



CAPÍTULO 9

Prueba de hipótesis

CONTENIDO

LA ESTADÍSTICA EN
LA PRÁCTICA:
JOHN MORRELL & COMPANY

- 9.1** ELABORACIÓN DE LAS HIPÓTESIS NULA Y ALTERNATIVA
Prueba de una hipótesis de investigación
Prueba de la validez de una afirmación
Prueba en situaciones de toma de decisión
Resumen de las formas para las hipótesis nula y alternativa
- 9.2** ERRORES TIPO I Y II
- 9.3** MEDIA POBLACIONAL: σ CONOCIDA
Prueba de una cola
Prueba de dos colas
Resumen y recomendaciones prácticas
Relación entre estimación por intervalo y prueba de hipótesis

9.4 MEDIA POBLACIONAL: σ DESCONOCIDA
Prueba de una cola
Prueba de dos colas
Resumen y recomendación práctica

9.5 PROPORCIÓN POBLACIONAL
Resumen

9.6 PRUEBA DE HIPÓTESIS Y TOMA DE DECISIONES
9.7 CÁLCULO DE LA PROBABILIDAD DE LOS ERRORES TIPO II

9.8 DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO DE LA MUESTRA EN UNA PRUEBA DE HIPÓTESIS PARA LA MEDIA POBLACIONAL



LA ESTADÍSTICA *en* LA PRÁCTICA

JOHN MORRELL & COMPANY*

CINCINNATI, OHIO

John Morrell & Company, que se inició en Inglaterra en 1827, es considerado el fabricante de productos de carne más antiguo de Estados Unidos que ha funcionado con continuidad. Es una subsidiaria, propiedad absoluta aunque independientemente administrada, de Smithfield Foods, Smithfield, Virginia. John Morrell & Company ofrece a los consumidores una amplia línea de productos de carne procesada y carne fresca de puerco de 13 marcas regionales que comprenden John Morrell, E-Z-Cut, Tobin's First Prize, Dinner Bell, Hunter, Kretschmar, Rath, Rodeo, Shenson, Farmers Hickory Brand, Iowa Quality y Peyton's. Cada marca regional disfruta del reconocimiento y la lealtad de sus consumidores.

Las investigaciones de mercado de Morrell proporcionan a los directivos información actualizada acerca de los diversos productos de la empresa y sobre su posición en relación con las otras marcas de productos similares. En un estudio reciente se comparó uno de los productos de Morrell, Beef Pot Roast, con productos similares de dos de los competidores principales. En esta prueba de comparación de los tres productos, se empleó una muestra de consumidores para que indicaran cómo calificaban a los productos en términos de sabor, apariencia, aroma y preferencia.

Una de las cuestiones que se deseaba investigar era si el producto de Morrell era la elección de preferencia de más de 50% de la población de consumidores. Si p representa la proporción poblacional que prefiere el producto de Morrell, la prueba de hipótesis para la cuestión que se investiga es la siguiente:

$$H_0: p \leq 0.50$$

$$H_a: p > 0.50$$

La hipótesis nula H_0 indica que la preferencia por el producto de Morrel es menor o igual que 50%. Si los datos

*Los autores agradecen a Marty Butler vicepresidente de marketing de John Morrell por proporcionarles este artículo para *La estadística en la práctica*.



Platillos totalmente listos permiten al consumidor calentarlos y servirlos en la misma charola usada para el microondas. © Cortesía de John Morrel's Convenient Cusine Products.

muestrales respaldan el rechazo de H_0 en favor de la hipótesis alternativa H_a , Morrell concluirá que en una comparación de los tres productos, el suyo es preferido por más de 50% de la población de consumidores.

En un estudio independiente se hizo una prueba de degustación empleando una muestra de 224 consumidores de Cincinnati, Milwaukee y Los Ángeles, 150 consumidores eligieron el producto de Morrell como el de su preferencia. A partir del procedimiento estadístico de prueba de hipótesis, se rechazó la hipótesis nula. Mediante el estudio se encontraron evidencias estadísticas que favorecían a H_a y se llegó a la conclusión de que el producto de Morrell es preferido por más de 50% de la población de consumidores.

La estimación puntual de la proporción poblacional es $\bar{p} = 150/224 = 0.67$. De este modo, los datos muestrales sirvieron para hacer publicidad en una revista de alimentos en la cual se mostraba que en una comparación del sabor de los tres productos, el producto de Morrell era “preferido en una relación 2 a 1”.

En este capítulo se estudiará cómo formular hipótesis y la forma de elaborar pruebas como la usada por Morrell. Mediante el análisis de datos muestrales se podrá determinar si una hipótesis debe o no rechazarse.

En los capítulos 7 y 8 se mostró cómo calcular estimaciones puntuales y por intervalo de los parámetros poblacionales. En este capítulo, se continúa con el estudio de la inferencia estadística mostrando la forma de usar la prueba de hipótesis para determinar si una afirmación acerca del valor de un parámetro poblacional debe o no ser rechazada.

Cuando se hace una prueba de hipótesis se empieza por hacer una suposición tentativa acerca del parámetro poblacional. A esta suposición tentativa se le llama **hipótesis nula** y se denota por H_0 . Después se define otra hipótesis, llamada **hipótesis alternativa**, que dice lo contrario de lo que establece la hipótesis nula. La hipótesis alternativa se denota H_a .

En el procedimiento de pruebas de hipótesis se usan datos de una muestra para probar dos afirmaciones contrarias indicadas por H_0 y H_a .

En este capítulo se indica el modo de realizar pruebas de hipótesis para medias poblacionales y proporciones poblacionales. Para empezar se facilitan ejemplos que ilustran los métodos para elaborar la hipótesis nula y la hipótesis alternativa.

9.1

Elaboración de las hipótesis nula y alternativa

Para aprender a formular hipótesis correctas se necesita práctica. Al principio hay cierta confusión al elegir H_0 y H_a . Los ejemplos de esta sección muestran varias formas para H_0 y H_a dependiendo de la aplicación.

En algunas aplicaciones no parece obvio cómo formular la hipótesis nula y la hipótesis alternativa. Se debe tener cuidado en estructurar las hipótesis apropiadamente de manera que la conclusión de la prueba de hipótesis proporcione la información que el investigador o la persona encargada de tomar las decisiones desea. Se darán los lineamientos para establecer la hipótesis nula y la hipótesis alternativa en tres tipos de situaciones en las cuales se suele emplear el procedimiento de prueba de hipótesis.

Prueba de una hipótesis de investigación

Considere un determinado modelo de automóvil en el que el rendimiento de la gasolina es 24 millas por galón. Un grupo de investigación elabora un nuevo sistema de inyección de combustible diseñado para dar un mejor rendimiento en millas por galón de gasolina. Para evaluar el nuevo sistema se fabrican varios de éstos, se instalan en los automóviles y se someten a pruebas controladas de manejo. En este caso, el grupo de investigación busca evidencias para concluir que el nuevo sistema *aumenta* la media del rendimiento. La hipótesis de investigación es, entonces, que el nuevo sistema de inyección de combustible proporciona un rendimiento medio mayor a 24 millas por galón de combustible; es decir, $\mu > 24$. Como lineamiento general, una hipótesis de investigación se debe plantear como *hipótesis alternativa*. Por tanto, en este estudio las hipótesis nula y alternativa adecuadas son

$$\begin{aligned} H_0: \mu &\leq 24 \\ H_a: \mu &> 24 \end{aligned}$$

Se concluye que la hipótesis de investigación es verdadera si los datos muestrales contradicen la hipótesis nula.

Si los resultados obtenidos con la muestra indican que no se puede rechazar H_0 , los investigadores no concluirán que el nuevo sistema de inyección de combustible sea mejor. Quizá será necesario continuar investigando y realizar nuevas pruebas. Pero si los resultados muestrales indican que se puede rechazar H_0 , los investigadores inferirán que $H_a: \mu > 24$ es verdadera. Esta conclusión proporciona a los investigadores el apoyo estadístico necesario para afirmar que el nuevo sistema aumenta el rendimiento medio en millas por galón. Se considerará la producción del nuevo sistema.

En estudios de investigación como éste, las hipótesis nula y alternativa deben formularse de manera que al rechazar H_0 se apoye la conclusión de la investigación. La hipótesis de la investigación, entonces, debe expresarse como hipótesis alternativa.

Prueba de la validez de una afirmación

Como ilustración de la prueba de la validez de una afirmación, considere una situación en la que un fabricante de refrescos asegura que los envases de dos litros de refresco contienen en promedio, por lo menos, 67.6 onzas de líquido. Se selecciona una muestra de envases de dos litros y se mide su contenido para confirmar lo que asegura el fabricante. En este tipo de situaciones de prueba de hipótesis, se suele suponer que el dicho del fabricante es verdad a menos que las evidencias muestrales indiquen lo contrario. Si se sigue este método en el ejemplo de los refrescos, las hipótesis nula y alternativa se establecen como sigue.

$$\begin{aligned} H_0: \mu &\geq 67.6 \\ H_a: \mu &< 67.6 \end{aligned}$$

A lo que asegura un fabricante se le suele dar el beneficio de la duda y se establece como hipótesis nula. Si se rechaza la hipótesis nula se concluye que su dicho es falso.

Este tipo de prueba de hipótesis se emplea en el procedimiento de control de calidad conocido como muestreo de aceptación de lotes.

Si los resultados muestrales indican que no se puede rechazar H_0 , entonces no se cuestiona lo que asegura el fabricante. Pero si los resultados muestrales indican que se puede rechazar H_0 , lo que se inferirá es que $H_a: \mu < 67.6$ es verdad. Si tal es la conclusión, las evidencias estadísticas indican que el dicho del fabricante no es correcto y que los envases de refrescos contienen en promedio menos de las 67.6 onzas que se asegura contienen. Se considerará realizar las acciones correspondientes en contra del fabricante.

En toda situación en la que se deseé probar la validez de una afirmación, la hipótesis nula se suele basar en la suposición de que la afirmación sea verdadera. Entonces, la hipótesis alternativa se formula de manera que rechazar H_0 proporcione la evidencia estadística de que la suposición establecida es incorrecta. Siempre que se rechace H_0 deberán considerarse las medidas necesarias para corregir la afirmación.

Prueba en situaciones de toma de decisión

Cuando se prueba una hipótesis de investigación o la validez de una afirmación, se toman medidas si se rechaza H_0 ; sin embargo, en algunas situaciones se toman tanto si no se puede rechazar H_0 como si se puede rechazar H_0 . En general, este tipo de situaciones se presentan cuando la persona que debe tomar una decisión tiene que elegir entre dos líneas de acción, una relacionada con la hipótesis nula y otra con la hipótesis alternativa. Por ejemplo, con base en una muestra de las piezas de un pedido recibido, el inspector de control de calidad tiene que decidir si acepta el pedido o si lo regresa al proveedor debido a que no satisface las especificaciones. Suponga que una especificación para unas piezas determinadas sea que su longitud media deba ser de dos pulgadas. Si la longitud media es menor o mayor a dos pulgadas, las piezas ocasionarán problemas de calidad en la operación de ensamblado. En este caso, las hipótesis nula y alternativa se formulan como sigue.

$$\begin{aligned} H_0: \mu &= 2 \\ H_a: \mu &\neq 2 \end{aligned}$$

Si los resultados muestrales indican que no se puede rechazar H_0 , el inspector de control de calidad no tendrá razón para dudar que el pedido satisface las especificaciones y aceptará el pedido. Pero si los resultados muestrales indican que H_0 se debe rechazar, se concluirá que las piezas no satisfacen las especificaciones. En este caso, el inspector de control de calidad tendrá evidencias suficientes para regresar el pedido al proveedor. Así, se ve que en este tipo de situaciones, se toman medidas en ambos casos, cuando H_0 no se puede rechazar y cuando H_0 se puede rechazar.

Resumen de las formas para las hipótesis nula y alternativa

Las pruebas de hipótesis de este capítulo se refieren a dos parámetros poblacionales: la media poblacional y la proporción poblacional. A partir de la situación, las pruebas de hipótesis para un parámetro poblacional asumen una de estas tres formas: en dos se emplean desigualdades en la hipótesis nula y en la tercera se aplica una igualdad en la hipótesis nula. En las pruebas de hipótesis para la media poblacional, μ_0 denota el valor hipotético y para la prueba de hipótesis hay que escoger una de las formas siguientes.

$$\begin{array}{lll} H_0: \mu \geq \mu_0 & H_0: \mu \leq \mu_0 & H_0: \mu = \mu_0 \\ H_a: \mu < \mu_0 & H_a: \mu > \mu_0 & H_a: \mu \neq \mu_0 \end{array}$$

Por razones que serán claras más tarde, a las dos primeras formas se les llama pruebas de una cola. A la tercera se le llama prueba de dos colas.

Con frecuencia se tienen situaciones en las que no es obvio cómo elegir H_0 y H_a y se debe tener cuidado para elegirlas en forma adecuada. Sin embargo, como se observa en las formas anteriores, la igualdad (ya sea \geq , \leq , o $=$) debe aparecer *siempre* en la hipótesis nula. Al elegir la

Aquí se muestran las tres formas que pueden tener H_0 y H_a . Observe que en la hipótesis nula H_0 siempre aparece la igualdad.

forma adecuada para H_0 y H_a hay que tener en mente que la hipótesis alternativa a menudo es lo que la prueba está tratando de demostrar. Por tanto, preguntarse si el usuario está buscando evidencias en apoyo de $\mu < \mu_0$, $\mu > \mu_0$ o $\mu \neq \mu_0$ ayuda a determinar H_a . Los ejercicios siguientes tienen por objeto aportar práctica en la elección de la forma adecuada de una prueba de hipótesis para la media poblacional.

Ejercicios

1. El gerente de Danvers-Hilton Resort afirma que la cantidad media que gastan los huéspedes en un fin de semana es de \$600 o menos. Un miembro del equipo de contadores observó que en los últimos meses habían aumentado tales cantidades. El contador emplea una muestra de cuentas de fin de semana para probar la afirmación del gerente.
 - a. ¿Qué forma de hipótesis deberá usar para probar la afirmación del gerente? Explique.
$$\begin{array}{lll} H_0: \mu \geq 600 & H_0: \mu \leq 600 & H_0: \mu = 600 \\ H_a: \mu < 600 & H_a: \mu > 600 & H_a: \mu \neq 600 \end{array}$$
 - b. ¿Cuál es la conclusión apropiada cuando no se puede rechazar la hipótesis nula H_0 ?
 - c. ¿Cuál es la conclusión apropiada cuando se puede rechazar la hipótesis nula H_0 ?
2. El gerente de un negocio de venta de automóviles está pensando en un nuevo plan de bonificaciones, con objeto de incrementar el volumen de ventas. Al presente, el volumen medio de ventas es 14 automóviles por mes. El gerente desea realizar un estudio para ver si el plan de bonificaciones incrementa el volumen de ventas. Para recolectar los datos una muestra de vendedores venderá durante un mes bajo el nuevo plan de bonificaciones.
 - a. Dé las hipótesis nula y alternativa más adecuadas para este estudio.
 - b. Comente la conclusión resultante en el caso en que H_0 no pueda rechazarse.
 - c. Comente la conclusión que se obtendrá si H_0 puede rechazarse.
3. Una línea de operación está diseñada para llenar empaques de 32 onzas de detergente para lavar. Con periodicidad se selecciona una muestra de los empaques y se pesan para determinar si no se están llenando con un peso mayor o menor del indicado. Si los datos muestrales llevan a la conclusión de que hay exceso o falta de llenado, se suspende la producción y se ajusta al llenado correcto.
 - a. Formule las hipótesis nula y alternativa que ayudarán a determinar si se debe detener la producción y ajustar el peso.
 - b. Comente sobre la conclusión y la decisión en caso en que H_0 no se pueda rechazar.
 - c. Comente acerca de la conclusión y la decisión en caso en que H_0 se pueda rechazar.
4. Debido a los costos y al tiempo de adaptación de la producción, un director de fabricación antes de implantar un nuevo método de fabricación, debe convencer al gerente de que ese nuevo método de fabricación reducirá los costos. El costo medio del actual método de producción es \$220 por hora. En un estudio se medirá el costo del nuevo método durante un periodo muestral de producción,
 - a. Dé las hipótesis nula y alternativa más adecuadas para este estudio.
 - b. Haga un comentario sobre la conclusión cuando H_0 no pueda rechazarse.
 - c. Dé un comentario sobre la conclusión cuando H_0 pueda rechazarse.



9.2

Errores tipo I y II

Las hipótesis nula y alternativa son afirmaciones opuestas acerca de la población. Una de las dos, ya sea la hipótesis nula o la alternativa es verdadera, pero no ambas. Lo ideal es que la prueba de hipótesis lleve a la aceptación de H_0 cuando H_0 sea verdadera y al rechazo de H_0 cuando H_a

TABLA 9.1 ERRORES Y CONCLUSIONES CORRECTAS EN LAS PRUEBAS DE HIPÓTESIS

		Situación en la población	
		H_0 verdadera	H_a verdadera
Conclusión	Se acepta H_0	Conclusión correcta	Error tipo II
	Se rechaza H_0	Error tipo I	Conclusión correcta

sea verdadera. Por desgracia, las conclusiones correctas no siempre son posibles. Como la prueba de hipótesis se basa en una información muestral debe tenerse en cuenta que existe la posibilidad de error. La tabla 9.1 ilustra las dos clases de errores comunes en una prueba de hipótesis.

En el primer renglón de la tabla 9.1 se muestra lo que sucede cuando se acepta H_0 . Si H_0 es verdadera la conclusión es correcta. Pero, si H_a es verdadera se comete un **error tipo II**; es decir, se acepta H_0 cuando es falsa. En el segundo renglón de la tabla 9.1 se muestra lo que sucede si la conclusión es rechazar H_0 . Si H_0 es verdadera se comete un **error tipo I**; es decir, se rechaza H_0 cuando es verdadera. Pero si H_a es verdadera, es correcto rechazar H_0 .

Recuerde la ilustración de la prueba de hipótesis vista en la sección 9.1 en la cual un grupo de investigación elaboraba un nuevo sistema de inyección de combustible con objeto de aumentar el rendimiento combustible en un determinado modelo de automóvil. Como con el sistema actual el rendimiento promedio es 24 millas por galón, la prueba de hipótesis se formuló como sigue.

$$\begin{aligned} H_0: \mu &\leq 24 \\ H_a: \mu &> 24 \end{aligned}$$

La hipótesis alternativa, $H_a: \mu > 24$, indica que los investigadores buscan evidencias muestrales que apoyen la conclusión de que con el nuevo sistema de inyección de combustible la media poblacional del rendimiento es mayor que 24 millas por galón.

En esta aplicación, el error tipo I de rechazar H_0 cuando es verdadera corresponde a la afirmación de los investigadores de que el nuevo sistema mejora el rendimiento ($\mu > 24$) cuando en realidad el nuevo sistema no es nada mejor que el actual. En cambio, el error tipo II de aceptar H_0 cuando es falsa corresponde a la conclusión de los investigadores de que el nuevo sistema no es mejor que el actual ($\mu \leq 24$) cuando en realidad el nuevo sistema sí mejora el rendimiento.

En esta prueba de hipótesis del rendimiento, la hipótesis nula es $H_0: \mu \leq 24$. Admita que la hipótesis nula es verdadera como una igualdad; es decir $\mu = 24$. A la probabilidad de cometer un error tipo I cuando la hipótesis nula es verdadera como igualdad se le conoce como **nivel de significancia**. Por tanto en la prueba de hipótesis del rendimiento de combustible, el nivel de significancia es la probabilidad de rechazar $H_0: \mu \leq 24$ cuando $\mu = 24$. Dada la importancia de este concepto se redacta otra vez la definición de nivel de significancia.

NIVEL DE SIGNIFICANCIA

El nivel de significancia es la probabilidad de cometer un error tipo I cuando la hipótesis nula es verdadera como igualdad.

Para denotar el nivel de significancia se usa la letra griega α (alfa), y los valores que se suelen usar para α son 0.05 y 0.01.

En la práctica la persona responsable de la prueba de hipótesis especifica el nivel de significancia. Al elegir α se controla la probabilidad de cometer un error tipo I. Si el costo de cometer un error tipo I es elevado, los valores pequeños de α son preferibles. Si el costo de cometer un error tipo I no es demasiado elevado, entonces se usan valores mayores para α . A las aplicaciones de la prueba de hipótesis en que sólo se controla el error tipo I se les llama *pruebas de significancia*. Muchas aplicaciones de las pruebas de hipótesis son de este tipo.

Aunque en la mayor parte de las aplicaciones de las pruebas de hipótesis se controla la probabilidad de cometer un error tipo I, no siempre sucede lo mismo con un error tipo II. Por tanto, si se decide aceptar H_0 no es posible establecer la confianza en esa decisión. Debido a la incertidumbre de cometer un error tipo II al realizar una prueba de significancia los dedicados a la estadística suelen recomendar que se diga “no se rechaza H_0 ” en lugar de “se acepta H_0 ”. Decir “no se rechaza H_0 ” implica la recomendación de reservarse tanto el juicio como la acción. En efecto al no aceptar directamente H_0 , se evita el riesgo de cometer un error tipo II. Siempre que no se determine y controle la probabilidad de cometer un error tipo II, no se dirá “se acepta H_0 ”. En esos casos sólo son posibles dos conclusiones: *no se rechaza H_0 o se rechaza H_0* .

Aunque controlar el error tipo II en una prueba de hipótesis es poco común, es posible. En las secciones 9.7 y 9.8 se ilustra el procedimiento para controlar y determinar la probabilidad de cometer un error tipo II. Si se ha establecido un control adecuado de este error, las medidas basadas en la conclusión “se acepta H_0 ” son adecuadas.

Si los datos muestrales son consistentes con la hipótesis nula H_0 , se dirá que “no se rechaza H_0 ”. Se prefiere esta conclusión a la conclusión “se acepta H_0 ” porque con la conclusión de aceptar H_0 se corre el riesgo de cometer un error tipo II.

NOTAS Y COMENTARIOS

Walter Williams, columnista y profesor de economía en la universidad George Mason indica que siempre existe la posibilidad de cometer un error tipo I o un error tipo II al tomar una decisión (*The Cincinnati Enquirer*, 14 de agosto de 2005). Hace notar que la Food and Drug Administration corre el riesgo de cometer estos errores en sus procedimientos para la aprobación de medicamentos.

Cuando comete un error tipo I, la FDA no aprueba un medicamento que es seguro y efectivo. Al cometer un error tipo II, la FDA aprueba un medicamento que presenta efectos secundarios imprevistos. Sin importar la decisión que se tome, la probabilidad de cometer un error costoso no se puede eliminar.

Ejercicios

Autoexamen

5. Nielsen informó que los hombres jóvenes estadounidenses ven diariamente 56.2 minutos de televisión en las horas de mayor audiencia (*The Wall Street Journal Europe*, 18 de noviembre de 2003). Un investigador cree que en Alemania, los hombres jóvenes ven más tiempo la televisión en las horas de mayor audiencia. Este investigador toma una muestra de hombres jóvenes alemanes y registra el tiempo que ven televisión en un día. Los resultados muestrales se usan para probar las siguientes hipótesis nula y alternativa.

$$H_0: \mu \leq 56.2$$

$$H_a: \mu > 56.2$$

- a. En esta situación, ¿cuál es el error tipo I? ¿Qué consecuencia tiene cometer este error?
b. En esta situación, ¿cuál es el error tipo II? ¿Qué consecuencia tiene cometer este error?
6. En la etiqueta de una botella de jugo de naranja de 3 cuartos (de galón) dice que el jugo de naranja contiene en promedio 1 gramo o menos de grasa. Responda a las preguntas siguientes relacionadas con una prueba de hipótesis para probar lo que dice en la etiqueta.
a. Dé las hipótesis nula y alternativa adecuadas.

- b. En esta situación, ¿cuál es el error tipo I? ¿Qué consecuencia tiene cometer este error?
 - c. En esta situación, ¿cuál es el error tipo II? ¿Qué consecuencia tiene cometer este error?
7. El personal de ventas de Carpetland vende, en promedio, \$8000 semanales. Steve Contois, vicepresidente de la empresa, propone un plan de compensaciones con nuevos incentivos de venta. Steve espera que los resultados de un periodo de prueba le permitirán concluir que el plan de compensaciones aumenta el promedio de ventas de los vendedores.
- a. Dé las hipótesis nula y alternativa adecuadas.
 - b. En esta situación, ¿cuál es el error tipo I? ¿Qué consecuencia tiene cometer este error?
 - c. En esta situación, ¿cuál es el error tipo II? ¿Qué consecuencia tiene cometer este error?
8. Suponga que se va a implantar un nuevo método de producción si mediante una prueba de hipótesis se confirma la conclusión de que el nuevo método de producción reduce el costo medio de operación por hora.
- a. Dé las hipótesis nula y alternativa adecuadas si el costo medio de producción actual por hora es \$220.
 - b. En esta situación, ¿cuál es el error tipo I? ¿Qué consecuencia tiene cometer este error?
 - c. En esta situación, ¿cuál es el error tipo II? ¿Qué consecuencia tiene cometer este error?

9.3

Media poblacional: σ conocida

En el capítulo 8 se dijo que el caso σ conocida se refiere a aplicaciones en las que se cuenta con datos históricos o con alguna información que permite obtener buenas estimaciones de la desviación estándar poblacional antes de tomar la muestra. En tales casos, para propósitos prácticos, se considera que se conoce la desviación estándar poblacional. En esta sección se muestra cómo realizar una prueba de hipótesis para la media poblacional en el caso en que σ es conocida.

Los métodos que se presentan en esta sección dan resultados exactos si la población de la que se selecciona la muestra tiene distribución normal. En los casos en los que no sea razonable suponer que la población tiene una distribución normal, se pueden aplicar estos métodos siempre y cuando el tamaño de la muestra sea suficientemente grande. Al final de esta sección se proporcionan algunos consejos prácticos en relación con la distribución de la población.

Prueba de una cola

Una **prueba de una cola** para la media poblacional tiene una de las dos formas siguientes.

Prueba de la cola inferior (o izquierda)	Prueba de la cola superior (o derecha)
--	--

$$H_0: \mu \geq \mu_0$$

$$H_0: \mu \leq \mu_0$$

$$H_a: \mu < \mu_0$$

$$H_a: \mu > \mu_0$$

A continuación se presenta un ejemplo de una prueba para la cola inferior.

La Federal Trade Commission, FTC, realiza periódicamente estudios estadísticos con objeto de comprobar las afirmaciones de los fabricantes acerca de sus productos. Por ejemplo, en la etiqueta de una lata grande de Hilltop Coffee dice que la lata contiene 3 libras de café. La FTC sabe que el proceso de producción de Hilltop no permite llenar las latas con 3 libras exactas de café por lata, incluso si la media poblacional del peso de llenado de todas las latas es de 3 libras por lata. Sin embargo, mientras la media poblacional del peso de llenado sea por lo menos 3 libras por lata, los derechos del consumidor estarán protegidos. Por tanto, la FTC interpreta que la información de la etiqueta de una lata grande de café Hilltop tiene una media poblacional del peso de llenado de por lo menos 3 libras por lata. Se mostrará cómo verificar esto realizando una prueba de hipótesis de la cola inferior.

El primer paso es dar las hipótesis nula y alternativa para la prueba. Si la media poblacional del peso de llenado es por lo menos 3 libras por lata, lo que afirma Hilltop correcto. Esto establece la hipótesis nula de la prueba. No obstante, si la media poblacional del peso de llenado es

menor que 3 libras por lata, la afirmación de Hilltop es incorrecta. Así, se establece la hipótesis alternativa. Si μ denota la media poblacional del peso de llenado, las hipótesis nula y alternativa son las siguientes:

$$H_0: \mu \geq 3$$

$$H_a: \mu < 3$$

Observe que el valor hipotético de la media poblacional es $\mu_0 = 3$.

Si los datos muestrales indican que H_0 no se puede rechazar, las evidencias estadísticas no conducirán a concluir que ha habido una violación en lo que se afirma en la etiqueta. Luego, no habrá ninguna acción en contra de Hilltop. Pero, si los datos muestrales indican que se puede rechazar H_0 se concluirá que la hipótesis alternativa $H_a: \mu < 3$ es verdadera. En este caso la conclusión de que hay falta de peso y un cargo por violación a lo que se establece en la etiqueta estará justificada.

Suponga que se selecciona una muestra de 36 latas de café y se calcula la media muestral \bar{x} como una estimación de la media poblacional μ . Si el valor de la media muestral \bar{x} es menor que 3 libras, los resultados muestrales despertarán dudas sobre lo que establece la hipótesis nula. Lo que se busca saber es cuánto menor que 3 libras tiene que ser \bar{x} para declarar que la diferencia es significativa y se esté dispuesto a correr el riesgo de cometer un error tipo I al acusar indebidamente a Hilltop de una violación de lo que establece en la etiqueta. Aquí el factor clave es el valor elegido como nivel de significancia por quien tomará la decisión.

Como ya se dijo, el nivel de significancia, que se denota α , es la probabilidad de cometer un error tipo I al rechazar la hipótesis nula cuando ésta, considerada en forma de una igualdad, es verdadera. La persona que tomará la decisión debe especificar el nivel de significancia. Si el costo de cometer un error tipo I es alto, se deberá elegir un valor pequeño para el nivel de significancia. Si el costo no es alto, se deberá elegir un valor grande, es lo más apropiado. En el caso del café Hilltop, el director del programa de pruebas de la FTC afirma: “Si la empresa satisface sus especificaciones de peso en $\mu = 3$, no tomaré ninguna medida en su contra. Pero, estoy dispuesto a asumir un riesgo de 1% de cometer tal error”. De acuerdo con lo dicho por el director, el nivel de significancia en esta prueba de hipótesis se establece en $\alpha = 0.01$. Así, la prueba de hipótesis deberá diseñarse de manera que la probabilidad de cometer un error tipo I cuando $\mu = 3$ sea 0.01.

En este estudio sobre Hilltop Coffee, al dar las hipótesis nula y alternativa y especificar el nivel de significancia para la prueba, se han dado los dos primeros pasos requeridos en cualquier prueba de hipótesis. Con esto se está listo para el tercer paso en una prueba de hipótesis: recoger los datos muestrales y calcular el valor de lo que se conoce como el estadístico de prueba.

Estadístico de prueba. En el estudio de Hilltop Coffee, las pruebas realizadas con anterioridad por la FTC muestran que la desviación estándar puede considerarse conocida, siendo su valor $\sigma = 0.18$. Estas pruebas muestran, también, que puede considerarse que la población de los pesos de llenado tiene una distribución normal. Según lo visto en el capítulo 7 sobre distribuciones muestrales, se sabe que si la población de la que se toma la muestra tiene una distribución normal, la distribución muestral de \bar{x} también es normal. En consecuencia, en el estudio de Hilltop Coffee, la distribución muestral de \bar{x} será una distribución normal. Con un valor conocido de $\sigma = 0.18$ y un tamaño de muestra de $n = 36$, en la figura 9.1 se muestra la distribución muestral de \bar{x} si la hipótesis nula, considerada como igualdad, es verdadera, es decir, cuando $\mu = \mu_0 = 3$.* Observe que el error estándar de \bar{x} está dado por $\sigma_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n} = 0.18/\sqrt{36} = 0.03$.

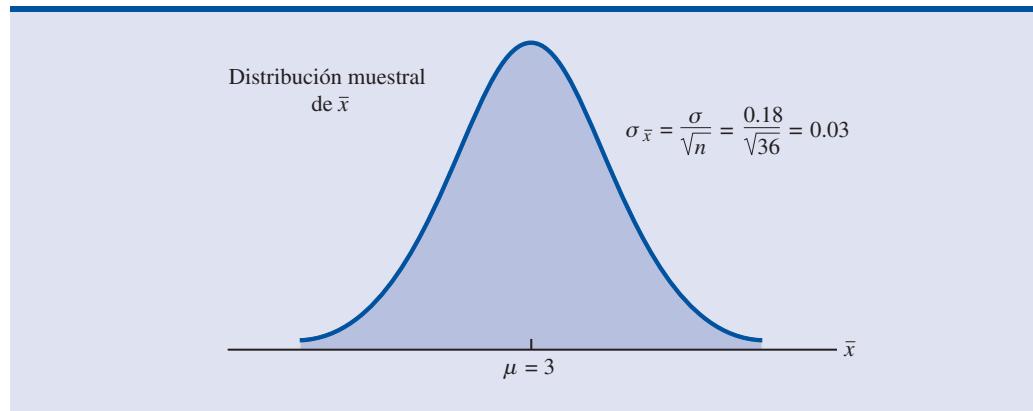
Como la distribución muestral de \bar{x} está distribuida normalmente, la distribución muestral de

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - 3}{0.03}$$

El error estándar de \bar{x} es la desviación estándar de la distribución muestral de \bar{x} .

*Cuando se elaboran distribuciones muestrales para una prueba de hipótesis, se supone que H_0 se satisface como igualdad.

FIGURA 9.1 DISTRIBUCIÓN MUESTRAL DE \bar{x} EN EL ESTUDIO DE HILLTOP COFFEE SIENDO LA HIPÓTESIS NULA VERDADERA COMO IGUALDAD ($\mu = 3$)



es una distribución normal estándar. Si el valor de $z = -1$, esto significa que el valor de \bar{x} es una desviación estándar menor que el valor hipotético de la media; si el valor de $z = -2$, esto significa que el valor de \bar{x} es dos errores estándar menor que el valor hipotético de la media y así sucesivamente. Para hallar la probabilidad que corresponde a cualquier valor de z en la cola inferior se usa la tabla de probabilidad normal estándar. Por ejemplo, el área en la cola inferior para $z = -3.00$ es 0.0013. Así, la probabilidad de obtener un valor de z que sea tres o más errores estándar menor que la media es 0.0013. Como resultado, la probabilidad de obtener un valor de \bar{x} que sea 3 o más errores estándar menor que la media poblacional hipotética $\mu_0 = 3$ también es 0.0013. Si la hipótesis nula es verdadera, un resultado así es poco probable.

En una prueba de hipótesis para la media poblacional en el caso σ conocida, se emplea la variable aleatoria normal estándar z como **estadístico de prueba** para determinar si \bar{x} se desvía lo suficiente del valor hipotético de μ como para justificar el rechazo de la hipótesis nula. Como $\sigma_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n}$, el estadístico de prueba es el siguiente.

ESTADÍSTICO DE PRUEBA EN UNA PRUEBA DE HIPÓTESIS PARA LA MEDIA POBLACIONAL σ CONOCIDA

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \quad (9.1)$$

La cuestión clave en una prueba de la cola inferior es: ¿Qué tan pequeño debe ser el estadístico de prueba z para que se decida rechazar la hipótesis nula? Para responder esta pregunta se usan dos métodos.

Método del valor p . En el método del valor- p se usa el valor del estadístico de prueba z para calcular una probabilidad llamada **valor- p** .

Si el valor- p es pequeño, esto indica que el valor del estadístico de prueba es inusual bajo la suposición de que H_0 es verdadera.

VALOR- p

Un valor- p es una probabilidad que aporta una medida de una evidencia suministrada por la muestra contra la hipótesis nula. Valores- p pequeños indican una evidencia mayor contra la hipótesis nula.

El valor- p se usa para determinar si la hipótesis nula debe ser rechazada.

Ahora se verá cómo se calcula y usa el valor-*p*. Para calcular el valor-*p* se usa el valor del estadístico de prueba. El método a seguir depende de si se trata de una prueba de la cola inferior, de la cola superior o de dos colas. En una prueba de la cola inferior, el valor-*p* es la probabilidad de conseguir un valor del estadístico de prueba tan pequeño o menor que el obtenido con la muestra. Por ende, para calcular el valor-*p* en una prueba de la cola inferior, en el caso σ conocida, se halla el área bajo la curva normal estándar a la izquierda del estadístico de prueba. Una vez calculado el valor-*p* se decide si es lo suficientemente pequeño para rechazar la hipótesis nula; como se verá más adelante, para esta decisión hay que comparar el valor-*p* con el nivel de significancia.



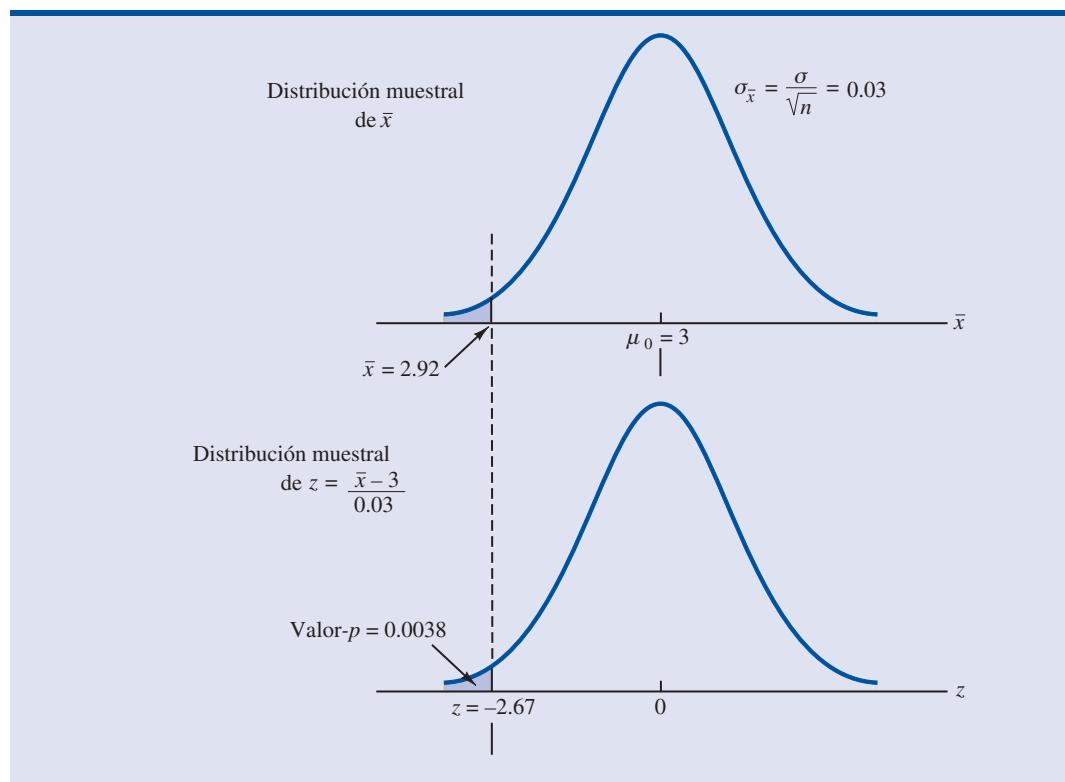
Ahora se calcula el valor-*p* para la prueba de la cola inferior del estudio de Hilltop Coffee. Suponga que en la muestra de las 36 latas de café, la media obtenida es $\bar{x} = 2.92$ libras. ¿Es $\bar{x} = 2.92$ lo suficientemente pequeña para que se rechace la hipótesis nula? Como es una prueba de la cola inferior, el valor-*p* es el área bajo la curva normal estándar a la izquierda del estadístico de prueba. Usando $\bar{x} = 2.92$, $\sigma = 0.18$ y $n = 36$, se calcula el valor del estadístico de prueba z .

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{2.92 - 3}{0.18/\sqrt{36}} = -2.67$$

Por consiguiente, el valor-*p* es la probabilidad de que el estadístico de prueba z sea menor o igual que -2.67 (el área bajo la curva normal estándar a la izquierda del estadístico de prueba).

En la tabla de probabilidad normal estándar aparece que el área en la cola inferior para $z = -2.67$ es 0.0038. En la figura 9.2 se muestra que a $\bar{x} = 2.92$ le corresponde $z = -2.67$ y el valor-*p* = 0.0038. Este valor-*p* indica que si la muestra se ha tomado de una población con $\mu = 3$, la probabilidad de obtener una media muestral $\bar{x} = 2.92$ o menor (y un estadístico de prueba de -2.67) es pequeña. Este valor-*p* no favorece mucho a la hipótesis nula, pero, ¿es lo suficiente-

FIGURA 9.2 VALOR-*p* EN EL ESTUDIO DE HILLTOP COFFEE, EN EL QUE $\bar{x} = 2.92$
Y $z = -2.67$



mente pequeño como para que se rechace H_0 ? La respuesta depende del nivel de significancia de la prueba.

Como se indicó antes, el director del programa de pruebas de la FTC eligió como nivel de significancia 0.01. Elegir $\alpha = 0.01$ significa que él está dispuesto a tolerar una probabilidad de 0.01 de rechazar la hipótesis nula cuando sea verdadera como igualdad ($\mu_0 = 3$). La muestra de 36 latas de Hilltop Coffee dio como resultado un valor- $p = 0.0038$, lo que significa que la probabilidad de obtener $\bar{x} = 2.92$ o menor, si la hipótesis nula es verdadera considerada como igualdad, es 0.0038. Como 0.0038 es menor que $\alpha = 0.01$, se rechaza H_0 . De manera que para el nivel de significancia 0.01 se encontraron evidencias estadísticas suficientes para rechazar la hipótesis nula.

Ahora ya se puede establecer la regla general para determinar cuándo rechazar la hipótesis nula al usar el método del valor- p . Dado un nivel de significancia α , la regla para el rechazo usando el método del valor- p es la siguiente:

REGLA PARA EL RECHAZO USANDO EL VALOR- p

Rechazar H_0 si el valor- $p \leq \alpha$

En la prueba para Hilltop Coffee, el valor- $p = 0.0038$ hizo que se rechazara la hipótesis nula. Aunque la base para tomar la decisión de rechazar la hipótesis nula fue comparar el valor- p con el nivel de significancia especificado por el director de la FTC, el valor- p encontrado indica que H_0 se hubiera rechazado para cualquier valor $\alpha \geq .0038$. Debido a esto, el valor- p se conoce también como *nivel de significancia observado*.

Diferentes personas tienen opiniones distintas respecto del costo de cometer un error tipo I y pueden elegir niveles de significancia distintos. Al proporcionar el valor- p como parte de los resultados de la prueba de hipótesis, quizás otra persona compare el valor- p con su propio nivel de significancia y tome otra decisión respecto de rechazar o no H_0 .

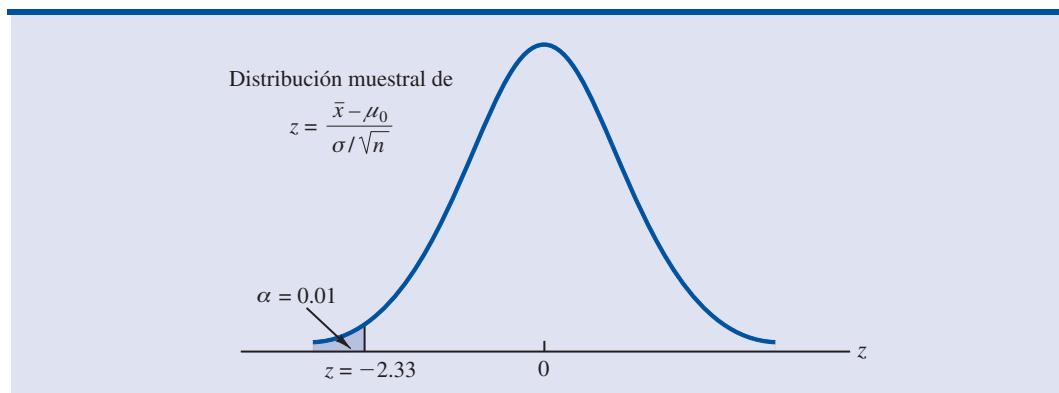
Método del valor crítico. En el método del valor crítico primero se determina un valor para el estadístico de prueba llamado **valor crítico**. En una prueba de la cola inferior, el valor crítico sirve como punto de referencia para determinar si el valor del estadístico de prueba es lo suficientemente pequeño para rechazar la hipótesis nula. El valor crítico es el valor del estadístico de prueba que corresponde a un área α (nivel de significancia) en la cola inferior de la distribución muestral del estadístico de prueba. En otras palabras, el valor crítico es el mayor valor del estadístico de prueba que hará que se rechace la hipótesis nula. A continuación, de nuevo con el ejemplo de Hilltop Coffee, se verá cómo funciona este método.

En el caso σ conocida, la distribución muestral del estadístico de prueba z es la distribución normal estándar. Por tanto, el valor crítico es el valor del estadístico de prueba que corresponde a un área $\alpha = 0.01$ en la cola inferior de la distribución normal estándar. En la tabla de probabilidad normal estándar aparece que $z = -2.33$ proporciona un área de 0.01 en la cola inferior (véase figura 9.3). De manera que si con la muestra se obtiene un valor del estadístico de prueba menor o igual a -2.33 , el valor- p correspondiente será menor o igual a 0.01; en este caso se deberá rechazar la hipótesis nula. Entonces, en el estudio de Hilltop Coffee, la regla para el rechazo usando el valor crítico para un nivel de significancia de 0.01 es

Rechazar H_0 si $z \leq -2.33$

En el ejemplo del Hilltop Coffee, $\bar{x} = 2.92$ y el estadístico de prueba es $z = -2.67$. Como $z = -2.67 < -2.33$, se puede rechazar H_0 y concluir que Hilltop Coffee está llenando las latas con menos peso del debido.

FIGURA 9.3 VALOR CRÍTICO = -2.33 EN LA PRUEBA DE HIPÓTESIS DE HILLTOP COFFEE



La regla de rechazo se puede generalizar empleando el método del valor crítico para cualquier nivel de significancia. La regla de rechazo en una prueba de la cola inferior es:

**REGLA PARA EL RECHAZO EN UNA PRUEBA DE LA COLA INFERIOR:
MÉTODO DEL VALOR CRÍTICO**

$$\text{Rechazar } H_0 \text{ si } z \leq -z_\alpha$$

donde $-z_\alpha$ es el valor crítico; es decir, el valor z que proporciona un área α en la cola inferior de la distribución normal estándar.

En las pruebas de hipótesis, el método del valor- p y el método del valor crítico llevarán siempre a la misma decisión; siempre que el valor- p sea menor o igual que α , el valor del estadístico de prueba será menor o igual al valor crítico. La ventaja del método del valor- p es que dice cuán significativos son los resultados (el nivel de significancia observado). Si se usa el método del valor crítico sólo se sabe que los resultados son significativos al nivel de significancia establecido.

Al principio de esta sección se dijo que las pruebas de una cola, para la media poblacional, toman una de las dos formas siguientes:

Prueba de la cola inferior	Prueba de la cola superior
$H_0: \mu \geq \mu_0$	$H_0: \mu \leq \mu_0$
$H_a: \mu < \mu_0$	$H_a: \mu > \mu_0$

El estudio de Hilltop Coffee se usó para ilustrar cómo realizar una prueba de la cola inferior. El mismo método general se usa para realizar una prueba de la cola superior. Para esta prueba también se calcula el estadístico de prueba z usando la ecuación (9.1). Pero, en una prueba de la cola superior, el valor- p es la probabilidad de obtener un valor para el estadístico de prueba tan grande o mayor que el obtenido con la muestra. Por tanto, para calcular el valor- p para una prueba de la cola superior en el caso de σ conocida, es necesario hallar el área bajo la curva normal estándar a la derecha del estadístico de prueba. Usando el método del valor crítico la hipótesis nula se rechaza si el valor del estadístico de prueba es mayor o igual al valor crítico z_α ; en otras palabras, se rechaza H_0 si $z \geq z_\alpha$.

Prueba de dos colas

En las pruebas de hipótesis la forma general de una **prueba de dos colas** es la siguiente:

$$\begin{aligned} H_0: \mu &= \mu_0 \\ H_a: \mu &\neq \mu_0 \end{aligned}$$

En esta subsección se muestra cómo realizar una prueba de dos colas para la media poblacional en el caso en que se conoce σ . Como ilustración se considera el caso de una prueba de hipótesis en la empresa MaxFlight.

La U.S. Golf Association, USGA, establece reglas que deben satisfacer los fabricantes de equipos de golf si quieren que sus productos se acepten en los eventos de USGA. MaxFlight emplea procesos de fabricación de alta tecnología para producir pelotas de golf que tienen una distancia media de recorrido de 295 yardas. Sin embargo, algunas veces el proceso se desajusta y se producen pelotas de golf que tienen una distancia media de recorrido diferente a 295 yardas. Cuando la distancia media es menor que 295 yardas, a la empresa le preocupa perder clientes porque las pelotas de golf no proporcionen la distancia anunciada. Cuando la distancia es mayor que 295 yardas, las pelotas de MaxFlight pueden ser rechazadas por la USGA por exceder los estándares respecto de distancia de vuelo y carrera.

El programa de control de calidad de MaxFlight consiste en tomar muestras periódicas de 50 pelotas de golf y vigilar el proceso de fabricación. Con cada muestra se realiza una prueba de hipótesis para determinar si el proceso se ha desajustado. Para elaborar las hipótesis nula y alternativa, se empieza por suponer que el proceso está funcionando correctamente; es decir, las pelotas de golf que se están produciendo alcanzan una distancia media de 295 yardas. Ésta es la suposición que establece en la hipótesis nula. La hipótesis alternativa es que la distancia media no es 295 yardas. Como el valor hipotético es $\mu_0 = 295$, las hipótesis nula y alternativa en el caso de la prueba de hipótesis de MaxFlight son las siguientes:

$$\begin{aligned} H_0: \mu &= 295 \\ H_a: \mu &\neq 295 \end{aligned}$$

Si la media muestral \bar{x} es significativamente menor que 295 yardas o significativamente mayor que 295 yardas, se rechazará H_0 . En este caso, se tomarán medidas para ajustar el proceso de fabricación. Por otro lado, si \bar{x} no se desvía una cantidad significativa de la media hipotética $\mu_0 = 295$, H_0 no se rechazará y no se tomará medida alguna para ajustar el proceso de fabricación.

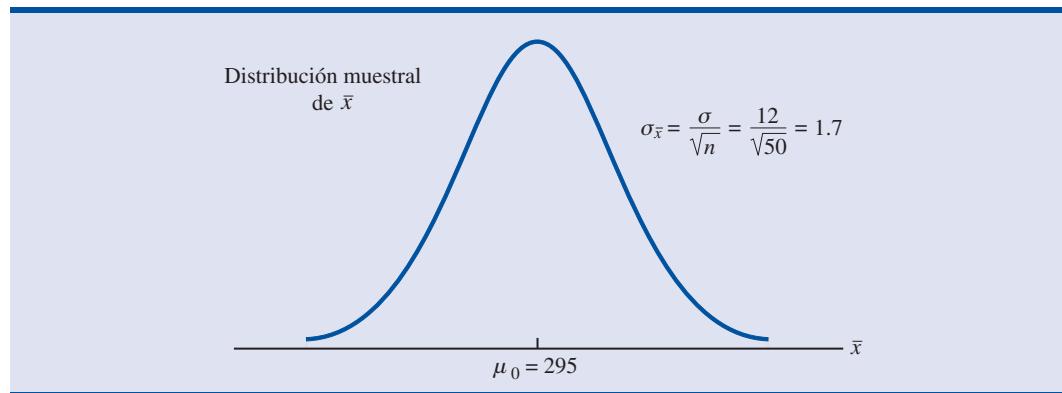
El equipo de control de calidad elige $\alpha = 0.05$ como nivel de significancia para esta prueba. Datos de pruebas previas realizadas sabiendo que el proceso está ajustado indican que se puede suponer que la desviación estándar se conoce y que su valor es $\sigma = 12$. Por ende, como el tamaño de la muestra $n = 50$, el error estándar de \bar{x} es

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{12}{\sqrt{50}} = 1.7$$

Dado que el tamaño de la muestra es grande, el teorema del límite central (capítulo 7) permite concluir que la distribución muestral de \bar{x} puede aproximarse mediante una distribución normal. En la figura 9.4 se muestra la distribución muestral de x para la prueba de hipótesis de Max Flight con una media poblacional hipotética de $\mu_0 = 295$.

Suponga que se toma una muestra de 50 pelotas de golf y que la media muestral es $\bar{x} = 297.6$ yardas. Esta media muestral favorece la conclusión de que la media poblacional es mayor que 295 yardas. ¿Este valor de \bar{x} es suficientemente mayor que 295 para hacer que se rechace H_0 a un nivel de significancia de 0.05? En la sección anterior se describieron dos métodos que pueden ser usados para responder esta pregunta: el método del valor- p y el método del valor crítico.

FIGURA 9.4 DISTRIBUCIÓN MUESTRAL DE \bar{x} EN LA PRUEBA DE HIPÓTESIS DE MAXFLIGHT



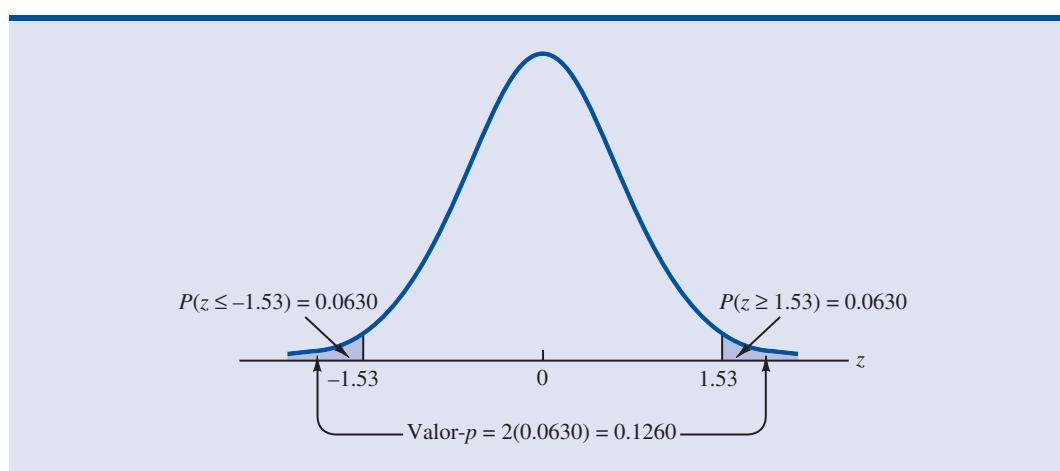
Método del valor-*p* Recuerde que el valor-*p* es la probabilidad que se usa para determinar si se rechaza la hipótesis nula. En una prueba de dos colas, los valores del estadístico de prueba en *ambas* colas, proporcionan evidencias contra la hipótesis nula. En una prueba de dos colas, el valor-*p* es la probabilidad de obtener un valor para el estadístico de prueba *tan improbable o más improbable que* el obtenido con la muestra. A continuación se verá cómo se calcula el valor-*p* en la prueba de hipótesis de MaxFlight.

Primero se calcula el valor del estadístico de prueba. En el caso en que se conoce σ , el estadístico de prueba z es la variable aleatoria normal estándar. Empleando la ecuación (9.1) con $\bar{x} = 297.6$, el valor del estadístico de prueba es

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{297.6 - 295}{12/\sqrt{50}} = 1.53$$

Ahora, para calcular el valor-*p* hay que hallar la probabilidad de obtener, para el estadístico de prueba, un valor *por lo menos tan improbable como* $z = 1.53$. Es claro que los valores $z \geq 1.53$ son *por lo menos tan improbables*. Pero como ésta es una prueba de dos colas, los valores $z \leq -1.53$ también son *por lo menos tan improbables como* el valor del estadístico de prueba obtenido con la muestra. En la figura 9.5 se ve que el valor-*p* para dos colas está dado, en este caso, por $P(z \leq -1.53) + P(z \geq 1.53)$.

FIGURA 9.5 VALOR-*p* EN LA PRUEBA DE HIPÓTESIS DE MAXFLIGHT



Como la curva normal es simétrica, se calcula la probabilidad hallando el área bajo la curva normal a la derecha de $z = 1.53$ y duplicándola. La tabla de la distribución normal estándar indica que el área a la izquierda de $z = 1.53$ es 0.9370. Entonces el área bajo la curva normal a la derecha de $z = 1.53$ es $1.0000 - 0.9370 = 0.0630$. Duplicando esta cantidad, se encuentra que el valor- p en la prueba de hipótesis de dos colas de MaxFlight es valor- $p = 2(0.0630) = 0.1260$.

Ahora se compara el valor- p con el nivel de significancia para ver si se rechaza la hipótesis nula. Como el nivel de significancia es 0.05, no se rechaza la hipótesis nula porque el valor- p es $0.1260 > 0.05$. Como no se rechaza la hipótesis nula, no es necesario tomar medidas para ajustar el proceso de fabricación de MaxFlight.

El cálculo del valor- p en una prueba de dos colas puede parecer un poco complicado en comparación con el cálculo del valor- p en las pruebas de una cola, pero se simplifica mediante los siguientes pasos.

CÁLCULO DEL VALOR- p EN UNA PRUEBA DE DOS COLAS

1. Calcule el valor del estadístico de prueba z .
2. Si el valor del estadístico de prueba está en la cola superior ($z > 0$), encuentre el área bajo la curva normal estándar a la derecha de z . Si el valor del estadístico de prueba está en la cola inferior ($z < 0$), localice el área bajo la curva normal estándar a la izquierda de z .
3. Duplique el área, o probabilidad, en la cola, obtenida en el paso dos y obtenga el valor- p .

Método del valor crítico. Antes de dejar esta sección, se verá la forma de comparar el valor del estadístico de prueba z con un valor crítico para tomar la decisión en una prueba de dos colas. En la figura 9.6 se muestra que los valores críticos en esta prueba se encuentran tanto en la cola superior como en la cola inferior de la distribución normal estándar. Si el nivel de significancia es $\alpha = 0.05$, en cada cola, el área más allá del valor crítico es $\alpha/2 = 0.05/2 = 0.025$. En la tabla de probabilidad normal estándar se encuentra que los valores críticos para el estadístico de prueba son $-z_{0.025} = -1.96$ y $z_{0.025} = 1.96$. Entonces, usando el método del valor crítico, la regla de rechazo para dos colas es

$$\text{Rechazar } H_0 \text{ si } z \leq -1.96 \text{ o } z \geq 1.96$$

Como en el estudio de MaxFlight el valor del estadístico de prueba es $z = 1.53$, la evidencia estadística no permitirá rechazar la hipótesis nula a un nivel de significancia de 0.05.

FIGURA 9.6 VALORES CRÍTICOS EN LA PRUEBA DE HIPÓTESIS DE MAXFLIGHT

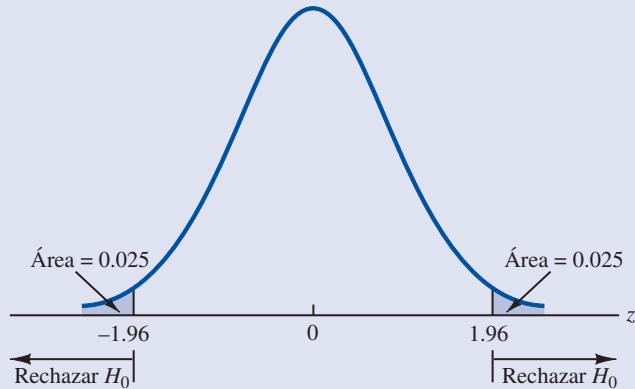


TABLA 9.2 SÍNTESIS DE LAS PRUEBAS DE HIPÓTESIS PARA LA MEDIA POBLACIONAL:
CASO σ CONOCIDA

	Prueba de la cola inferior	Prueba de la cola superior	Prueba de dos colas
Hipótesis	$H_0: \mu \geq \mu_0$ $H_a: \mu < \mu_0$	$H_0: \mu \leq \mu_0$ $H_a: \mu > \mu_0$	$H_0: \mu = \mu_0$ $H_a: \mu \neq \mu_0$
Estadístico de prueba	$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$
Regla de rechazo: método del valor-<i>p</i>	Rechazar H_0 si valor- <i>p</i> $\leq \alpha$	Rechazar H_0 si valor- <i>p</i> $\leq \alpha$	Rechazar H_0 si valor- <i>p</i> $\leq \alpha$
Regla de rechazo: método del valor crítico	Rechazar H_0 si $z \leq -z_\alpha$	Rechazar H_0 si $z \geq z_\alpha$	Rechazar H_0 si $z \leq -z_{\alpha/2}$ o si $z \geq z_{\alpha/2}$

Resumen y recomendaciones prácticas

Se presentaron ejemplos de una prueba de la cola inferior y de una prueba de dos colas para la media poblacional. Con base en estos ejemplos es posible resumir ahora, como se muestra en la tabla 9.2, los procedimientos para prueba de hipótesis para la media poblacional en el caso de σ conocida.

Los pasos en las pruebas de hipótesis seguidos en los dos ejemplos presentados en esta sección son comunes a toda prueba de hipótesis.

PASOS EN LAS PRUEBAS DE HIPÓTESIS

- Paso 1.** Dar la hipótesis nula y la hipótesis alternativa.
- Paso 2.** Especificar el nivel de significancia.
- Paso 3.** Recabar los datos muestrales y calcular el valor del estadístico de prueba.

*Método del valor-*p**

- Paso 4.** Emplear el valor del estadístico de prueba para calcular el valor-*p*.
- Paso 5.** Rechazar H_0 si el valor-*p* $\leq \alpha$.

Método del valor crítico

- Paso 4.** Emplear el nivel de significancia para determinar el valor crítico y la regla de rechazo.
- Paso 5.** Emplear el valor del estadístico de prueba y la regla de rechazo para determinar si se rechaza H_0 .

La recomendación práctica acerca del tamaño de la muestra para pruebas de hipótesis es semejante a la recomendación práctica dada en el capítulo 8 respecto del tamaño de la muestra para la estimación por intervalo. En la mayor parte de las aplicaciones, para el procedimiento de prueba de hipótesis visto en esta sección, un tamaño de muestra $n \geq 30$ es adecuado. En los casos en los que el tamaño de la muestra sea menor que 30, la distribución de la población de la que se toma la muestra se vuelve una consideración importante. Si la población tiene una distribución normal, el procedimiento de prueba de hipótesis descrito es exacto y puede usarse con cualquier tamaño de muestra. Si la población no tiene una distribución normal, pero es por lo menos aproximadamente simétrica, con tamaños de muestra hasta de 15 pueden esperarse resultados aceptables.

Relación entre estimación por intervalo y prueba de hipótesis

En el capítulo 8 se mostró la forma de obtener una estimación de la media poblacional mediante un intervalo de confianza. En el caso en que σ es conocida, la estimación de la media poblacional mediante un intervalo de $(1 - \alpha)\%$ de confianza está dada por

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

En este capítulo se mostró que una prueba de hipótesis de dos colas para la media poblacional tiene la forma:

$$\begin{aligned} H_0: \mu &= \mu_0 \\ H_a: \mu &\neq \mu_0 \end{aligned}$$

donde μ_0 es el valor hipotético de la media poblacional.

Suponga que se sigue el procedimiento descrito en el capítulo 8 para construir un intervalo de $(1 - \alpha)\%$ de confianza para la media poblacional. Se sabe que $(1 - \alpha)\%$ de los intervalos de confianza generados contendrán a la media poblacional y $\alpha\%$ de los intervalos generados no contendrán a la media poblacional. En consecuencia, si se rechaza H_0 siempre que el intervalo de confianza no contenga a μ_0 , la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando sea verdadera ($\mu = \mu_0$) será α . Recuerde que el nivel de significancia es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es verdadera. Entonces, construir un intervalo de $(1 - \alpha)\%$ de confianza y rechazar H_0 siempre que el intervalo no contenga μ_0 es equivalente a realizar una prueba de hipótesis de dos colas con α como nivel de significancia. El procedimiento para usar un intervalo de confianza para una prueba de hipótesis de dos colas se resume como se indica a continuación.

MÉTODO DEL INTERVALO DE CONFIANZA PARA PROBAR UNA HIPÓTESIS DE LA FORMA

$$\begin{aligned} H_0: \mu &= \mu_0 \\ H_a: \mu &\neq \mu_0 \end{aligned}$$

1. Seleccionar de la población una muestra aleatoria simple y emplear el valor de la media muestral \bar{x} para obtener un intervalo de confianza para la media poblacional μ .

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

2. Si el intervalo de confianza contiene el valor hipotético μ_0 , no se rechaza H_0 . Si no es así, se rechaza H_0 .

En una prueba de hipótesis de dos colas, la hipótesis nula se rechaza si el intervalo de confianza no contiene a μ_0 .

El uso del método del intervalo de confianza para realizar una prueba de hipótesis se ilustrará empleando el ejemplo de MaxFlight. La prueba de hipótesis de MaxFlight tiene la forma siguiente:

$$\begin{aligned} H_0: \mu &= 295 \\ H_a: \mu &\neq 295 \end{aligned}$$

Para probar esta hipótesis con un nivel de confianza $\alpha = 0.05$, se tomó una muestra de 50 pelotas de golf y se halló una distancia media muestral de $\bar{x} = 297.6$ yardas. Recuerde que la desvia-

ción estándar poblacional es $\sigma = 12$. Al aplicar estos resultados a $z_{0.025} = 1.96$, se obtiene que el intervalo de 95% de confianza para estimar la media poblacional es

$$\bar{x} \pm z_{0.025} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$297.6 \pm 1.96 \frac{12}{\sqrt{50}}$$

$$297.6 \pm 3.3$$

o

$$294.3 \text{ a } 300.9$$

Este hallazgo permite al gerente de control de calidad concluir que con 95% de confianza la distancia media para la población de pelotas de golf está entre 294.3 y 300.9 yardas. Como el valor hipotético de la media poblacional es $\mu_0 = 295$, está en dicho intervalo, la conclusión de la prueba de hipótesis es que no se puede rechazar la hipótesis nula, $H_0: \mu = 295$.

Preste atención a que estos análisis y ejemplo pertenecen a pruebas de hipótesis de dos colas para la media poblacional. Sin embargo, la misma relación entre intervalo de confianza y prueba de hipótesis de dos colas existe para otros parámetros poblacionales. Esta relación también se extiende a pruebas de hipótesis de una cola para parámetros poblacionales, para lo que se pide elaborar intervalos de confianza unilaterales que son muy poco usados en la práctica.

NOTAS Y COMENTARIOS

Se mostró cómo usar el valor- p . Entre menor sea el valor- p , mayor es la evidencia en contra de H_0 y a favor de H_a . Aquí están algunos lineamientos que los profesionistas de la estadística recomiendan para interpretar valores- p pequeños.

- Menor que 0.01: Evidencia terminante para concluir que H_a es verdadera.

- Entre 0.01 y 0.05: Fuerte evidencia para concluir que H_a es verdadera.
- Entre 0.05 y 0.10: Evidencia débil para concluir que H_a es verdadera.
- Mayor que 0.10: Evidencia insuficiente para concluir que H_a es verdadera.

Ejercicios

Nota para los estudiantes: en algunos de los ejercicios que siguen se pide usar el método del valor- p y en otros el método del valor crítico. Ambos métodos llevarán a la misma conclusión en una prueba de hipótesis. Se presentan ejercicios con ambos métodos para que el estudiante adquiera práctica en el uso de éstos. En las secciones y capítulos posteriores, se preferirá usar el método del valor- p , pero el estudiante puede elegir el que prefiera.

Métodos

9. Considere la prueba de hipótesis siguiente:

$$H_0: \mu \geq 20$$

$$H_a: \mu < 20$$

En una muestra de 50, la media muestral fue 19.4. La desviación estándar poblacional es 2.

- Calcule el valor del estadístico de prueba.
 - ¿Cuál es el valor- p ?
 - Use $\alpha = 0.05$, ¿cuál es su conclusión?
 - ¿Cuál es la regla de rechazo si se usa el método del valor crítico? ¿Cuál es su conclusión?
10. Considere la prueba de hipótesis siguiente:

$$\begin{aligned}H_0: \mu &\leq 25 \\H_a: \mu &> 25\end{aligned}$$

En una muestra de 40, la media muestral fue 26.4. La desviación estándar poblacional es 6.

- Calcule el valor del estadístico de prueba.
 - ¿Cuál es el valor- p ?
 - Use $\alpha = 0.01$, ¿cuál es su conclusión?
 - ¿Cuál es la regla de rechazo si se usa el método del valor crítico? ¿Cuál es su conclusión?
11. Considere la prueba de hipótesis siguiente:

$$\begin{aligned}H_0: \mu &= 15 \\H_a: \mu &\neq 15\end{aligned}$$

En una muestra de 50, la media muestral fue 14.15. La desviación estándar poblacional es 3.

- Calcule el valor del estadístico de prueba.
 - ¿Cuál es el valor- p ?
 - Use $\alpha = 0.05$, ¿cuál es su conclusión?
 - ¿Cuál es la regla de rechazo si se usa el método del valor crítico? ¿Cuál es su conclusión?
12. Considere la prueba de hipótesis siguiente:

$$\begin{aligned}H_0: \mu &\geq 80 \\H_a: \mu &< 80\end{aligned}$$

Se usó una muestra de 100, la desviación estándar poblacional es 12. Calcule el valor- p y dé su conclusión para cada uno de los resultados muestrales siguientes. Use $\alpha = 0.01$.

- $\bar{x} = 78.5$
- $\bar{x} = 77$
- $\bar{x} = 75.5$
- $\bar{x} = 81$

13. Considere la prueba de hipótesis siguiente:

$$\begin{aligned}H_0: \mu &\leq 50 \\H_a: \mu &> 50\end{aligned}$$

Se usó una muestra de 60, la desviación estándar poblacional es 8. Use el valor crítico y dé sus conclusiones para cada uno de los resultados muestrales siguientes. Use $\alpha = 0.05$.

- $\bar{x} = 52.5$
- $\bar{x} = 51$
- $\bar{x} = 51.8$

14. Considere la prueba de hipótesis siguiente:

$$\begin{aligned}H_0: \mu &= 22 \\H_a: \mu &\neq 22\end{aligned}$$

Se usó una muestra de 75, la desviación estándar poblacional es 10. Calcule el valor- p para cada uno de los resultados muestrales siguientes. Use $\alpha = 0.01$.

- a. $\bar{x} = 23$
- b. $\bar{x} = 25.1$
- c. $\bar{x} = 20$

Aplicaciones



15. Las declaraciones de impuestos presentadas antes del 31 de marzo obtienen un reembolso que en promedio es de \$1056. Considere la población de los declarantes de “última hora” que presentan su declaración los últimos cinco días del periodo para este trámite (normalmente del 10 al 15 de abril).
- a. Un investigador sugiere que la razón por la que estos declarantes esperan hasta los últimos días se debe a que en promedio obtienen un reembolso menor que los que declaran antes del 31 de marzo. Dé las hipótesis apropiadas de manera que el rechazo de H_0 favorezca la sugerencia de este investigador.
 - b. En una muestra de 400 personas que presentaron su declaración entre el 10 y el 15 de abril, la media de los reembolsos fue \$910. Por experiencia se sabe que es posible considerar que la desviación estándar poblacional es $\sigma = \$1600$. ¿Cuál es el valor- p ?
 - c. Con $\alpha = 0.05$, ¿cuál es su conclusión?
 - d. Repita la prueba de hipótesis anterior usando el método del valor crítico.
16. Reis, Inc., una empresa en Nueva York de investigación sobre bienes raíces, vigila los montos de las rentas de departamentos en Estados Unidos. A mediados de 2002, la renta promedio de un departamento era \$895 por mes (*The Wall Street Journal*, 8 de julio de 2006). Suponga que, según los estudios trimestrales anteriores, es razonable suponer que la desviación estándar poblacional es $\sigma = \$225$. En un estudio reciente, en una muestra de 180 departamentos en todo el país se obtuvieron las rentas que se presentan en el disco compacto en el archivo RentalRates. ¿Estos datos muestrales permiten que Reis concluya que la media de la renta actual de departamentos es superior a la media encontrada en 2002?
- a. Dé las hipótesis nula y alternativa.
 - b. ¿Cuál es el valor- p ?
 - c. Con $\alpha = 0.01$, ¿cuál es su conclusión?
 - d. ¿Qué le recomendaría a Reis hacer ahora?
17. Las empresas de seguridad de Wall Street pagaron en 2005 gratificaciones de fin de año de \$125 500 por empleado (*Fortune*, 6 de febrero de 2006). Suponga que se desea tomar una muestra de los empleados de la empresa de seguridad Jones & Ryan para ver si la media de la gratificación de fin de año es diferente de la media reportada para la población.
- a. Dé las hipótesis nula y alternativa que usaría para probar si las gratificaciones de fin de año de Jones & Ryan difieren de la media poblacional.
 - b. Admita que en una muestra de 40 empleados de Jones & Ryan la media muestral de las gratificaciones de fin de año es \$118 000. Suponga que la desviación estándar poblacional es $\sigma = \$30 000$ y calcule el valor- p .
 - c. Con $\alpha = 0.05$ como nivel de significancia, ¿cuál es su conclusión?
 - d. Repita esta prueba de hipótesis usando el método del valor crítico.
18. La rentabilidad anual promedio de los fondos mutualistas U.S. Diversified Equity de 1999 a 2003 fue 4.1% (*BusinessWeek*, 26 de enero de 2004). Un investigador desea realizar una prueba de hipótesis para ver si los rendimientos de determinados fondos de crecimiento (mid-cap growth funds) difieren de manera significativa del promedio de los fondos U.S. Diversified Equity.
- a. Dé las hipótesis que se pueden usar para determinar si la rentabilidad anual media de estos fondos de crecimiento difiere de la media de los fondos U.S. Diversified Equity.
 - b. En una muestra de 40 fondos de crecimiento el rendimiento medio fue $\bar{x} = 3.4\%$. Suponga que por estudios anteriores se sabe que la desviación estándar poblacional de estos fondos de crecimiento es $\sigma = 2\%$. Use los resultados muestrales para calcular el estadístico de prueba y el valor- p para la prueba de hipótesis.
 - c. Con $\alpha = 0.05$, ¿cuál es su conclusión?

19. En 2001, el U.S. Department Labor informó que el salario por hora promedio para los trabajadores de la producción en Estados Unidos era \$14.32 por hora (*The World Almanac 2003*). En 2003, en una muestra de 75 trabajadores de la producción, la media muestral fue \$14.68 por hora. Si la desviación estándar poblacional es $\sigma = \$1.45$, ¿se puede concluir que ha habido un aumento en la media del salario por hora? Use $\alpha = 0.05$.
20. En Estados Unidos un hogar paga en promedio \$32.79 mensuales por el servicio de Internet (CNBC, 18 de enero de 2006). En una muestra de 50 hogares de un estado del sur la media muestral fue \$30.63. Use la desviación estándar poblacional, $\sigma = \$5.60$.
 - a. Formule las hipótesis para una prueba en la que se quiere determinar si los datos muestrales favorecen la conclusión de que la cantidad media pagada por el servicio de Internet, en este estado del sur, es menor a la media de todo el país, que es \$32.79.
 - b. ¿Cuál es el valor del estadístico de prueba?
 - c. ¿Cuál es el valor- p ?
 - d. Con $\alpha = 0.01$, ¿cuál es su conclusión?
21. Fowle Marketing Research, Inc. tasa la cantidad que cobra a sus clientes en la suposición de que una encuesta por teléfono se realiza en un promedio de 15 minutos o menos. Si se necesita más tiempo en promedio, se cobra una cantidad adicional. Las duraciones de las encuestas en una muestra de 35 encuestas se presentan en el archivo Fowle del disco compacto. Por estudios anteriores se puede considerar que la desviación estándar poblacional es conocida y que es $\sigma = 4$ minutos. ¿Se justifica el cobro de la cantidad adicional?
 - a. Formule las hipótesis nula y alternativa para esta aplicación.
 - b. Calcule el valor del estadístico de prueba.
 - c. ¿Cuál es el valor- p ?
 - d. Con $\alpha = 0.01$, ¿cuál es su conclusión?
22. CNN y ActMedia presentaron un canal de televisión dirigido a las personas que esperan en las colas de los supermercados. En este canal se presentaban noticias, reportajes cortos y publicidad. La duración de la programación estaba basada en la suposición de que la media poblacional del tiempo que los clientes esperan en la cola de la caja era 8 minutos. Se tomará una muestra para verificar si el tiempo medio de espera es realmente 8 minutos.
 - a. Formule las hipótesis para esta aplicación.
 - b. En una muestra de 120 clientes la media muestral fue 8.5 minutos. Suponga que la desviación estándar poblacional es $\sigma = 3.2$ minutos. ¿Cuál es el valor- p ?
 - c. Con $\alpha = 0.05$, ¿cuál es su conclusión?
 - d. Calcule un intervalo de 95% de confianza para la media poblacional. ¿Favorece este intervalo su conclusión?

9.4

Media poblacional: σ desconocida

En esta sección se describe cómo realizar pruebas de hipótesis para la media poblacional en el caso de σ desconocida. Como σ desconocida corresponde a la situación en que no se tiene una estimación de la desviación estándar poblacional antes de tomar la muestra, la muestra se usa para obtener una estimación tanto de μ como de σ . Por tanto, para realizar una prueba para la media poblacional en el caso en que no se conoce σ , la media muestral \bar{x} se usa como estimación de μ y la desviación estándar muestral s se usa como estimación de σ .

Los pasos a seguir para las pruebas de hipótesis en el caso en que no se conoce σ son los mismos que en el caso en que se conoce σ , visto en la sección 9.3. Pero como no se conoce σ , los cálculos del estadístico de prueba y del valor- p son ligeramente diferentes. Recuerde que en el caso de σ conocida, la distribución muestral del estadístico de prueba tiene distribución normal estándar. Sin embargo, en el caso de σ desconocida la distribución muestral del estadístico de prueba sigue la distribución t ; tiene ligeramente más variabilidad debido a que la muestra se usa para obtener estimaciones tanto de μ como de σ .

En la sección 8.2 se vio que una estimación por intervalo de la media poblacional en el caso de σ desconocida se basa en una distribución de probabilidad llamada distribución t . Las pruebas de hipótesis para la media poblacional en el caso en que no se conoce σ también se basan en la distribución t . En el caso de σ desconocida el estadístico de prueba tiene distribución t con $n - 1$ grados de libertad.

ESTADÍSTICO DE PRUEBA EN LAS PRUEBAS DE HIPÓTESIS PARA LA MEDIA POBLACIONAL: σ DESCONOCIDA

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \quad (9.2)$$

En el capítulo 8 se dijo que la distribución t se basa en la suposición de que la población de la que se toma la muestra tenga distribución normal. Sin embargo, las investigaciones demuestran que esta suposición no es muy fuerte si el tamaño de la muestra es suficientemente grande. Al final de esta sección se proporciona una recomendación práctica acerca de la distribución de la población y del tamaño de la muestra.

Prueba de una cola

A continuación se considera un ejemplo de prueba de una cola para la media poblacional en el caso de σ desconocida. Una revista de viajes de negocios desea clasificar los aeropuertos internacionales de acuerdo con una evaluación hecha por la población de viajeros de negocios. Se usa una escala de evaluación que va desde un mínimo de 0 hasta un máximo de 10, y aquellos aeropuertos que obtengan una media mayor que 7 serán considerados como aeropuertos de servicio superior. Para obtener los datos de evaluación, el personal de la revista entrevista una muestra de 60 viajeros de negocios de cada aeropuerto. En la muestra tomada en el aeropuerto Heathrow de Londres la media muestral es $\bar{x} = 7.25$ y la desviación estándar muestral es $s = 1.052$. De acuerdo con estos datos muestrales, ¿deberá ser designado Heathrow como un aeropuerto de servicio superior?

La idea es realizar una prueba de hipótesis para que la decisión de rechazar H_0 permita concluir que la media poblacional en la evaluación del aeropuerto de Heathrow es *mayor* que 7. Entonces, se requiere una prueba de la cola superior en la que $H_a: \mu > 7$. Las hipótesis nula y alternativa en esta prueba de la cola superior son las siguientes:

$$\begin{aligned} H_0: \mu &\leq 7 \\ H_a: \mu &> 7 \end{aligned}$$

En esta prueba se usa como nivel de significancia $\alpha = 0.05$.

Al aplicar la ecuación (9.2) con $\bar{x} = 7.25$, $\mu_0 = 7$, $s = 1.052$, y $n = 60$, el valor del estadístico de prueba es

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{7.25 - 7}{1.052/\sqrt{60}} = 1.84$$

La distribución muestral de t tiene $n - 1 = 60 - 1 = 59$ grados de libertad. Como es una prueba de la cola superior, el valor- p es el área bajo la curva de la distribución t a la derecha de $t = 1.84$.

Las tablas de la distribución t proporcionada en la mayor parte de los libros de texto no son suficientemente detalladas para determinar el valor- p exacto. Por ejemplo, en la tabla 2 del apéndice B, la distribución t con 59 grados de libertad proporciona la información siguiente.

Área en la cola superior	0.20	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
Valor-t (59 df)	0.848	1.296	1.671	2.001	2.391	2.662

$$t = 1.84$$

Como se ve, $t = 1.84$ está entre 1.671 y 2.001. Aunque esta tabla no proporciona el valor exacto de t , los valores que se dan en el renglón “Área en la cola superior” indican que el valor- p debe ser menor que 0.05 y mayor que 0.025. Como el nivel de significancia es 0.05, esto es todo lo que se necesita saber para rechazar la hipótesis nula y concluir que Heathrow debe ser considerado como aeropuerto de servicio superior.

Dado que es engorroso usar una tabla t para calcular los valores- p y puesto que sólo se pueden obtener valores- p aproximados, se mostrará cómo calcular valores- p exactos usando Excel o Minitab. Estas instrucciones se encuentran al final del libro, en el apéndice F. Usando Excel o Minitab con $t = 1.84$ el valor- p que se obtiene para la cola superior es 0.0354. Como $0.0354 < 0.05$, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que Heathrow se debe considerar como aeropuerto de servicio superior.

El apéndice F indica cómo calcular los valores- p usando Excel o Minitab.

Prueba de dos colas

Para ilustrar cómo realizar una prueba de dos colas para la media poblacional en el caso de σ desconocida se considerará la situación de la prueba de hipótesis de Holiday Toys. Esta empresa distribuye sus productos a través de más de 1 000 puntos de venta. Al planear su producción para la temporada de invierno siguiente, la empresa debe decidir cuántas unidades de cada producto fabricar, antes de saber cuál será la verdadera demanda en cada punto de venta. Para la temporada venidera, el gerente de marketing espera que la demanda de su nuevo juguete sea en promedio 40 unidades por punto de venta. Antes de tomar la decisión final de producción, con base en dicha estimación, la empresa decide hacer una encuesta en una muestra de 25 puntos de venta con objeto de obtener más información acerca de la demanda del nuevo producto. A cada uno de estos puntos de venta se le proporciona información sobre las características del nuevo juguete e información sobre el costo y el precio de venta sugerido. Despues se le pide a cada punto de venta que anticipa la cantidad que pedirá.

Los datos muestrales se usan para realizar la siguiente prueba de hipótesis:

$$\begin{aligned} H_0: \mu &= 40 \\ H_a: \mu &\neq 40 \end{aligned}$$

Si H_0 no se puede rechazar, Holiday continuará con la producción planeada de acuerdo con la estimación del director de marketing de que la media poblacional de la cantidad pedida por punto de venta será $\mu = 40$ unidades. Pero, si H_0 se rechaza, Holiday reevaluará de inmediato su plan de producción de este juguete. Se usa una prueba de dos colas porque Holiday quiere reevaluar su plan de producción si la media poblacional de la cantidad pedida por punto de venta es menor o mayor a la prevista. Como no se cuenta con datos históricos (se trata de un producto nuevo), la media poblacional μ y la desviación estándar poblacional deben estimarse usando los valores \bar{x} y s que se obtengan con los datos muestrales.

En la muestra de 25 puntos de venta la media que se obtiene es $\bar{x} = 37.4$ y la desviación estándar es $s = 11.79$ unidades. Antes de usar la distribución t , el analista elabora un histograma con los datos muestrales con objeto de ver cuál es la forma de la distribución de la población. El histograma de los datos muestrales no muestra evidencias de sesgo ni de valores atípicos, de ma-

nera que el analista concluye que es adecuado usar la distribución t con $n - 1 = 24$ grados de libertad. Usando la ecuación (9.2) con $\bar{x} = 37.4$, $\mu_0 = 40$, $s = 11.79$ y $n = 25$ el valor que se obtiene para el estadístico de prueba es

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{37.4 - 40}{11.79/\sqrt{25}} = -1.10$$

Como se trata de una prueba de dos colas, el valor- p es el área bajo la curva de la distribución t a la izquierda de $t = -1.10$ multiplicado por dos. En la tabla 2 del apéndice B, el renglón de la distribución t para 24 grados de libertad proporciona la información siguiente

Área en la cola superior	0.20	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
Valor t (24 df)	0.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797

$t = 1.10$

La tabla de la distribución t sólo contiene valores t positivos. Sin embargo, como la distribución t es simétrica, el área bajo la curva a la derecha de $t = 1.10$ es igual al área bajo la curva a la izquierda de $t = -1.10$. Se encuentra que $t = 1.10$ está entre 0.857 y 1.318. En el renglón “Área en la cola superior” se ve que el área en la cola a la derecha de $t = 1.10$ está entre 0.20 y 0.10. Duplicando estas cantidades, el valor- p debe estar entre 0.40 y 0.20. Como el nivel de significancia es $\alpha = 0.05$, se ve que el valor- p es mayor que α . Por tanto, no se puede rechazar H_0 . No hay evidencia suficiente para concluir que Holiday deba modificar su plan de producción para la temporada siguiente.

En el apéndice F se indica cómo calcular el valor- p para esta prueba usando Minitab o Excel. El valor- p que se obtiene es 0.2822. Con el nivel de significancia $\alpha = 0.05$, no se puede rechazar H_0 dado que $0.2822 > 0.05$.

Para tomar la decisión en esta prueba de dos colas también se puede comparar el estadístico de prueba con el valor crítico. Usando $\alpha = 0.05$ y la distribución t con 24 grados de libertad, $-t_{0.025} = -2.064$ y $t_{0.025} = 2.064$ son los valores críticos para la prueba de dos colas. La regla de rechazo usando el estadístico de prueba es

$$\text{Rechazar } H_0 \text{ si } t \leq -2.064 \text{ o si } t \geq 2.064$$

De acuerdo con el estadístico de prueba $t = -1.10$, H_0 no puede rechazarse. Este resultado indica que Holiday puede continuar con su plan de producción para la temporada próxima de acuerdo con la expectativa de $\mu = 40$.

Resumen y recomendación práctica

En la tabla 9.3 se proporciona un resumen de los procedimientos de prueba de hipótesis en los casos de σ desconocida. La diferencia principal entre estos procedimientos para el caso σ conocida es que para calcular el estadístico de prueba se usa s en lugar de σ . A esto se debe que el estadístico de prueba siga la distribución t .

La aplicabilidad de los procedimientos de prueba de hipótesis de esta sección depende de la distribución de la población de donde se toma la muestra y del tamaño de la muestra. Si la población tiene una distribución normal, las pruebas de hipótesis descritas en esta sección dan resultados exactos con cualquier tamaño de muestra. Si la población no está distribuida normalmente, los procedimientos son aproximaciones. De cualquier manera, se encuentra que tamaños de muestra de 30 o mayores proporcionan buenos resultados en la mayor parte de los casos. Si la población es aproximadamente normal, muestras pequeñas (por ejemplo, $n < 15$) pueden proporcionar resultados aceptables. Si la población es muy sesgada o si contiene observaciones atípicas, se recomiendan tamaños de muestra de alrededor de 50.

TABLA 9.3 SÍNTESIS DE LAS PRUEBAS DE HIPÓTESIS PARA LA MEDIA POBLACIONAL:
CASO σ DESCONOCIDA

Hipótesis	Prueba de la cola inferior	Prueba de la cola superior	Prueba de dos colas
$H_0: \mu \geq \mu_0$	$H_0: \mu \leq \mu_0$	$H_0: \mu = \mu_0$	$H_0: \mu = \mu_0$
$H_a: \mu < \mu_0$	$H_a: \mu > \mu_0$	$H_a: \mu \neq \mu_0$	$H_a: \mu \neq \mu_0$
$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$	$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$	$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$	$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$
Regla de rechazo: <i>método del valor-p</i>	Rechazar H_0 si valor- $p \leq \alpha$	Rechazar H_0 si valor- $p \leq \alpha$	Rechazar H_0 si valor- $p \leq \alpha$
Regla de rechazo: <i>método del valor crítico</i>	Rechazar H_0 si $t \leq -t_\alpha$	Rechazar H_0 si $t \geq t_\alpha$	Rechazar H_0 si $t \leq -t_{\alpha/2}$ o si $t \geq t_{\alpha/2}$

Ejercicios

Métodos

23. Considere la prueba de hipótesis siguiente:

$$\begin{aligned} H_0: \mu &\leq 12 \\ H_a: \mu &> 12 \end{aligned}$$

En una muestra de 25, la media muestral fue $\bar{x} = 14$ y la desviación estándar muestral fue $s = 4.32$.

- Calcule el valor del estadístico de prueba.
 - Use la tabla de la distribución t (tabla 2 del apéndice B) para calcular un intervalo para el valor- p .
 - Con $\alpha = 0.05$, ¿cuál es su conclusión?
 - ¿Cuál es la regla de rechazo usando el valor crítico? ¿Cuál es su conclusión?
24. Considere la prueba de hipótesis siguiente:

$$\begin{aligned} H_0: \mu &= 18 \\ H_a: \mu &\neq 18 \end{aligned}$$

En una muestra de 48, la media muestral fue $\bar{x} = 17$ y la desviación estándar muestral fue $s = 4.5$.

- Calcule el valor del estadístico de prueba.
 - Use la tabla de la distribución t (tabla 2 del apéndice B) para calcular un intervalo para el valor- p .
 - Con $\alpha = 0.05$, ¿cuál es su conclusión?
 - ¿Cuál es la regla de rechazo usando el valor crítico? ¿Cuál es su conclusión?
25. Considere la prueba de hipótesis siguiente:

$$\begin{aligned} H_0: \mu &\geq 45 \\ H_a: \mu &< 45 \end{aligned}$$

Se usa una muestra de 36. Identifique el valor- p y establezca su conclusión para cada uno de los siguientes resultados muestrales. Use $\alpha = 0.01$.

- $\bar{x} = 44$ y $s = 5.2$
- $\bar{x} = 43$ y $s = 4.6$
- $\bar{x} = 46$ y $s = 5.0$

26. Considere la prueba de hipótesis siguiente:

$$\begin{aligned}H_0: \mu &= 100 \\H_a: \mu &\neq 100\end{aligned}$$

Se usa una muestra de 65. Identifique el valor- p y establezca su conclusión para cada uno de los siguientes resultados muestrales. Use $\alpha = 0.05$.

- a. $\bar{x} = 103$ y $s = 11.5$
- b. $\bar{x} = 96.5$ y $s = 11.0$
- c. $\bar{x} = 102$ y $s = 10.5$

Aplicaciones

Autoexamen

27. La Employment and Training Administration informó que la prestación media del seguro de desempleo es \$238/semana (*The World Almanac*, 2003). Un investigador del estado de Virginia anticipó que datos muestrales indicarán que la prestación media semanal del seguro de desempleo en el estado de Virginia es menor que la media de todo el país.
- a. Dé las hipótesis adecuadas de manera que el rechazo de H_0 favorezca la afirmación del investigador.
 - b. En una muestra de 100 individuos la media muestral encontrada fue \$231 y la desviación estándar muestral fue \$80. ¿Cuál es el valor- p ?
 - c. Si $\alpha = 0.05$, ¿cuál es su conclusión?
 - d. Repita la prueba de hipótesis anterior usando el método del valor crítico.
28. La Asociación Nacional de Ligas de Béisbol Profesional de Estados Unidos, informó que en la temporada de 2001 la asistencia a 176 juegos de béisbol de liga menor alcanzó un máximo sin precedentes (*New York Times*, 28 de julio de 2002). La asistencia promedio a un juego de béisbol fue de 3530 personas por juego. A la mitad de la temporada de 2002, el presidente de la asociación solicitó un informe de asistencia con la esperanza de que superara a la asistencia del 2001.
- a. Formule las hipótesis que se usarán para determinar si la asistencia media por juego en el 2002 excedieron a las del año anterior.
 - b. Suponga que en una muestra de 92 juegos de béisbol de la liga menor jugados en la primera mitad de la temporada de 2002, la asistencia media es de 3740 personas por juego y la desviación estándar 810. ¿Cuál es el valor- p ?
 - c. Si $\alpha = 0.01$, ¿cuál es su conclusión?
29. El precio de un diamante de un quilate de color H y pureza VS2 de Diamond Source USA es \$5 600 (www.diasource.com, marzo de 2003). Un joyero del medio oeste llama al distrito de los diamantes de Nueva York para ver si el precio medio de los diamantes ahí difiere de \$5600.
- a. Formule las hipótesis para determinar si el precio en Nueva York difiere de \$5600.
 - b. Los precios en una muestra de 25 contactos en la ciudad de Nueva York fueron los que se presentan en el archivo *Diamonds* del disco compacto. ¿Cuál es el valor- p ?
 - c. Con $\alpha = 0.05$, ¿es posible rechazar la hipótesis nula? ¿Cuál es su conclusión?
 - d. Repita la prueba de hipótesis anterior usando el método del valor crítico.
30. CNN una compañía de AOL Time Warner Inc. Tiene el liderazgo de noticias en la televisión por cable. Nielsen Media Research indica que en 2002 la media de la audiencia de CNN fue de 600 000 espectadores por día. Suponga que en una muestra de 40 días durante la primera mitad de 2003, la cantidad diaria de espectadores haya sido 612 000 espectadores por día y la desviación estándar 65 000 espectadores.
- a. ¿Cuáles son las hipótesis si el director de CNN desea información sobre cualquier cambio en la cantidad de espectadores de la CNN?
 - b. ¿Cuál es el valor- p ?
 - c. Elija su propio nivel de significancia. ¿Cuál es su conclusión?
 - d. ¿Qué recomendación le haría al director de CNN en esta aplicación?





31. Raftelis Financial Consulting informa que la media en los recibos trimestrales del agua en Estados Unidos es \$47.50 (*U.S. News & World Report*, 12 de agosto de 2002). Algunos servicios de agua son operados por empresas de servicio público, mientras que otros sistemas de agua son operados por empresas privadas. Un economista indica que la privatización no nivela la competencia y que el poder monopólico dado a las empresas públicas se está transfiriendo ahora a las empresas privadas. El problema es que los usuarios acaban pagando tasas más altas por el agua suministrada por las empresas privadas. El sistema de agua de Atlanta, Georgia, es operado por una empresa privada. En una muestra de 64 usuarios de Atlanta, la cantidad media trimestral pagada por el agua fue \$51 y la desviación estándar fue \$12. Empleando $\alpha = 0.05$ ¿la muestra favorece la conclusión de que esta empresa privada que suministra el agua tiene tasas promedio mayores?
32. De acuerdo con la National Automobile Dealers Association, el precio medio de un automóvil usado es \$10 192. El administrador de una distribuidora de la ciudad de Kansas revisó una muestra de 50 automóviles usados vendidos en esa distribuidora recientemente, con objeto de determinar si la media poblacional de sus precios difería del precio medio en todo el país. Los precios de los 50 automóviles se encuentran en el disco compacto en el archivo denominado *UsedCars*.
 - a. Formule las hipótesis para determinar si existe diferencia en el precio medio de los automóviles usados de la distribuidora.
 - b. ¿Cuál es el valor- p ?
 - c. Con $\alpha = 0.05$, ¿cuál es su conclusión?
33. El consumo anual per cápita de leche es 21.6 galones (*Statistical Abstract of the United States: 2006*). Usted cree que en el oeste medio el consumo de leche es mayor y desea fundamentar su opinión. En una muestra de 16 personas de Webster City, pueblo del oeste medio, la media muestral del consumo anual fue de 24.1 galones y la desviación estándar es $s = 4.8$.
 - a. Elabore una prueba de hipótesis que se pueda usar para determinar si el consumo medio anual en Webster City es mayor que la media nacional.
 - b. Dé una estimación puntual de la diferencia entre el consumo medio anual en Webster City y el consumo medio anual nacional.
 - c. Con $\alpha = 0.05$ pruebe si hay una diferencia significativa. ¿Cuál es su conclusión?
34. Joan's Nursery se especializa en jardines de zonas residenciales, de acuerdo con el diseño del cliente. La estimación del precio de un proyecto se basa en el número de árboles, arbustos, etc., a emplear en el proyecto. Para propósitos de estimación de costos, los administradores consideran que se requieren dos horas de trabajo para plantar un árbol mediano. A continuación se presentan los tiempos (en horas) realmente requeridos en una muestra de 10 árboles plantados el mes pasado.

1.7 1.5 2.6 2.2 2.4 2.3 2.6 3.0 1.4 2.3

Utilice el nivel de significancia $\alpha = 0.05$, realice una prueba para ver si el tiempo necesario promedio para plantar los árboles difiere de 2 horas.

- a. Establezca las hipótesis nula y alternativa.
- b. Calcule la media muestral.
- c. Calcule la desviación estándar muestral.
- d. ¿Cuál es el valor- p ?
- e. ¿Cuál es su conclusión?

9.5

Proporción poblacional

En esta sección se muestra cómo realizar una prueba de hipótesis para la proporción poblacional p . Mediante p_0 se denota la proporción poblacional, las tres formas de una prueba de hipótesis para la proporción poblacional son las siguientes:

$$\begin{array}{lll} H_0: p \geq p_0 & H_0: p \leq p_0 & H_0: p = p_0 \\ H_a: p < p_0 & H_a: p > p_0 & H_a: p \neq p_0 \end{array}$$

La primera forma es una prueba de la cola inferior, la segunda es una prueba de la cola superior y la tercera es una prueba de dos colas.

Las pruebas de hipótesis para la proporción poblacional se basan en la diferencia entre la proporción muestral \bar{p} y la proporción poblacional hipotética p_0 . Los métodos para realizar la prueba de hipótesis son semejantes a los usados para las pruebas de hipótesis para la media poblacional. La única diferencia es que para calcular el estadístico de prueba se usa la proporción muestral y su error estándar. Después, para determinar si se rechaza la hipótesis nula se usa el método del valor- p o el método del valor crítico.

Para ver un ejemplo, se considera el caso del campo de golf Pine Creek. En los años anteriores 20% de los jugadores del campo eran mujeres. Para aumentar la proporción de mujeres, se realizó una promoción especial. Un mes después de realizada la promoción, el directivo del campo solicita un estudio estadístico para determinar si la proporción de jugadoras ha aumentado. Como el objetivo es determinar si la proporción de jugadoras ha aumentado, lo apropiado es una prueba de la cola derecha en la que $H_a: p > 0.20$. Las hipótesis nula y alternativa para esta prueba son:

$$\begin{aligned} H_0: p &\leq 0.20 \\ H_a: p &> 0.20 \end{aligned}$$

Si se puede rechazar H_0 los resultados de la prueba darán sustento estadístico a la conclusión de que la proporción de golfistas aumentó y que la promoción fue efectiva. El directivo del campo especificó que se usara $\alpha = 0.05$ como nivel de significancia para realizar dicha prueba.

El paso siguiente en el procedimiento de prueba de hipótesis es seleccionar una muestra y calcular el valor del estadístico de prueba adecuado. Para demostrar cómo se realiza este paso en la prueba de la cola superior se empieza por calcular el valor del estadístico de prueba en cualquier forma de prueba de hipótesis para la proporción poblacional. La distribución muestral de \bar{p} , el estimador puntual del parámetro poblacional p , es la base para desarrollar el estadístico de prueba.

Si la hipótesis nula es verdadera como igualdad, el valor esperado de \bar{p} es igual al valor hipotético p_0 ; es decir, $E(\bar{p}) = p_0$. El error estándar de \bar{p} está dado por

$$\sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}$$

En el capítulo 7 se dijo que si $np \geq 5$ y $n(1 - p) \geq 5$, la distribución muestral de \bar{p} puede aproximarse mediante una distribución normal.* Bajo estas condiciones que normalmente aplican en la práctica, la igualdad

$$z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sigma_{\bar{p}}} \tag{9.3}$$

tiene distribución de probabilidad normal estándar. Con $\sigma_{\bar{p}} = \sqrt{p_0(1 - p_0)/n}$, la variable aleatoria normal estándar z es el estadístico de prueba empleado para realizar las pruebas de hipótesis acerca de la proporción poblacional.

*En la mayor parte de las aplicaciones de pruebas de hipótesis para la proporción poblacional, los tamaños de las muestras son suficientemente grandes para usar la aproximación a la distribución normal. La distribución muestral exacta de \bar{p} es discreta y la probabilidad para cada valor de \bar{p} está dada por la distribución binomial. En consecuencia, las pruebas de hipótesis son un poco más complicadas cuando las muestras son pequeñas y no se puede usar la aproximación a la distribución normal.

ESTADÍSTICO DE PRUEBA EN LAS PRUEBAS DE HIPÓTESIS PARA LA PROPORCIÓN POBLACIONAL

$$z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}} \quad (9.4)$$



Ahora es posible calcular el estadístico de prueba para la prueba de hipótesis del campo de golf Pine Creek. Considere una muestra de 400 jugadores en la que 100 de los jugadores son mujeres. La proporción de mujeres golfistas en la muestra es

$$\bar{p} = \frac{100}{400} = 0.25$$

Al aplicar la ecuación (9.4), el valor del estadístico de prueba es

$$z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}} = \frac{0.25 - 0.20}{\sqrt{\frac{0.20(1 - 0.20)}{400}}} = \frac{0.05}{0.02} = 2.50$$

Como la prueba de hipótesis para el campo de golf es una prueba de la cola superior, el valor- p es la probabilidad de que z sea mayor o igual que $z = 2.50$. En la tabla de probabilidad normal estándar aparece que el área a la izquierda de $z = 2.50$ es 0.9938. Por tanto, el valor- p en la prueba del campo de golf es $1.0000 - 0.9938 = 0.0062$. En la figura 9.7 se muestra el cálculo de este valor- p .

Recuerde que el administrador del campo especificó $\alpha = 0.05$ como nivel de significancia. Un valor- $p = 0.0062 < 0.05$ proporciona evidencia estadística suficiente para rechazar H_0 al nivel de significancia 0.05. Así, la prueba da apoyo estadístico suficiente para la conclusión de que la promoción especial incrementó la proporción de jugadoras en el campo de golf.

La decisión de rechazar o no la hipótesis nula también se toma usando el método del valor crítico. El valor crítico que corresponde a un área de 0.05 en la cola superior de una distribución de probabilidad normal es $z_{0.05} = 1.645$. Entonces, la regla de rechazo usando el método del valor crítico es rechazar H_0 si $z \geq 1.645$. Como $z = 2.50 > 1.645$, se rechaza H_0 .

Una vez más, los métodos del valor- p y del valor crítico llevan a la misma conclusión en una prueba de hipótesis, pero el método del valor- p proporciona más información. Para un valor- p =

FIGURA 9.7 CÁLCULO DEL VALOR- p PARA LA PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL CAMPO DE GOLF

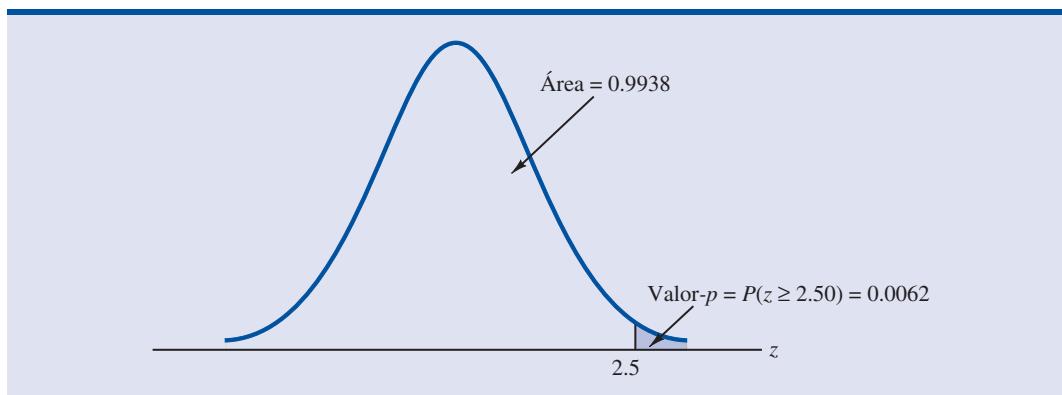


TABLA 9.4 SÍNTESIS DE LAS PRUEBAS DE HIPÓTESIS PARA LA MEDIA POBLACIONAL

	Prueba de la cola inferior	Prueba de la cola superior	Prueba de dos colas
Hipótesis	$H_0: p \geq p_0$ $H_a: p < p_0$	$H_0: p \leq p_0$ $H_a: p > p_0$	$H_0: p = p_0$ $H_a: p \neq p_0$
Estadístico de prueba	$z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$	$z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$	$z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$
Regla de rechazo: método del valor- <i>p</i>	Rechazar H_0 si valor- <i>p</i> $\leq \alpha$	Rechazar H_0 si valor- <i>p</i> $\leq \alpha$	Rechazar H_0 si valor- <i>p</i> $\leq \alpha$
Regla de rechazo: método del valor crítico	Rechazar H_0 si $z \leq -z_\alpha$	Rechazar H_0 si $z \geq z_\alpha$	Rechazar H_0 si $z \leq -z_{\alpha/2}$ o si $z \geq z_{\alpha/2}$

0.0062, la hipótesis nula será rechazada para cualquier nivel de significancia mayor o igual que 0.0062.

Resumen

El procedimiento usado en una prueba de hipótesis para la proporción poblacional es semejante al método usado para una prueba de hipótesis para la media poblacional. Aunque sólo se ilustró cómo realizar una prueba de hipótesis de la cola superior para la proporción poblacional, para pruebas de la cola inferior o para pruebas de dos colas se usan procedimientos similares. En la tabla 9.4 se presenta una síntesis de las pruebas de hipótesis para proporción poblacional. Se supone que $np \geq 5$ y $n(1 - p) \geq 5$; con lo cual se puede usar una distribución normal como aproximación a la distribución muestral de \bar{p} .

Ejercicios

Métodos

35. Considere la prueba de hipótesis siguiente:

$$\begin{aligned} H_0: p &= 0.20 \\ H_a: p &\neq 0.20 \end{aligned}$$

En una muestra de 400 se encontró la proporción muestral $\bar{p} = 0.175$.

- Calcule el valor del estadístico de prueba.
- ¿Cuál es el valor-*p*?
- Con $\alpha = 0.05$, ¿cuál es su conclusión?
- ¿Cuál es la regla de rechazo usando el valor crítico? ¿Cuál es su conclusión?

36. Considere la prueba de hipótesis siguiente:

$$\begin{aligned} H_0: p &\geq 0.75 \\ H_a: p &< 0.75 \end{aligned}$$

Se seleccionó una muestra de 300 elementos. Calcule el valor-*p* y establezca su conclusión para cada uno de los resultados muestrales siguientes. Use $\alpha = 0.05$.

- $\bar{p} = 0.68$
- $\bar{p} = 0.72$
- $\bar{p} = 0.70$
- $\bar{p} = 0.77$

Aplicaciones

37. En un estudio se encontró que en 2005, 12.5% de los trabajadores estadounidenses pertenecían a un sindicato (*The Wall Street Journal*, 21 de enero de 2006). El caso es que en 2006 se toma una muestra de 400 trabajadores estadounidenses para ver si el esfuerzo realizado por los sindicatos por organizarse ha hecho que aumente el número de sus miembros.
- Formule las hipótesis que puedan ser usadas para determinar si la membresía de los sindicatos ha aumentado en 2006.
 - Si los resultados muestrales indican que 52 de los trabajadores pertenecen a los sindicatos, ¿cuál es el valor- p de esta prueba de hipótesis?
 - Con $\alpha = 0.05$, ¿cuál es su conclusión?
38. Un estudio realizado por *Consumer Reports* indica que 64% de los clientes de los supermercados piensa que los productos de las marcas de los supermercados son tan buenos como las marcas nacionales. Para investigar si estos resultados aplican a sus propios productos, un fabricante de salsa de tomate de una marca nacional, preguntó a los integrantes de una muestra si consideraban a las salsas de tomate de las marcas de los supermercados tan buenas como la marca nacional
- Formule las hipótesis para determinar si el porcentaje de clientes de los supermercados que considera a las salsas de tomate de las marcas de los supermercados tan buenas como la marca nacional difiere de 64%.
 - Si en una muestra de 100 clientes 52 opinan que las marcas de los supermercados son tan buenas como las marcas nacionales, ¿cuál es el valor- p ?
 - Con $\alpha = 0.05$, ¿cuál es la conclusión?
 - ¿Le dará gusto esta conclusión al fabricante de la marca nacional de salsa de tomate? Explique.
39. El National Center for Health Statistics reportó que 70% de los adultos no hacen ejercicio con regularidad. Un investigador decide realizar un estudio para ver si esto difiere de un estado a otro.
- Establezca las hipótesis nula y alternativa si la intención del investigador es identificar los estados que difieren de este 70% reportado.
 - Con $\alpha = 0.05$, cuál es la conclusión en los estados siguientes:
- Wisconsin: 252 de 350 adultos no hacen ejercicio con regularidad.
California: 189 de 300 adultos no hacen ejercicio con regularidad.
40. Antes del Super Bowl de 2003, la ABC pronosticó que 22% de la audiencia por televisión expresaría interés por ver uno de sus próximos programas: *8 Simple Rules, Are You Hot?* y *Dragonet*. Durante el Super Bowl, la ABC pasó comerciales sobre estos programas de televisión. Al día siguiente del Super Bowl, una empresa de publicidad tomó una muestra de 1 532 espectadores que los vieron, de los cuales 414 afirmaron que verían alguna de las series promovidas por la ABC.
- ¿Cuál es la estimación puntual de la proporción de espectadores que después de ver los comerciales sobre los programas de televisión dijeron que los verían?
 - Con $\alpha = 0.05$, determine si la intención de ver los programas de la ABC aumentó significativamente después de ver los comerciales.
 - ¿Por qué tales estudios son valiosos para las empresas y los negocios de publicidad?
41. En una conferencia en 2006 un ejecutivo, de una empresa mediadora en el mercado de dinero, dijo a un grupo de analistas que 70% de los inversionistas confían en lograr sus objetivos de inversión. UBS Investors Optimism Survey realizó un estudio, del 2 al 15 de enero, y encontró que 67% de los inversionistas confiaban en lograr sus objetivos de inversión.
- Formule las hipótesis para probar la validez de lo dicho por el ejecutivo de la empresa mediadora en el mercado de dinero.

- b. Suponga que para este estudio se reunió información de 300 inversionistas. ¿Cuál es el valor- p en esta prueba de hipótesis?
- c. Con $\alpha = 0.50$. ¿Debe rechazarse lo que afirma el ejecutivo?
42. De acuerdo con un estudio realizado por el Census Bureau's American Housing Survey, cuando una persona se muda de casa, el factor principal en la elección de su nuevo domicilio es que esté cerca de su trabajo (*USA Today*, 24 de diciembre de 2002). Segundo datos de 1990 de la Census Bureau, se sabe que 24% de la población de personas que se mudan de casa da una “ubicación cercana a su trabajo” como el factor principal en la selección de su nuevo domicilio. Considere que en una muestra de 300 personas que se mudaron de casa en 2003, 93 lo hicieron para estar más cerca de su trabajo. ¿Los datos muestrales respaldan la conclusión de la investigación de que en 2003 hay más personas que buscan un domicilio cercano a su trabajo? ¿Cuál es la estimación puntual de la proporción de personas que se mudaron en 2003 buscando estar más cerca de su trabajo? ¿Cuál es la conclusión de la investigación? Use $\alpha = 0.05$.
43. Eagle Outfitters es una cadena de tiendas que se especializa en ropa de invierno y equipo para excursionismo. Esta empresa planea una promoción con envío de cupones de descuento para todos sus clientes con tarjeta de crédito. La promoción será un éxito si más de 10% de los que reciben el cupón lo utilizan. Antes de realizar la promoción a nivel nacional, se envían cupones a los integrantes de una muestra de 100 clientes con tarjeta de crédito.
- a. Dé las hipótesis que pueden ser usadas para probar si la proporción poblacional de aquellos que usarán el cupón es suficiente como para hacer la promoción en todo el país.
 - b. El archivo Eagle contiene los datos muestrales. Dé una estimación puntual de la proporción poblacional.
 - c. Use $\alpha = 0.05$ y realice la prueba de hipótesis. ¿La empresa debe realizar esta promoción en todo el país?
44. En un artículo anunciado en portada, *BusinessWeek* publicó información acerca de los hábitos de sueño de los estadounidenses (*BusinessWeek*, 26 de enero de 2004). El artículo señalaba que la privación del sueño, ocasiona diversos problemas, entre ellos muertes en las autopistas. Cincuenta y uno por ciento de los conductores admitió manejar sintiéndose somnoliento. Un investigador planteó la hipótesis de que este problema es aún mayor entre los trabajadores de los turnos nocturnos.
- a. Formule las hipótesis que ayuden a determinar si más de 51% de la población de trabajadores de los turnos nocturnos admiten conducir somnolientos.
 - b. En una muestra de 500 trabajadores de turnos nocturnos, se identificó a quienes admitían conducir somnolientos. ¿Cuál es la proporción muestral? ¿Cuál es el valor- p ?
 - c. Con $\alpha = 0.1$, ¿cuál es la conclusión?
45. Muchos inversionistas y analistas financieros piensan que el Promedio Industrial Dow Jones (DJIA) es un buen barómetro del mercado de acciones. El 31 de enero de 2006, 9 de las 30 acciones que constituyen el DJIA subieron de precio (*The Wall Street Journal*, 1 de febrero de 2006). A partir de este hecho, afirmó que 30% de las acciones de la Bolsa de Nueva York subirían ese mismo día.
- a. Formule las hipótesis nula y alternativa para probar lo que afirma el analista.
 - b. En una muestra de 50 acciones de la bolsa de Nueva York, 24 subieron. Dé la estimación puntual de la proporción poblacional de las acciones que subieron.
 - c. Realice una prueba de hipótesis usando $\alpha = 0.01$ como nivel de significancia. ¿Cuál es la conclusión?

archivo
en
CD
Eagle

archivo
en
CD
Drowsy

9.6 Prueba de hipótesis y toma de decisiones

En la sección 9.1 se vieron tres tipos de situaciones en las que se usa una prueba de hipótesis.

1. Para probar una hipótesis de investigación.
2. Para probar la validez de una afirmación.
3. Para tomar una decisión.

En las dos primeras situaciones sólo se toma alguna acción si se rechaza la hipótesis nula H_0 , por lo que se concluye que la hipótesis alternativa es verdadera. En la tercera situación —toma de decisiones— es necesario tomar alguna acción tanto si se acepta como si se rechaza la hipótesis nula.

La aplicabilidad de los procedimientos de prueba de hipótesis, considerados hasta ahora, es limitada para la toma de decisiones, porque no se considera apropiado aceptar H_0 y tomar medidas con base en la conclusión de que H_0 es verdadera. La razón para no tomar medidas cuando el resultado de la prueba indica *no rechazar H_0* es que la decisión de aceptar H_0 expone a quien toma la decisión al riesgo de cometer un error tipo II; a aceptar H_0 cuando es falsa. En los procedimientos de prueba de hipótesis descritos en las secciones anteriores, se controla la probabilidad de cometer un error tipo I al establecer el nivel de significancia para la prueba. Pero la probabilidad de cometer un error tipo II no se controla.

Si es necesario tomar una decisión, quien debe tomar la decisión algunas veces deseará —y en muchos casos tendrá que— actuar tanto en el caso en que la conclusión sea *no rechazar H_0* como en el caso en que la decisión sea *rechazar H_0* . Una buena ilustración de esta situación es el muestreo de aceptación, un tema que se discutirá con más detalle en el capítulo 20. Por ejemplo, el director de control de calidad tiene que decidir si acepta un pedido de baterías recibido de un proveedor o si lo rechaza por ser de mala calidad. Las especificaciones indican que la vida útil promedio de las baterías debe ser por lo menos 120 horas. Para evaluar si el pedido recibido satisface esta especificación, se selecciona una muestra de 36 baterías y se prueban. De acuerdo con esta muestra se deberá tomar la decisión de aceptar el pedido de baterías o devolverlo por no tener la calidad adecuada. Sea μ el número medio de horas de vida útil que tienen las baterías del envío. Las hipótesis nula y alternativa para la media poblacional serán las que se presentan a continuación.

$$\begin{aligned} H_0: \mu &\geq 120 \\ H_a: \mu &< 120 \end{aligned}$$

Si se rechaza H_0 , se concluye que la hipótesis alternativa es verdadera. Esta conclusión indica que lo adecuado es devolver el pedido al proveedor. Pero si no se rechaza H_0 , la persona que toma la decisión deberá determinar qué medidas tomar. Así, sin haber concluido que H_0 es verdadera, sino sólo por no haberla rechazado, la persona que toma la decisión habrá de aceptar el envío y considerarlo de la calidad adecuada.

En tales situaciones, es recomendable que el procedimiento de prueba de hipótesis se amplíe para controlar la probabilidad de cometer un error tipo II. Como se tomará una decisión y alguna medida cuando no se rechace H_0 , será útil conocer la probabilidad de cometer un error tipo II. En las secciones 9.7 y 9.8 se explica cómo calcular la probabilidad de cometer un error tipo II y ajustar el tamaño de la muestra para controlar la probabilidad de cometer un error tipo II.

9.7

Cálculo de la probabilidad de los errores tipo II

En esta sección se muestra cómo calcular la probabilidad de cometer un error tipo II en una prueba de hipótesis para la media poblacional. Este procedimiento se ilustra usando el ejemplo del muestreo de aceptación descrito en la sección 9.6. Las hipótesis nula y alternativa para el número medio de horas de vida útil de un pedido de baterías son: $H_0: \mu \geq 120$ y $H_a: \mu < 120$. Si se rechaza H_0 , la decisión será devolver el pedido al proveedor debido a que la media del número de horas de vida útil es menor que 120 horas, lo especificado. Si no rechaza H_0 , la decisión será aceptar el pedido.

Para realizar la prueba de hipótesis se usa como nivel de significancia $\alpha = 0.05$. El estadístico de prueba en el caso σ conocida es

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{\bar{x} - 120}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Con base en el método del valor crítico y $z_{0.05} = 1.645$, la regla de rechazo en esta prueba de la cola inferior es

$$\text{Rechazar } H_0 \text{ si } z \leq -1.645$$

Considere una muestra de 36 baterías y que por pruebas anteriores se puede considerar que se conoce σ y que su valor es $\sigma = 12$ horas. La regla de rechazo indica que se rechazará H_0 si

$$z = \frac{\bar{x} - 120}{12/\sqrt{36}} \leq -1.645$$

Despejando \bar{x} de la expresión anterior se tiene que se rechazará H_0 si

$$\bar{x} \leq 120 - 1.645 \left(\frac{12}{\sqrt{36}} \right) = 116.71$$

Rechazar H_0 siempre que $\bar{x} \leq 116.71$ significa que se aceptará el pedido siempre que

$$\bar{x} > 116.71$$

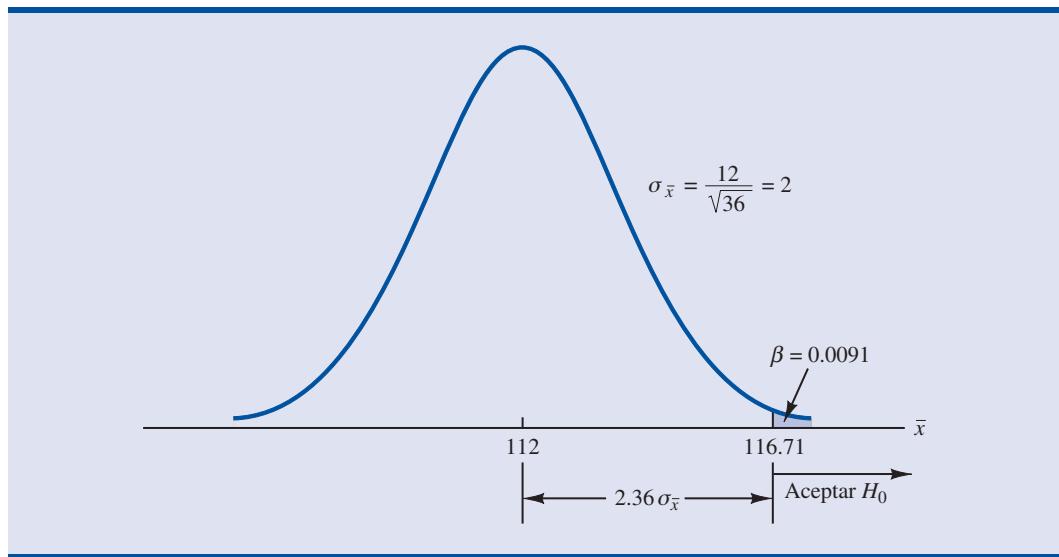
Con esta información ya se puede calcular la probabilidad de cometer un error tipo II. Primero, recuerde que se comete un error tipo II cuando la verdadera media del pedido es menor a 120 horas y se decide aceptar $H_0: \mu \geq 120$. Por tanto, para calcular la probabilidad de cometer un error tipo II, se debe elegir un valor de μ menor que 120 horas. Por ejemplo, suponga que la calidad del envío es mala si la vida promedio de las baterías es $\mu = 112$ horas. Si realmente es verdad que $\mu = 112$, ¿cuál es la probabilidad de aceptar $H_0: \mu \geq 120$ y cometer así un error tipo II? Observe que es la probabilidad de que la media muestral \bar{x} sea mayor que 116.71 cuando $\mu = 112$.

En la figura 9.8 se muestra la distribución muestral de \bar{x} si la media es $\mu = 112$. El área sombreada en la cola superior da la probabilidad de obtener una $\bar{x} > 116.7$. Usando la distribución normal estándar se ve que para $t \bar{x} = 116.7$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{116.71 - 112}{12/\sqrt{36}} = 2.36$$

La tabla de probabilidad normal estándar indica que para $z = 2.36$, el área en la cola superior es $1.0000 - 0.9909 = 0.0091$. Entonces 0.0091 es la probabilidad de cometer un error tipo II cuando $\mu = 112$. Si se usa β para denotar la probabilidad de cometer un error tipo II, se tiene que si $\mu = 112$, $\beta = 0.0091$. Se puede concluir que si la media de la población es 112 horas, la probabilidad de cometer un error tipo II es de sólo 0.0091.

Estos cálculos se repiten con otros valores de μ menores a 120. Para cada valor de μ se obtendrán diferentes probabilidades de cometer un error tipo II. Por ejemplo, en el pedido de las

FIGURA 9.8 PROBABILIDAD DE COMETER UN ERROR TIPO II CUANDO $\mu = 112$ 

baterías la media de la vida útil es $\mu = 115$ horas. Como H_0 será aceptada siempre que $\bar{x} > 116.71$, el valor z obtenido con $\mu = 115$ está dado por

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{116.71 - 115}{12/\sqrt{36}} = 0.86$$

En la tabla de probabilidad normal estándar, se ve que el área en la cola superior de la distribución normal estándar que corresponde a $z = 0.86$ es $1.0000 - 0.8051 = 0.1949$. Si $\mu = 115$, la probabilidad de cometer un error tipo II es $\beta = 0.1949$.

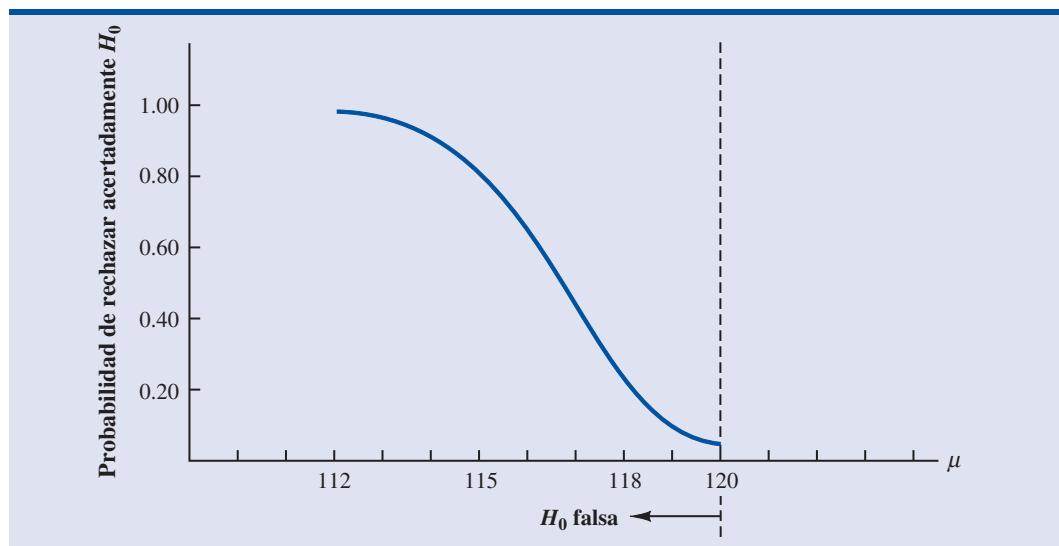
En la tabla 9.5 se muestran las probabilidades de cometer un error tipo II para varios valores de μ menores a 120. Observe que si μ aumenta y se acerca a 120, la probabilidad de cometer un error tipo II aumenta hacia un límite superior de 0.95. Pero a medida que μ disminuye y se aleja de 120, la probabilidad de cometer un error tipo II disminuye. Este es el patrón esperable. Cuando la verdadera media poblacional está cerca del valor de la hipótesis nula, $\mu = 120$, la probabilidad de cometer un error tipo II es grande. Pero cuando la verdadera media poblacional está lejos del valor $\mu = 120$ de la hipótesis nula, la probabilidad de cometer un error tipo II es baja.

Como se muestra en la tabla 9.5, la probabilidad de cometer un error tipo II depende del valor de la media poblacional μ . Si los valores de μ son cercanos a μ_0 , la probabilidad de cometer un error tipo II puede ser alta.

TABLA 9.5 PROBABILIDAD DE COMETER UN ERROR TIPO II EN LA PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL MUESTREO DE ACEPTACIÓN

Valor de μ	$z = \frac{116.71 - \mu}{12/\sqrt{36}}$	Probabilidad de un error tipo II (β)	Potencia ($1 - \beta$)
112	2.36	0.0091	0.9909
114	1.36	0.0869	0.9131
115	0.86	0.1949	0.8051
116.71	0.00	0.5000	0.5000
117	-0.15	0.5596	0.4404
118	-0.65	0.7422	0.2578
119.999	-1.645	0.9500	0.0500

FIGURA 9.9 CURVA DE POTENCIAS PARA LA PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL MUESTREO DE ACEPTACIÓN



A la probabilidad de rechazar acertadamente H_0 cuando es falsa se le llama **potencia** de la prueba. Para cada valor de μ , la potencia es $1 - \beta$; es decir, la probabilidad de rechazar acertadamente la hipótesis nula es 1 menos la probabilidad de cometer un error tipo II. En la tabla 9.5 se presentan también los valores de la potencia. Con base en estos valores, en la figura 9.9 se presentan las potencias correspondientes a cada valor μ . A este tipo de gráficas se les conoce como **curva de potencias**. Observe que la curva de potencias se extiende sobre los valores de μ para los que la hipótesis nula es falsa. La altura en la curva de potencias para cualquier valor de μ indica la probabilidad de rechazar acertadamente H_0 , cuando es falsa.*

En resumen, para calcular la probabilidad de cometer un error tipo II en una prueba de hipótesis para la media poblacional se puede seguir, paso por paso, el procedimiento siguiente.

1. Formular las hipótesis nula y alternativa.
2. Usar el nivel de significancia α y el método del valor crítico para determinar el valor crítico y la regla de decisión para la prueba.
3. Usar la regla de decisión para encontrar el valor de la media muestral que corresponde al valor crítico del estadístico de prueba.
4. Usar el resultado del paso 3 para determinar el valor de la media muestral que llevará a la aceptación de H_0 . Este valor define la región de aceptación de la prueba.
5. Usar la distribución muestral de \bar{x} para un valor de μ que satisfaga la hipótesis alternativa y la región de aceptación del paso 4, para calcular la probabilidad de que la media muestral se encuentre en la región de aceptación. Ésta es la probabilidad de cometer un error tipo II dado el valor de μ elegido.

Ejercicios

Métodos

46. Considere la prueba de hipótesis siguiente

$$H_0: \mu \geq 10$$

$$H_a: \mu < 10$$

*Algunas veces para proporcionar información acerca de la probabilidad de cometer un error tipo II, se usa otra gráfica denominada curva característica de operación, la cual da la probabilidad de aceptar H_0 , y β , con valores de μ para los que la hipótesis nula es falsa. Con esta gráfica se puede leer directamente la probabilidad de cometer un error tipo II.

El tamaño de la muestra es 120 y la desviación estándar poblacional se considera conocida, $\sigma = 5$. Use $\alpha = 0.05$.

- Si la media poblacional es 9, ¿cuál es la probabilidad de que la media muestral lleve a la conclusión de *no rechazar H_0* ?
 - ¿Qué tipo de error se comete si la media poblacional es 9 y se concluye que $H_0: \mu \geq 10$ es verdadera?
 - ¿Cuál es la probabilidad de cometer un error tipo II si la verdadera media poblacional es 8?
47. Considere la prueba de hipótesis siguiente

$$H_0: \mu = 20$$

$$H_a: \mu \neq 20$$

Se toma una muestra de 200 elementos y la desviación estándar poblacional es $\sigma = 10$. Use $\alpha = 0.05$. Calcule la probabilidad de cometer un error tipo II si la media poblacional es

- $\mu = 18.0$
- $\mu = 22.5$
- $\mu = 21.0$

Aplicaciones

48. Fowle Marketing Research, Inc. tasa la cantidad que cobra a sus clientes en la suposición de que una encuesta por teléfono se puede realizar en un promedio de 15 minutos o menos. Si se necesita más tiempo en promedio, se cobra una cantidad adicional. Con una muestra de 35 encuestados, una desviación estándar de 4 minutos y 0.01 como nivel de significancia, se usará la media muestral para probar la hipótesis nula $H_0: \mu \leq 15$.
- Dé su interpretación del error tipo II en este problema. ¿Qué impacto tiene en la empresa?
 - ¿Cuál es la probabilidad de cometer un error tipo II si la verdadera media de los tiempos es $\mu = 17$ minutos?
 - ¿Cuál es la probabilidad de cometer un error tipo II si la verdadera media de los tiempos es $\mu = 18$ minutos?
 - Dibuje la forma general de la curva de potencias de esta prueba.
49. Un grupo de investigación para los consumidores está interesado en probar la afirmación de un fabricante de automóviles de que un nuevo modelo da por lo menos 25 millas por galón de gasolina ($H_0: \mu \geq 25$).
- Con 0.02 como nivel de significancia y una muestra de 30 automóviles, ¿cuál es la regla de rechazo basada en el valor \bar{x} en la prueba para determinar si debe rechazarse la afirmación del fabricante? Suponga que σ es 3 millas por galón.
 - ¿Cuál es la probabilidad de cometer un error tipo II si el verdadero rendimiento es 23 millas por galón?
 - ¿Cuál es la probabilidad de cometer un error tipo II si el verdadero rendimiento es 24 millas por galón?
 - ¿Cuál es la probabilidad de cometer un error tipo II si el verdadero rendimiento es 25.5 millas por galón?
50. La revista *Young Adult* establece la hipótesis siguiente acerca de la edad de sus suscriptores:

$$H_0: \mu = 28$$

$$H_a: \mu \neq 28$$

- En esta situación, ¿qué significa cometer un error tipo II?
- Se supone que la desviación estándar muestral es $\sigma = 6$ años y que el tamaño de la muestra es 100. Si $\alpha = 0.05$, ¿cuál es la probabilidad de aceptar H_0 si μ es igual a 26, 27, 29 y 30?
- ¿Cuál es la potencia si $\mu = 26$? ¿Qué le dice este resultado?

51. En la operación de una línea de producción se prueba que se llene con el peso exacto mediante la prueba de hipótesis siguiente.

Hipótesis	Conclusión y medida
$H_0: \mu = 16$	Llenado correcto; puede continuar
$H_a: \mu \neq 16$	Llenado fuera del estándar; detener y ajustar la máquina

- El tamaño de la muestra es 30 y la desviación estándar poblacional es $\sigma = 0.8$. Use $\alpha = 0.05$.
- En esta situación, ¿qué significa un error tipo II?
 - ¿Cuál es la probabilidad de cometer un error tipo II si se está llenando con 0.5 onzas de exceso?
 - Si se está llenando con 0.5 onzas de exceso, ¿cuál es la potencia de la prueba estadística?
 - Dé la curva de potencias para esta prueba estadística. ¿Qué información aporta al gerente de producción?
52. Vaya al ejercicio 48. Suponga que la empresa toma una muestra de 50 encuestas y repite los incisos b y c. ¿Qué observación cabe hacer sobre cómo afecta el tamaño de la muestra a la probabilidad de cometer un error tipo II?
53. Sparr Investments, Inc. se especializa en oportunidades de inversión para sus clientes con pago de impuestos diferido. Recién ofreció un programa de inversión con deducción de la nómina para los empleados de una determinada empresa. Sparr estima que en este momento los empleados tienen \$100 o menos por mes en inversiones con impuestos diferidos. Para probar la hipótesis de Sparr acerca de las inversiones entre la población de empleados, se toma una muestra de 40 empleados. Suponga que las cantidades invertidas mensualmente por los empleados en inversiones con impuestos diferidos tienen una desviación estándar de \$75 y que en esta prueba de hipótesis se usará 0.05 como nivel de significancia.
- En esta situación, ¿cuál es el error tipo II?
 - ¿Cuál es la probabilidad de cometer un error tipo II si la media de la inversión mensual de los empleados es \$120?
 - ¿Cuál es la probabilidad de cometer un error tipo II si la media de la inversión mensual de los empleados es \$120?
 - Suponiendo que se usa una muestra de 80 empleados, repita los incisos b y c.

9.8

Determinación del tamaño de la muestra en una prueba de hipótesis para la media poblacional

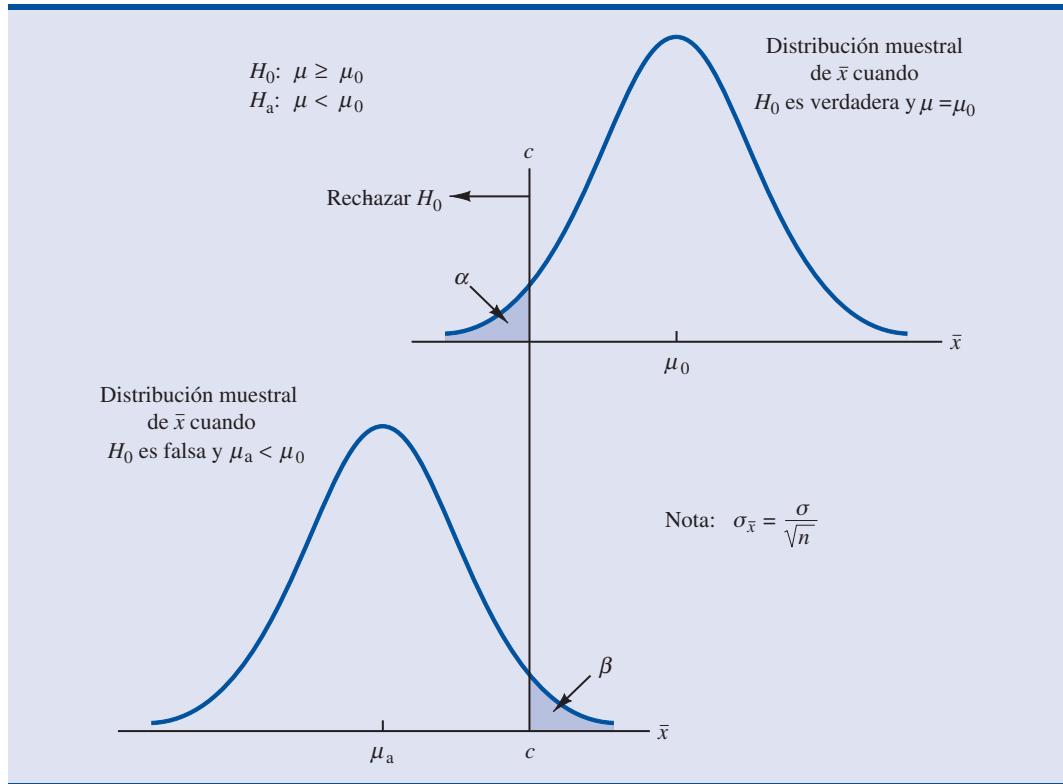
Considere realizar una prueba de hipótesis para el valor de la media poblacional. El nivel de significancia elegido por el usuario determina la probabilidad de cometer un error tipo I en esta prueba. Al controlar el tamaño de la muestra, el usuario también controla la probabilidad de cometer un error tipo II. Enseguida se muestra cómo determinar el tamaño de la muestra en la prueba de hipótesis de la cola inferior para la media poblacional que se da a continuación.

$$\begin{aligned} H_0: \mu &\geq \mu_0 \\ H_a: \mu &< \mu_0 \end{aligned}$$

En la figura 9.10, la gráfica superior muestra la distribución muestral de \bar{x} cuando H_0 es verdadera y $\mu = \mu_0$. En una prueba de la cola inferior el valor crítico del estadístico de prueba se denota $-z_\alpha$; la línea vertical, c , en la gráfica superior de la figura, señala el valor de \bar{x} correspondiente a $-z_\alpha$. Observe que si se rechaza H_0 cuando $\bar{x} \leq c$, la probabilidad de cometer un error tipo I será α . Si z_α representa el valor de z que corresponde al área α en la cola superior de la distribución normal estándar, la fórmula siguiente se emplea para calcular c :

$$c = \mu_0 - z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (9.5)$$

FIGURA 9.10 DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO DE LA MUESTRA PARA VALORES DADOS DE LAS PROBABILIDADES DE COMETER UN ERROR TIPO I (α) Y UN ERROR TIPO II (β)



La gráfica inferior de la figura 9.10 es la distribución muestral de \bar{x} cuando la hipótesis alternativa siendo $\mu = \mu_a < \mu_0$ es verdadera. La región sombreada muestra β , la probabilidad de cometer un error tipo II al cual está expuesta la persona que toma la decisión si acepta la hipótesis nula cuando $\bar{x} > c$. Si z_β representa el valor z que corresponde al área β en la cola superior de la distribución normal estándar, c se calcula empleando la fórmula siguiente.

$$c = \mu_a + z_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (9.6)$$

Ahora lo que se busca es elegir un valor para c de manera que cuando se rechace H_0 y se acepte H_a , la probabilidad de cometer un error tipo I sea igual a la probabilidad elegida para α y la probabilidad de cometer un error tipo II sea igual al valor elegido para β . Por consiguiente, con ambas ecuaciones (9.5) y (9.6) se debe obtener el mismo valor de c y la ecuación siguiente debe satisfacerse.

$$\mu_0 - z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \mu_a + z_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Para determinar el tamaño de muestra que se necesita, primero se despeja \sqrt{n} como sigue.

$$\begin{aligned} \mu_0 - \mu_a &= z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} + z_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ \mu_0 - \mu_a &= \frac{(z_\alpha + z_\beta)\sigma}{\sqrt{n}} \end{aligned}$$

y

$$\sqrt{n} = \frac{(z_\alpha + z_\beta)\sigma}{(\mu_0 - \mu_a)}$$

Al elevar al cuadrado ambos lados de la expresión se obtiene la fórmula siguiente para el tamaño de la muestra necesario en una prueba de hipótesis de una cola para la media poblacional.

TAMAÑO DE LA MUESTRA EN UNA PRUEBA DE HIPÓTESIS DE UNA COLA PARA LA MEDIA POBLACIONAL

$$n = \frac{(z_\alpha + z_\beta)^2 \sigma^2}{(\mu_0 - \mu_a)^2} \quad (9.7)$$

donde

z_α = valor de z que deja un área α en la cola superior de la distribución normal estándar.

z_β = valor de z que deja un área β en la cola superior de la distribución normal estándar.

σ = desviación estándar poblacional

μ_0 = valor de la media poblacional en la hipótesis nula

μ_a = valor de la media poblacional usada para el error tipo II

Nota: Para una prueba de hipótesis de dos colas, en la ecuación (9.7) se usa $z_{\alpha/2}$ en lugar de z_α .

Aunque la ecuación (9.7) se dedujo para la prueba de hipótesis de la figura 9.10, también es válida para cualquier prueba de hipótesis de una cola para la media poblacional. En una prueba de hipótesis de dos colas para la media poblacional, se usa $z_{\alpha/2}$ en lugar de z_α en la ecuación (9.7).

De regreso al ejemplo del muestreo de aceptación presentado en las secciones 9.6 y 9.7, las especificaciones para las baterías indican que la media del tiempo de vida debe ser por lo meno 120 horas. Los pedidos se regresan si se rechaza $H_0: \mu \geq 120$. Suponga que el gerente de control de calidad establece lo siguiente acerca de las probabilidades de cometer los errores tipo I y tipo II:

Para el error tipo I: si la media de la vida útil de las baterías del pedido es $\mu = 120$, estoy dispuesto a correr el riesgo de que la probabilidad de rechazar el envío sea 0.05.

Para el error tipo II: si la media de la vida útil de las baterías del pedido es 5 horas menos de lo que indican las especificaciones (es decir, $\mu = 115$), estoy dispuesto a correr el riesgo de que la probabilidad de aceptar el envío sea $\beta = 0.10$.

Lo anterior es establecido por el gerente de control de calidad con base en su propio criterio. Otra persona bien puede establecer otros valores para dichas probabilidades. Pero, tales probabilidades deben establecerse antes de determinar el tamaño de la muestra.

En el ejemplo presente se tiene, $\alpha = 0.05$ y $\beta = 0.10$. Mediante la distribución de probabilidad normal estándar se tiene $z_{0.05} = 1.645$ y $z_{0.10} = 1.28$. De acuerdo con lo dicho al especificar las probabilidades para los errores, se observa que $\mu_0 = 120$ y $\mu_a = 115$. Por último, se supuso que la desviación estándar poblacional se conocía y que era $\sigma = 12$. Mediante la ecuación (9.7), se encuentra que el tamaño de muestra recomendado para el ejemplo del muestreo de aceptación es

$$n = \frac{(1.645 + 1.28)^2(12)^2}{(120 - 115)^2} = 49.3$$

Al redondear hacia arriba, el tamaño de muestra recomendado es 50.

Como las probabilidades de los dos errores tipo I y tipo II se han controlado usando $n = 50$, queda justificado que, en esta prueba de hipótesis, el gerente de control de calidad diga *se acepta H_0 o se rechaza H_0* . Las inferencias correspondientes se hacen teniendo probabilidades admitidas de cometer un error tipo I o un error tipo II.

Acerca de la relación entre α , β y el tamaño n de la muestra caben tres observaciones.

1. Una vez que se tienen dos de estos tres valores, el tercero puede calcularse.
2. Dado un nivel de significancia α , aumentando el tamaño de la muestra se reduce β .
3. Dado un tamaño de muestra, al disminuir α aumenta β y al aumentar α , *disminuye* β .

La tercera observación debe tenerse en cuenta cuando no se controla la probabilidad de cometer un error tipo II. Dicha observación indica que no se deben elegir niveles de significancia α innecesariamente pequeños; para un tamaño de muestra dado, elegir un nivel de significancia pequeño implica más riesgo de cometer un error tipo II. Personas con poca experiencia piensan que al realizar una prueba de hipótesis es mejor usar valores pequeños de α . Valores pequeños de α son mejores si sólo preocupa cometer un error tipo I. Pero valores pequeños de α tienen la desventaja de incrementar la probabilidad de cometer un error tipo II.

Ejercicios

Métodos

54. Considere la prueba de hipótesis siguiente.

$$H_0: \mu \geq 10$$

$$H_a: \mu < 10$$

El tamaño de la muestra es 120 y la desviación estándar poblacional es 5. Use $\alpha = 0.05$. Si la media poblacional real es 9, la probabilidad de cometer un error tipo II es 0.2912. Suponga que el investigador desea reducir a 0.10 la probabilidad de cometer un error tipo II si la media poblacional real es 9. ¿Qué tamaño de muestra se recomienda?

55. Considere la prueba de hipótesis siguiente.

$$H_0: \mu = 20$$

$$H_a: \mu \neq 20$$

La desviación estándar poblacional es 10. Use $\alpha = 0.05$. ¿De qué tamaño deberá tomarse la muestra si el investigador está dispuesto a aceptar una probabilidad de 0.05 de cometer un error tipo II cuando la verdadera media poblacional sea 22?

Aplicaciones

56. Suponga que el director de proyecto del estudio de Hilltop Coffee (véase sección 9.3) solicita una probabilidad de 0.10 de declarar que Hilltop Coffee no cometía una violación si en realidad está llenando con 1 onza de menos ($\mu_a = 2.9375$ libras). ¿Cuál será el tamaño de muestra recomendado?
57. Una batería industrial especial debe tener una vida de por lo menos 400 horas. Considere una prueba de hipótesis con 0.02 como nivel de significancia. Si en las baterías de un determinado lote de producción la media de la vida útil es 385 horas, el gerente de producción desea un procedimiento de muestreo que sólo 10% de las veces muestre que el resultado erróneo del lote es aceptable. ¿Qué tamaño de muestra se recomienda para esta prueba de hipótesis? Use 30 horas como estimación de la desviación estándar poblacional.

58. La revista *Young Adult* plantea la hipótesis siguiente acerca de la edad de sus suscriptores.

$$H_0: \mu = 28$$

$$H_a: \mu \neq 28$$

Si el gerente que realiza la prueba admite una probabilidad de 0.15 de cometer un error tipo II si la verdadera edad promedio es 29 años. ¿De qué tamaño debe tomarse la muestra? Suponga que $\sigma = 6$ y que el nivel de significancia es 0.05.

59. En un estudio sobre el rendimiento de la gasolina se probaron las hipótesis siguientes.

Hipótesis	Conclusión
$H_0: \mu \geq 25 \text{ mpg}$	Confirma lo que sostiene el fabricante
$H_a: \mu < 25 \text{ mpg}$	Refuta lo que sostiene el fabricante, el rendimiento es menor a lo afirmado

Para $\sigma = 3$ y un nivel de significancia de 0.02, ¿qué tamaño de muestra se recomienda si el investigador desea tener 80% de posibilidad de detectar que μ es menor que 25 millas por galón, cuando realmente es 24?

Resumen

Las pruebas de hipótesis son un procedimiento estadístico que usa datos muestrales para determinar si una afirmación acerca del valor de un parámetro poblacional debe o no rechazarse. Como hipótesis se tienen dos afirmaciones opuestas acerca de un parámetro poblacional. A una de las afirmaciones se le llama hipótesis nula (H_0) y a la otra, hipótesis alternativa (H_a). En la sección 9.1 se proporcionaron los lineamientos para elaborar estas hipótesis para tres situaciones encontradas a menudo en la práctica.

Si se tienen datos históricos o alguna otra información, éstos proporcionan una base para suponer que se conoce la desviación estándar poblacional, el procedimiento de prueba de hipótesis para la media poblacional se sustenta en la distribución normal estándar. Si no se conoce σ , se usa la desviación estándar muestral s para estimar σ y el procedimiento de la prueba de hipótesis se basa en la distribución t . En ambos casos, la calidad de los resultados depende tanto de la forma de la distribución de la población como del tamaño de la muestra. Si la población tiene distribución normal, los dos procedimientos para la prueba de hipótesis son aplicables, aun con tamaños de muestra pequeños. Si la población no está distribuida normalmente, se necesitan tamaños de muestra mayores. En las secciones 9.3 y 9.4 se proporcionaron los lineamientos generales para el tamaño de la muestra. En el caso de pruebas de hipótesis para la proporción poblacional, en el procedimiento de la prueba de hipótesis se usa un estadístico de prueba sustentado en la distribución normal estándar.

En todos los casos el valor del estadístico de prueba se usa para calcular un valor- p para la prueba. Un valor- p es una probabilidad que se usa para determinar si se rechaza o no la hipótesis nula. Si el valor- p es menor o igual que el nivel de significancia α , la hipótesis nula puede rechazarse.

Las conclusiones de una prueba de hipótesis también pueden obtenerse comparando el valor del estadístico de prueba con el valor crítico. En pruebas de la cola inferior, la hipótesis nula se rechaza si el valor del estadístico de prueba es menor o igual que el valor crítico. En pruebas de la cola superior, la hipótesis nula se rechaza si el valor del estadístico de prueba es mayor o igual al valor crítico. En las pruebas de las dos colas hay dos valores críticos: uno en la cola inferior de la distribución muestral y otro en la cola superior de la distribución muestral. En este caso, la hipótesis nula se rechaza si el valor del estadístico de prueba es menor o igual al valor crítico de la cola inferior o mayor o igual que el valor crítico de la cola superior.

También se presentaron extensiones de los procedimientos de prueba de hipótesis para incluir un análisis del error tipo II. En la sección 9.7 se mostró la forma de calcular la probabilidad de cometer un error tipo II. En la sección 9.8, cómo determinar el tamaño de la muestra de manera que se controlen tanto la probabilidad de cometer un error tipo I como un error tipo II.

Glosario

Hipótesis nula Hipótesis que en una prueba de hipótesis se supone tentativamente verdadera.

Hipótesis alternativa Hipótesis que se concluye verdadera cuando se rechaza la hipótesis nula.

Error tipo I El error de rechazar H_0 cuando es verdadera.

Error tipo II El error de aceptar H_0 cuando es falsa.

Nivel de significancia Probabilidad de cometer un error tipo I cuando la hipótesis nula es verdadera como igualdad.

Prueba de una cola Prueba de hipótesis en la que debido a un valor del estadístico de prueba en una de las colas de la distribución muestral se rechaza la hipótesis nula.

Estadístico de prueba Un estadístico cuyo valor ayuda a determinar si se rechaza la hipótesis nula.

Valor-*p* Probabilidad que proporciona una medida de la evidencia, dada por la muestra, contra la hipótesis nula. Entre menor sea un valor-*p*, mayor será la evidencia contra la H_0 . En una prueba de la cola inferior, el valor-*p* es la probabilidad de obtener, para el estadístico de prueba, un valor tan pequeño o menor que el proporcionado por la muestra. En una prueba de la cola superior, el valor-*p* es la probabilidad de obtener, para el estadístico de prueba, un valor tan grande o mayor que el proporcionado por la muestra. En una prueba de dos colas, el valor-*p* es la probabilidad de obtener para el estadístico de prueba un valor tan poco, o menos, probable que el proporcionado por la muestra.

Valor crítico Un valor que se compara con el estadístico de prueba para determinar si se rechaza H_0 .

Prueba de dos colas Prueba de hipótesis en la que se rechaza la hipótesis nula debido a un valor del estadístico de prueba que se encuentra en cualquiera de las dos colas de la distribución muestral.

Potencia La probabilidad de rechazar adecuadamente H_0 cuando es falsa.

Curva de potencias Gráfica que da la probabilidad de rechazar H_0 para cada uno de los posibles valores del parámetro poblacional que no satisface la hipótesis nula. La curva de potencias proporciona las probabilidades de rechazar correctamente la hipótesis nula.

Fórmulas clave

Estadístico de prueba en una prueba de hipótesis para la media poblacional: σ conocida

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \quad (9.1)$$

Estadístico de prueba en una prueba de hipótesis para la media poblacional: σ desconocida

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \quad (9.2)$$

Estadístico de prueba en una prueba de hipótesis para la proporción poblacional

$$z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}} \quad (9.4)$$

Tamaño de la muestra en una prueba de hipótesis de una cola para la media poblacional

$$n = \frac{(z_\alpha + z_\beta)^2 \sigma^2}{(\mu_0 - \mu_a)^2} \quad (9.7)$$

En una prueba de las dos colas se sustituye z_α por $z_{\alpha/2}$

Ejercicios complementarios

60. En una línea de producción el peso promedio con que se llena cada recipiente es 16 onzas. Un exceso o una falta de llenado ocasionan problemas serios y cuando se detectan es necesario que el operador detenga la línea de producción para reajustar el mecanismo de llenado. De acuerdo con datos del pasado se supone que la desviación estándar poblacional es $\sigma = 0.8$ onzas. Cada hora, un inspector de producción toma muestras de 30 recipientes y decide si es necesario detener la producción y hacer un reajuste. El nivel de significancia es $\alpha = 0.05$.
- Establezca la prueba de hipótesis para esta aplicación al control de calidad.
 - Si se encuentra que la media muestral es $\bar{x} = 16.32$ onzas, ¿cuál es el valor- p ? ¿Qué medidas recomendaría usted tomar?
 - Si se encuentra que la media muestral es $\bar{x} = 15.82$ onzas, ¿cuál es el valor- p ? ¿Qué medidas recomendaría usted tomar?
 - Use el método del valor crítico. ¿Cuál es la regla de decisión en la prueba de hipótesis anterior? Repita los incisos b y c ¿Llega a la misma conclusión?
61. En la Western University, la media histórica poblacional en las puntuaciones de los solicitantes de una beca es 900. La desviación estándar poblacional histórica que se considera conocida es $\sigma = 180$. Cada año se toma una muestra de los solicitantes para determinar si esta media ha cambiado.
- Establezca las hipótesis
 - ¿Cuál es el intervalo de 95% de confianza para la estimación de la media poblacional de las puntuaciones en el examen, si en una muestra de 200 estudiantes la media muestral es $\bar{x} = 935$?
 - Use el intervalo de confianza para realizar una prueba de hipótesis. Usando $\alpha = 0.05$, ¿a qué conclusión llega?
 - ¿Cuál es el valor- p ?
62. *Playbill* es una revista que se distribuye entre las personas que asisten a conciertos y al teatro. El ingreso medio anual por familia en la población de lectores de *Playbill* es \$119 155 (*Playbill*, enero de 2006). Suponga que la desviación estándar es $\sigma = \$20\ 700$. Un grupo de San Francisco asegura que entre las personas de la zona de la Bahía que van al teatro el ingreso medio es más alto. En una muestra de 60 personas de la Bahía que suelen ir al teatro, el ingreso medio por hogar fue \$126 100.
- Establezca las hipótesis para determinar si los datos muestrales apoyan la conclusión de que las personas de la zona de la Bahía que suelen asistir al teatro tienen un ingreso medio por familia más alto que los demás lectores de *Playbill*.
 - ¿Cuál es el valor- p a partir de la muestra de las 60 personas de la Bahía que suelen ir al teatro?
 - Use $\alpha = 0.01$ como nivel de significancia. ¿A qué conclusión llega?
63. El viernes los corredores de bolsa de Wall Street esperaban ansiosos la publicación del gobierno federal del aumento en enero de nóminas no agrícolas. El primer consenso estimado entre los economistas fue que se esperaba un aumento de 250 000 nuevos empleos (CNBC, 3 de febrero de 2006). Sin embargo, en una muestra de 20 economistas tomada el jueves en la tarde, la media muestral fue 266 000, y la desviación estándar muestral 24 000. Los analistas financieros suelen llamar a tales medias muestrales, basadas en las estimaciones que circulan en el mercado después de que los analistas incorporan las últimas informaciones, “whisper number”. Realice una prueba de hipótesis para determinar si el “whisper number” justifica la conclusión de un aumento estadísticamente significante en la estimación de consenso de los economistas. Use $\alpha = 0.01$ como nivel de significancia.
64. El consejo universitario informa que el número promedio de estudiantes de nuevo ingreso en las universidades es 6000 (*USA Today*, 26 de diciembre de 2002). En un periodo reciente de inscripciones se tomó una muestra de 32 universidades con una media muestral de los estudiantes de nuevo ingreso de 5812 y una desviación estándar muestral de 1140. ¿Estos datos indican un cambio en el número medio de estudiantes de nuevo ingreso? Use $\alpha = 0.05$.
65. En un estudio sobre los costos de atención a la salud en Estados Unidos se presentaron datos que mostraban un gasto medio de Medicare por derechohabiente de \$6 883 en el 2003. Para investigar las diferencias en todo el país, un investigador tomó una muestra de 40 derechohabientes de

- Medicare del estado de Indianápolis. En la muestra de Indianápolis el gasto promedio de Medicare en el 2003 fue \$5980 y la desviación estándar \$2518.
- a. Establezca las hipótesis a usar si se quiere determinar si el gasto anual medio de Medicare en Indianápolis es menor a la media nacional.
 - b. Use los resultados muestrales anteriores para calcular el estadístico de prueba y el valor-*p*.
 - c. Use $\alpha = 0.05$. ¿A qué conclusión llega?
 - d. Repita la prueba de hipótesis usando el método del valor crítico.
66. La cámara de comercio de una comunidad de Florida anuncia en su publicidad que el costo medio de un terreno residencial es \$125 000 o menos por lote. Suponga que en una muestra de 32 lotes se encuentra que la media muestral es \$130 000 por lote y que la desviación estándar muestral es \$12 500. Use 0.05 como nivel de significancia para probar la validez de lo que se dice en la publicidad.
67. La U.S. Energy Administration informó que en Estados Unidos el precio medio del galón de gasolina era \$2.357 (U.S. Energy Administration, 30 de enero de 2006). En el archivo llamado Gasoline se encuentran los precios de gasolina normal encontrados en una muestra de 50 gasolineras en estados del Atlántico sur. Realice una prueba de hipótesis para determinar si el precio medio del galón de gasolina en los estados del Atlántico sur es diferente a la media nacional. Use $\alpha = 0.05$ como nivel de significancia y dé su conclusión.
68. En un estudio del Center of Disease Control, CDC, se encontró que 23% de los adultos son fumadores y de éstos 70% indicaron que quieren dejar de fumar (Associated Press, 22 de julio de 2002). El CDC informó que, quienes fumaron en algún momento de su vida, 50% habían podido dejar ese hábito. Parte del estudio indicó que el éxito en dejar de fumar aumenta con el nivel de estudios. Suponga que en una muestra de 100 personas con título universitario que han fumado en algún momento de su vida, 64 lograron dejar de fumar.
- a. Establezca las hipótesis a usar para determinar si la población de personas con título universitario tiene más éxito para dejar de fumar que la población general.
 - b. Dados los datos muestrales, ¿cuál es la proporción de personas con título universitario, que habiendo fumado en algún momento de su vida, pudieran dejar de hacerlo?
 - c. ¿Cuál es el valor-*p*? Con $\alpha = 0.01$, ¿cuál es la conclusión de la prueba de hipótesis?
69. La promoción de una línea aérea se sustenta en la suposición de que dos terceras partes de los viajeros de negocios usan una computadora portátil en sus viajes de negocios durante la noche.
- a. Establezca las hipótesis a usar para probar esta suposición.
 - b. ¿Cuál es la proporción muestral encontrada en un estudio patrocinado por American Express, en que 355 de 546 viajeros de negocios utilizaban su computadora portátil en sus viajes de negocios durante la noche?
 - c. ¿Cuál es el valor-*p*?
 - d. Use $\alpha = 0.05$. ¿A qué conclusión llega?
70. Los centros virtuales de llamadas son atendidos por personas que trabajan fuera de sus hogares. La mayor parte de los agentes de casa (home agent) ganan \$10 a \$15 por hora sin beneficios frente a \$7 a \$9 por hora con beneficios en un centro tradicional de llamadas (*BusinessWeek*, 23 de enero de 2006). Regional Airways está considerando emplear agentes de casa, pero sólo si conservan una satisfacción del cliente mayor que 80%. Se realizó una prueba con agentes de casa. En una muestra de 300 clientes, 252 indicaron estar satisfechos con el servicio.
- a. Elabore las hipótesis de una prueba para determinar si los datos muestrales apoyan la conclusión de que el servicio al cliente con agentes de casa satisface el criterio de Regional Airways.
 - b. ¿Cuál es la estimación puntual del porcentaje de clientes satisfechos?
 - c. ¿Cuál es el valor-*p* proporcionado por los datos muestrales?
 - d. ¿Cuál es la conclusión en esta prueba de hipótesis? Use como nivel de significancia $\alpha = 0.05$.
71. Durante el año de elecciones 2004, diario se publicaban los resultados de los nuevos sondeos. En un sondeo de IBD/TIPP de 910 entrevistados, 503 dijeron sentirse optimistas ante las perspectivas nacionales y el índice de liderazgo del presidente Bush subió de 4.7 puntos a 55.3 (*Investor's Business Daily*, 14 de enero de 2004).

- a. ¿Cuál es la proporción muestral de encuestados optimistas ante las perspectivas nacionales?
 - b. Un director de campaña quiere afirmar que el sondeo indica que la mayoría de los adultos se sienten optimistas ante las perspectivas nacionales. Elabore una prueba de hipótesis de manera que el rechazo de la hipótesis nula permita concluir que la proporción de optimistas es mayor a 50%.
 - c. Use los datos del sondeo para calcular el valor- p en la prueba de hipótesis del inciso b. Explique al director lo que dice este valor- p acerca del nivel de significancia de los resultados.
72. La estación de radio de Myrtle Beach, una localidad vacacional, anuncia que 90% de los hoteles estarán llenos el fin de semana en que se conmemora el Memorial Day. Dicha estación de radio aconseja a sus oyentes hacer sus reservaciones con anticipación si piensan pasar ese fin de semana en esa localidad. La noche del sábado, en una muestra de 58 hoteles, 49 estaban completamente llenos y 9 aún tenían habitaciones libres. ¿Cuál es su reacción a lo anunciado por la estación de radio después de ver las evidencias muestrales? Use $\alpha = 0.05$ en esta prueba estadística. ¿Cuál es el valor- p ?
73. En Estados Unidos, de acuerdo con el gobierno federal, 24% de los trabajadores amparados por el plan de atención a la salud de su empresa no tuvieron que contribuir a la prima (*Statistical Abstract of the United States: 2006*). En un estudio reciente se encontró que a 81 trabajadores de los 400 tomados en una muestra no se les pidió que contribuyeran para el plan de atención a la salud de su empresa.
- a. Elabore las hipótesis para probar si ha disminuido el porcentaje de trabajadores a quienes no se les pide que contribuyan para el plan de atención a la salud de su empresa.
 - b. ¿Cuál es la estimación puntual de la proporción que tiene un seguro de salud financiado totalmente por su empresa?
 - c. ¿Ha habido una disminución estadísticamente significativa en la proporción de trabajadores que tienen un seguro de salud financiado totalmente por su empresa? Use $\alpha = 0.05$.
74. Shorney Construction Company licita proyectos suponiendo que el tiempo desperdiciado por trabajador es menos de 72 minutos por día. Para probar esta suposición se usa una muestra de 30 trabajadores de la construcción. Suponga que la desviación estándar poblacional es 20 minutos.
- a. Establezca las hipótesis para esta prueba.
 - b. ¿Cuál es la probabilidad de cometer un error tipo II si la media poblacional fueran 80 minutos?
 - c. ¿Cuál es la probabilidad de cometer un error tipo II si la media poblacional fueran 75 minutos?
 - d. ¿Cuál es la probabilidad de cometer un error tipo II si la media poblacional fueran 70 minutos?
 - e. Bosqueje la curva de potencias para este problema.
75. Existe un programa de ayuda federal para las zonas de bajos ingresos. Para recibir esta ayuda, el ingreso medio de la zona debe ser menor que \$15 000 anuales. Zonas en las que el ingreso medio anual sea \$15 000 o más no pueden recibir esta ayuda. Para decidir si una zona recibe la ayuda, se toma una muestra de los habitantes de esa zona y se realiza una prueba de hipótesis con 0.02 como nivel de significancia. Si los lineamientos establecen una probabilidad máxima de 0.05 de no dar esta ayuda a una zona en la que el ingreso medio anual sea de \$14 000, ¿qué tamaño de muestra deberá usarse en el estudio? Use $\sigma = \$4000$.
76. Para probar si en la producción de un jabón de baño se satisface el estándar de producir 120 barras por lote se usan las hipótesis $H_0: \mu = 120$ y $H_a: \mu \neq 120$. Use 0.05 como nivel de significancia en esta prueba y 5 para la desviación estándar.
- a. Si la media de producción llega a 117 barras por lote, la empresa desea tener 98% de oportunidad de concluir que no se está satisfaciendo el estándar de producción. ¿De qué tamaño deberá tomarse la muestra?
 - b. Con el tamaño de muestra del inciso a, ¿cuál es la probabilidad de concluir que el proceso está operando insatisfactoriamente si la media de producción real es: 117, 118, 119, 121, 122 y 123 barras por lote? Es decir, ¿cuál es, en cada caso, la probabilidad de cometer un error tipo II?

Caso problema 1 Quality Associates, Inc.

Quality Associates, Inc., una empresa consultora, asesora a sus clientes acerca de procedimientos estadísticos y de muestreo para el control de sus procesos de fabricación. En una determinada asesoría, el cliente dio a Quality Associates una muestra de 800 observaciones tomadas mientras el proceso del cliente operaba satisfactoriamente. La desviación estándar de estos datos fue 0.21; al ser tantos los datos, se consideró que la desviación estándar poblacional era 0.21. Quality Associates recomendó que para vigilar el proceso periódicamente se tomaran muestras aleatorias de tamaño 30. Al analizar estas muestras, el cliente sabrá pronto si el proceso era adecuado. Si el proceso no lo era, se podían tomar las medidas necesarias para eliminar el problema. De acuerdo con las especificaciones, la media en el proceso debería ser 12. A continuación, la prueba de hipótesis sugerida por Quality Associates.

$$\begin{aligned} H_0: \mu &= 12 \\ H_a: \mu &\neq 12 \end{aligned}$$

Siempre que se rechazara H_0 deberían tomarse las medidas adecuadas.

Durante el primer día en que se realizó este nuevo proceso estadístico de control se tomaron las siguientes muestras a intervalos de una hora. Estos datos se encuentran en el conjunto de datos Quality

Muestra 1	Muestra 2	Muestra 3	Muestra 4
11.55	11.62	11.91	12.02
11.62	11.69	11.36	12.02
11.52	11.59	11.75	12.05
11.75	11.82	11.95	12.18
11.90	11.97	12.14	12.11
11.64	11.71	11.72	12.07
11.80	11.87	11.61	12.05
12.03	12.10	11.85	11.64
11.94	12.01	12.16	12.39
11.92	11.99	11.91	11.65
12.13	12.20	12.12	12.11
12.09	12.16	11.61	11.90
11.93	12.00	12.21	12.22
12.21	12.28	11.56	11.88
12.32	12.39	11.95	12.03
11.93	12.00	12.01	12.35
11.85	11.92	12.06	12.09
11.76	11.83	11.76	11.77
12.16	12.23	11.82	12.20
11.77	11.84	12.12	11.79
12.00	12.07	11.60	12.30
12.04	12.11	11.95	12.27
11.98	12.05	11.96	12.29
12.30	12.37	12.22	12.47
12.18	12.25	11.75	12.03
11.97	12.04	11.96	12.17
12.17	12.24	11.95	11.94
11.85	11.92	11.89	11.97
12.30	12.37	11.88	12.23
12.15	12.22	11.93	12.25

Informe administrativo

- Con cada una de las muestras realice una prueba de hipótesis usando 0.01 como nivel de significancia, determine las medidas a tomar. Dé el estadístico de prueba y el valor-*p* de cada prueba.
- Calcule la desviación estándar de cada una de las cuatro muestras. ¿Parece razonable considerar 0.21 como la desviación estándar poblacional?
- Calcule límites alrededor de $\mu = 12$ para la media muestral \bar{x} de manera que, en tanto las medias muestrales se encuentren dentro de estos límites, pueda considerarse que el proceso opera adecuadamente. Pero si \bar{x} es mayor al límite superior o menor al límite inferior, tomar las medidas correctivas será necesario. Estos límites se conocen en el control de calidad como límites de control superior e inferior.
- Analice las consecuencias de cambiar el nivel de significancia por un valor mayor. ¿Qué error crece si se aumenta el valor del nivel de significancia?

Caso problema 2 Estudio sobre el desempleo

La U.S. Bureau of Labor Statistics publica cada mes diversas estadísticas sobre el desempleo, entre éstas se encuentran el número de personas desempleadas y la duración media del desempleo. En noviembre de 1998, dicha oficina informó que la media nacional de tiempo de desempleo eran 14.6 semanas.

El alcalde de Filadelfia solicitó un estudio sobre la situación del desempleo en su alcaldía. En una muestra de 50 habitantes de Filadelfia se incluyó su edad y el número de semanas que estuvieron desempleados. A continuación se presenta una parte de los datos recogidos. El conjunto de datos completo se encuentra en el archivo BLS

archivo
en
BLS

CD

Edad	Semanas	Edad	Semanas	Edad	Semanas
56	22	22	11	25	12
35	19	48	6	25	1
22	7	48	22	59	33
57	37	25	5	49	26
40	18	40	20	33	13

Informe administrativo

- Use la estadística descriptiva para resumir estos datos.
- Elabore un intervalo de confianza de 95% para estimar la media de la edad de los individuos desempleados en Filadelfia.
- Realice una prueba de hipótesis para determinar si la media de la duración del desempleo en Filadelfia es mayor que la media nacional, que es 14.6 semanas. Como nivel de significancia use 0.01. ¿Cuál es la conclusión?
- ¿Hay alguna relación entre la edad y la duración del desempleo de un individuo? Explique.

Apéndice 9.1 Pruebas de hipótesis con Minitab

Se describe el uso de Minitab para realizar pruebas de hipótesis para la media poblacional y para la proporción poblacional.

Media poblacional: σ conocida

Se ilustra con el ejemplo presentado en la sección 9.3 acerca de la distancia recorrida por las pelotas de golf de Max Flight. Los datos están en la columna C1 de la hoja de cálculo de Minitab. La desviación estándar poblacional conocida es $\sigma = 12$, el nivel de significancia es $\alpha = 0.05$.

Para probar la hipótesis $H_0: \mu = 295$ frente a la hipótesis $H_a: \mu \neq 295$ se siguen los pasos que se indican:



- Paso 1.** Seleccionar el menú **Stat**
- Paso 2.** Elegir **Basic Statistics**
- Paso 3.** Elegir **1-Sample Z**
- Paso 4.** Cuando aparezca el cuadro de diálogo 1-Sample Z:
 - Ingresar C1 en el cuadro **Samples in columns**
 - Ingresar 12 en el cuadro **Standar deviation**
 - Ingresar 295 en el cuadro **Test mean**
 - Seleccionar **Options**
- Paso 5.** Cuando aparezca el cuadro de diálogo 1-Sample Z Options:
 - Ingresar 95 en el cuadro **Confidence level***
 - Seleccionar **not equal** en el cuadro **Alternative**
 - Clic en **OK**
- Paso 6.** Clic en **OK**

Además de los resultados de la prueba de hipótesis, Minitab proporciona un intervalo de confianza de 95% para la media poblacional.

Este procedimiento se modifica fácilmente para una prueba de hipótesis de una cola seleccionando la opción menor que (less than) o mayor que (greater than) en el cuadro **Alternative** del paso 5.

Media poblacional: σ desconocida



Las puntuaciones dadas por 60 viajeros de negocios al aeropuerto de Heathrow se han ingresado en la columna C1 de la hoja de cálculo de Minitab. El nivel de significancia para esta prueba es $\alpha = 0.05$ y la desviación estándar poblacional σ se estimará mediante la desviación estándar muestral s . Para probar la hipótesis $H_0: \mu \leq 7$ frente a la hipótesis $H_a: \mu > 7$ se usan los pasos siguientes.

- Paso 1.** Seleccionar el menú **Stat**
- Paso 2.** Elegir **Basic Statistics**
- Paso 3.** Elegir **1-Sample t**
- Paso 4.** Cuando aparezca el cuadro de diálogo 1-Sample t
 - Ingresar C1 en el cuadro **Samples in columns**
 - Ingresar 7 en el cuadro **Test mean**
 - Seleccionar **Options**
- Paso 5.** Cuando aparezca el cuadro de diálogo 1-Sample t-options:
 - Ingresar 95 en el cuadro **Confidence level**
 - Seleccionar **greater than** en el cuadro **Alternative**
 - Clic en **OK**
- Paso 6.** Clic en **OK**

En el estudio de las puntuaciones para el aeropuerto de Heathrow se tiene una hipótesis alternativa mayor que. Los pasos anteriores se modifican con facilidad para otras pruebas de hipótesis seleccionando las opciones menor que (less than) o no igual (not equal) en el cuadro **Alternative** del paso 5.

Proporción poblacional



Se ilustra usando el ejemplo del campo de golf Pine Creek presentado en la sección 9.5. Los datos con las respuestas mujer (Female) y hombre (Male) están en la columna C1 de la hoja de cálculo de Minitab. Minitab usa un orden alfabético de las respuestas y selecciona la *segunda respuesta* para la proporción poblacional de interés. En este caso Minitab usa el orden alfabético.

*Minitab proporciona simultáneamente los resultados de la prueba de hipótesis y la estimación por intervalo. El usuario selecciona cualquier nivel de confianza para la estimación por intervalo de la media poblacional: aquí se sugiere 95% de confianza.

co Female-Male (mujer-hombre) y da la proporción poblacional de las respuestas Male (hombre). Como Female (mujer) es la respuesta de interés, hay que modificar el orden alfabético de Minitab como sigue. Seleccionar cualquier celda de la columna y usar la secuencia Editor > Column > Value Order. Después elegir la opción de ingresar un orden especificado por el usuario. Ingresar Male-Female en el cuadro **Define-an-order** y hacer clic en OK. Minitab 1 Proportion es la rutina que suministra los resultados de la prueba de hipótesis para la proporción poblacional de golfistas. Proceda como sigue:

- Paso 1.** Paso 2. Seleccionar el menú Stat
- Paso 2.** Elegir **Basic Statistics**
- Paso 3.** Paso 3. Elegir **1 Proportion**
- Paso 3.** Cuando aparezca el cuadro de diálogo 1 Proportion:
 - Ingresar C1 en el cuadro **Samples in Columns**
 - Seleccionar **Options**
- Paso 5.** Cuando aparezca el cuadro de diálogo 1 Proportion:
 - Ingresar 95 en el cuadro **Confidence level**
 - Ingresar 0.20 en el cuadro **Test proportion**
 - Seleccionar **greater than** en el cuadro **Alternative**
 - Seleccionar **Use test and interval based on normal distribution**
 - Clic en **OK**
- Paso 6.** Clic en **OK**

Apéndice 9.2 Prueba de hipótesis con Excel

Excel no cuenta con rutinas predefinidas para las pruebas de hipótesis presentadas en este capítulo. Dichas limitaciones se resuelven presentando hojas de cálculo de Excel, diseñadas por los autores de este libro, para pruebas de hipótesis, la media poblacional y la proporción poblacional. Usar estas hojas de cálculo es sencillo y también pueden modificarse para cualesquiera datos muestrales. Las hojas de cálculo se encuentran también en el disco compacto que viene con el libro.

Media poblacional: σ conocida

Se ilustra con el ejemplo presentado en la sección 9.3 de la distancia de las pelotas de golf de Max Flight. Los datos están en la columna A de la hoja de cálculo de Excel. Se conoce la desviación estándar poblacional y es $\sigma = 12$, con nivel de significancia es $\alpha = 0.05$. Para probar la hipótesis $H_0: \mu = 295$ frente a la hipótesis $H_a: \mu \neq 295$ se siguen los pasos que se indican a continuación.

A medida que se describe este procedimiento, consulte la figura 9.11. En la hoja de cálculo que aparece en segundo plano se muestran las celdas con las fórmulas usadas para calcular los resultados que se muestran en la hoja de cálculo en primer plano. Los datos se han introducido en las celdas A2:A51. Para usar la plantilla son necesarios los pasos siguientes.

- Paso 1.** Ingresar A2:A51 en la fórmula =CONTAR de la celda D4
- Paso 2.** Ingresar A2:A51 en la fórmula =PROMEDIO de la celda D5
- Paso 3.** Ingresar la desviación estándar poblacional $\sigma = 12$ en la celda D6
- Paso 4.** Ingresar el valor hipotético de la media poblacional 295 en la celda D8

Las fórmulas de las celdas restantes proporcionarán en automático el error estándar, el valor del estadístico de prueba z y tres valores- p . Como la hipótesis alternativa ($\mu_0 \neq 295$) indica que se trata de una prueba de dos colas, para tomar la decisión de rechazar o no, se usa el valor- p (Two Tail) de la celda D15. Como el valor- $p = 0.1255 > \alpha = 0.05$, no se puede rechazar la hipótesis nula. Los valores- p de las celdas D13 y D14 se usarían si se tratara de una prueba de hipótesis de una sola cola.

FIGURA 9.11 HOJA DE CÁLCULO DE EXCEL PARA PRUEBAS DE HIPÓTESIS PARA LA MEDIA POBLACIONAL CON σ CONOCIDA

	A	B	C	D	E
1	Yards		Hypothesis Test About a Population Mean		
2	303		With σ Known		
3	282				
4	289		Sample Size	=COUNT(A2:A51)	
5	298		Sample Mean	=AVERAGE(A2:A51)	
6	283		Population Std. Deviation	12	
7	317				
8	297		Hypothesized Value	295	
9	308				
10	317		Standard Error	=D6/SQRT(D4)	
11	293		Test Statistic z	=-(D5-D8)/D10	
12	284				
13	290		p-value (Lower Tail)	=NORMSDIST(D11)	
14	304		p-value (Upper Tail)	=1-D13	
15	290		p-value (Two Tail)	=2*MIN(D13,D14)	
16	311				
17	305				
49	303		1	Yards	
50	301		2	303	
51	292		3	282	
52			4	289	
				Sample Size	50
			5	Sample Mean	297.6
			6	Population Std. Deviation	12
			7	317	
			8	Hypothesized Value	295
			9	308	
			10	Standard Error	1.70
			11	Test Statistic z	1.53
			12	284	
			13	p-value (Lower Tail)	0.9372
			14	p-value (Upper Tail)	0.0628
			15	p-value (Two Tail)	0.1255
			16	311	
			17	305	
			49	303	
			50	301	
			51	292	
			52		

Nota: Los renglones 18 a 48 se encuentran ocultos.

Esta plantilla se usa para los cálculos de pruebas de hipótesis de otras aplicaciones. Por ejemplo, para realizar una prueba de hipótesis con otro conjunto de datos, ingrese los datos en la columna A de la hoja de cálculo. Las fórmulas de las celdas D4 y D5 se modifican para que correspondan a las celdas en que se encuentran los datos. Para obtener los resultados ingrese la desviación estándar poblacional en la celda D6, y en la celda D8 se ingresa la media poblacional hipotética. Si los datos muestrales ya han sido resumidos, no es necesario ingresarlos en la hoja de cálculo. En este caso, para obtener los resultados se ingresa el tamaño de la muestra en la cel-

da D4, la media muestral en la celda D5, la desviación estándar poblacional en la celda D6 y el valor hipotético de la media poblacional en la celda D8. La hoja de cálculo que se presenta en la figura 9.11 se encuentra bajo el nombre Hyp Sigma Known en el disco compacto que viene con el libro.

Media poblacional: σ desconocida

Se ilustra usando el ejemplo presentado en la sección 9.4 de las puntuaciones dadas al aeropuerto de Heathrow. Los datos están en la columna A de la hoja de cálculo de Excel. La desviación estándar poblacional σ no se conoce y será estimada mediante la desviación estándar muestral s . El nivel de significancia es $\alpha = 0.05$. Para probar la hipótesis $H_0: \mu \leq 7$ frente a la hipótesis $H_a: \mu > 7$ se usan los pasos siguientes.

Consulte la figura 9.12 a medida que se describe este procedimiento. La hoja de cálculo que aparece en segundo plano muestra las fórmulas usadas para obtener los resultados en la versión en primer plano de la hoja de cálculo. Los datos se ingresan en las celdas A2:A61. Para usar la plantilla con estos datos son necesarios los pasos siguientes.

- Paso 1.** Ingresar A2:A61 en la fórmula =CONTAR de la celda D4
- Paso 2.** Ingresar A2:A61 en la fórmula =PROMEDIO de la celda D5
- Paso 3.** Ingresar A2:A61 en la fórmula =DESVEST de la celda D6
- Paso 4.** Ingresar el valor hipotético 7 de la media poblacional en la celda D8

Las fórmulas de las celdas restantes proporcionarán automáticamente el error estándar, el valor del estadístico de prueba t , el número de grados de libertad y tres valores- p . Como la hipótesis alternativa ($\mu > 7$) indica que se trata de una prueba de la cola superior, para tomar la decisión de rechazar o no, se usa el valor- p (Upper Tail) de la celda D15. Como el valor- $p = 0.0353 < \alpha = 0.05$, se rechaza la hipótesis nula. Los valores- p de las celdas D14 y D16 se usarían si se tratara de una prueba de hipótesis de la cola inferior o de una prueba de hipótesis de dos colas.

Esta plantilla se usa para los cálculos de pruebas de hipótesis de otras aplicaciones. Por ejemplo, para realizar una prueba de hipótesis con otro conjunto de datos, se ingresan los datos en la columna A de la hoja de cálculo y se modifican Las fórmulas de las celdas D4, D5 y D6 para que correspondan a las celdas en que se encuentran los datos. Para obtener los resultados se ingresa en la celda D8 el valor hipotético de la media poblacional. Si los datos muestrales ya han sido resumidos, no es necesario ingresarlos en la hoja de cálculo. En este caso, para obtener los resultados se ingresa el tamaño de la muestra en la celda D4, la media muestral en la celda D5, la desviación estándar muestral en la celda D6 y el valor hipotético de la media poblacional en la celda D8. La hoja de cálculo que se presenta en la figura 9.12 se encuentra en el archivo con el nombre Hyp Sigma Unknown en el disco compacto que viene con el libro.

Proporción poblacional

Los datos con las respuestas mujer (Female) y hombre (Male) están en la columna A de la hoja de cálculo de Excel. Consulte la figura 9.13 a medida que se describe este procedimiento. La hoja de cálculo que aparece en segundo plano muestra las fórmulas usadas para obtener los resultados que aparecen en la hoja de cálculo que está en primer plano. Los datos están en las celdas A2:A401. Para probar las hipótesis $H_0: p \leq 0.20$ frente a $H_a: p > 0.20$ se usan los pasos siguientes.

- Paso 1.** Ingresar A2:A401 en la fórmula =CONTARA de la celda D3
- Paso 2.** Ingresar Female como respuesta de interés en la celda D4
- Paso 3.** Ingresar A2:A401 en la fórmula =CONTAR.SI de la celda D5
- Paso 4.** Ingresar el valor hipotético 0.20 de la proporción poblacional en la celda D8

Las fórmulas de las celdas restantes proporcionarán automáticamente el error estándar, el valor del estadístico de prueba z y tres valores- p . Como la hipótesis alternativa ($p_0 > 0.20$) indica que



FIGURA 9.12 HOJA DE CÁLCULO DE EXCEL PARA PRUEBAS DE HIPÓTESIS PARA LA MEDIA POBLACIONAL CON σ DESCONOCIDA.

	A	B	C	D	E
1	Rating		Hypothesis Test About a Population Mean		
2	5		With σ Unknown		
3	7				
4	8		Sample Size =COUNT(A2:A61)		
5	7		Sample Mean =AVERAGE(A2:A61)		
6	8		Sample Std. Deviation =STDEV(A2:A61)		
7	8				
8	8		Hypothesized Value 7		
9	7				
10	8		Standard Error =D6/SQRT(D4)		
11	10		Test Statistic t =(D5-D8)/D10		
12	6		Degrees of Freedom =D4-1		
13	7				
14	8		p-value (Lower Tail) =IF(D11<0,TDIST(-D11,D12,1),1-TDIST(D11,D12,1))		
15	8		p-value (Upper Tail) =1-D14		
16	9		p-value (Two Tail) =2*MIN(D14,D15)		
17	7				
59	7		A	B	C
60	7		1	Rating	Hypothesis Test About a Population Mean
61	8		2	5	With σ Unknown
62			3	7	
			4	8	Sample Size 60
			5	7	Sample Mean 7.25
			6	8	Sample Std. Deviation 1.05
			7	8	
			8	8	Hypothesized Value 7
			9	7	
			10	8	Standard Error 0.136
			11	10	Test Statistic t 1.841
			12	6	Degrees of Freedom 59
			13	7	
			14	8	p-value (Lower Tail) 0.9647
			15	8	p-value (Upper Tail) 0.0353
			16	9	p-value (Two Tail) 0.0706
			17	7	
			59	7	
			60	7	
			61	8	
			62		

Nota: Los renglones 18 a 48 se encuentran ocultos.

se trata de una prueba de la cola superior, para tomar la decisión de rechazar o no, se usa el valor- p (Upper Tail) de la celda D14. Como el valor- $p = 0.0062 < \alpha = 0.05$, se rechaza la hipótesis nula. Los valores- p de las celdas D13 y D15 se usarían si se tratara de una prueba de hipótesis de la cola inferior o de dos colas.

Esta plantilla se puede usar para los cálculos de pruebas de hipótesis con otras aplicaciones. Por ejemplo, para realizar una prueba de hipótesis con otro conjunto de datos, se ingresan los datos en la columna A de la hoja de cálculo. Se modifican las fórmulas de las celdas D3 y D5 para que correspondan a las celdas en que se encuentran los datos. Para obtener los resultados se ingresa en la celda D4 la respuesta de interés y en la celda D8 el valor hipotético de la proporción

FIGURA 9.13 HOJA DE CÁLCULO DE EXCEL PARA PRUEBAS DE HIPÓTESIS PARA LA PROPORCIÓN POBLACIONAL

	A	B	C	D	E		
1	Golfer		Hypothesis Test About a Population Proportion				
2	Female						
3	Male		Sample Size	=COUNTA(A2:A401)			
4	Female		Response of Interest	Female			
5	Male		Count for Response	=COUNTIF(A2:A401,D4)			
6	Male		Sample Proportion	=D5/D3			
7	Female						
8	Male		Hypothesized Value	0.20			
9	Male						
10	Female		Standard Error	=SQRT(D8*(1-D8)/D3)			
11	Male		Test Statistic z	=D6-D8)/D10			
12	Male						
13	Male		p-value (Lower Tail)	=NORMSDIST(D11)			
14	Male		p-value (Upper Tail)	=1-D13			
15	Male		p-value (Two Tail)	=2*MIN(D13,D14)			
16	Female						
400	Male		A	B	C		
401	Male		1	Golfer	Hypothesis Test About a Population Proportion		
402			2	Female			
			3	Male	Sample Size	400	
			4	Female	Response of Interest	Female	
			5	Male	Count for Response	100	
			6	Male	Sample Proportion	0.2500	
			7	Female			
			8	Male	Hypothesized Value	0.20	
			9	Male			
			10	Female	Standard Error	0.0200	
			11	Male	Test Statistic z	2.50	
			12	Male			
			13	Male	p-value (Lower Tail)	0.9938	
			14	Male	p-value (Upper Tail)	0.0062	
			15	Male	p-value (Two Tail)	0.0124	
			16	Female			
			400	Male			
			401	Male			
			402				

Nota: Los renglones 17 a 399 se encuentran ocultos.

poblacional. Si los datos muestrales ya han sido resumidos, no es necesario ingresarlos en la hoja de cálculo. En este caso, para obtener los resultados se ingresa el tamaño de la muestra en la celda D3, la proporción muestral en la celda D6 y el valor hipotético de la proporción poblacional en la celda D8. La hoja de cálculo que se presenta en la figura 9.13 se encuentra bajo el nombre Hypothesis p en el disco compacto que viene con el libro.