5. La elección

En este capítulo uniremos el conjunto presupuestario y la teoría de las preferencias para examinar la elección óptima de los consumidores. Hemos afirmado que según el modelo de la elección económica del consumidor, los individuos eligen la mejor cesta que pueden adquirir. Ahora ya podemos expresar esta idea con términos que suenan más profesionales diciendo que "los consumidores eligen la cesta que prefieren de su conjunto presupuestario".

5.1 La elección óptima

La figura 5.1 muestra un caso representativo. Contiene un conjunto presupuestario y algunas de las curvas de indiferencia del consumidor. Nuestro propósito consiste en hallar la cesta del conjunto presupuestario que se encuentra en la curva de indiferencia más alta. Dado que las preferencias son de buen comportamiento, es decir, que se prefiere tener más a tener menos, podemos centrar la atención únicamente en las cestas de bienes que se encuentran *en* la recta presupuestaria sin preocuparnos por las que se encuentran *debajo*.

Ahora comenzamos simplemente por la esquina derecha de la recta presupuestaria y nos desplazamos hacia la izquierda. A medida que nos desplazamos, observamos que vamos ascendiendo a curvas de indiferencia cada vez más altas. Nos detenemos cuando llegamos a la más alta que toca a la recta presupuestaria. En el gráfico, la cesta de bienes correspondiente a la curva de indiferencia más alta que toca a la recta presupuestaria se denomina (x_1^*, x_2^*).

La cesta (x_1^*, x_2^*) es la **elección óptima** del consumidor. El conjunto de cestas que prefiere a la (x_1^*, x_2^*) —es decir, el conjunto de cestas situado *por encima* de su curva de indiferencia— no corta a las que puede adquirir, que son las que se encuentran *por debajo* de su recta presupuestaria. Por lo tanto, la cesta (x_1^*, x_2^*) es la mejor que puede alcanzar el consumidor.

Obsérvese un importante rasgo de esta cesta óptima: en esta relación, la curva de indiferencia es *tangente* a la recta presupuestaria. Si nos paramos a reflexionar un momento, veremos que tiene que ser así: si la curva de indiferencia no fuera tangente, cortaría a la recta presupuestaria, y si cortara la recta presupuestaria, habría un punto cercano de ésta que se encontraría por encima de la curva de indiferencia, lo que significaría que no podríamos haber comenzado en una cesta óptima.

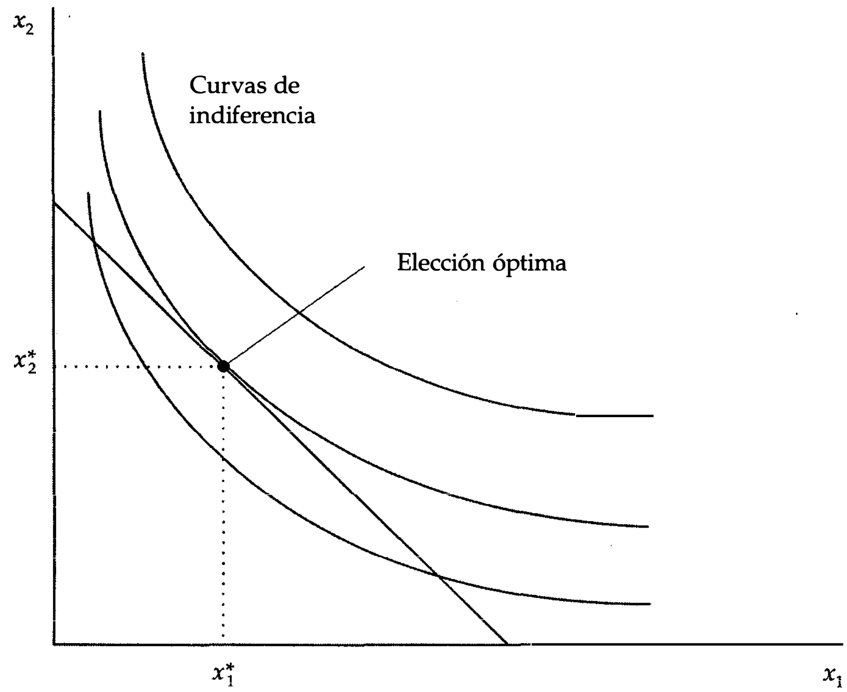


Figura 5.1. La elección óptima. La posición de consumo es aquella en la que la curva de indiferencia es tangente a la recta presupuestaria.

¿*Tiene* que cumplirse realmente esta condición de tangencia en una elección óptima? No se cumple en *todos* los casos, pero sí en los más interesantes. Lo que siempre es cierto es que en el punto óptimo la curva de indiferencia no puede cortar a la recta presupuestaria. Entonces ¿cuándo equivale "no cortar" a "ser tangente"? Veamos primero las excepciones.

En primer lugar, la curva de indiferencia podría no tener una tangente, como ocurre en la figura 5.2, en la que la elección óptima se encuentra en un vértice, y, por tanto, sencillamente no es posible definir una tangente, ya que su definición exige que sólo haya una recta tangente en cada punto. Este caso es un obstáculo más que otra cosa.

La segunda excepción es más interesante. Supongamos que el punto óptimo se encuentra donde el consumo de un bien es cero, como sucede en la figura 5.3. En ese caso, la pendiente de la curva de indiferencia y la pendiente de la recta presupuestaria son diferentes, pero la curva de indiferencia tampoco *corta* la recta presupuestaria. Decimos que la figura 5.3 representa un **óptimo de esquina**, mientras que la 5.1 representa un **óptimo interior**.

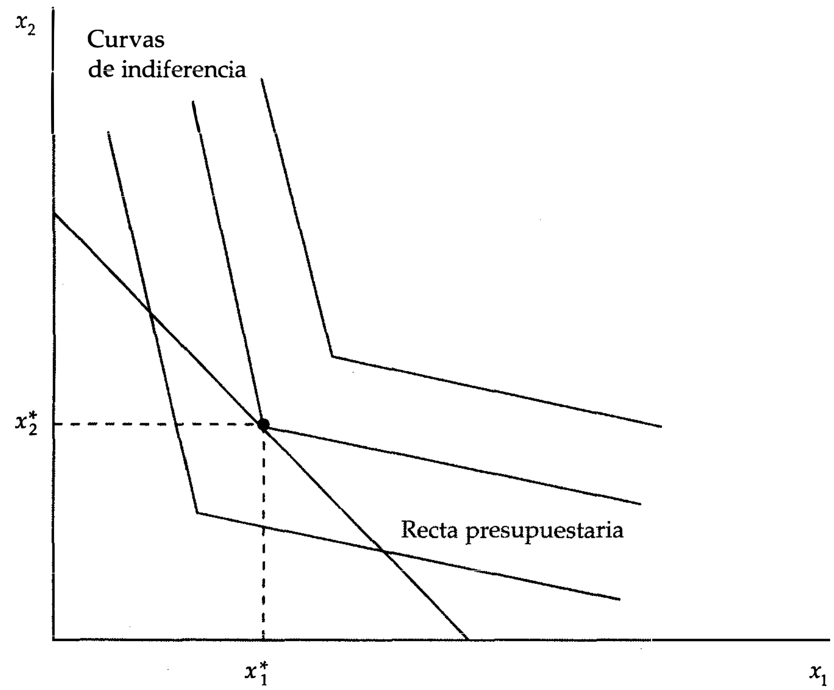


Figura 5.2. Gustos con vértice. Un punto óptimo de consumo es aquel en el que la curva de indiferencia no tiene una tangente.

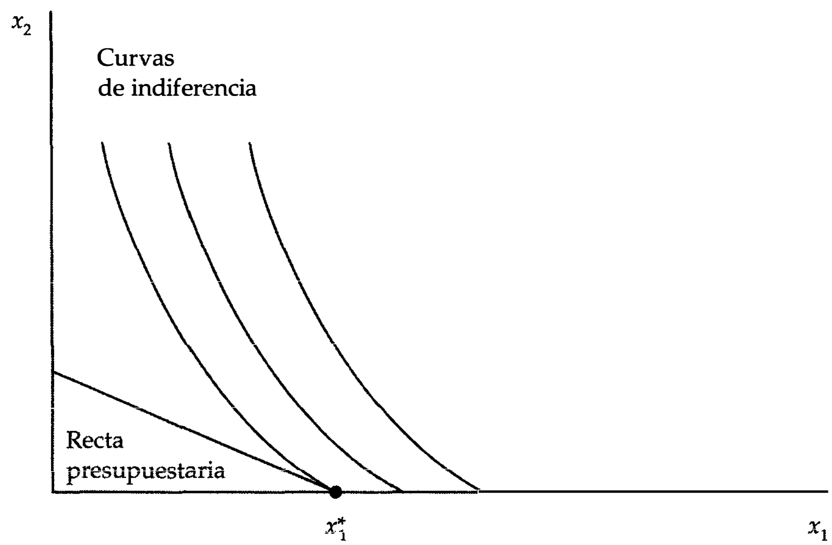


Figura 5.3 El óptimo de esquina. El consumo óptimo implica consumir 0 unidades del bien 2. La curva de indiferencia no es tangente a la recta presupuestaria.

Si estamos dispuestos a excluir los "gustos con vértice", podemos olvidarnos del ejemplo de la figura 5.2. Y si estamos dispuestos a fijarnos exclusivamente en los óptimos *interiores*, podemos excluir el otro ejemplo. Si tenemos un óptimo interior con curvas de indiferencia continuas, la pendiente de la curva de indiferencia y la pendiente de la recta presupuestaria deben ser iguales, ya que si fueran diferentes, la curva de indiferencia cortaría la recta presupuestaria y no podríamos encontrarnos en el punto óptimo.

Hemos hallado una condición necesaria que debe satisfacer la elección óptima. Si ésta implica consumir una cantidad de ambos bienes y es, por ello, un óptimo interior, la curva de indiferencia será necesariamente tangente a la recta presupuestaria. Pero ¿es la condición de tangencia una condición *suficiente* para que una cesta sea óptima? Si encontramos una en la que la curva de indiferencia sea tangente a la recta presupuestaria, ¿podemos estar seguros de que tenemos una elección óptima?

Observemos la figura 5.4, que representa tres cestas en las cuales se satisface la condición de tangencia; todas ellas son interiores, pero sólo dos son óptimas. Por lo tanto, generalmente la condición de tangencia es una condición necesaria pero no suficiente para la optimalidad.

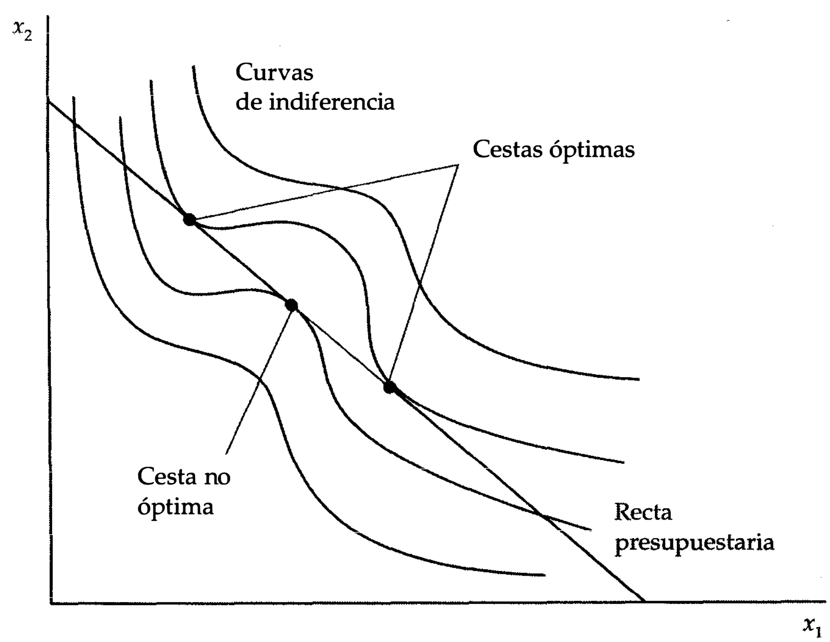


Figura 5.4. Más de una tangencia. En esta figura hay tres tangencias, pero sólo dos puntos óptimos, por lo que la condición de tangencias es necesaria pero no suficiente.

Sin embargo, existe un importante caso en el que es suficiente: el de las preferencias convexas. En este caso, cualquier punto que satisfaga la condición de tangencia debe ser un punto óptimo. Este resultado es evidente en términos geométricos: dado que la curvatura de las curvas de indiferencia convexas implica que éstas se alejan de la recta presupuestaria, no pueden volverse hacia atrás para tocarla de nuevo.

La figura 5.4 también nos muestra que generalmente puede haber más de una cesta óptima que satisfaga la condición de tangencia. Sin embargo, una vez más, la convexidad implica una restricción. Si las curvas de indiferencia son *estrictamente* convexas —es decir, no tienen ningún segmento rectilíneo—, sólo habrá una elección óptima en cada recta presupuestaria. Aunque este hecho puede demostrarse matemáticamente, también resulta bastante claro si se examina la figura.

La condición de que la relación marginal de sustitución debe ser igual a la pendiente de la recta presupuestaria en un óptimo interior, es evidente desde el punto de vista gráfico, pero ¿qué significa desde el punto de vista económico? Recuérdese que, según una de nuestras interpretaciones de la relación marginal de sustitución, la relación de intercambio mantenía el mismo nivel de utilidad para el consumidor. Pues bien, el mercado está ofreciéndole una relación de intercambio de $-p_1/p_2$: si renuncia a una unidad del bien 1, puede comprar p_1/p_2 unidades del 2. Si se encuentra con una cesta de consumo que está dispuesto a conservar, ésta debe ser tal que la relación marginal de sustitución sea igual a esta relación de intercambio:

$$RMS = -\frac{p_1}{p_2}.$$

Esta conclusión también puede analizarse imaginando qué ocurriría si la relación marginal de sustitución fuera diferente de la relación de precios. Supongamos, por ejemplo, que la RMS es $\Delta x_2/\Delta x_1 = -1/2$ y la relación de precios $1/1$. En este caso, significa que el consumidor está dispuesto a renunciar a 2 unidades del bien 1 para obtener una unidad del bien 2, pero el mercado está dispuesto a intercambiarlos en una proporción de 1 a 1. Por lo tanto, el consumidor estaría dispuesto, desde luego, a renunciar a una cierta cantidad del bien 1 para adquirir una cantidad algo mayor de 2. Siempre que la relación marginal de sustitución sea diferente de la relación de precios, el consumidor no habrá tomado una decisión óptima.

5.2 La demanda del consumidor

La elección óptima de los bienes 1 y 2, dado un conjunto de precios y renta determinado, se denomina **cesta demandada** por el consumidor. En general, cuando varían los precios y la renta, también varía la elección óptima del consumidor. La **función de demanda** es aquella que relaciona la elección óptima —las cantidades demandadas— con los diferentes valores de los precios y las rentas.

Las funciones de demanda dependen tanto de los precios como de la renta y se expresan de la forma siguiente: $x_1(p_1, p_2, m)$ y $x_2(p_1, p_2, m)$. A cada conjunto de precios y de renta le corresponde una combinación diferente de bienes, que es la elección óptima del consumidor. Cada preferencia da lugar a funciones de demanda distintas; en seguida veremos algunos ejemplos. Nuestro principal objetivo en los siguientes capítulos es estudiar el comportamiento de estas funciones de demanda, es decir, analizar cómo varían las elecciones óptimas cuando varían los precios y la renta.

5.3. Algunos ejemplos

Apliquemos el modelo de la elección del consumidor que hemos expuesto a los ejemplos de preferencias descritos en el capítulo 3. El procedimiento básico es el mismo en todos ellos: trazar las curvas de indiferencia y la recta presupuestaria y encontrar el punto en el que ésta toca la curva de indiferencia más alta.

Sustitutivos perfectos

La figura 5.5 muestra el caso de los sustitutivos perfectos. Tenemos tres posibilidades. Si $p_2 > p_1$, la pendiente de la recta presupuestaria es más horizontal que la pendiente de las curvas de indiferencia. En este caso, la cesta óptima es aquella en la que el consumidor gasta todo su dinero en el bien 1. Si $p_1 > p_2$, entonces el consumidor adquiere sólo el bien 2. Si $p_1 = p_2$, hay toda una gama de elecciones óptimas: en este caso es óptima cualquier cantidad de los bienes 1 y 2 que satisfaga la restricción presupuestaria. Por lo tanto, la función de demanda del bien 1 es

$$x_1 = \begin{cases} m/p_1 & \text{cuando } p_1 < p_2; \\ \text{cualquier número situado entre 0 y } m/p_1 & \text{cuando } p_1 = p_2; \\ 0 & \text{cuando } p_1 > p_2. \end{cases}$$

¿Son estos resultados compatibles con el sentido común? Lo único que dicen es que si dos bienes son sustitutivos perfectos, el consumidor comprará el más barato. Si ambos tienen el mismo precio, al consumidor le dará igual comprar uno que otro.

Complementarios perfectos

La figura 5.6 muestra el caso de los complementarios perfectos. Obsérvese que la elección óptima debe encontrarse siempre en la diagonal, en la cual el consumidor compra cantidades iguales de ambos bienes, cualesquiera que sean los precios. En nuestro ejemplo, esto quiere decir que las personas que tengan dos pies comprarán los zapatos por pares.[1]

[1] No se preocupe el lector; más adelante obtendremos algunos resultados más interesantes.

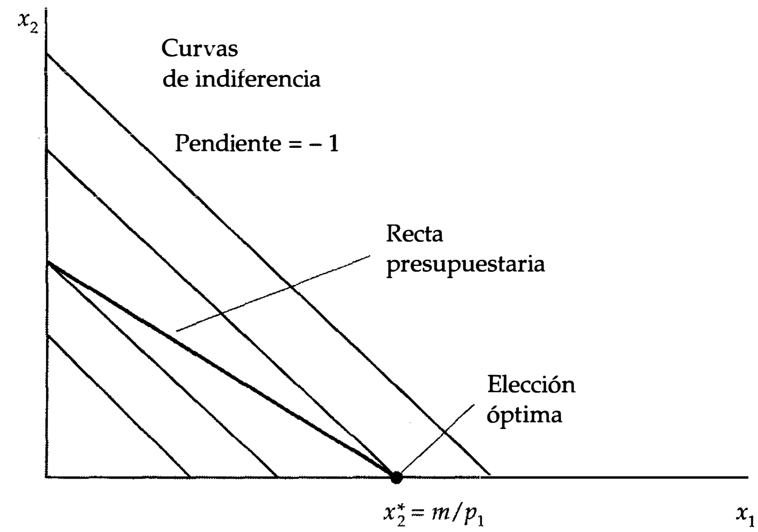


Figura 5.5. La elección óptima con sustantivos perfectos. Si los bienes son sustitutivos perfectos, normalmente la elección óptima se encuentra en la esquina.

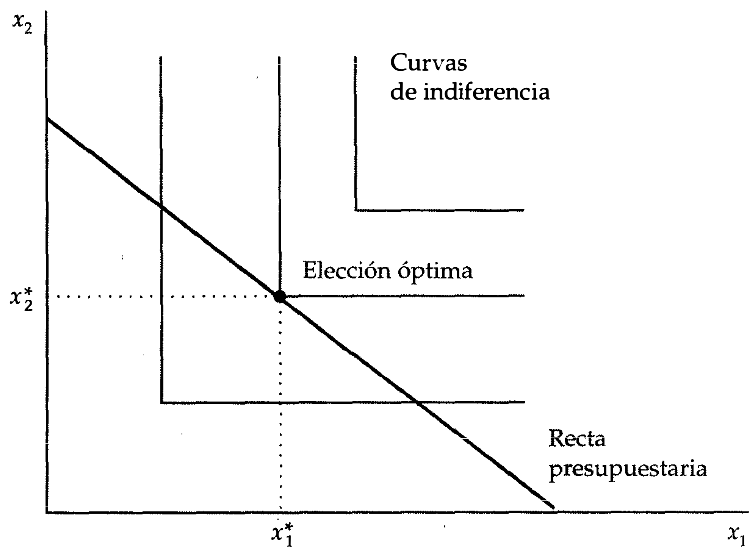


Figura 5.6. La elección óptima con complementarios perfectos. Si los bienes son complementarios perfectos, las cantidades demandadas siempre se encuentran en la diagonal, ya que la elección óptima se halla en el punto en el que x_1 es igual a x_2.

Hallemos la elección óptima algebraicamente. Sabemos que este consumidor está comprando la misma cantidad del bien 1 y del 2, cualesquiera que sean los precios.

Sea x esta cantidad. En ese caso, tenemos que satisfacer la restricción presupuestaria.

$$p_1x + p_2x = m.$$

Despejando x, tenemos las elecciones óptimas de los bienes 1 y 2:

$$x_1 = x_2 = x = \frac{m}{p_1 + p_2}.$$

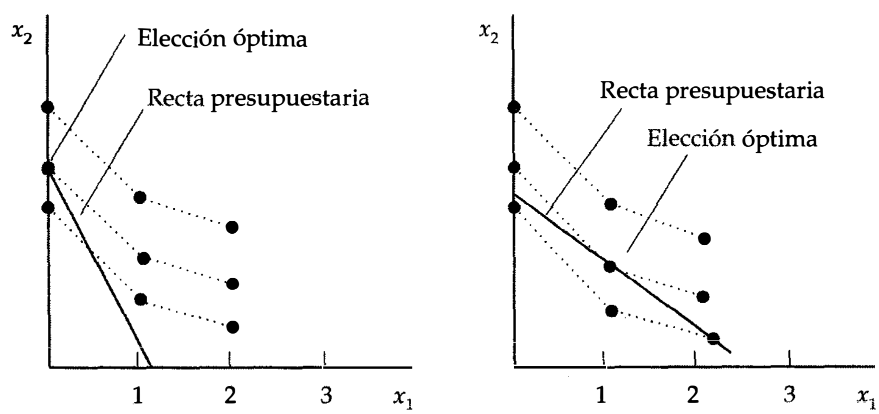
Esta función de demanda de la elección óptima es bastante intuitiva. Dado que los dos bienes siempre se consumen juntos, es como si el consumidor gastara todo su dinero en un único bien cuyo precio fuera $p_1 + p_2$.

Neutrales y males

En el caso del bien neutral, el consumidor gasta todo su dinero en el bien que le gusta y no compra nada del bien neutral. Lo mismo ocurre si la mercancía es un mal. Así, por ejemplo, si la mercancía 1 es un bien y la 2 un mal, las funciones de demanda serán

$$x_1 = \frac{m}{p_1}$$

$$x_2 = 0.$$



A. Se demandan cero unidades

B. Se demanda 1 unidad

Figura 5.7. Los bienes discretos. En la parte A la demanda del bien 1 es cero y en la parte B se demanda una unidad.

Bienes discretos

Supongamos que el bien 1 es un bien discreto que sólo existe en unidades enteras y que el 2 es el dinero que se gasta en todo lo demás. Si el consumidor elige 1, 2, 3, ...

unidades del bien 1, elegirá implícitamente las cestas de consumo $(1, m - p_1)$, $(2, m - 2p_1)$, $(3, m - 3p_1)$, etc. Podemos comparar simplemente la utilidad de cada una de estas cestas para ver cuál tiene la mayor utilidad.

También podemos utilizar el análisis de la figura 5.7 basado en las curvas de indiferencia. La cesta óptima es como siempre la que se encuentra en la "curva" de indiferencia más alta. Si el precio del bien 1 es muy elevado, el consumidor elegirá cero unidades de consumo; a medida que baje el precio, le resultará óptimo consumir 1 unidad. Normalmente, conforme baje el precio, el consumidor decidirá consumir más unidades del bien 1.

Preferencias cóncavas

Consideremos la situación que muestra la figura 5.8. ¿Es X una elección óptima? ¡No! La elección óptima en el caso de estas preferencias siempre va a ser una elección de "esquina", como la cesta Z. Piénsese en lo que significan las preferencias no convexas. Si tenemos dinero para comprar helados y aceitunas y no nos gusta consumirlos juntos, lo gastaremos todo en uno de los dos bienes.

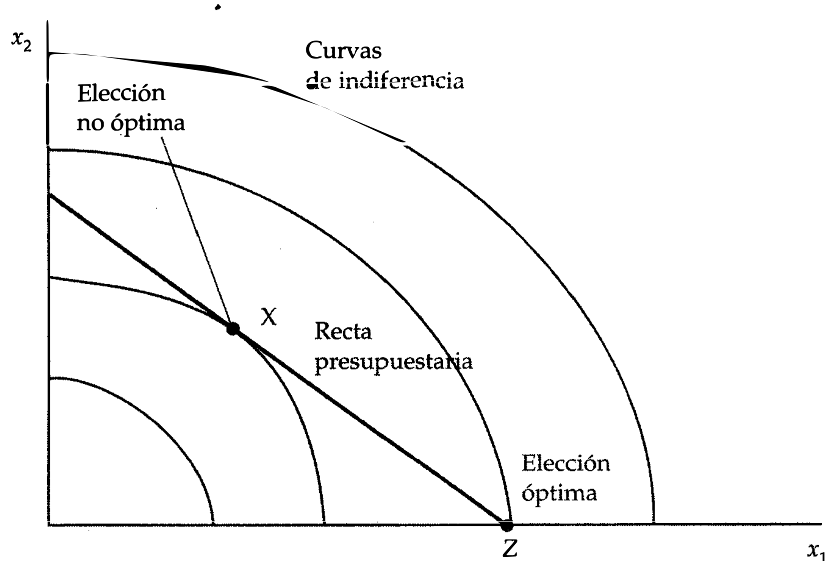


Figura 5.8. La elección óptima con preferencias cóncavas. La elección óptima es el punto de esquina, Z, y no el punto de tangencia interior, X, porque Z se encuentra en una curva de indiferencia más alta.

Preferencias Cobb-Douglas

Supongamos que la función de utilidad tiene la forma Cobb-Douglas, $u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$. En el apéndice de este capítulo utilizamos el cálculo diferencial para derivar las elecciones óptimas de esta función de utilidad. Son

$$x_1 = \frac{c}{c+d}\,\frac{m}{p_1}$$
$$x_2 = \frac{d}{c+d}\,\frac{m}{p_2}.$$

Estas funciones de demanda suelen ser útiles en los ejemplos algebraicos, por lo que conviene que el lector las memorice.

Las preferencias Cobb-Douglas tienen una interesante propiedad. Consideremos la proporción de la renta que gasta un consumidor Cobb-Douglas en el bien 1. Si consume x_1 unidades del bien 1, le cuesta p_1x_1, lo que presenta una proporción $p_1 x_1 / m$ de la renta total. Sustituyendo x_1 por la función de demanda, tenemos que

$$\frac{p_1 x_1}{m} = \frac{p_1}{m}\,\frac{c}{c+d}\,\frac{m}{p_1} = \frac{c}{c+d}.$$

Del mismo modo, la proporción de la renta que gasta el consumidor en el bien 2 es $d/(c+d)$.

Así pues, el consumidor Cobb-Douglas siempre gasta una proporción fija de su renta en cada bien. La magnitud de dicha proporción es exactamente igual al exponente de la función Cobb-Douglas.

Ésa es la razón por la que a menudo resulta útil elegir una representación de la función de utilidad Cobb-Douglas en la que los exponentes sumen 1. Si $u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}$, podemos interpretar inmediatamente a como la fracción de la renta en el bien 1. Ésa es la razón por la cual generalmente expresaremos las preferencias Cobb-Douglas de esta manera.

5.4 Estimación de las funciones de utilidad

Hemos visto ya diferentes tipos de preferencias y de funciones de utilidad y hemos examinado las clases de comportamiento de la demanda que generan estas preferencias. Pero en el mundo real normalmente tenemos que proceder a la inversa: observamos el comportamiento de la demanda, pero nuestro problema consiste en averiguar qué tipo de preferencias generaron el comportamiento observado.

Supongamos, por ejemplo, que observamos las elecciones de un consumidor correspondientes a diferentes niveles de precios y de renta. El cuadro 5.1 muestra un ejemplo. Se trata de un cuadro de la demanda de dos bienes correspondientes a los diferentes niveles de precios y de rentas vigentes en distintos años. También hemos calculado la proporción de la renta gastada cada año en cada bien utilizando las fórmulas $s_1 = p_1x_1/m$ y $s_2 = p_2x_2/m$.

Por lo que se refiere a estos datos, las proporciones de gastos son relativamente constantes. Hay pequeñas diferencias de una observación a otra, pero probablemente no son demasiado grandes como para preocuparse. La proporción media de gasto correspondiente al bien 1 es alrededor de 1/4 y la proporción media de gasto correspondiente al bien 2 es alrededor de 3/4. Parece que la función de utilidad de la forma $u(x_1, x_2) = x_1^{1/4}x_2^{3/4}$ se ajusta bastante bien a estos datos. Es decir, una función de utilidad de esta forma generaría una elección muy parecida a la observada. Por comodidad hemos calculado la utilidad correspondiente a cada observación utilizando esta función de utilidad Cobb-Douglas que hemos estimado.

Año	p_1	p_2	m	x_1	x_2	s_1	s_2	Utilidad
1	1	1	100	25	75	0,25	0,75	57,0
2	1	2	100	24	38	0,24	0,76	33,9
3	2	1	100	13	74	0,26	0,74	47,9
4	1	2	200	48	76	0,24	0,76	67,8
5	2	1	200	25	150	0,25	0,75	95,8
6	1	4	400	100	75	0,25	0,75	80,6
7	4	1	400	24	304	0,24	0,76	161,1

Cuadro 5.1. Algunos datos que describen el comportamiento del consumidor.

Por lo que se desprende del comportamiento observado, parece como si el consumidor estuviera maximizando la función $u(x_1, x_2) = x_1^{1/4}x_2^{3/4}$. Podría muy bien ocurrir que una nueva observación del comportamiento del consumidor nos llevara a rechazar esta hipótesis. Pero a juzgar por los datos de que disponemos, esta función se ajusta bastante al modelo optimizador.

Esto tiene consecuencias muy importantes, ya que ahora podemos utilizar esta función de utilidad "ajustada" para evaluar las repercusiones de los cambios de política propuestos. Supongamos, por ejemplo, que el Gobierno estuviera considerando la posibilidad de establecer un sistema de impuestos como consecuencia del cual este consumidor se enfrentara a los precios (2, 3) y tuviera una renta de 200. Según nuestras estimaciones, la cesta demandada a estos precios sería

$$x_1 = \frac{1}{4}\,\frac{200}{2} = 25$$
$$x_2 = \frac{3}{4}\,\frac{200}{3} = 50.$$

La utilidad estimada de esta cesta es

$$u(x_1, x_2) = 25^{\frac{1}{4}}\ 50^{\frac{3}{4}} \approx 42.$$

Eso significa que la nueva política tributaria mejoraría el bienestar del consumidor con respecto al que disfrutaba en el año 2, pero lo empeoraría con respecto al que disfrutaba en el 3. Para valorar las consecuencias que tendría para este consumidor un cambio de política podemos utilizar, pues, la elección observada.

Dado que esta idea es tan importante en economía, repasemos la lógica una vez más. Dadas algunas observaciones sobre la forma en que los individuos se comportan a la hora de elegir, tratamos de averiguar qué se maximiza, en caso de que se maximice algo. Una vez que contamos con una estimación, podemos utilizarla tanto para predecir la elección en nuevas situaciones como para evaluar los cambios propuestos del entorno económico.

Naturalmente, hemos descrito una situación muy sencilla. En la realidad, normalmente no disponemos de datos detallados sobre las elecciones de consumo de cada individuo, sino de datos de grupos de individuos: los adolescentes, las familias de clase media, los ancianos, etc. Estos grupos pueden tener preferencias distintas por los diferentes bienes que se reflejan en sus pautas de gastos de consumo. Podemos estimar una función de utilidad que describa sus pautas de consumo y utilizar esta función para predecir la demanda y evaluar las políticas propuestas.

En el sencillo ejemplo antes descrito, era evidente que las proporciones de renta eran relativamente constantes, por lo que la función de utilidad Cobb-Douglas nos daría un ajuste bueno. En otros casos, sería adecuada una función de utilidad que tuviera una forma más compleja. Los cálculos podrían ser entonces más complicados y obligarnos a utilizar un ordenador para realizar la estimación, pero la idea esencial del procedimiento es la misma.

5.5 Consecuencias de la condición de la RMS

En el apartado anterior hemos examinado una importante idea: la observación del comportamiento de la demanda nos suministra una importante información sobre las preferencias subyacentes de los consumidores que muestran ese comportamiento. Dado un número suficiente de observaciones sobre las elecciones de los consumidores, a menudo será posible estimar la función de utilidad que genera esas elecciones.

Pero incluso la observación de la elección de *un solo* consumidor correspondiente a un conjunto de precios nos permite realizar algunos tipos de útiles deducciones sobre la forma en que varía la utilidad del consumidor cuando varía el consumo. Veamos cómo.

En los mercados bien organizados, es normal que los precios sean aproximadamente los mismos para todo el mundo. Tomemos, por ejemplo, dos bienes como la mantequilla y la leche. Si todos los consumidores tienen que pagar los mismos precios por la mantequilla y la leche, todos siguen una conducta optimizadora y todos se encuentran en una solución interior; entonces todos deben tener la misma relación marginal de sustitución entre la mantequilla y la leche.

Esta conclusión se desprende directamente del análisis anterior. El mercado ofrece a todo el mundo la misma relación de intercambio por la mantequilla y la leche y todo el mundo ajusta su consumo de los bienes hasta que su propia valoración marginal "interna" de los dos es igual a la valoración "externa" que hace el mercado de los mismos.

Ahora bien, el interés de esta afirmación reside en que es independiente de la renta y de los gustos. Los individuos valoran su consumo *total* de los dos bienes de una forma muy distinta. Unas personas consumen mucha mantequilla y poca leche y otras hacen lo contrario. Algunos individuos consumen mucha mantequilla y mucha leche, mientras que otros consumen muy poca cantidad de cada uno. Pero todo el que consume los dos bienes debe tener la misma relación marginal de sustitución. Todo el que consume los dos bienes debe estar de acuerdo sobre lo que vale uno en función del otro, es decir, sobre cuánto estaría dispuesto a sacrificar de uno para obtener una mayor cantidad del otro.

El hecho de que las relaciones de precios midan la relación marginal de sustitución es muy importante, pues significa que disponemos de un método para valorar las posibles variaciones de las cestas de consumo. Supongamos, por ejemplo, que el precio de la leche es de 100 pesetas el litro y el de la mantequilla de 200 el cuarto de kilo. En ese caso, la relación marginal de sustitución de todas las personas que consuman leche y mantequilla debe ser 2: habrá que darles 2 litros de leche para que les compense renunciar a 1 cuarto de kilo de mantequilla, o bien, 1 cuarto de kilo de mantequilla para que les compense renunciar a 2 litros de leche. Por lo tanto, todo el que consuma ambos bienes valorará de la misma forma una variación marginal del consumo.

Supongamos ahora que un inventor descubre un nuevo método para transformar leche en mantequilla: por cada 3 litros de leche que se introducen en esta máquina, se obtiene 1 cuarto de kilo de mantequilla y ningún otro derivado útil. Pregunta: ¿hay un mercado para este artilugio? Respuesta: los capitalistas que tienen dinero para financiar inventos nuevos no se pelearían por éste, pues todo el mundo se encuentra ya en un punto en el que está dispuesto a renunciar a 2 litros de leche a cambio de 1 cuarto de kilo de mantequilla. ¿Por qué habrían, pues, de estar dispuestos a obtener sólo 1 cuarto de kilo de mantequilla por cada 3 litros de leche? Este invento no tiene ningún valor.

Pero ¿qué ocurriría si consiguiera que funcionara en sentido contrario y obtuviera 3 litros de leche de 1 cuarto de kilo de mantequilla? ¿Existiría un mercado para este artilugio? La respuesta en este caso es afirmativa. Los precios de mercado de la leche y de la mantequilla nos dicen que los consumidores estarían dispuestos a intercambiar 1 cuarto de kilo de mantequilla por 2 litros de leche, por lo que obtener 3 litros de leche a cambio de 1 cuarto de kilo de mantequilla sería un negocio mejor que el que ofrece actualmente el mercado ¡Que me reserven mil acciones! (y varios kilos de mantequilla).

Los precios de mercado muestran que la primera máquina no es rentable: produce 200 pesetas de mantequilla utilizando 300 de leche. El hecho de que no sea rentable no es más que otra forma de decir que los consumidores valoran los factores más que los productos. La segunda máquina produce 300 pesetas de leche utilizando solamente 200 de mantequilla. Esta máquina es rentable porque los consumidores valoran los productos más que los factores.

En conclusión, dado que los precios miden la relación en que los consumidores están dispuestos a sustituir un bien por otro, pueden utilizarse para valorar propuestas que conlleven la introducción de variaciones en el consumo. El hecho de que los precios no son números arbitrarios sino que reflejan cómo valoran los individuos las cosas en el margen, es una de las ideas fundamentales en economía.

Si observamos una elección correspondiente a un conjunto de precios, obtenemos la RMS correspondiente a un punto de consumo. Si varían los precios y observamos otra elección, obtenemos otra RMS. A medida que observamos un número cada vez mayor de elecciones, conocemos mejor la forma de las preferencias subyacentes que pueden haber generado la elección observada.

5.6 La elección de los impuestos

La pequeña parte de la teoría del consumidor que hemos analizado hasta ahora puede utilizarse para extraer interesantes e importantes conclusiones. He aquí un bonito ejemplo que describe una elección entre dos tipos de impuestos. Hemos visto que un **impuesto sobre la cantidad** es un impuesto sobre la cantidad que se consume de un bien como, por ejemplo, un impuesto de 15 pesetas por litro sobre la gasolina. Un **impuesto sobre la renta** carece de misterio: no es más que un impuesto sobre la renta. Si el Gobierno desea recaudar una determinada cantidad de ingresos, ¿qué tipo de impuesto resulta más conveniente? Apliquemos lo que hemos visto hasta ahora para responder a esta pregunta.

En primer lugar, analizaremos la introducción de un impuesto sobre la cantidad. Supongamos que la restricción presupuestaria inicial es

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

¿Cuál es la restricción presupuestaria si gravamos el consumo del bien 1 al tipo t? La respuesta es sencilla. Desde el punto de vista del consumidor, es como si el precio del bien 1 hubiera subido una cantidad t. En consecuencia, la nueva restricción presupuestaria es

$$(p_1 + t)x_1 + p_2x_2 = m. \quad [5.1]$$

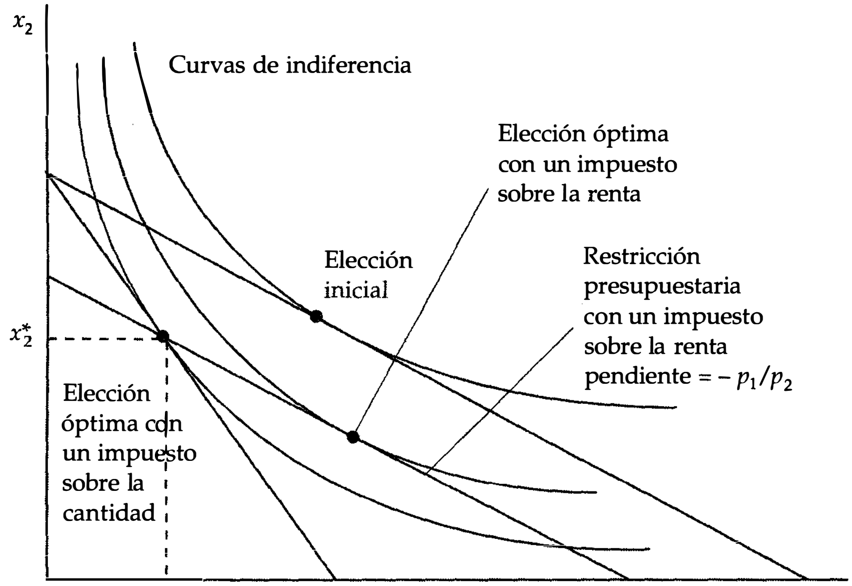


Figura 5.9. Un impuesto sobre la renta y un impuesto sobre la cantidad. Esta figura representa un impuesto sobre la cantidad que recauda unos ingresos R^* y un impuesto sobre la renta que recauda los mismos ingresos. El consumidor disfrutará de un mayor bienestar con el impuesto sobre la renta, ya que en ese caso podrá elegir un punto de una curva de indiferencia más alta.

Por lo tanto, un impuesto sobre la cantidad que se consume de un bien eleva el precio que paga el consumidor. La figura 5.9 muestra cómo podría afectar la variación del precio a la demanda. En esta fase, no sabemos con seguridad si este impuesto aumentará o reducirá el consumo del bien 1, aunque se presupone que lo reducirá. Cualquiera que sea el caso, sabemos que la elección óptima, (x_1^*, x_2^*), debe satisfacer la restricción presupuestaria

$$(p_1 + t)x_1^* + p_2x_2^* = m. \qquad [5.2]$$

Los ingresos recaudados mediante este impuesto son $R^* = tx_1^*$.

Consideramos ahora un impuesto sobre la renta que recauda la misma cantidad de ingresos. La restricción presupuestaria tendría ahora la forma siguiente:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m - R^*$$

o, sustituyendo R^* por su valor,

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m - tx_1^*.$$

¿Dónde se encuentra esta recta presupuestaria en la figura 5.9?

Es fácil ver que tiene la misma pendiente que la recta presupuestaria original, $-p_1/p_2$, pero el problema es averiguar su localización. Con el impuesto sobre la renta, la recta presupuestaria debe pasar por el punto (x_1^*, x_2^*). Para comprobarlo se introduce (x_1^*, x_2^*) en la restricción presupuestaria con impuesto sobre la renta y se observa si satisface esa condición.

¿Es cierto que

$$p_1x_1^* + p_2x_2^* = m - tx_1^* \ ?$$

Sí, lo es, ya que no se trata más que de una reordenación de la ecuación [5.2], que sabemos que se cumple.

Este resultado establece que (x_1^*, x_2^*) se encuentra en la recta presupuestaria con impuesto sobre la renta: es, por tanto, una elección *asequible* para el consumidor. Pero ¿es una elección óptima? Es fácil ver que la respuesta es negativa. En (x_1^*, x_2^*), la relación marginal de sustitución es $-(p_1 + t)/p_2$. Pero el impuesto sobre la renta nos permite intercambiar los bienes a una relación de $-p_1/p_2$. Por lo tanto, la recta presupuestaria corta la curva de indiferencia en (x_1^*, x_2^*), lo que implica que hay un punto de la recta presupuestaria que se prefiere a (x_1^*, x_2^*).

Así pues, el impuesto sobre la renta es claramente superior al impuesto sobre la cantidad en el sentido de que se puede recaudar del consumidor la misma cantidad de ingresos y, aun así, mejorar su bienestar.

Se trata de un resultado que merece la pena recordar, pero cuyas limitaciones también conviene comprender. En primer lugar, sólo se aplica a un consumidor. El argumento muestra que dado un consumidor, hay un impuesto sobre la renta que recauda tanto dinero de ese consumidor como un impuesto sobre la cantidad y mejora su bienestar. Sin embargo, la cuantía del impuesto sobre la renta suele variar de una persona a otra, por lo que un impuesto sobre la renta *uniforme* para todos los consumidores no es necesariamente mejor que un impuesto sobre la cantidad *uniforme* para todos los consumidores (piénsese en el caso de un consumidor que no consuma ninguna cantidad del bien 1: este individuo preferirá, desde luego, el impuesto sobre la cantidad al impuesto uniforme sobre la renta).

En segundo lugar, hemos supuesto que cuando introducimos el impuesto sobre la renta, no varía la renta del consumidor. Hemos considerado que es, esencialmente, una tasa fija, es decir, que sólo altera la cantidad de dinero que tiene el consumidor para gastar, pero no afecta a las opciones entre las que puede elegir. Este supuesto es improbable. Si la renta del consumidor procede de su trabajo, cabría esperar que gravándola se desincentivara el conseguirla, por lo que la renta, una vez deducimos los impuestos, podría disminuir en una cantidad mayor que la recaudada por el impuesto.

En tercer lugar, no hemos tenido en cuenta la respuesta de la oferta al impuesto. Hemos demostrado cómo responde la demanda a sus variaciones, pero la oferta también responde, por lo que hay que fijarse en estas variaciones para que el análisis sea completo.

Resumen

1. La elección óptima del consumidor es la cesta de su conjunto presupuestario que se encuentra en la curva de indiferencia más alta.
2. Normalmente, la cesta óptima se caracteriza por la condición de que la pendiente de la curva de indiferencia (la relación marginal de sustitución) es igual a la pendiente de la recta presupuestaria.
3. Si observamos varias elecciones de consumo, es posible estimar una función de utilidad que genere ese tipo de elección. Esta clase de función de utilidad puede emplearse para predecir las elecciones futuras y estimar la utilidad que tiene para los consumidores una nueva política económica.
4. Si los precios de los dos bienes son los mismos para todos los consumidores, todos tendrán la misma relación marginal de sustitución y, por lo tanto, estarán dispuestos a intercambiar los dos en la misma proporción.

Problemas

1. Si dos bienes son sustitutivos perfectos, ¿cuál es la función de demanda del bien 2?
2. Suponga que las curvas de indiferencia se describen mediante líneas rectas cuya pendiente es $-b$. Dados unos precios y una renta monetaria arbitrarios, p_1, p_2 y m, ¿cómo serán las elecciones óptimas del consumidor?
3. Suponga que un individuo siempre consume 2 cucharadas de azúcar con cada taza de café. Si el precio del azúcar es p_1 por cucharada y el del café p_2 por taza y el consumidor tiene m pesetas para gastar en café y azúcar, ¿cuánto querrá comprar?
4. Suponga que usted tiene unas preferencias claramente no convexas por el helado y las aceitunas, como las que se muestran en este capítulo, y que se enfrenta a los precios p_1 y p_2, y tiene m pesetas para gastar. Enumere las elecciones correspondientes a las cestas óptimas de consumo.
5. Si un consumidor tiene la función de utilidad, $u(x_1, x_2) = x_1 x_2^4$, ¿qué proporción de su renta gastará en el bien 2?
6. ¿Con qué tipos de preferencias disfrutará el consumidor del mismo bienestar en el caso de un impuesto sobre la cantidad y en el de un impuesto sobre la renta?

Apéndice

Es muy útil resolver el problema de la maximización de las preferencias y deducir ejemplos algebraicos de funciones de demanda reales: es lo que hemos hecho en el presente capítulo con casos fáciles como los sustitutivos perfectos y los complementarios perfectos. En este apéndice veremos cómo hacerlo en casos más generales.

En primer lugar, normalmente representaremos las preferencias del consumidor mediante la función de utilidad $u(x_1, x_2)$. En el capítulo 4 vimos que este supuesto no es muy restrictivo: la mayoría de las preferencias de buen comportamiento pueden describirse mediante una función de utilidad.

Lo primero que observamos es que ya *sabemos* cómo se resuelve el problema de la elección óptima. Basta recordar lo que hemos aprendido en los tres capítulos anteriores. En este último hemos visto que una elección óptima (x_1, x_2) debe satisfacer la condición

$$RMS(x_1, x_2) = -\frac{p_1}{p_2}, \qquad [5.3]$$

y en el apéndice del capítulo 4 vimos que la RMS puede expresarse como el cociente de las derivadas de la función de utilidad. Haciendo esta sustitución, y cancelando los signos negativos, tenemos que

$$\frac{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2}. \qquad [5.4]$$

En el capítulo 2 vimos que la elección óptima también debe satisfacer la restricción presupuestaria

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m. \qquad [5.5]$$

De esta forma tenemos dos ecuaciones —la condición RMS y la restricción presupuestaria— y dos incógnitas, x_1 y x_2. Lo único que tenemos que hacer es resolver estas dos ecuaciones para hallar las elecciones óptimas de x_1 y x_2 en función de los precios y de la renta. Existen varias formas de resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Una que siempre funciona, aunque no siempre sea la más sencilla, consiste en despejar una de las dos elecciones en la restricción presupuestaria e introducir el resultado en la condición de la RMS.

Recordando la restricción presupuestaria, tenemos que

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \qquad [5.6]$$

e introduciendo esta expresión en la ecuación [5.4], obtenemos

$$\frac{\partial u(x_1, m/p_2 - (p_1/p_2)x_1)\partial x_1}{\partial u(x_1, m/p_2 - (p_1/p_2)x_1)\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Esta expresión tan larga sólo tiene una incógnita, x_1, y normalmente puede obtenerse una solución para x_1 en función de (p_1, p_2, m). A continuación, la restricción presupuestaria proporciona la solución para x_2 en función de los precios y la renta.

También podemos solucionar el problema de la maximización de la utilidad de una manera más sistemática, utilizando las condiciones de maximización de la utilidad que establece el cálculo diferencial. Para ello, primero planteamos el problema de la maximización de la utilidad como un problema de maximización sujeta a restricciones:

$$\max_{x_1, x_2} u(x_1, x_2)$$

$$\text{tal que } p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

Este problema exige que hallemos los valores de x_1 y x_2 que cumplan las dos condiciones siguientes: en primer lugar, que satisfagan la restricción y, en segundo lugar, que den un valor más alto a $u(x_1, x_2)$ que a cualquiera de los otros valores de x_1 y x_2 que satisfacen la restricción.

Existen dos métodos muy útiles para resolver este tipo de problemas. El primero consiste, simplemente, en despejar en la restricción presupuestaria una de las variables en función de la otra y, a continuación, introducir el resultado en la función objetivo.

Por ejemplo, dado un valor de x_1, la cantidad que necesitamos de x_2 para satisfacer la restricción presupuestaria viene dada por la función lineal

$$x_2(x_1) = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1. \qquad [5.7]$$

Ahora sustituimos x_2 por $x_2(x_1)$ en la función de utilidad y llegamos al siguiente problema de maximización *sin restricciones*

$$\max_{x_1} u(x_1, m/p_2 - (p_1/p_2)x_1).$$

Éste es un problema de maximización sin restricciones únicamente con respecto a x_1, ya que hemos utilizado la función $x_2(x_1)$ para que el valor de x_2 siempre satisfaga la restricción presupuestaria, cualquiera que sea el valor de x_1.

Este tipo de problemas puede resolverse también como se hace habitualmente: derivando con respecto a x_1 e igualando el resultado a cero. Con este procedimiento obtenemos una condición de primer orden de la forma siguiente:

$$\frac{\partial u(x_1, x_2(x_1))}{\partial x_1} + \frac{\partial u((x_1, x_2(x_1))}{\partial x_2}\frac{dx_2}{dx_1} = 0. \qquad [5.8]$$

En este caso, el primer término es la consecuencia directa de que el incremento de x_1 aumenta la utilidad. El segundo término está formado por dos partes: la tasa del aumento de la utilidad provocado por el aumento de x_2, $\partial u / \partial x_2$, multiplicada por dx_2/dx_1, que es la tasa del aumento de x_2 provocado por el aumento de x_1 para continuar satisfaciendo la ecuación presupuestaria. Para calcular esta última derivada podemos diferenciar [5.7]:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{p_1}{p_2}.$$

Introduciendo este resultado en (5.8), obtenemos

$$\frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)/\partial x_1}{\partial u(x_1^*, x_2^*)/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2},$$

que dice simplemente que la relación marginal de sustitución entre x_1 y x_2 debe ser igual a la relación de precios en la elección óptima (x_1^*, x_2^*). Ésta es exactamente la condición que derivamos antes: la pendiente de la curva de indiferencia debe ser igual a la pendiente de la recta presupuestaria. Naturalmente, la elección óptima también debe satisfacer la restricción presupuestaria $p_1x_1^* + p_2x_2^* = m$, que de nuevo nos da dos ecuaciones con dos incógnitas.

La segunda forma de resolver estos problemas consiste en utilizar **multiplicadores de Lagrange**. Este método comienza definiendo una función auxiliar conocida como *lagrangiano*:

$$L = u(x_1, x_2) - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m).$$

La nueva variable λ se denomina **multiplicador de Lagrange**, ya que se multiplica por la restricción. El teorema de Lagrange dice que una elección óptima (x_1^*, x_2^*) debe satisfacer las tres condiciones de primer orden

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} - \lambda p_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_1x_1^* + p_2x_2^* - m = 0.$$

Estas tres ecuaciones tienen varias características interesantes. En primer lugar, obsérvese que son simplemente las derivadas del lagrangiano con respecto a x_1, x_2, y λ, igualadas a cero. La última derivada, con respecto a λ, no es más que la restricción presupuestaria. En segundo lugar, tenemos ahora tres ecuaciones con tres incógnitas, x_1, x_2 y λ. Cabe esperar que podamos obtener x_1 y x_2 en función de p_1, p_2 y m.

El teorema de Lagrange está demostrado en cualquier libro de cálculo avanzado. Se utiliza frecuentemente en los cursos de economía superior, pero para nuestros fines basta conocer su formulación y saber utilizarlo.

En nuestro caso concreto, merece la pena señalar que si dividimos la primera condición por la segunda, tenemos que

$$\frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)/\partial x_1}{\partial u(x_1^*, x_2^*)/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2},$$

que significa, simplemente, lo mismo que antes: que la RMS debe ser igual a la relación de precios. La restricción presupuestaria nos da la otra ecuación, por lo que volvemos a tener dos ecuaciones con dos incógnitas.

Ejemplo: Funciones de demanda Cobb-Dooglas

En el capítulo 4 introdujimos la **función de utilidad Cobb-Douglas**:

$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d.$$

Dado que pueden tomarse transformaciones monótonas de las funciones de utilidad, es conveniente partir de la forma logarítmica de la expresión anterior

$$\ln u(x_1, x_2) = c \ln x_1 + d \ln x_2.$$

Hallemos las funciones de demanda de x_1 y x_2 en el caso de la función de utilidad Cobb-Douglas. El problema que queremos resolver es el siguiente:

$$\max_{x_1, x_2} c \ln x_1 + d \ln x_2$$
$$\text{tal que } \; p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

Existen al menos tres formas de resolver este problema. Una de ellas consiste en escribir la condición RMS y la restricción presupuestaria. Utilizando la expresión de la RMS derivada en el capítulo 4, tenemos que

$$\frac{cx_2}{dx_1} = \frac{p_1}{p_2}$$
$$p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

Se trata de dos ecuaciones con dos incógnitas cuya resolución nos permitirá hallar la elección óptima de x_1 y x_2. Una forma de resolverlas consiste en introducir la segunda en la primera:

$$\frac{c(m/p_2 - x_1p_1/p_2)}{dx_1} = \frac{p_1}{p_2}.$$

De donde se obtiene

$$c(m - x_1 p_1) = dp_1 x_1.$$

Tras algunas manipulaciones, obtenemos

$$cm = (c + d)\, p_1 x_1$$

o sea,

$$x_1 = \frac{c}{c+d}\frac{m}{p_1}.$$

Ésta es la función de demanda de x_1. Para averiguar la función de demanda de x_2, introducimos este resultado en la restricción presupuestaria:

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}\frac{c}{c+d}\frac{m}{p_1} \\ &= \frac{d}{c+d}\frac{m}{p_2}. \end{aligned}$$

El segundo método consiste en introducir la restricción presupuestaria en el problema de maximización inicial. De esa manera, nuestro problema se convierte en

$$\max_{x_1} c \ln x_1 + d \ln (m/p_2 - x_1 p_1/p_2).$$

La condición de primer orden de este problema es

$$\frac{c}{x_1} - d\frac{p_2}{m - p_1x_1}\frac{p_1}{p_2} = 0.$$

Utilizando algo de álgebra —operación que debe hacer el lector— obtenemos la solución

$$x_1 = \frac{c}{c+d}\frac{m}{p_1}.$$

Si introducimos este resultado en la restricción presupuestaria $x_2 = m/p_2 - x_1 p_1/p_2$, obtenemos

$$x_2 = \frac{d}{c+d}\frac{m}{p_2}.$$

Éstas son las funciones de demanda de los bienes, que, felizmente, son las mismas que las que derivamos antes con el otro método.

Veamos ahora el método de Lagrange. Sea el lagrangiano

$$L = c \ln x_1 + d \ln x_2 - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m)$$

y diferenciemos esta expresión para obtener las tres condiciones de primer orden

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{c}{x_1} - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{d}{x_2} - \lambda p_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_1 x_1 + p_2 x_2 - m = 0.$$

Ahora el problema es resolverlas. Lo mejor es despejar primero λ y después x_1 y x_2. Por lo tanto, reordenamos las dos primeras ecuaciones y obtenemos

$$c = \lambda p_1 x_1$$
$$d = \lambda p_2 x_2.$$

Sumando estas dos ecuaciones,

$$c + d = \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2) = \lambda m,$$

lo que nos da

$$\lambda = \frac{c + d}{m}.$$

Introduciendo este resultado en las dos primeras ecuaciones y despejando x_1 y x_2, tenemos que

$$x_1 = \frac{c}{c + d} \frac{m}{p_1}$$

$$x_2 = \frac{d}{c + d} \frac{m}{p_2},$$

que es exactamente lo mismo que teníamos antes.