.

Ya hemos señalado que si un consumidor revela que prefiere la cesta de bienes X a la Y y la Y a la Z , debe preferir, de hecho, la X a la Z . Si tiene preferencias compatibles, nunca deberá observarse una secuencia de elecciones que revele que prefiere la Z a la X .

El axioma débil de la preferencia revelada exige que si el consumidor revela *directamente* que prefiere X a Y , nunca debemos observar que revela *directamente* que prefiere Y a X . El **axioma fuerte de la preferencia revelada** exige que se cumpla el

mismo tipo de condición en el caso de la preferencia revelada de forma *indirecta*. En términos más formales, puede expresarse como sigue:

Axioma fuerte de la preferencia revelada. *Si un consumidor revela, directa o indirectamente, que prefiere (x_1, x_2) a (y_1, y_2) y (y_1, y_2) es diferente de (x_1, x_2) , no puede revelar, ni directa ni indirectamente, que prefiere (y_1, y_2) a (x_1, x_2) .*

Es evidente que si la conducta observada es optimizadora, debe satisfacer el axioma fuerte, pues si el consumidor es optimizador y revela, directa o indirectamente, que prefiere (x_1, x_2) a (y_1, y_2) , $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$. Por lo tanto, si revela que prefiere (x_1, x_2) a (y_1, y_2) y (y_1, y_2) a (x_1, x_2) , eso implica que $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ y que $(y_1, y_2) \succ (x_1, x_2)$, lo cual es una contradicción. Podemos extraer la conclusión de que o bien el consumidor no debe ser un optimizador, o bien debe haber cambiado algún otro aspecto de su entorno.

En términos generales, dado que las preferencias subyacentes del consumidor deben ser transitivas, también deben serlo sus preferencias *reveladas*. Por lo tanto, el axioma fuerte de la preferencia revelada es una consecuencia *necesaria* de la conducta optimizadora: si un consumidor siempre elige las mejores cosas que están a su alcance, el comportamiento observado debe satisfacer el axioma. Lo que resulta sorprendente es que toda conducta que satisface el axioma fuerte puede considerarse optimizadora en el siguiente sentido: si las elecciones observadas satisfacen el axioma fuerte de la preferencia revelada, siempre podemos encontrar unas preferencias regulares que *podrían haberlas* generado. En este sentido, el axioma fuerte de la preferencia revelada es una condición *suficiente* para que la conducta sea optimizadora: si las elecciones observadas satisfacen el axioma fuerte de la preferencia revelada, siempre es posible hallar preferencias de las que se deduzca que la conducta observada es optimizadora. Aunque la demostración de esta afirmación está desgraciadamente fuera del alcance de este libro, no ocurre así con la apreciación de su importancia.

Lo que significa es que el axioma fuerte de la preferencia revelada nos da *todas* las restricciones que impone a la conducta el modelo del consumidor optimizador, pues si las elecciones observadas satisfacen este axioma, podemos “construir” preferencias que podrían haberlas generado. Así pues, el axioma fuerte de la preferencia revelada es una condición necesaria y suficiente para que las elecciones observadas sean compatibles con el modelo económico de la elección del consumidor.

¿Demuestra esto que las preferencias construidas generaron realmente las elecciones observadas? Por supuesto que no. Al igual que ocurre con cualquier afirmación científica, sólo podemos demostrar que la conducta observada no es incompatible con la afirmación. No podemos probar que el modelo económico es correcto; sólo podemos hallar las implicaciones de ese modelo y ver si las elecciones observadas son compatibles con ellas.

7.7 Cómo verificar el axioma fuerte de la preferencia revelada (Optativo)

Supongamos que tenemos una tabla como la que describe el cuadro 7.2, que tiene un asterisco en la fila t y la columna s si el consumidor revela directamente que prefiere la observación t a la s . ¿Cómo podemos utilizarla para verificar el axioma fuerte de la preferencia revelada?

Lo más sencillo es transformar primero la tabla como se hace en el cuadro 7.3, que es exactamente igual que el 7.2 a excepción de las cifras. En este caso, los asteriscos indican preferencias reveladas directamente. El asterisco entre paréntesis se explicará más adelante.

		Cestas		
		1	2	3
Precios	1	20	10*	22(*)
	2	21	20	15*
	3	12	15	10

Cuadro 7.3. Cómo se verifica el axioma fuerte de la preferencia revelada.

A continuación observamos sistemáticamente cada uno de los datos del cuadro y vemos si hay alguna *cadena* de observaciones en las que el consumidor revela indirectamente que prefiere otras cestas a la considerada. Por ejemplo, el consumidor revela directamente que prefiere la cesta 1 a la 2, ya que hay un asterisco en la fila 1 y la columna 2; y la 2 a la 3, ya que hay un asterisco en la fila 2 y la columna 3. Por lo tanto, el consumidor revela *indirectamente* que prefiere la cesta 1 a la 3, lo que se indica colocando un asterisco entre paréntesis en la fila 1 y la columna 3.

En general, si tenemos muchas observaciones, tendremos que buscar cadenas de longitud arbitraria para ver si el consumidor revela indirectamente que prefiere una observación a otra. Aunque pueda no ser totalmente evidente cómo se hace esto, existen sencillos programas de ordenador que permiten calcular la relación de preferencias reveladas indirectamente a partir del cuadro que describe la relación de preferencias reveladas directamente. El ordenador puede colocar un asterisco en el lugar st del cuadro si el consumidor revela que prefiere la observación s a la t a través de cualquier cadena de otras observaciones.

Una vez realizado este cálculo, podemos verificar fácilmente el axioma fuerte de la preferencia revelada. Basta ver si existe una situación en la que haya un asterisco en ts y en st . En caso afirmativo, hemos encontrado una situación en la que el consumidor revela, directa o indirectamente, que prefiere la observación t a la s y, al mismo tiempo, revela que prefiere la s a la t . Se trata de una violación del axioma fuerte de la preferencia revelada.

En cambio, si no encontramos ninguna violación, sabemos que las observaciones que hemos realizado son compatibles con la teoría económica del consumidor. Estas observaciones podría hacerlas un consumidor optimizador que tuviera preferencias de buen comportamiento. Tenemos, pues, un test totalmente viable para averiguar si un consumidor actúa de una forma compatible con la teoría económica.

Esta posibilidad es importante, ya que hay algunos tipos de unidades económicas que se comportan como consumidores. Pensemos, por ejemplo, en una familia formada por varias personas. ¿Maximizan sus elecciones su "utilidad"? Si tenemos algunos datos sobre las elecciones de la familia, podemos utilizar el axioma fuerte de la preferencia revelada para responder a esta pregunta. Otras unidades económicas que pueden imaginarse como consumidores son las organizaciones sin ánimo de lucro, tales como hospitales o universidades. ¿Maximizan las universidades una función de utilidad cuando toman sus decisiones económicas? Si tenemos una lista de las decisiones económicas que toman cuando se enfrentan a diferentes precios, podemos responder, en principio, a este tipo de pregunta.

7.8 Los números índices

Supongamos que examinamos las cestas de consumo de un individuo en dos períodos diferentes y que queremos ver cómo ha variado el consumo de un periodo a otro. Sea b el periodo base y t algún otro periodo. ¿En qué se diferencia el consumo del periodo base?

Supongamos que en el periodo t los precios son (p_1^t, p_2^t) y el consumidor elige (x_1^t, x_2^t) . En el periodo base b , los precios son (p_1^b, p_2^b) y la elección del consumidor (x_1^b, x_2^b) . Cabría preguntarse cómo ha variado el consumo "medio" de este individuo.

Si suponemos que w_1 y w_2 son algunos "pesos" que entran en el cálculo de la media, podemos analizar el siguiente tipo de índice de cantidades:

$$I_q = \frac{w_1 x_1^t + w_2 x_2^t}{w_1 x_1^b + w_2 x_2^b}.$$

Si I_q es mayor que 1, podemos decir que el consumo "medio" ha aumentado entre b y t , y si es menor que 1, podemos decir que el consumo "medio" ha disminuido.

Ahora bien, ¿qué utilizamos como pesos? Lo natural es elegir los precios de los bienes en cuestión, ya que miden, en cierto sentido, su importancia relativa. Pero en este caso tenemos dos conjuntos de precios. ¿Cuál debemos utilizar?

Si utilizamos como pesos los precios del periodo b , el índice que obtenemos se denomina índice de **Laspeyres** y si utilizamos los precios del periodo t , el índice que obtenemos se denomina índice de **Paasche**. Ambos índices muestran qué ha ocurrido con el consumo "medio", pero utilizan pesos distintos en el proceso de cálculo de la media.

Si sustituimos los pesos por los precios del periodo t , vemos que el **índice de cantidades de Paasche** se obtiene mediante la fórmula

$$P_q = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b},$$

y si los sustituimos por los precios del periodo b , vemos que el **índice de cantidades de Laspeyres** se obtiene mediante la fórmula

$$L_q = \frac{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

La magnitud de los índices de Laspeyres y Paasche puede decirnos algo bastante interesante sobre el bienestar del consumidor. Supongamos que tenemos una situación en la que el índice de Paasche es mayor que 1:

$$P_q = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b} > 1.$$

¿Qué conclusiones podemos extraer sobre el bienestar del consumidor en el periodo t en comparación con la situación que tenía en el b ?

La preferencia revelada nos da la respuesta. Basta expresar la desigualdad anterior de la siguiente forma equivalente:

$$p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t > p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b,$$

que muestra de forma inmediata que el bienestar del consumidor debe ser mayor en t que en b , que podría haber consumido la cesta b en la situación t , pero prefirió no hacerlo.

¿Qué ocurre si el índice de Paasche es *menor* que 1? En ese caso, tenemos que

$$p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t < p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b,$$

que nos dice que cuando el consumidor eligió la cesta (x_1^t, x_2^t) , la (x_1^b, x_2^b) , no era alcanzable, pero no nos dice nada sobre su ordenación de las cestas. El mero hecho de que una cosa cueste más de lo que podemos pagar no significa que la prefiramos a la que estamos consumiendo ahora.

¿Qué ocurre con el índice de Laspeyres? Funciona de manera similar. Supongamos que es *menor* que 1:

$$L_q = \frac{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b} < 1.$$

Esta desigualdad implica que

$$p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b > p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t,$$

que nos dice que el consumidor revela que prefiere la cesta (x_1^b, x_2^b) a la (x_1^t, x_2^t) . Por lo tanto, el consumidor disfruta de un mayor bienestar en b que en t .

7.9 Los índices de precios

Los índices de precios funcionan de forma muy parecida. En general, son medias ponderadas de los precios:

$$I_p = \frac{p_1^t w_1 + p_2^t w_2}{p_1^b w_1 + p_2^b w_2}.$$

En este caso, para calcular las medias es natural elegir como pesos las cantidades. Obtendremos dos índices diferentes, dependiendo de los pesos que elijamos. Si elegimos las cantidades del periodo t , obtendremos el **índice de precios de Paasche**:

$$P_p = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}.$$

y si elegimos las cantidades del periodo base, obtendremos el **índice de precios de Laspeyres**:

$$L_p = \frac{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

Supongamos que el índice de precios de Paasche es menor que 1: la preferencia revelada, ¿nos indica algo sobre el bienestar de que disfrutaba el consumidor en los periodos t y b ?

La respuesta es negativa. El problema estriba en que ahora hay precios diferentes en el numerador y en el denominador de las fracciones que definen los índices, por lo que no es posible realizar comparaciones basadas en las preferencias relevadas.

Definamos un nuevo índice de la variación del gasto de la forma siguiente:

$$M = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

Éste es el cociente entre el gasto total del periodo t y el gasto total del b .

Supongamos ahora que se nos dice que el índice de precios de Paasche es mayor que M . Eso significa que

$$P_p = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t} > \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

Simplificando esta expresión, tenemos que

$$p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b > p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t.$$

Esta expresión nos dice que el consumidor revela que prefiere la cesta elegida en el año b a la elegida en el año t . El análisis implica que si el índice de precios de Paasche es mayor que el de gasto, el consumidor debe disfrutar de un mayor bienestar en el año b que en el t .

Este resultado es bastante intuitivo. Después de todo, si los precios aumentan más que la renta entre al año b y el t , cabe esperar que tienda a empeorar el bienestar del consumidor. El análisis de la preferencia revelada realizado antes confirma esta intuición.

También puede llegarse a un resultado similar mediante el índice de precios de Laspeyres. Si este índice es menor que M , el consumidor debe disfrutar de un mayor bienestar en el año t que en el b , lo que confirma de nuevo la idea intuitiva de que si los precios suben menos que la renta, debe mejorar el bienestar del consumidor. En el caso de los índices de precios, lo que importa no es que el índice sea mayor que uno, sino que sea mayor o menor que el índice de gasto.

Ejemplo: Indicación de las pensiones de la seguridad social

Muchos ancianos tienen como única fuente de ingresos las pensiones de la seguridad social, lo que ha llevado a intentar ajustarlas de tal manera que su poder adquisitivo se mantenga constante incluso cuando varíen los precios. Dado que en ese caso la cuantía de las pensiones dependería de la variación de un índice de precios o de un índice del coste de la vida, este tipo de sistema se denomina **indicación**.

Veamos una posible propuesta. Los economistas miden la cesta media de consumo de los pensionistas en el año b , que es el año base. A partir de entonces, el sistema de la seguridad social ajusta anualmente las pensiones de tal manera que el “poder adquisitivo” del pensionista medio se mantenga constante en el sentido de que pueda adquirir la cesta de consumo que podía comprar en el año b , como muestra la figura 7.6.

Una curiosa consecuencia de este sistema de indicación es que el pensionista casi siempre disfruta de un mayor bienestar que en el año base b . Supongamos que se elige b como año base para realizar el índice de precios. En este caso, la cesta (x_1^b, x_2^b) es la cesta óptima a los precios (p_1^b, p_2^b) , lo que significa que la recta presupuestaria correspondiente a los precios (p_1^b, p_2^b) debe ser tangente a la curva de indiferencia que pasa por (x_1^b, x_2^b) .

Supongamos ahora que varían los precios. Más concretamente, supongamos que subieran. Si no existiera la seguridad social, la recta presupuestaria se desplazaría hacia dentro y giraría. El desplazamiento hacia dentro se debería a la subida de los precios, y el giro a la variación de los precios relativos. El programa de indicación elevaría las prestaciones de la seguridad social para que pudiera adquirirse la cesta inicial (x_1^b, x_2^b) a los nuevos precios. Sin embargo, esto significa que la recta presupuestaria cortaría la curva de indiferencia y que habría alguna otra cesta en dicha

recta que se preferiría estrictamente a la (x_1^b, x_2^b) . Por lo tanto, normalmente el consumidor podría elegir una cesta mejor que la que eligió en el año base.

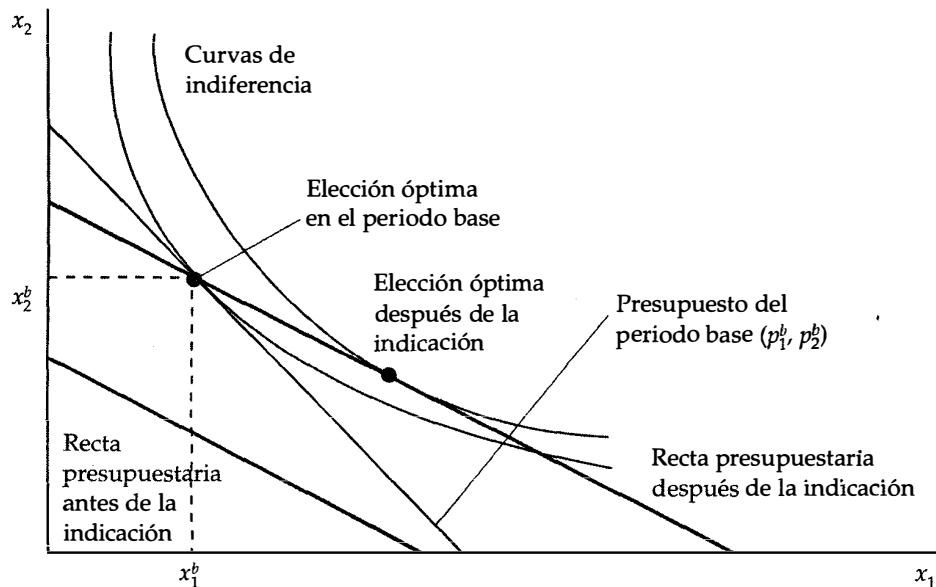


Figura 7.6. La seguridad social. Normalmente las variaciones de los precios mejoran el bienestar del consumidor con respecto al año base.

Resumen

1. Si un consumidor elige una cesta cuando podría haber elegido otra, decimos que revela que prefiere la primera a la segunda.
2. Si el consumidor siempre elige las cestas que prefiere y que están a su alcance, significa que debe preferir las cestas elegidas a las que también podía comprar y, sin embargo, no eligió.
3. Observando las elecciones de los consumidores podemos “recuperar” o estimar las preferencias en que se basan. Cuanto mayor sea el número de elecciones que observamos, mayor será la precisión con que podremos estimar las preferencias subyacentes que generaron esas elecciones.
4. El axioma débil de la preferencia revelada y el axioma fuerte de la preferencia revelada son condiciones necesarias que deben satisfacer las elecciones del consumidor para ser compatibles con el modelo económico de la elección optimizadora.

Problemas

1. Cuando los precios son $(p_1, p_2) = (1, 2)$, un consumidor demanda $(x_1, x_2) = (1, 2)$ y cuando son $(q_1, q_2) = (2, 1)$, demanda $(y_1, y_2) = (2, 1)$. ¿Es esta conducta compatible con el modelo de la conducta optimizadora?
2. Cuando los precios son $(p_1, p_2) = (2, 1)$, un consumidor demanda $(x_1, x_2) = (1, 2)$ y cuando son $(q_1, q_2) = (1, 2)$, demanda $(y_1, y_2) = (2, 1)$. ¿Es esta conducta compatible con el modelo de la conducta maximizadora?
3. ¿Qué cesta prefiere el consumidor en el ejercicio anterior? ¿La X o la Y?
4. Hemos visto que ajustando las pensiones de la seguridad social para tener en cuenta las variaciones de los precios, los pensionistas disfrutarían, normalmente, al menos del mismo bienestar que en el año base. ¿Con qué tipo de variación de los precios disfrutarían exactamente del mismo bienestar, independientemente del tipo de preferencias que tuvieran?
5. En relación con el problema anterior, ¿qué tipo de preferencias haría que el consumidor disfrutara exactamente del mismo bienestar que en el año base, *cualesquiera* que fueran las variaciones de los precios?