Curvas de Nivel $f(x,y) = K$. constante.

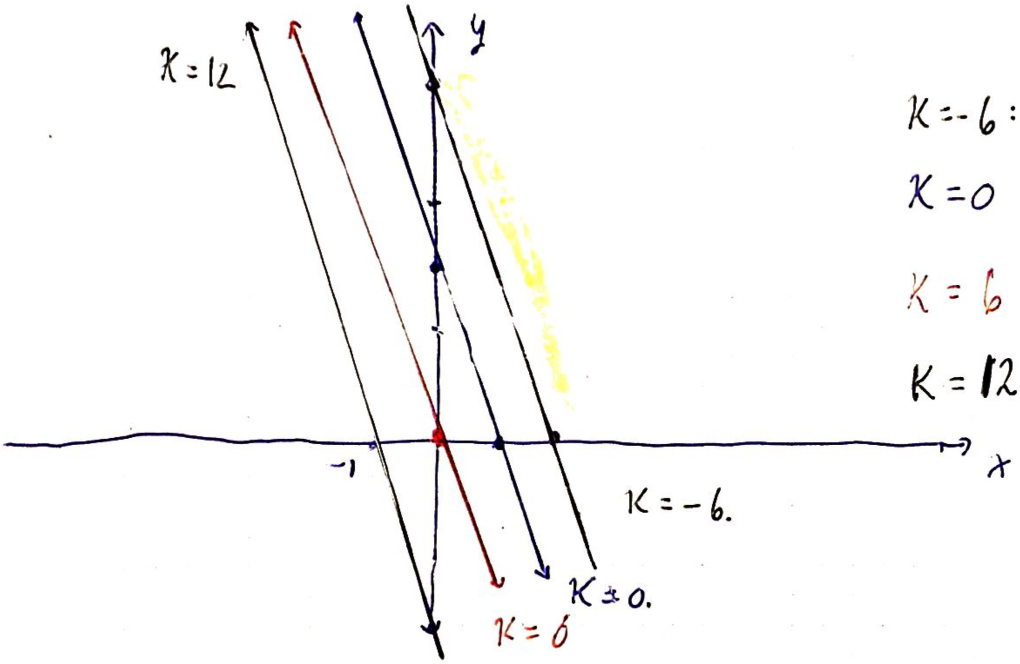
Ejercicio 4: (p84) Identifique y grafique las curvas de nivel $f(x,y)$.

a. $f(x,y) = 6 - 6x - 2y$ para $K = -6, 0, 6, 12$.

Plano

$$6 - 6x - 2y = K.$$
$$6 - K - 6x = 2y.$$
$$\boxed{y = 3 - \frac{K}{2} - 3x}$$

Rectas con pendiente -3 e intercepto-y $3 - \frac{K}{2}$.



$K=-6$: $y = 6 - 3x$

$K=0$ $y = 3 - 3x$.

$K=6$ $y = -3x$

$K=12$ $y = -3 - 3x$

b. $g(x,y) = x^2 + y^2$ $K = 1, 4, 9, 16$.

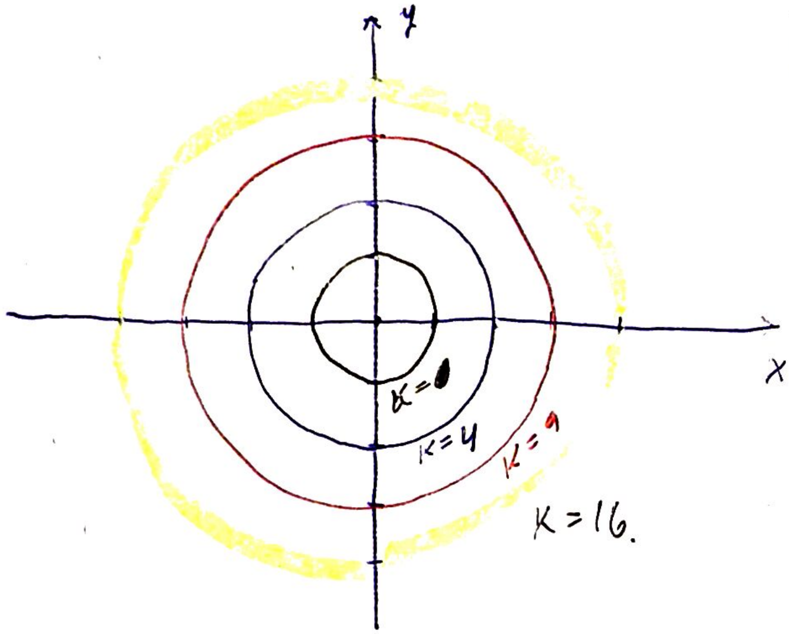
$x^2 + y^2 = K$. circunferencia de radio $\sqrt{K}$

todos están en el origen.

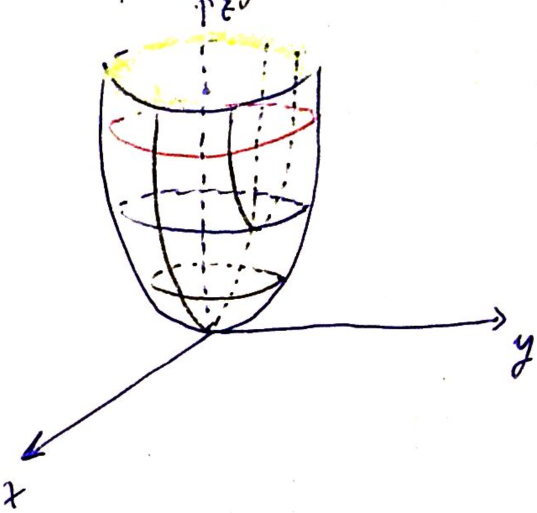
$x^2 + y^2 = 1$

$x^2 + y^2 = 2^2$

$x^2 + y^2 = 3^2$



No tiene curvas de nivel para K negativo.



Paraboloide circular. $z = x^2 + y^2$.

$z = K$ $\quad x^2 + y^2 = K$ círculos.

$x = K$ ó $y = K$ trazas horizontales.

$z = K^2 + y^2$. Parábola.

$z = x^2 + K^2$.

$h(x,y) = \sqrt{y^2 - x^2}$ para $K = 0, 1, 4, 9$.

Dominio: $y^2 - x^2 \geq 0$.

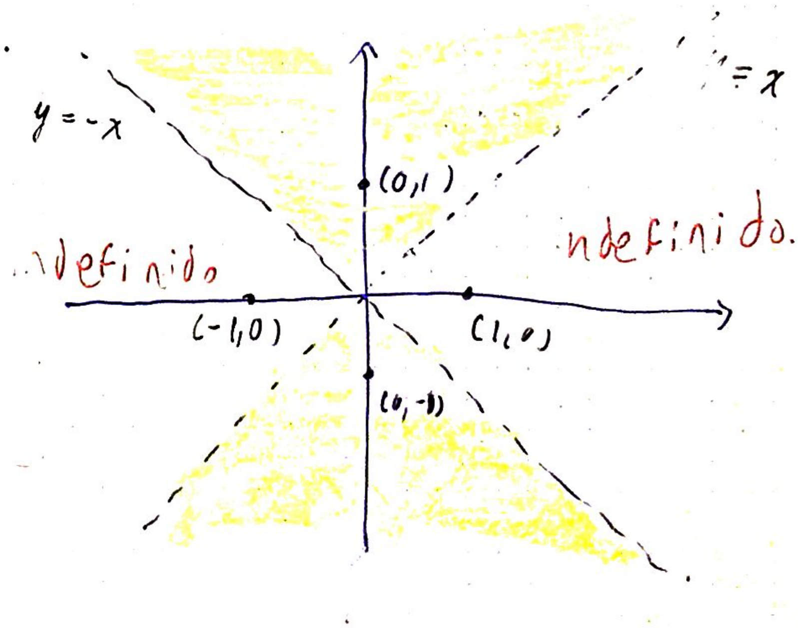
$y^2 \geq x^2$.

$y \geq \pm\sqrt{x^2}$

$y^2 - x^2 = 0$

$y^2 = x^2$.

$y = \pm x$



$\sqrt{y^2 - x^2} = K.$

$y^2 = K^2 + x^2$

$y = \pm\sqrt{K^2 + x^2}$

↳ Dominio $(-\infty, \infty)$ en x

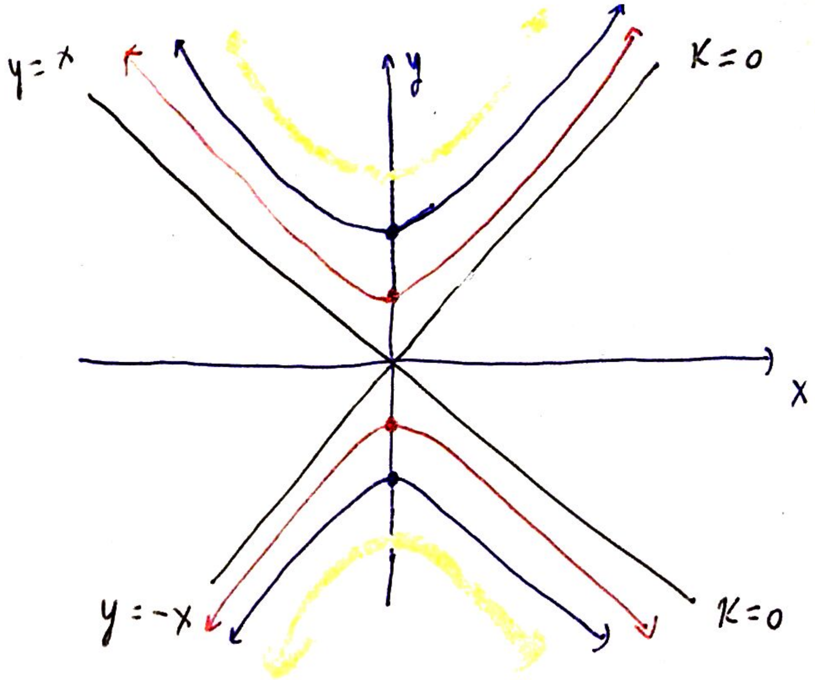
$K = 0: \quad y = \pm x$

$K = 1 \quad y = \pm\sqrt{1 + x^2}$

$y^2 - x^2 = 1.$

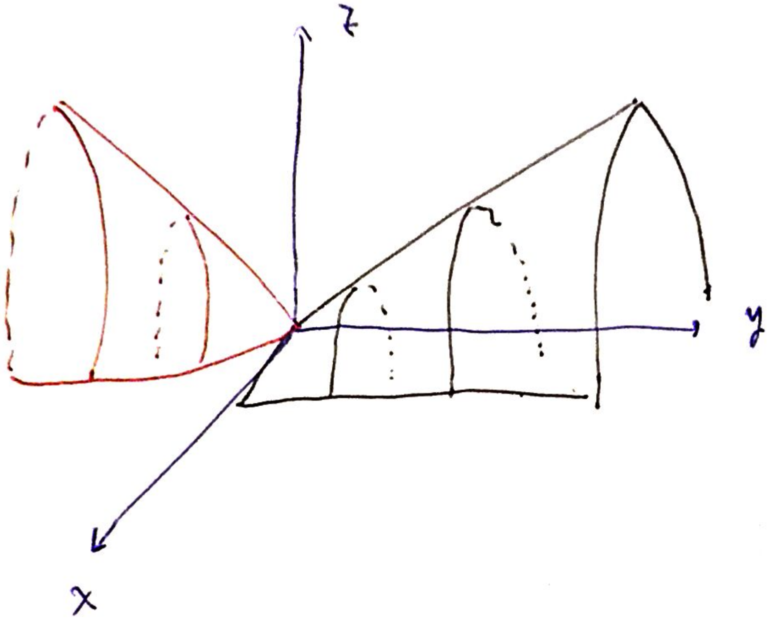
$x = 0: \quad y^2 = 1$

$y = 0: \quad -x^2 = 1$ no es posible



$K = 4: \quad y = \pm\sqrt{4 + x^2}$

$K = 9 \quad y = \pm\sqrt{9 + x^2}$



La superficie $z = \sqrt{y^2 - x^2}$ se observaría aprox así.

Funciones en 3 Variables

independientes x, y, z.

dependiente u ó w.

$$w = f(x, y, z)$$

$$f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}.$$

Dominio: todas las triplas ordenadas (x, y, z) para las cuales $f(x, y, z)$ está definida.

Gráfica del dominio: es un sólido. (entre dos superficies)

Gráfica de $f(x,y,z)$ son hipersuferficies en 4-D.

Funciones en n variables.

$u = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ $\qquad f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$.

Dominio: todas las n-tuplas $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ para las cuales u está definida.

En 3-D: $f(x,y,z) = K$ constante.

superficies de nivel.

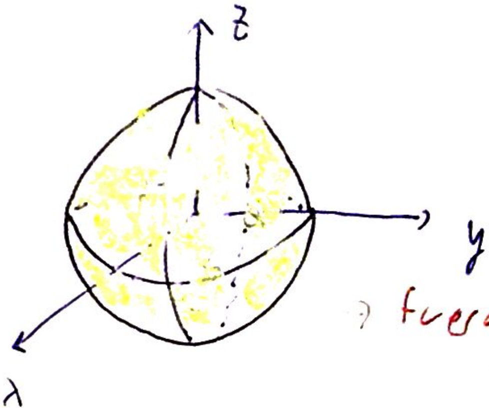
Ejercicio 5: Dominio y superficies de nivel para.

$f(x, y, z) = \sqrt{4 - x^2 - y^2 - z^2}$ evite raíces negativas.

Definida si $4 - x^2 - y^2 - z^2 \geq 0$.

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 4.$$

$x^2+y^2+z^2=4$ una esfera de radio 2.



esfera sólida de radio 2.

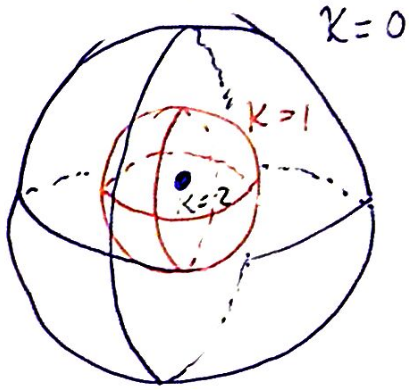
→ fuera de la esfera f se indefine.

curvas de nivel $\sqrt{4-x^2-y^2-z^2}=K.$

$$4-x^2-y^2-z^2=K^2$$

$$x^2+y^2+z^2=4-K^2.$$

Esferas de radio $\sqrt{4-K^2}$



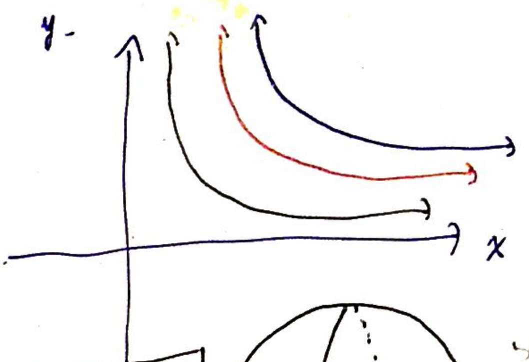
$K=0$ $\quad x^2+y^2+z^2=4$

$K=1$ $\quad x^2+y^2+z^2=3$

$K=2$ $\quad x^2+y^2+z^2=0$

punto $(0,0,0)$

Curvas de nivel siempre son paralelas..

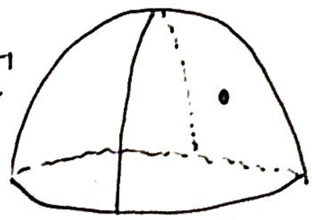


$f(x,y)$ sólo puede tener un valor.

Esfera $z^2+x^2+y^2=1.$

no es una función en 2 variables

$z=\sqrt{r^2-x^2-y^2}$



sí es función.

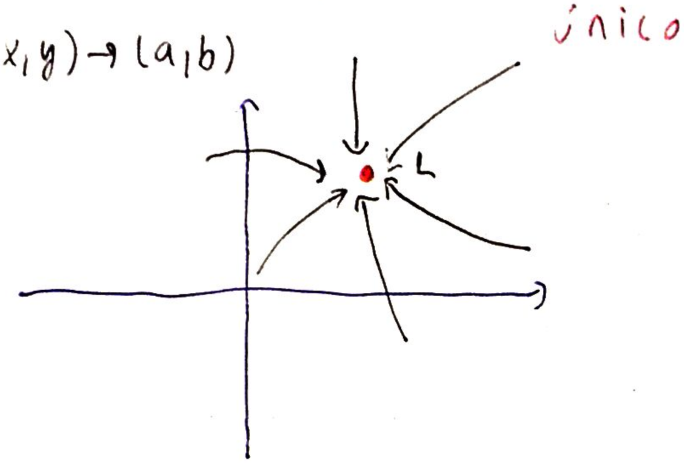
$$z^2=1-x^2-y^2.$$

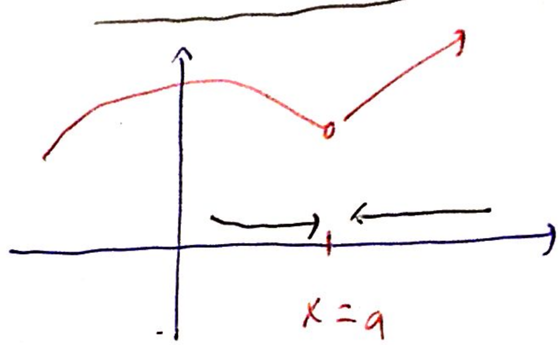
$$z=\pm\sqrt{1-x^2-y^2}$$

1.2 Límite de una función de 2 variables.

$$\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = L.$$

1-D $\lim_{x\to a} f(x) = L.$





Si $f(x,y)$ es una función polinomial, trigonométrica, exponencial, logarítmica, etc y $f(x,y)$ está definida en (a,b) entonces

$$\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = f(a,b).$$

$$\lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{2x+y}{x^2+y^2} = \frac{2(1)+1}{1^2+1^2} = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2x^2+y^2}{x^2+y^2} = \frac{0}{0}$$ indeterminado.
no se puede usar LH

$y=0$ $\quad \lim_{(x,0)\to(0,0)} \frac{2x^2}{x^2} = 2.$

$x=0$: $\quad \lim_{(0,y)\to(0,0)} \frac{y^2}{y^2} = 1$

no existe.

$y=x$ $\quad \lim_{(x,x)\to(0,0)} \frac{2x^2+x^2}{x^2+x^2} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{3x^2}{2x^2} = \frac{3}{2}.$

Continuidad: es una extensión del concepto de continuidad en una variable.

$$\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = f(a,b).$$

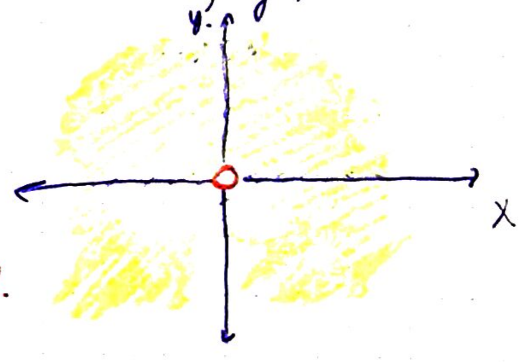
Las funciones exponenciales, polinomiales, logarítmicas, racionales, trigonométricas, etc son continuas en su dominio.

Ejercicio 2: Determine la región donde las sigs. funciones son continuas.

a. $f(x,y) = \dfrac{2xy+1}{x^2+y^2}$ Es continua en todo su dominio.

Definida cuando $x^2+y^2 \neq 0$. $x \neq 0,\ y \neq 0$.

Continua en $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$.



$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2xy+1}{x^2+y^2} = \frac{1}{0}$$ no existe.

b. $h(x,y) = \dfrac{1}{y^2-9x^2}$

Definida cuando $y^2 \neq 9x^2$

$\sqrt{9x^2} = \pm 3x$ $\qquad y = 3x$ ó $y = -3x$

$D: \mathbb{R}^2 - \{y = \pm 3x\}$

Enfoque funciones 2 variables.

a. Dominio y continuidad "prácticamente intercambiables"

b. curvas de nivel $f(x,y) = K$.

No hay enfoque

- Gráficas de $f(x,y)$
- límites de $f(x,y)$
- Superficies de Nivel.