

Corto #13 Cálculo Integral (15 min)

Nombre: Sección A. Carnet: _____

1. Dada $\int_0^2 \left(\int_{x/2}^1 \sin(y^2) dy \right) dx$

- (a) (30 pts.) Gráfique la región delimitada por los límites de integración.
- (b) (40 pts.) Intercambio el orden de los límites de integración.
- (c) (30 pts.) Evalúe la integral.

$\uparrow D: \frac{x}{2} \leq y \leq 1 \quad 0 \leq x \leq 2.$

$x = 2y$

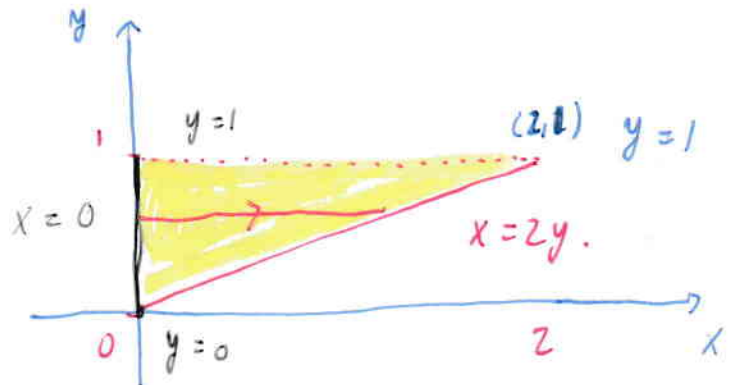
Intercambio el orden

$D: 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq 2y.$

$$\iint_D \sin y^2 dA = \int_0^1 \int_0^{2y} \sin(y^2) dx dy.$$

$$= \int_0^1 \underbrace{\sin(y^2)}_u \underbrace{(2y dy)}_{du}$$

$$= \int_0^1 \sin u du = -\cos u \Big|_0^1 = 1 - \cos 1$$



$$\int_0^{2y} dx = 2y.$$

Corto #13 Cálculo Integral (15 min)

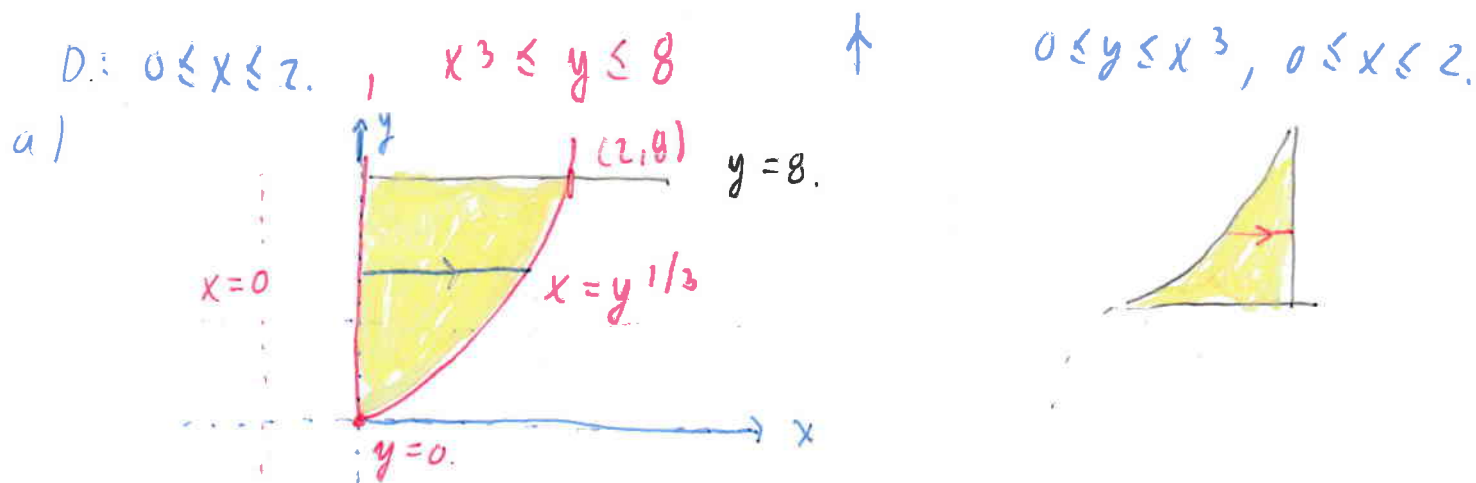
Nombre: Sección B. Carnet: _____

1. Dada $\int_0^2 6 \left(\int_{x^3}^8 \sqrt{1+y^{4/3}} dy \right) dx$

(a) (30 pts.) Gráfique la región delimitada por los límites de integración .

(b) (40 pts.) Intercambie el orden de los límites de integración .

(c) (30 pts.) Evalúe la integral.



b) $D: 0 \leq y \leq 8, \quad 0 \leq x \leq y^{1/3}.$

$$\iint_D 6 \sqrt{1+y^{4/3}} dA = \int_0^8 \int_0^{y^{1/3}} 6 (1+y^{4/3})^{1/2} dx dy.$$

c) $\int_0^{y^{1/3}} dx = y^{1/3}.$

$$I = \int_0^8 6 (1+y^{4/3})^{1/2} y^{1/3} dy.$$

$$u = 1+y^{4/3}$$

$$du = \frac{4}{3} y^{1/3} dy$$

$$u(8) = 1+(2^3)^{4/3} = 1+16 = 17$$

$$u(0) = 1+0 = 1$$

$$I = \int_1^{17} \frac{9}{2} u^{1/2} du = \frac{9}{2} \cdot \frac{2}{3} u^{3/2} \Big|_1^{17} = 3 (17^{3/2} - 1)$$