CÁLCULO MULTIVARIABLE PARCIAL 2

Resuelva SÓLO los problemas indicados (20 pts. c/u) en el mensaje recibido en su correo. Debe enviar su examen escaneado antes de las 2 pm al profesor (cfketelaar@ufm.edu) y al auxiliar (josuerodas@ufm.edu).

1. La ecuación implícita de una superficie S es $z^2 + zx + y^2 = 9$, encuentre:
   (a) Encuentre las primeras derivadas parciales $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ y $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.
   (b) Encuentre la ecuación del plano tangente a la superficie S en el punto $P(4, 2, 1)$.

2. La ecuación implícita de una superficie S es $z^3 + x^2 z + y = 8$, encuentre:
   (a) Encuentre las primeras derivadas parciales $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ y $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.
   (b) Encuentre la ecuación del plano tangente a la superficie S en el punto $P(2, 3, 1)$.

3. La temperatura que experimenta una partícula en el punto $P(x, y)$ está dada por $T(x, y) = 6 \ln\left(x^3 + 2y^2 - 34\right)$. Encuentre la razón de cambio (es un entero) de la temperatura en el punto $P(3, 2)$ en la dirección del vector $\langle 12,\ 5 \rangle$.

4. Un alpinista escala el volcán de Atitlán cuya altura en el punto $P(x, y)$ está dada por $H(x, y) = 3535 - 10(x^2 + 4 + 4y^2)^{1/2}$. Encuentre la razón de cambio de la altura en el punto $P(4, 2)$ en la dirección del vector suroeste $\langle\ -1,\ -1\ \rangle$.

5. Considere la función $f(x, y) = (y^2 - 4)(e^x - 2)$.
   (a) Encuentre los puntos críticos.
   (b) Clasifique cada pto. crítico como máximo relativo, mínimo relativo o punto de silla.

6. Considere la función $g(x, y) = (9 - x^2)(1 - \ln y)$.
   (a) Encuentre los puntos críticos.
   (b) Clasifique cada pto. crítico como máximo relativo, mínimo relativo o punto de silla.

7. La función de producción de una fábrica es $Q = LK$. La empresa dispone de un presupuesto anual de \$ 640 mil para contratar L trabajadores y K máquinas a un costo anual de \$ 10 mil por trabajador y \$ 8 mil por máquina. Encuentre la producción máxima y cuántos trabajadores y máquinas se deben adquirir.

8. Una empresa tiene costos fijos diarios de \$ 250 y contrata cada L trabajador a \$ 10 diarios y cada K máquina a \$ 8 diarios. La función de producción de la empresa es $Q = KL$. Si la empresa debe producir a diario 2000 unidades de su producto, determine el costo mínimo y cuántos trabajadores y máquinas debe adquirir la empresa.

9. Los ingresos mensuales (en dólares) que percibe una granja por vender x toneladas de trigo & y toneladas de maíz está dada por:

$$I(x, y) = 200(x^2 - 10x) + 150(y^2 - 8y)$$

   Las toneladas de trigo y maíz que se producen con L trabajadores y K máquinas son:

$$x(L, K) = 10L^{1/2}K^{1/2} \qquad\qquad y(L, K) = 20L^{1/2}K^{1/4}$$

   Determine la razón de cambio instantánea en el ingreso respecto al número de trabajadores para $L = 25$ y $K = 16$.

10. En una fábrica metalúrgica, el costo (en quetzales) de producir x libras de acero & y libras de aluminio está dado por:

$$c = 60(x^2 + 2y^2 + 400)^{1/3}$$

   Las funciones de demanda para el precio p_1 del acero y el precio p_2 del aluminio es:

$$x(p_1, p_2) = 22 - p_1 + p_2^2 \qquad\qquad y(p_1, p_2) = 24 + p_1 - 10p_2$$

   Determine la razón de cambio instantánea en el costo respecto al precio p_2 del aluminio para $p_1 = 6$ y $p_2 = 2$.

11. La utilidad semanal de una tienda Apple (en dólares) al vender x Iphones & y Airbooks está dada por:

$$U(x, y) = 400(x + y)^{3/2} - 2x^2 - 3y^2$$

   Los pronósticos de ventas para los Iphones y Airbooks a las t semanas son

$$x(t) = 10e^{(t-1)/10} + 2\ln(t) \qquad\qquad y(t) = 14\sqrt{t} + t^2$$

   Determine la razón de cambio instantánea en la utilidad respecto al tiempo para $t = 1$.