APÉNDICE MATEMÁTICO

En este apéndice repasaremos brevemente algunos de los conceptos matemáticos utilizados en este libro, con el fin de recordar las definiciones de algunos términos. No pretende ser, desde luego, un texto de matemáticas, por lo que las definiciones expuestas no serán, por lo general, las más rigurosas sino las más sencillas.

A.1 Funciones

Una **función** es una regla que describe una relación entre números. Asigna a cada número x un *único* número y de acuerdo con una determinada regla. Por lo tanto, puede indicarse describiendo la regla; por ejemplo, "tómese un número y elévese al cuadrado" o "tómese un número y multiplíquelo por 2", etc. Estas funciones se expresan de la forma siguiente: $y = x^2$, $y = 2x$. Las funciones se denominan algunas veces **transformaciones**.

Cuando quiere indicarse que una variable y depende de otra, x, pero no se conoce la relación algebraica específica que existe entre las dos, se escribe $y = f(x)$ y se dice que la variable y depende de x de acuerdo con la regla f.

Dada una función $y = f(x)$, el número x suele llamarse **variable independiente** y el número y **variable dependiente**, en el sentido de que x varía independientemente, pero el valor de y *depende* del valor de x.

Muchas veces una variable y depende de varias, x_1, x_2, etc.; en ese caso, escribimos $y = f(x_1, x_2)$ para indicar que ambas variables determinan conjuntamente el valor de y.

A.2 Gráficos

Un **gráfico** de una función representa gráficamente su conducta. La figura A.1 muestra dos ejemplos. En matemáticas, la variable independiente suele representarse en el eje de abscisas y la dependiente en el de ordenadas. En ese caso, el gráfico indica la relación entre la variable independiente y la dependiente.

Sin embargo, en economía es frecuente representar las funciones colocando la variable independiente en el eje de ordenadas y la dependiente en el de abscisas. Por ejemplo, las funciones de demanda suelen representarse colocando el precio en el eje de ordenadas y la cantidad demandada en el de abscisas.

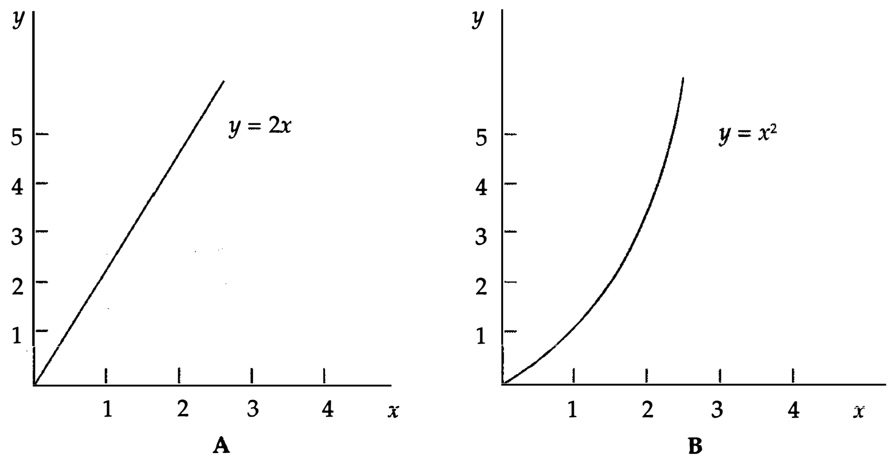

Figura A.1. Gráficos de funciones. La parte A representa el gráfico de $y = 2x$ y la B el gráfico de $y = x^2$.

A.3 Propiedades de las funciones

Una **función continua** es aquella que puede trazarse sin levantar el lápiz del papel: no hay ningún salto. Una **función lisa** es aquella que no tiene vértices ni esquinas. Una **función monótona** es aquella que siempre es creciente (en este caso se dice que es **monótonamente creciente**) o decreciente (en este caso se dice que es **monótonamente decreciente**).

A.4 Funciones inversas

Recuérdese que una función tiene la propiedad de que a cada valor de x le corresponde un único valor de y y que una función monótona es aquella que siempre es creciente o decreciente. Eso significa que en una función monótona, a cada valor de y le corresponde un único valor de x.

La función que relaciona la x y la y de esta forma se llama **función inversa.** Si se nos da y en función de x, podemos calcular la función inversa despejando x en función de y. Si $y = 2x$, la función inversa es $x = y/2$. Si $y = x^2$, no hay una función inversa; dada cualquier y, tanto $x = +\sqrt{y}$ como $x = -\sqrt{y}$ tienen la propiedad de que su raíz cuadrada es igual a y. Por lo tanto, a cada valor de y le corresponde *más* de un valor de x, en contra de lo que exige la definición de la función.

A.5 Ecuaciones e identidades

Una **ecuación** pregunta en qué casos una función es igual a un determinado número. He aquí algunos ejemplos.

$$2x = 8$$
$$x^2 = 9$$
$$f(x) = 0.$$

La **solución** de una ecuación es el valor de x que satisface la ecuación. La primera tiene una solución $x = 4$. La segunda tiene dos soluciones, $x = 3$ y $x = -3$. La tercera es una ecuación general. No conocemos su solución hasta que no sabemos cuál es la regla representada por f, pero podemos denominarla x^*. Eso significa simplemente que x^* es un número tal que $f(x^*) = 0$. Decimos que x^* **satisface** la ecuación $f(x) = 0$.

Una **identidad** es una relación entre variables que se cumple *cualesquiera* que sean los valores de dichas variables. He aquí algunos ejemplos:

$$(x + y)^2 \equiv x^2 + 2xy + y^2$$
$$2(x + 1) \equiv 2x + 2.$$

El símbolo especial $\equiv$ significa que el primer miembro y el segundo son iguales *cualesquiera* que sean los valores de las variables. Una ecuación sólo se cumple en el caso de algunos valores de las variables, mientras que una identidad se cumple en el caso de todos. Muchas veces una identidad es verdadera por definición.

A.6 Funciones lineales

Una **función lineal** tiene la siguiente forma:

$$y = ax + b,$$

donde a y b son constantes. He aquí algunos ejemplos:

$$y = 2x + 3$$
$$y = x - 99.$$

Estrictamente hablando, una función de la forma $y = ax + b$ debe llamarse **función afín,** y sólo las funciones de la forma $y = ax$ deben llamarse funciones lineales. Sin embargo, no insistiremos en esta distinción.

Las funciones lineales también pueden expresarse implícitamente de la manera siguiente: $ax + by = c$. En ese caso, a menudo se despeja y en función de x para que tenga la forma habitual:

$$y = \frac{c}{b} - \frac{a}{b}x.$$

A.7 Variaciones y tasas de variación

La notación Δx quiere decir "la variación de x". *No* significa el producto de Δ por x. Si x varía de x^* a x^{**}, la variación de x es:

$$\Delta x = x^{**} - x^*.$$

Esta expresión también puede formularse de la manera siguiente:

$$x^{**} = x^* + \Delta x$$

para indicar que x^{**} es x^* más una variación de x.

Normalmente, Δx representa una *pequeña* variación de x. A veces se expresa diciendo que Δx representa una **variación marginal**.

Una **tasa de variación** es el cociente entre dos variaciones. Si y es una función de x que viene dada por $y = f(x)$, la tasa de variación de y con respecto a x se representa de la forma siguiente:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

La tasa de variación mide la variación que experimenta y cuando varía x.

Una función lineal tiene la propiedad de que la tasa de variación de y con respecto a x es constante. Para demostrarlo, obsérvese que si $y = a + bx$, entonces

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{a + b(x + \Delta x) - a - bx}{\Delta x} = \frac{b\Delta x}{\Delta x} = b.$$

Cuando las funciones no son lineales, la tasa de variación de la función depende del valor de x. Consideremos, por ejemplo, la función $y = x^2$. En esta función,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(x + \Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \frac{x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = 2x + \Delta x.$$

En esta expresión, la tasa de variación de x a $x + \Delta x$ depende del valor de x y de la magnitud de la variación, Δx. Pero si las variaciones de x son muy pequeñas, Δx tiende a cero, por lo que la tasa de variación de y con respecto a x es aproximadamente $2x$.

A.8 Pendientes y coordenadas en el origen

La tasa de variación de una función puede interpretarse gráficamente como la **pendiente** de dicha función. La figura A.2A representa la función lineal $y = -2x + 4$. Su **ordenada en el origen** es el valor de y cuando $x = 0$, que es $y = 4$. Su **abscisa en el origen** es el valor de x cuando $y = 0$, que es $x = 2$. Su pendiente de la función es la tasa de variación que experimenta y cuando varía x. En este caso, es –2.

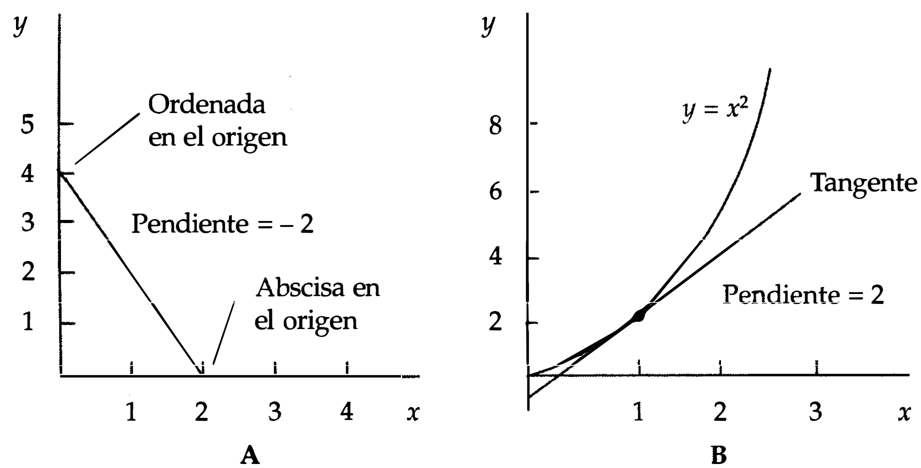

Figura A.2. Pendientes y coordenadas en el origen. La parte A representa la función $y = -2x + 4$ y la B la función $y = x^2$.

Generalmente, si una función lineal tiene la forma $y = ax + b$, la ordenada en el origen será $y^* = b$ y la abscisa en el origen, $x^* = -b/a$. Si una función lineal se expresa de la forma siguiente:

$$a_1x_1 + a_2x_2 = c,$$

la abscisa en el origen es el valor de x_1 cuando $x_2 = 0$, que es $x_1^* = c/a_1$ y la ordenada en el origen se da cuando $x_1 = 0$, lo que significa que $x_2^* = c/a_2$. La pendiente de esta función es $-a_1/a_2$.

Una función no lineal tiene la propiedad de que su pendiente varía cuando varía x. Una **tangente** de una función en el punto x es una función lineal que tiene la misma pendiente. La figura A.2B representa la función x^2 y la tangente en $x = 1$.

Si y aumenta siempre que aumenta x, Δy siempre tendrá el mismo signo que Δx, por lo que la pendiente de la función será positiva. Si, en cambio, y disminuye cuando aumenta x o aumenta cuando disminuye x, Δy y Δx tendrán signos opuestos, por lo que la pendiente de la función será negativa.

A.9 Valores absolutos y logaritmos

El **valor absoluto** de un número es una función $f(x)$ definida por la regla siguiente:

$$f(x) = \begin{cases} x \text{ si } x \geq 0 \\ -x \text{ si } x < 0. \end{cases}$$

Por lo tanto, el valor absoluto de un número puede hallarse eliminando su signo. La función del valor absoluto suele representarse de la forma siguiente: $|x|$.

El **logaritmo** (neperiano) de x describe una función específica de x, que se expresa mediante $y = \ln x$ o $y = \ln(x)$. La función logarítmica es la única que tiene las propiedades

$$\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$$

para todos los números positivos x e y y

$$\ln(e) = 1.$$

En esta última ecuación, e es la base de los logaritmos neperianos que es igual a 2,7183... Verbalmente, el logaritmo del producto de dos números es igual a la suma de los logaritmos. Esta propiedad implica otra importante propiedad de los logaritmos:

$$\ln(x^y) + y\ln(x),$$

que indica que el logaritmo de x elevado a la potencia y es igual a y multiplicado por el logaritmo de x.

A.10 Derivadas

La **derivada** de la función $y = f(x)$ se define de la forma siguiente:

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

Verbalmente, es el límite de la tasa de variación de y con respecto a x cuando la variación de x tiende a cero. La derivada da un significado preciso a la expresión "la tasa de variación de y con respecto a x en el caso de variaciones pequeñas de x". La derivada de $f(x)$ con respecto a x también puede expresarse de la forma siguiente: $f'(x)$.

Ya hemos visto que la tasa de variación de la función lineal $y = ax + b$ es constante. Así, en el caso de esta función lineal,

$$\frac{df(x)}{dx} = a.$$

Cuando una función no es lineal, la tasa de variación de y con respecto a x suele depender de x. Hemos visto que en el caso en que $f(x) = x^2$, $\Delta y/\Delta x = 2x + \Delta x$. Aplicando la definición de la derivada:

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} 2x + \Delta x = 2x.$$

Por lo tanto, la derivada de x^2 con respecto a x es $2x$.

Puede demostrarse mediante métodos más avanzados que si $y = \ln x$, entonces

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{1}{x}.$$

A.11 Derivadas segundas

La **derivada segunda** de una función es la derivada de la derivada de esa función. Si $y = f(x)$, la derivada segunda de $f(x)$ con respecto a x se expresa de la forma siguiente: $d^2f(x)/dx^2$ o $f''(x)$. Sabemos que

$$\frac{d(2x)}{dx} = 2$$
$$\frac{d(x^2)}{dx} = 2x.$$

Por lo tanto,

$$\frac{d^2(2x)}{dx^2} = \frac{d(2)}{dx} = 0$$
$$\frac{d^2(x^2)}{dx^2} = \frac{d(2x)}{dx} = 2.$$

La derivada segunda mide la curvatura de una función. Una función que tiene una derivada segunda negativa en algún punto es cóncava cerca de ese punto; su pendiente es decreciente. Una función que tiene una derivada segunda positiva en un punto es convexa cerca de ese punto; su pendiente es creciente. Una función que tiene una derivada segunda cero en un punto, es horizontal cerca de ese punto.

A.12 La regla del producto y la regla de la cadena

Sean $g(x)$ y $h(x)$ dos funciones de x y $f(x)$ la función que representa su producto: $f(x) = g(x)h(x)$. En ese caso, la derivada de $f(x)$ es

$$\frac{df(x)}{dx} = g(x)\frac{dh(x)}{dx} + h(x)\frac{dg(x)}{dx}.$$

Dadas dos funciones $y = g(x)$ y $z = h(y)$, la **función compuesta** es:

$$f(x) = h(g(x)).$$

Por ejemplo, si $g(x) = x^2$ y $h(y) = 2y + 3$, la función compuesta es:

$$f(x) = 2x^2 + 3.$$

La **regla de la cadena** afirma que la derivada de una función compuesta, $f(x)$, con respecto a x, es:

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{dh(y)}{dy}\frac{dg(x)}{dx}.$$

En nuestro ejemplo, $dh(y)/dy = 2$ y $dg(x)/dx = 2x$, por lo que la regla de la cadena indica que $df(x)/dx = 2 \times 2x = 4x$. Mediante el cálculo directo se verifica que ésta es la derivada de la función $f(x) = 2x^2 + 3$.

A.13 Derivadas parciales

Supongamos que y depende tanto de x_1 como de x_2, de tal manera que $y = f(x_1, x_2)$. En ese caso, la **derivada parcial** de $f(x_1, x_2)$ con respecto a x_1 se define de la forma siguiente:

$$\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = \lim_{\Delta x_1 \to 0} \frac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_1}.$$

La derivada parcial de $f(x_1, x_2)$ con respecto a x_1 es la derivada de la función con respecto a x_1 *manteniendo fijo* x_2. Del mismo modo, la derivada parcial con respecto a x_2 es:

$$\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = \lim_{\Delta x_2 \to 0} \frac{f(x_1, x_2 + \Delta x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_2}.$$

Las derivadas parciales tienen exactamente las mismas propiedades que las ordinarias; sólo varía el nombre para proteger a los inocentes (es decir, a las personas que no han visto el símbolo ∂).

En particular, las derivadas parciales obedecen la regla de la cadena, pero con una complicación adicional. Supongamos que tanto x_1 como x_2 dependen de la variable t y definamos la función $g(t)$ de la forma siguiente:

$$g(t) = f(x_1(t), x_2(t)).$$

En ese caso, la derivada de $g(t)$ con respecto a t es:

$$\frac{dg(t)}{dt} = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1}\frac{dx_1(t)}{dt} + \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2}\frac{dx_2(t)}{dt}.$$

Cuando varía t, afecta tanto a $x_1(t)$ como a $x_2(t)$. Por lo tanto, necesitamos calcular la derivada de $f(x_1, x_2)$ con respecto a cada una de esas variaciones.

A.14 La optimización

Si $y = f(x)$, $f(x)$ alcanza un **máximo** en x^* si $f(x^*) \geq f(x)$, cualquiera que sea x. Puede demostrarse que si $f(x)$ es una función lisa que alcanza su máximo en x^*, entonces

$$\frac{df(x^*)}{dx} = 0$$

$$\frac{d^2f(x^*)}{dx^2} \leq 0.$$

Estas expresiones se denominan **condición de primer orden** y **condición de segundo orden** de un máximo. La condición de primer orden indica que la función es horizontal en x^* y la de segundo orden indica que es cóncava cerca de x^*. Es evidente que las dos propiedades se cumplen si x^* es un máximo.

Decimos que $f(x)$ alcanza su valor **mínimo** en x^* si $f(x^*) \leq f(x)$, cualquiera que sea el valor de x. Si $f(x)$ es una función lisa que alcanza su mínimo en x^*, entonces

$$\frac{df(x^*)}{dx} = 0$$

$$\frac{d^2f(x^*)}{dx^2} \geq 0.$$

La condición de primer orden afirma de nuevo que la función es horizontal en x^*, mientras que ahora la condición de segundo orden afirma que es convexa cerca de x^*.

Si $y = f(x_1, x_2)$ es una función lisa que alcanza su máximo o su mínimo en el punto (x_1^*, x_2^*) debemos satisfacer las siguientes condiciones:

$$\frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} = 0.$$

Éstas se llaman **condiciones de primer orden.** Este problema también tiene condiciones de segundo orden, pero son más difíciles de describir.

A.15 La optimización sujeta a restricciones

Muchas veces es necesario analizar el máximo o el mínimo de una función sujeta a restricciones en cuanto a los valores de (x_1, x_2). La notación

$$\max_{x_1, x_2} f(x_1, x_2)$$

$$\text{sujeta a } g(x_1, x_2) = c$$

significa:

hállese x_1^* y x_2^* tales que $f(x_1^*, x_2^*) \geq f(x_1, x_2)$ para todos los valores de x_1 y x_2 que satisfacen la ecuación $g(x_1, x_2) = c$.

La función $f(x_1, x_2)$ se llama **función objetivo** y la ecuación $g(x_1, x_2) = c$, **restricción.** En el apéndice del capítulo 5 se explica cómo se resuelve este tipo de problema de maximización sujeto a restricciones.

RESPUESTAS

1 El mercado

1.1. Sería constante en 50.000 pesetas hasta 25 apartamentos y después descendería a 20.000.

1.2. En el primer caso, 50.000 pesetas y en el segundo, 20.000. En el tercero, el precio de equilibrio sería cualquier precio situado entre 20.000 y 50.000.

1.3. Porque si queremos alquilar un apartamento más, tenemos que ofrecer un precio más bajo. El número de personas que tienen precios de reserva mayores que p siempre debe aumentar cuando disminuye p.

1.4. El precio de los apartamentos del círculo interior subiría, ya que la demanda de apartamentos no variaría, pero la oferta disminuiría.

1.5. El precio de los apartamentos del círculo interior subiría.

1.6. Un impuesto reduciría indudablemente el número de apartamentos ofrecidos a largo plazo.

1.7. Fijaría un precio de 25 y alquilaría 50 apartamentos. En el segundo caso, alquilaría los 40 apartamentos al precio máximo que soportara el mercado. Este precio se obtendría resolviendo la siguiente ecuación: $D(p) = 100 - 2p = 40$, lo que daría como resultado $p^* = 30$.

1.8. Todo el que tuviera un precio de reserva superior al de equilibrio en el mercado competitivo, por lo que el resultado final sería eficiente en el sentido de Pareto (naturalmente, a largo plazo probablemente se construirían menos apartamentos, lo que daría lugar a otra ineficiencia).

2 La restricción presupuestaria

2.1. La nueva recta presupuestaria es $2p_1x_1 + 8p_2x_2 = 4m$.

2.2. La ordenada en el origen (en el eje de x_2) disminuye y la abscisa en el origen (en el eje de x_1) no varía. Por lo tanto, la recta presupuestaria se vuelve más horizontal.

2.3. Más horizontal. La pendiente es $-2p_1/3p_2$.

2.4. El bien cuyo precio se fija en 1; los precios de todos los demás se miden en relación con el del numerario.

2.5. Un impuesto de 8 pesetas el litro.

2.6. $(p_1 + t)x_1 + (p_2 - s)x_2 = m - u$.

2.7. Sí, ya que todas las cestas que podía adquirir el consumidor antes están a su alcance a los nuevos precios y con la nueva renta.

3 Las preferencias

3.1. No. Podría ocurrir que el consumidor fuera indiferente entre las dos cestas. Lo único que podemos concluir es que $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$.

3.2. Sí, en ambos casos.

3.3. Es transitiva, pero no completa: dos personas podrían tener la misma altura. No es reflexiva, ya que es falso que una persona sea estrictamente más alta que ella misma.

3.4. Es transitiva, pero no es completa. ¿Qué ocurriría si A fuera más alto, pero más lento que B? ¿Cuál preferiría?

3.5. Sí. Una curva de indiferencia puede cortarse a sí misma; lo que no puede es cortar a otra curva de indiferencia distinta.

3.6. No, porque hay cestas en la curva de indiferencia que tienen estrictamente una mayor cantidad de los dos bienes que otras de la (supuesta) curva de indiferencia.

3.7. Negativa. Si le damos al consumidor más anchoas, empeoraremos su bienestar, por lo que tendremos que quitarle algún salchichón para que vuelva a su curva de indiferencia. En este caso, la dirección en la que aumenta la utilidad es hacia el origen.

3.8. Porque el consumidor prefiere débilmente la media ponderada de las dos cestas a cualquiera de las dos.

3.9. Si renunciara a 1 billete de 5.000 pesetas, ¿cuántos billetes de 1.000 necesitaría para compensarle? Cinco. Por consiguiente, la respuesta es –5 o –1/5, dependiendo de qué bien se mida en el eje horizontal.

3.10. Cero: si le quitamos al consumidor algo del bien 1, éste necesita cero unidades del bien 2 para compensarlo por la pérdida.

3.11. Anchoas y mermelada, whisky y aceite de ricino y demás combinaciones repulsivas parecidas.

4 La utilidad

4.1. La función $f(u) = u^2$ es una transformación monótona cuando u es positivo, pero no cuando es negativo.

4.2. (1) Sí. (2) No (sólo si v es positivo). (3) No (sólo si v es negativo). (4) Sí (sólo se define para valores de v positivos). (5) Sí. (6) No. (7) Sí. (8) No.

4.3. Suponga que la diagonal cortara a una curva de indiferencia dada en dos puntos, por ejemplo, (x, x) e (y, y). En ese caso, o $x > y$ o $y > x$, lo que significa que una de las cestas tiene una mayor cantidad de los dos bienes. Pero si las preferencias son monótonas, tendría que preferirse una de las cestas a la otra.

4.4. Las dos representan sustitutivos perfectos.

4.5. Preferencias cuasilineales. Sí.

4.6. La función de utilidad representa preferencias Cobb-Douglas. No. Sí.

4.7. Debido a que la RMS se mide *a lo largo* de una curva de indiferencia y la utilidad permanece constante a lo largo de una curva de indiferencia.

5 La elección

5.1. $x_2 = 0$ cuando $p_2 > p_1$, $x_2 = m/p_2$ cuando $p_2 < p_1$ y cualquier cantidad comprendida entre 0 y m/p_2 cuando $p_1 = p_2$.

5.2. La elección óptima será $x_1 = m/p_1$ y $x_2 = 0$ si $p_1/p_2 < b$, $x_1 = 0$ y $x_2 = m/p_2$ si $p_1/p_2 > b$ y cualquier cantidad situada en la recta presupuestaria si $p_1/p_2 = b$.

5.3. Sea z el número de tazas de café que compra el consumidor. En ese caso, sabemos que $2z$ es el número de cucharadas de azúcar que compra. Debe satisfacer la siguiente restricción presupuestaria:

$$2p_1z + p_2z = m.$$

Despejando z, tenemos que

$$z = \frac{m}{2p_1 + p_2}.$$

5.4. Sabemos que consumirá sólo helado o sólo aceitunas. Por lo tanto, las dos elecciones correspondientes a las cestas óptimas de consumo serán $x_1 = m/p_1$, $x_2 = 0$ o $x_1 = 0$, $x_2 = m/p_2$.

5.5. Ésta es una función de utilidad Cobb-Douglas, por lo que gastará 4/(1 + 4) = 4/5 de su renta en el bien 2.

5.6. En el caso de las preferencias que tienen vértices, como las correspondientes a los complementarios perfectos, en el que la variación del precio no provoca ninguna variación de la demanda.

6 La demanda

6.1. No. Si aumenta su renta y la gasta toda, debe comprar una mayor cantidad, al menos, de un bien.

6.2. La función de utilidad de los sustitutivos perfectos es $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Por lo tanto, si $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$, tenemos que $x_1 + x_2 > y_1 + y_2$, de lo que se deduce que $tx_1 + tx_2 > ty_1 + ty_2$, por lo que $u(tx_1, tx_2) > u(ty_1, ty_2)$.

6.3. La función de utilidad Cobb-Douglas tiene la propiedad de que

$$u(tx_1, tx_2) = (tx_1)^a(tx_2)^{1-a} = t^a t^{1-a} x_1^a x_2^{1-a} = tx_1^a x_2^{1-a} = tu(x_1, x_2).$$

Por lo tanto, si $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$, sabemos que $u(tx_1, tx_2) > u(ty_1, ty_2)$, por lo que las preferencias Cobb-Douglas son, de hecho, homotéticas.

6.4. La curva de demanda.

6.5. No. Las preferencias cóncavas sólo pueden dar lugar a cestas óptimas de consumo en las que no se consume uno de los bienes.

6.6. Sabemos que $x_1 = m/(p_1 + p_2)$. Despejando p_1 en función de las demás variables, tenemos que

$$p_1 = \frac{m}{x_1} - p_2.$$

7 Las preferencias reveladas

7.1. No. Este consumidor viola el axioma débil de la preferencia revelada, ya que cuando compró (x_1, x_2), podría haber comprado (y_1, y_2), y viceversa. En símbolos.

$$p_1x_1 + p_2x_2 = 1 \times 1 + 2 \times 2 = 5 > 4 = 1 \times 2 + 2 \times 1 = p_1y_1 + p_2y_2$$

y

$$q_1y_1 + q_2y_2 = 2 \times 2 + 1 \times 1 = 5 > 4 = 2 \times 1 + 1 \times 2 = q_1x_1 + q_2x_2 .$$

7.2. Sí. No viola el axioma débil de la preferencia revelada, ya que la cesta Y no era asequible cuando se compró la X, y viceversa.

7.3. Dado que la cesta Y era más cara que la X cuando se compró la X y viceversa, no es posible saber qué cesta se prefiere.

7.4. Una variación de los dos en la misma cuantía. En ese caso, la cesta del año base seguiría siendo óptima.

7.5. Las correspondientes a los complementarios perfectos.

8 La ecuación de Slutsky

8.1. Sí. Para verlo, utilicemos nuestro ejemplo favorito de los lápices rojos y azules. Supongamos que los rojos cuestan 10 pesetas cada uno y los azules 5 y que el consumidor gasta 100 pesetas en lápices. En ese caso, consumiría 20 lápices azules. Si el precio de estos lápices baja a 4 pesetas, consumiría 25, cambio que se debe enteramente al efecto-renta.

8.2. Sí.

8.3. En ese caso, se anularía el efecto-renta. Lo único que quedaría sería el efecto sustitución puro, que automáticamente sería negativo.

8.4. Recibiría tx' en ingresos y devolvería tx, por lo que perdería dinero.

8.5. Dado que su antiguo consumo es alcanzable, los consumidores tendrían que disfrutar al menos del mismo bienestar, debido a que el Estado está devolviéndoles *más* dinero del que están perdiendo como consecuencia de la subida del precio de la gasolina.

9 La compra y la venta

9.1. Sus demandas brutas son (9, 1).

9.2. La cesta $(y_1, y_2) = (3, 5)$ cuesta más que la (4, 4) a los precios actuales. El consumidor no preferiría necesariamente consumir esta cesta, pero es evidente que preferiría tenerla, ya que podría venderla y comprar la que prefiere.

9.3. Por supuesto. Depende de que fuera un comprador neto o un vendedor neto del bien que se ha encarecido.

9.4. Sí, pero sólo si el país se convirtiera en un exportador neto de petróleo.

9.5. La nueva recta presupuestaria se desplazaría hacia afuera y seguiría siendo paralela a la antigua, ya que el aumento del número de horas del día es un efecto-dotación puro.

9.6. La pendiente será positiva.

10 La elección intertemporal

10.1. Según el cuadro 10.1, una peseta valdrá 3 céntimos a un tipo de interés de un 20 por ciento. Por lo tanto, un millón de pesetas valdrá hoy 0,03 × 1.000.000 = 30.000.

10.2. La pendiente de la restricción presupuestaria intertemporal es igual a $-(1 + r)$. Por lo tanto, cuando aumenta r, la pendiente se vuelve más negativa (es decir, la curva se vuelve más inclinada).

10.3. Si los bienes son sustitutivos perfectos, los consumidores sólo comprarán el más barato. En el caso de las compras de alimentos intertemporales, eso significa que sólo comprarán alimentos en un periodo, lo que puede no ser muy realista.

10.4. Para seguir siendo un prestamista después de la variación de los tipos de interés, el consumidor debe elegir un punto que podría haber elegido a los antiguos tipos de interés, pero que no eligió. Por lo tanto, debe disfrutar de un menor bienestar. Si se convierte en un prestatario después de la variación elige un punto que antes no era alcanzable y que no puede compararse con el punto inicial (debido a que éste ya no es asequible con la nueva restricción presupuestaria) y, por lo tanto, no se sabe cómo varía su bienestar.

10.5. Al tipo de interés de 10 por ciento, el valor actual de 10.000 pesetas es 9,091. A un tipo de 5 por ciento, el valor actual es 9,524.

11 Los mercados de activos

11.1. El activo A debe venderse a 11.000/(1 + 0,10) = 10.000 pesetas.

11.2. La tasa de rendimiento es igual a (1.000.000 + 1.000.000)/10.0000.000 = 20%.

11.3. Sabemos que la tasa de rendimiento de los bonos que no están sujetos a impuestos, r, debe ser tal que $(1 - t)r_t = r$, por lo que $(1 - 0{,}40)0{,}10 = 0{,}6 = r$.

11.4. El precio actual debe ser $4.000/(1 + 0{,}10)^{10} = 1.542$ pts.

12 La incertidumbre

12.1. Tenemos que buscar la manera de reducir el consumo en el estado malo y aumentarlo en el estado bueno. Con este fin, deberíamos *vender*, más que comprar seguro de pérdidas.

12.2. Las funciones (a) y (c) tienen la propiedad de la utilidad esperada (son transformaciones afines de las funciones analizadas en el capítulo), mientras que la (b) no.

12.3. Dado que es reacio a correr riesgos, prefiere el valor esperado del juego, 32.500 pesetas, al juego mismo y, por lo tanto, aceptaría el pago único.

12.4. Si el pago es de 32.000 pesetas, la decisión dependerá de la forma de la función de utilidad; no podemos decir nada en general.

12.5. La función sería inicialmente convexa, pero después se volvería cóncava.

12.6. Para asegurarse, los riesgos deben ser independientes. Sin embargo, esto no se cumple en el caso de los daños por inundaciones. Si una vivienda de un barrio resulta dañada por las inundaciones, es probable que también resulten dañadas todas las demás.

13 Los activos inciertos

13.1. Para lograr una varianza de 2 por ciento, necesitaría invertir $x = \sigma_x / \sigma_m = 2/3$ de su riqueza en el activo incierto. De esa manera obtendría la tasa de rendimiento $(2/3)0{,}09 + (1 - 2/3)0{,}06 = 8$ por ciento.

13.2. El precio del riesgo es $(r_m - r_f)/\sigma_m = (9 - 6)/3 = 1$. Es decir, por cada porcentaje adicional de desviación típica, puede obtener un 1 por ciento de rendimiento.

13.3. Según la ecuación del modelo de la fijación del precio de los activos de capital, la acción debe generar una tasa esperada de rendimiento de $r_f + \beta(r_m - r_f) = 0{,}05 + 1{,}5(0{,}10 - 0{,}05) = 0{,}125$, o sea, 12,5 por ciento. La acción debe venderse por su valor actual esperado, que es $10.000/1{,}125 = 8.889$ pesetas.

14 El excedente del consumidor

14.1. Para averiguarlo hay que calcular el área situada debajo de la curva de demanda a la izquierda de la cantidad 6 y dividirla en el área de un triángulo que tenga una base de 6 y una altura de 6 y un rectángulo que tenga una base de 6 y una altura de 4. Aplicando la geometría elemental hallamos que el área del triángulo es 18 y la del rectángulo, 24. Por lo tanto, el excedente bruto del consumidor es 42.

14.2. Cuando el precio es 4, el excedente neto del consumidor es el área de un triángulo que tiene una base de 6 y una altura de 6; es decir, el excedente neto del consumidor es 18. Cuando el precio es 6, el triángulo tiene una base de 4 y una altura de 4, por lo que el área es 8. Por lo tanto, la variación del precio ha reducido el excedente del consumidor en 10 pesetas.

14.3. 100 pesetas. Dado que la demanda del bien discreto no ha variado, lo único que ha ocurrido es que el consumidor ha tenido que reducir en 100 pesetas el gasto realizado en otros bienes.

15 La demanda de mercado

15.1. La curva de demanda inversa es $P(q) = 200 - 2q$.

15.2. La decisión de consumir o no droga podría muy bien ser sensible al precio, por lo que el ajuste de la demanda del mercado en el margen extensivo contribuiría a su elasticidad.

15.3. El ingreso es $I(p) = 12p - 2p^2$, que se maximiza cuando $p = 3$.

15.4. El ingreso es $pD(p) = 100$, independientemente del precio, por lo que todos los precios maximizan el ingreso.

15.5. Verdadero. La media ponderada de las elasticidades-renta debe ser 1, por lo que si un bien tiene una elasticidad-renta *negativa*, el otro debe tener una elasticidad *mayor* que 1 para que la media sea 1.

16 El equilibrio

16.1. La subvención se traslada totalmente a los consumidores si la curva de oferta es horizontal, pero es recibida totalmente por los productores si la curva de oferta es vertical.

16.2. El consumidor.

16.3. En este caso, la curva de demanda de lápices rojos es horizontal al precio p_b, ya que ése es el precio más alto que estarían dispuestos a pagar por un lápiz rojo. Por lo tanto, si se gravan los lápices rojos, los consumidores acabarán pagando p_b por ellos, por lo que el impuesto incidirá totalmente en los productores (si no se vendiera ningún lápiz rojo, podría darse el caso de que el impuesto indujera a los productores a cambiar de negocio).

16.4. En este caso, la curva de oferta de petróleo extranjero es horizontal en 25 dólares. Por lo tanto, el precio que pagan los consumidores debe subir en los 5 dólares del impuesto, por lo que el precio neto que pagan los consumidores se convierte en 30 dólares. Dado que el petróleo extranjero y el nacional son sustitutivos perfectos para los consumidores, los productores nacionales también venderán su petróleo a 30 dólares y obtendrán unos beneficios extraordinarios de 5 dólares por barril.

16.5. Cero. La pérdida irrecuperable de eficiencia mide el valor de la producción perdida. Dado que se ofrece la misma cantidad tanto antes de que se establezca el impuesto como después, no hay ninguna pérdida irrecuperable de eficiencia. En otras palabras, los oferentes están pagando todo el impuesto y todo lo que pagan va a parar al Estado. La cantidad que tendrían que pagar para evitar el impuesto son los ingresos fiscales que recauda el Estado, por lo que éste no impone ninguna carga excesiva.

16.6. Cero.

16.7. Recauda unos ingresos negativos, ya que en este caso tenemos una subvención neta.

17 Las subastas

17.1. Dado que es probable que los coleccionistas tengan su valoración propia de las alfombras y que no les interesen especialmente los valores de los demás, se trata de una subasta de valor privado.

17.2. De acuerdo con el análisis del texto, hay cuatro configuraciones de postores igualmente probables: (800, 800), (800, 1.000), (1.000, 800) y (1.000, 1.000). Con un precio nulo de reserva, las ofertas óptimas son (800, 900, 900, 1.000), por lo que el beneficio esperado es de 900 pesetas. El único candidato a un precio de reserva es 1.000 pesetas, que genera un rendimiento esperado de 3.000/4 = 750 pesetas. Por lo tanto, cero es el precio de reserva que maximiza el beneficio en esta subasta.

17.3. Cada persona debe anotar su oferta de compra; los dos libros se adjudican a los estudiantes con las pujas más altas, pero se les cobra solamente la puja del estudiante que haya hecho la tercera oferta más alta.

17.4. Fue eficiente en el sentido de que adjudicó la licencia a la empresa que más la valoraba. Pero tardó un año en ocurrir eso, lo cual es ineficiente. Una subasta de Vickrey o una subasta inglesa habrían logrado ese mismo resultado más deprisa.

17.5. Se trata de una subasta de valor común, ya que el valor del premio es el mismo para todos los postores. Normalmente, el que gana sobreestima el número de pesetas que hay en el tarro, lo que pone en evidencia la maldición del ganador.

18 La tecnología

18.1. Rendimientos crecientes de escala.

18.2. Rendimientos decrecientes de escala.

18.3. Si $a + b = 1$, tenemos rendimientos constantes de escala; si $a + b < 1$, tenemos rendimientos decrecientes de escala; y si $a + b > 1$, tenemos rendimientos crecientes de escala.

18.4. $4 \times 3 = 12$ unidades.

18.5. Verdadero.

18.6. Sí.

19 La maximización del beneficio

19.1. Disminuirán.

19.2. Aumentarían, ya que la producción se incrementaría más que el coste de los factores.

19.3. Si la empresa tuviera realmente rendimientos decrecientes de escala y dividiera todos los factores por 2, produciría más de la mitad. Por lo tanto, la empresa subdividida obtendría más beneficios que la grande. Éste es uno de los argumentos por los que no es probable que haya rendimientos decrecientes de escala en todos los niveles de producción.

19.4. El jardinero no ha tenido en cuenta los costes de oportunidad. Para tener en cuenta correctamente los verdaderos costes, debe incluir el de su propio tiempo dedicado a la producción de la cosecha, aun cuando no reciba ningún salario explícito.

19.5. No, en general. Considérese, por ejemplo, el caso de la incertidumbre.

19.6. Debe aumentarla.

19.7. El uso de x_1 no varía, por lo que aumentan los beneficios.

19.8. No puede.

20 La minimización de los costes

20.1. Dado que el beneficio es igual al ingreso total menos los costes totales, si una empresa no está minimizando los costes, existe una posibilidad de elevar los beneficios; sin embargo, esto contradice el hecho de que la empresa maximiza los beneficios.

20.2. Aumentar la cantidad que utiliza del factor 1 y disminuir la del factor 2.

20.3. Dado que los factores son sustitutivos perfectos que tienen precios idénticos, a la empresa le dará igual utilizar uno que otro. Por lo tanto, utilizará cualquier cantidad de los factores tal que $x_1 + x_2 = y$.

20.4. La demanda de papel disminuye o se mantiene constante.

20.5. Implica que $\sum_{i=1}^{n} \Delta w_i \Delta x_i \leq 0$, donde $\Delta w_i = w_i^t - w_i^s$ y $\Delta x_i = x_i^t - x_i^s$.

21 Las curvas de costes

21.1. Verdadero, verdadero, falso.

21.2. Produciendo simultáneamente una mayor cantidad en la segunda planta y reduciendo la producción en la primera.

21.3. Falso.

22 La oferta de la empresa

22.1. La curva inversa de oferta es $p = 20y$, por lo que la curva de oferta es $y = p/20$.

22.2. Planteemos $CMe = CM$ para hallar $10y + 1.000/y = 20y$. Resolviendo esta ecuación se llega al resultado $y^* = 10$.

22.3. Despejando p obtenemos $P_s(y) = (y - 100)/20$.

22.4. Cuando el precio es 10, la oferta es 40 y cuando es 20, la oferta es 80. El excedente del productor estará formado por un rectángulo que tiene un área de 10×40 y un triángulo que tiene un área de $1/2 \times 10 \times 40$, lo que nos da una variación total del excedente del productor de 600. Esta variación es igual que la de los beneficios, ya que los costes fijos no varían.

22.5. La curva de oferta es $y = p/2$ cualquiera que sea $p \geq 2$ e $y = 0$ cualquiera que sea $p \leq 2$. Si $p = 2$, a la empresa le es indiferente ofrecer 1 unidad y no ofrecer nada.

22.6. Fundamentalmente técnica (en los modelos más avanzados podría ser de mercado), del mercado, podría ser del mercado o técnica, técnica.

22.7. Que todas las empresas de la industria consideran que el precio está dado.

22.8. Al precio de mercado. Una empresa maximizadora del beneficio elegirá un nivel de producción en el que el coste marginal de producir la última unidad sea igual a su ingreso marginal, que en el caso de la competencia pura es igual al precio de mercado.

22.9. La empresa debe producir una cantidad nula (con o sin costes fijos).

22.10. A corto plazo, si el precio de mercado es mayor que el coste variable medio, la empresa debe producir una cantidad positiva aun cuando pierda dinero, ya que perdería más si no produjera puesto que debería seguir pagando los costes fijos. Sin embargo, a largo plazo, no hay costes fijos y, por lo tanto, cualquier empresa que esté perdiendo dinero puede producir una cantidad nula y perder un máximo de cero pesetas.

22.11. El precio de mercado debe ser igual al coste marginal de producción en todas las empresas de la industria.

23 La oferta de la industria

23.1. Las curvas inversas de oferta son $P_1(y_1) = 10 + y_1$ y $P_2(y_2) = 15 + y_2$. Cuando el precio es inferior a 10, ninguna de las dos empresas ofrece nada. Cuando es 15, entra la empresa 2 en el mercado y cuando es más alto, las dos se encuentran en el mercado. Por lo tanto, el vértice se halla en el precio de 15.

23.2. A corto plazo, los consumidores pagan todo el impuesto. A largo plazo, lo pagan los productores.

23.3. Falso. Sería mejor decir que las tiendas pueden cobrar precios altos porque están en el centro de las ciudades. Como consecuencia de los elevados precios que pueden cobrar, los propietarios de solares pueden cobrar, a su vez, elevados alquileres.

23.4. Verdadero.

23.5. De los beneficios o las pérdidas de las empresas que se encuentran actualmente en la industria.

23.6. Más horizontal.

23.7. No, no lo contradice. Al calcular los costes no hemos tenido en cuenta el coste de la licencia.

24 El monopolio

24.1. No. Un monopolista maximizador del beneficio nunca actuaría en el tramo en el que la demanda de su producto fuera inelástica.

24.2. Primero hallamos la curva de demanda inversa y obtenemos $p(y) = 50 - y/2$. Por lo tanto, el ingreso marginal es $IM(y) = 50 - y$. Igualando este resultado al coste marginal de 2, obtenemos $y = 48$. Para hallar el precio, introducimos esté valor en la función inversa de demanda, $p(48) = 50 - 48/2 = 26$.

24.3. La curva de demanda tiene una elasticidad constante de – 3. Utilizando la fórmula $p[1 + 1/\varepsilon] = CM$, obtenemos $p[1 - 1/3] = 2$, de donde se deduce que $p = 3$. Introduciendo este resultado en la función de demanda hallamos la cantidad producida: $D(3) = 10 \times 3^{-3}$.

24.4. La curva de demanda tiene una elasticidad constante de –1. Por lo tanto, el ingreso marginal es cero en todos los niveles de producción. En consecuencia, nunca puede ser igual al coste marginal.

24.5. Cuando la curva de demanda es lineal, el precio sube la mitad de la variación del impuesto. En este caso, la respuesta es 3 pesetas.

24.6. En este caso, $p = kCM$, donde $k = 1/(1 - 1/3) = 3/2$. Por lo tanto, el precio sube 9 pesetas.

24.7. El precio será el doble del coste marginal.

24.8. Una subvención de un 50 por ciento, por lo que los costes marginales a los que se enfrenta el monopolista son la mitad de los costes marginales reales. De esta forma, el precio será igual al coste marginal del nivel de producción elegido por el monopolista.

24.9. Un monopolista produce donde $p(y) + y\Delta p/\Delta y = CM(y)$. Reordenando, tenemos que $p(y) = CM(y) - y\Delta p/\Delta y$. Dado que la curva de demanda tienen pendiente negativa, sabemos que $\Delta p/\Delta y < 0$, lo que demuestra que $p(y) > CM(y)$.

24.10. Falso. Si gravamos con un impuesto a un monopolista, puede subir el precio de mercado en una cantidad superior, igual o inferior a la del impuesto.

24.11. Tiene que resolver varios: averiguar los verdaderos costes marginales de la empresa, asegurarse de que se servirá a todos los clientes y de que el monopolista no experimentará ninguna pérdida al nuevo nivel de precios y de producción.

24.12. Algunas de ellas son: unos costes fijos elevados y unos costes marginales bajos, una gran escala mínima eficiente en relación con el mercado, facilidad para coludir, etc.

25 La conducta del monopolio

25.1. Sí, si se le permite practicar la discriminación de precios perfecta

25.2. $p_i = \varepsilon_i c/(1 + \varepsilon_i)$ para $i = 1, 2$.

25.3. Si puede practicar la discriminación de precios perfecta, puede extraer todo el excedente de los consumidores; si puede cobrar por entrar, puede hacer lo mismo. Por lo tanto, al monopolio le dará igual utilizar cualquiera de las dos políticas de precios (en la práctica, es mucho más fácil cobrar por entrar que cobrar un precio distinto por cada atracción).

25.4. Se trata de la discriminación de precios de tercer grado. Parece que los administradores de Disneylandia creen que los residentes del sur de California tienen una demanda más elástica que otros visitantes del parque.

26 Los mercados de factores

26.1. Por supuesto. Un monopsonista puede producir cualquiera que sea el nivel de la elasticidad de la oferta.

26.2. Dado que la demanda de trabajo sería inferior a la oferta a ese salario, habría paro.

26.3. Hallamos los precios de equilibrio introduciendo el valor de y en las funciones de demanda. Dado que $p = a - by$, podemos utilizar la solución de y para hallar

$$p = \frac{3a + c}{4}.$$

Dado que $k = a - 2bx$, podemos utilizar la solución de x para hallar

$$k = \frac{a + c}{2}.$$

27 El oligopolio

27.1. En un sistema de equilibrio, cada empresa producirá $(a - c)/3b$, por lo que la producción total de la industria será $2(a - c)/3b$.

27.2. Ninguna. Dado que todas las empresas tienen el mismo coste marginal, no importa cuál de ellas sea la que produzca.

27.3. No, porque una de las opciones del líder del modelo de Stackelberg es elegir el nivel de producción que tendría en el equilibrio de Cournot. Por lo tanto, siempre podrá obtener al menos los mismos beneficios que antes.

27.4. Hemos visto en este capítulo que $p[1 - 1/n\,|\varepsilon|] = CM$. Dado que $CM > 0$ y $p > 0$, $1 - 1/n\,|\varepsilon| > 0$. Reordenando esta desigualdad, obtenemos el resultado.

27.5. Basta con que $f_2(y_1)$ sea más inclinada que $f_1(y_2)$.

27.6. En general no. El precio es igual al coste marginal solamente en la solución de Bertrand.

28 La teoría de los juegos

28.1. El segundo jugador no cooperará si no coopera (por error) el primero. Pero en ese caso la respuesta posterior del primer jugador será no cooperar y cada uno continuará no cooperando en respuesta a la falta de cooperación del otro. Este ejemplo muestra que la estrategia del "ojo por ojo" puede no ser muy buena cuando los jugadores pueden cometer errores en sus actuaciones o en sus percepciones de la actuación del otro.

28.2. Sí y no. Un jugador prefiere elegir una estrategia dominante, independientemente de la que elija el adversario (aun cuando éste elija su propia estrategia dominante). Por lo tanto, si todos utilizan estrategias dominantes, todos siguen una estrategia que es óptima, dada la de sus adversarios, por lo que hay un equilibrio de Nash. Sin embargo, no todos los equilibrios de Nash son equilibrios de estrategias dominantes: véase, por ejemplo, el cuadro 28.2.

28.3. No necesariamente. Sabemos que nuestra estrategia de equilibrio de Nash es la mejor para nosotros, siempre que nuestro adversario esté siguiendo su estrategia de equilibrio de Nash, pero si no es así, quizás exista otra estrategia mejor para nosotros.

28.4. Formalmente, si se permite que los prisioneros se venguen, pueden variar los resultados del juego, lo que puede dar lugar a un resultado eficiente en el sentido de Pareto (piénsese, por ejemplo, en el caso en el que los prisioneros se ponen de acuerdo en que si uno de ellos confiesa el otro lo matará, y supóngase que la muerte tiene una utilidad muy baja).

28.5. La estrategia dominante de equilibrio de Nash es confesar en todas las rondas. Esta estrategia se deduce mediante el mismo proceso de inducción hacia atrás para obtener el caso finito de 10 rondas. La evidencia experimental basada en periodos de tiempo mucho menores parece indicar que los jugadores utilizan raras veces esta estrategia.

28.6. En el equilibrio el jugador B elige izquierda y el A arriba. El B prefiere mover primero, ya que de esa manera obtiene un resultado de 9 en lugar de 1 (obsérvese, sin embargo, que mover primero no siempre es ventajoso en un juego consecutivo; ¿se nos ocurre algún ejemplo?).

29 El intercambio

29.1. Sí. Considérese, por ejemplo, la asignación en la que una persona lo tiene todo. En ese caso, la otra disfruta de un menor bienestar en esta asignación que en una en la que lo tuviera todo.

29.2. No, pues eso significaría que en la asignación supuestamente eficiente en el sentido de Pareto es posible mejorar el bienestar de todo el mundo, lo que contradice el supuesto de la eficiencia en el sentido de Pareto.

29.3. Si conocemos la curva de contrato, cualquier intercambio debe acabar en algún punto de la curva; pero no sabemos dónde.

29.4. Sí, pero no sin empeorar el bienestar de alguna otra persona.

29.5. El valor del exceso de demanda existente en los dos mercados restantes debe sumar cero.

30 La producción

30.1. Si renunciara a 1 kilo de cocos, quedarían libres 60 pesetas de recursos que podrían utilizarse para producir 2 kilos (por valor de 60 pts.) de pescado.

30.2. Una subida del salario daría lugar a una línea isobeneficio más inclinada, lo que implicaría que el nivel maximizador del beneficio de la empresa se encontraría en un punto situado a la izquierda del equilibrio actual y, por lo tanto, que el nivel de demanda de trabajo sería menor. Sin embargo, con esta nueva restricción presupuestaria Robinson desearía ofrecer una cantidad de trabajo diferente de la demandada (¿por qué?) y, por lo tanto, el mercado de trabajo no se encontraría en equilibrio.

30.3. Dados unos pocos supuestos, una economía que se encuentre en una situación de equilibrio competitivo es eficiente en el sentido de Pareto. Generalmente, se reconoce que esto es bueno para una sociedad, ya que implica que no existen posibilidades de mejorar el bienestar de ninguno de sus miembros sin empeorar el de algún otro. Sin embargo, podría ocurrir que la sociedad prefiriera una distribución del bienestar diferente, es decir, que prefiriera mejorar el bienestar de un grupo a expensas de otro.

30.4. Debería producir más pescado. Su relación marginal de sustitución indica que está dispuesto a renunciar a dos cocos a cambio de un pez más. La relación marginal de transformación implica que sólo tiene que renunciar a un coco para obtener un pez más. Por lo tanto, renunciando a un solo coco (incluso pese a estar dispuesto a renunciar a dos), puede tener un pez adicional.

30.5. Ambos tendrán que trabajar 9 horas al día. Si trabajan 6 (Robinson produciendo cocos y Viernes pescando) y se transfieren el uno al otro la mitad de su producción total, pueden obtener el mismo volumen de producción. La reducción del número de horas de trabajo de 9 a 6 diarias se debe a la reordenación de la producción basada en la ventaja comparativa de cada individuo.

31 El bienestar

31.1. El principal defecto es que hay muchas asignaciones que no pueden compararse: no es posible elegir entre dos asignaciones eficientes en el sentido de Pareto.

31.2. Tendría la forma siguiente: $W(u_1, \ldots, u_n) = \max\{u_1, \ldots, u_n\}$.

31.3. Dado que la función de bienestar nietzscheana sólo se preocupa del individuo que disfruta del mayor bienestar, los puntos de bienestar máximo correspondientes a esta asignación implicarían, por lo general, que una persona se llevara todo.

31.4. Supongamos que no es así. En ese caso, cada individuo envidia a algún otro. Elaboremos una lista de quién envidia a quién. La persona A envidia a otra, llamada B. La B envidia, a su vez, a otra llamada C, y así sucesivamente. Pero finalmente nos encontramos con una persona que envidia a otra que está situada antes en la lista. Suponga que el ciclo es: "C envidia a D que envidia a E que envidia a C". En ese caso, consideremos el siguiente trueque: C recibe lo que tiene D, D recibe lo que tiene E y E recibe lo que tiene C. Cada una de las personas del ciclo obtiene la cesta que prefiere y, por lo tanto, disfruta de un mayor bienestar. Pero, en ese caso, la asignación inicial no podía ser eficiente en el sentido de Pareto.

31.5. Primero votamos entre **x** y **z** y después entre la opción ganadora (**z**) y la **y**. Primero emparejamos **x** e **y** y después se vota entre la opción ganadora (**x**) y la **z**. La intransitividad.

32 Las externalidades

32.1. Verdadero. Normalmente, los problemas de eficiencia pueden eliminarse definiendo los derechos de propiedad. Sin embargo, cuando imponemos derechos de propiedad, también imponemos una dotación, que puede tener importantes consecuencias distributivas.

32.2. Falso.

32.3. Venga, los vecinos no son tan malos...

32.4. El Estado podría asignar el número óptimo de derechos de pastoreo. También podría venderlos (pregunta: ¿por cuánto se venderían estos derechos? Pista: pensemos en las rentas). El Estado también podría establecer un impuesto, t, por vaca, tal que $f(v^*)/v^* + t = a$.

33 Derecho y economía

33.1. Es posible. La probabilidad de coger a alguien tirando un envoltorio por la ventanilla debe de ser muy pequeña, de modo que la multa tiene que ser cuantiosa para conseguir un efecto disuasorio.

33.2. Si la víctima recibe una compensación *total* de los costes del accidente, no se sentirá incentivada a cuidar de evitar futuros accidentes.

33.3. Sustituyendo estos datos en la fórmula presentada en el texto, tenemos que $100 = p^* - 3 \times \frac{1}{6}p^*$. Resolviendo esta ecuación, hallamos que $p^* = 200$.

34 La tecnología de la información

34.1. Debería estar dispuesto a pagar hasta 5.000 pesetas puesto que este es el valor actual del beneficio que esperan obtener de un cliente a largo plazo.

34.2. La gente preferirá el programa que tenga más usuarios, porque esto facilita el intercambio de documentos, así como obtener información.

34.3. En este caso, las condiciones de maximización del beneficio son idénticas. Si dos personas comparten un vídeo, el productor duplicaría simplemente el precio y obtendría exactamente los mismos beneficios.

35 Los bienes públicos

35.1. *No* será el valor más alto, sino el *segundo* más alto más una peseta. La persona que esté *dispuesta* a pujar más alto obtendrá el bien, pero sólo tendrá que pagar el precio de la segunda puja más alta más una pequeña cantidad.

35.2. El argumento es parecido al del impuesto de Clarke. Supongamos que puja por encima del verdadero valor que concede al bien. Si fuera de todas maneras el que pujara más alto, no alteraría sus posibilidades de obtener el bien. Si no lo fuera y aumentara su puja lo suficiente para superar al que pujara realmente más alto, recibiría el bien, pero tendría que pagar el precio pujado por esa persona, que es superior al valor que tiene el bien para nosotros. El argumento es similar si puja por debajo del valor que concede al bien.

35.3. La suma de las relaciones marginales de sustitución debe ser igual al coste marginal de provisión del bien público. La suma es $20(= 10 \times 2)$ y el coste marginal, $2x$. Por lo tanto, tenemos la ecuación $2x = 20$, que implica que $x = 10$. Por lo tanto, el número de farolas eficiente en el sentido de Pareto es 10.

36 Información asimétrica

36.1. Dado que, en condiciones de equilibrio, sólo se intercambian los automóviles de baja calidad y hay un excedente de 200 pesetas por transacción, el excedente total creado es $50 \times 200 = 10.000$ pesetas.

36.2. Si los automóviles se asignaran al azar, el excedente medio por transacción sería la disposición media a pagar, 150.300 pesetas, menos la disposición media a vender, 150.000, lo que nos da un excedente medio de 300 por transacción; si se realizan 100 transacciones, obtenemos un excedente total de 30.000 cantidad que es mucho mejor que la solución de mercado.

36.3. Hemos visto en este capítulo que el plan óptimo de incentivos tiene la forma $s(x) = wx + K$. El salario w debe ser igual al producto marginal del trabajador, que en este caso es 1. Se elige la constante K de tal manera que la utilidad del trabajador correspondiente a la elección óptima es $\bar{u} = 0$. La elección óptima de x se encuentra en el punto en el que el producto marginal, 1, es igual al coste marginal, x, por lo que $x^* = 1$. En este punto, el trabajador obtiene una utilidad de $x^* + K - c(x^*) = 1 + K - 1/2 = 1/2 + K$. Dado que ésta debe ser igual a 0, $K = -1/2$.

36.4. Hemos visto en la respuesta anterior que los beneficios correspondientes al nivel óptimo de producción son $1/2$. Dado que $\bar{u} = 0$, el trabajador estaría dispuesto a pagar $1/2$ por alquilar la tecnología.

36.5. Para que el trabajador obtuviera el nivel de utilidad 1, la empresa tendría que darle un pago fijo equivalente a $1/2$.