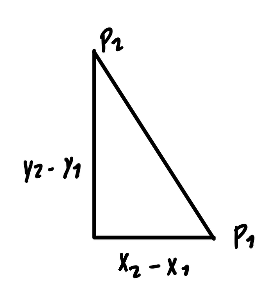
12.1.2 distancias y superficies básicas p.15

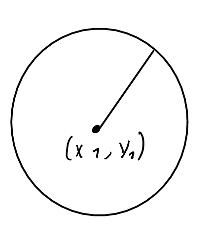
Thursday, January 9, 2020 10:01

En 2-d, la distribución entre $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$



$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = d^2$$

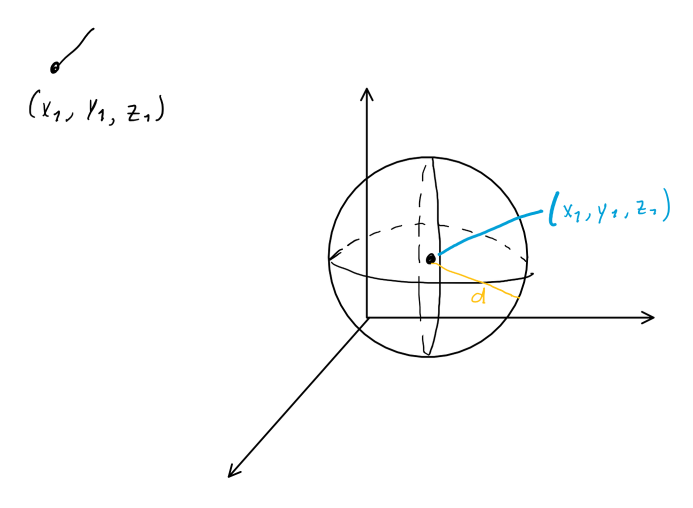


EC. Circumferencia de radio d. Centrada en (x1,x2)

En 3-D, la distancia entre p1(x1,y1,z1) y p2(x2,y2,z2) calcule la diferencia entre z2 & z1.

$$d = +\sqrt{\underbrace{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 + z_1)^2}}$$

Notación $d = |P_2 \; P_1|$ & No puede ser negativa



Entonces, $(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = d^2$

Ec. de una esfera de radio r centrada en el origen.

La esfera más utilizada centrada en el origen (0,0,0).

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2 \quad \text{radio } r$$

Ejercicio 4: Encuentre el centro y radio de la esfera cuya ecuación es:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8x - 6y + 4z + 4 = 0$$

Completar al cuadrado

$$x^2 + 8x + \boxed{16} + y^2 - 6y + \boxed{9} + z^2 + 4z + \boxed{4} = -4 + 16 + 9 + 4$$

$$(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \underbrace{25}_{r^2}$$

Resolver y encontramos el centro

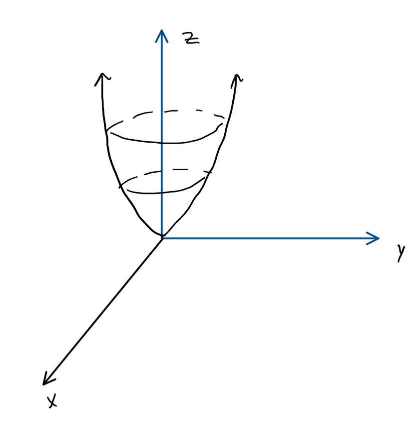
$x = -4$ $\quad y = 3$ $\quad z = -2$

∴ el centro es:

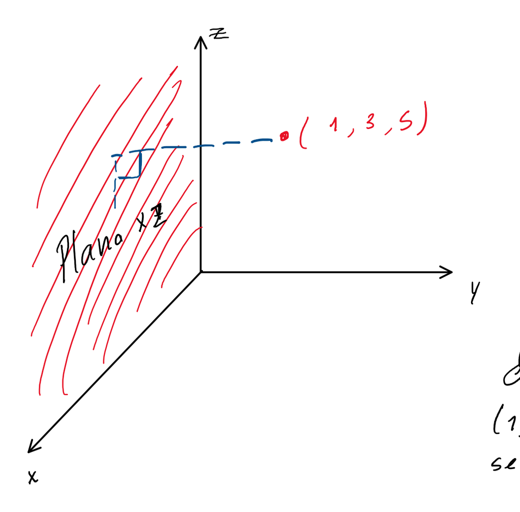
$(-4, 3, -2)$ con radio $\sqrt{25} = 5$

Interesante:

$z = x^2 + y^2$ No es una esfera es un paraboloide



Distancias entre un punto y un plano-coordenado



Encuentre la distancia entre el punto (1,3,5) y el plano xz.

Este plano tiene infinitos puntos.

En el plano xz $y = 0$

Si se estrella el punto (1,3,5) contra el plano xz se obtiene el punto (1,0,5)

ESTRELLAR: encuentre la proyección del punto p sobre el plano.

distancia entre P_1 & P_2:

$$d = \sqrt{(-1+1)^2 + (3-0)^2 + (5-5)^2}$$

$$d = \sqrt{3^2} = 3$$

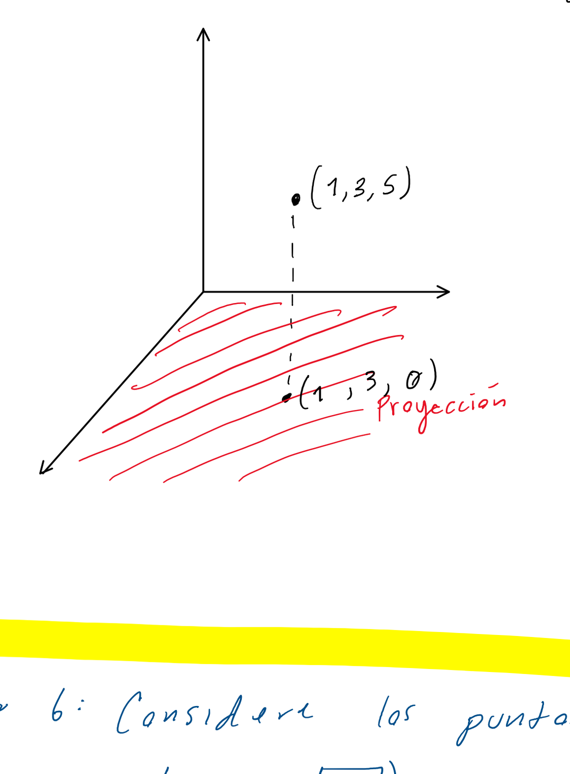
Gabriel la proyección del punto (a,b,c) sobre el plano x,z es el punto (a,0,c)

$$d = \sqrt{0 + b^2 + 0} = |b|$$

¿Cuál es la distancia entre el punto (1,3,5) y es plano xy?

$z = 0$

$$d_{min} = \sqrt{0 + 0 + 5^2} = 5$$



Ejercicio 6: Considere los puntos $A(3,0,-4)$, $B(4,0,0)$ & $C(0,1,\sqrt{15})$

a) ¿Cuál de los puntos está más cerca al origen? Calcule la distancia de cada punto.

$$d_{AO} = |A_O| = \sqrt{9 + 0 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$= |B_O| = \sqrt{81 + 0 + 0} = \sqrt{81} = 9$$

$$= |C_O| = \sqrt{0 + 1 + 15} = \sqrt{16} = 4$$

C es el más cercano

b) ¿Cuál es de los puntos están sobre el plano yz?

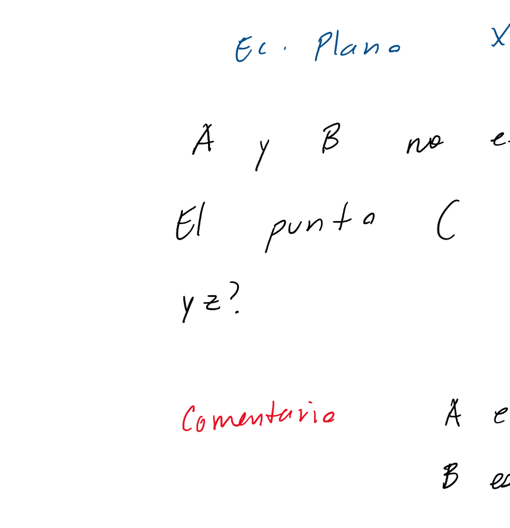
Ec. Plano $x = 0$

A y B no están sobre el plano yz $x \neq 0$

El punto $C(0, 1, \sqrt{15})$ sí estan sobre el plano yz?

Comentario: A esta sobre el plano xz
B esta sobre el eje x.
esta sobre el plano xy & xz.

c) ¿Cuales de los puntos está más cercano al plano yz? $x = 0$



Encuentre las proyecciones y las distancias:

$x = 0$

$A(3,0,-4)$, $P_A = (0,0,-4)$, $d_A = 3$

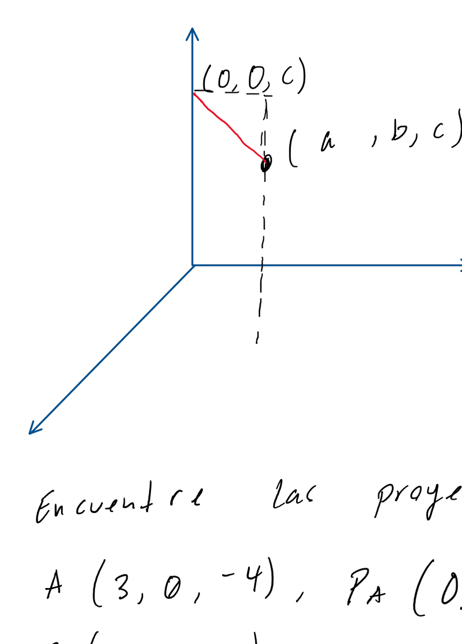
$B(9,0,0)$, $P_B = (0,0,0)$, $d_B = 9$

$C(0,1,\sqrt{15})$, $P_C = (0,1,\sqrt{15})$, $d_C = 0$

mismo punto, está sobre el plano yz.

Distancia entre un punto y un eje.

d) ¿Cual de los sigs. puntos está más cercano al eje -z?



En el eje z $x = 0, y = 0$

La proyección del punto $P(a,b,c)$ al eje z es el punto $P(0,0,c)$.

$$d_{min} = \sqrt{x^2 + b^2 + 0}$$

Encuentre las proyecciones sobre el eje y las distancias.

$A(3,0,-4)$, $P_A(0,0,-4)$, $d_A = \sqrt{9+0+0} = 3$

$B(9,0,0)$, $P_B(0,0,0)$, $d_B = \sqrt{81+0+0} = 9$

$C(0,1,\sqrt{15})$, $\underbrace{P_C(0,0,\sqrt{15})}_{\text{crítico}}$, $d_C = \sqrt{0+1+0} = 1$ ← más cercano

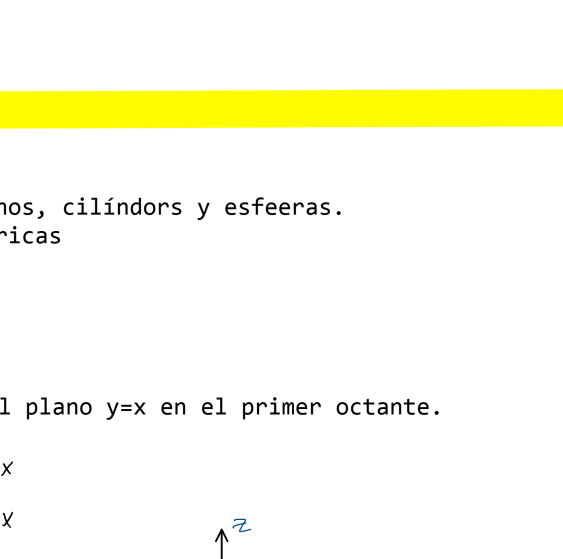
		Ejes	
Plano $x = 0$	Plano yz	$x = 0, y = 0$	Eje -z
$y = 0$	Plano xz	$x = 0, z = 0$	Eje -y
$z = 0$	Plano xy	$y = 0, z = 0$	Eje -x

Superficies básicas: planos, cilíndors y esfeeras.
En 12.6 superficies cuádricas
    Cilindro parabólico
    Cilindro(función)

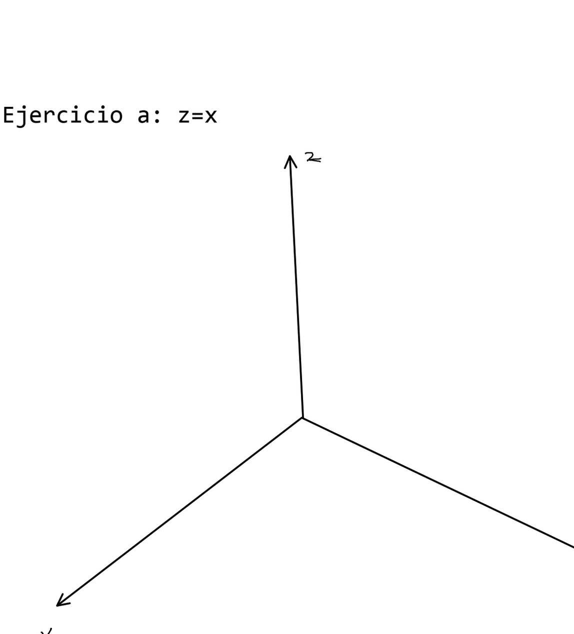
Ejercicio 7: bosqueje el plano y=x en el primer octante.

$z = 0$ $\quad y = x$
$z = 1$ $\quad y = x$
$z = 9$ $\quad y = x$

Solo tiene intersecciones en el eje -z.



Ejercicio a: z=x

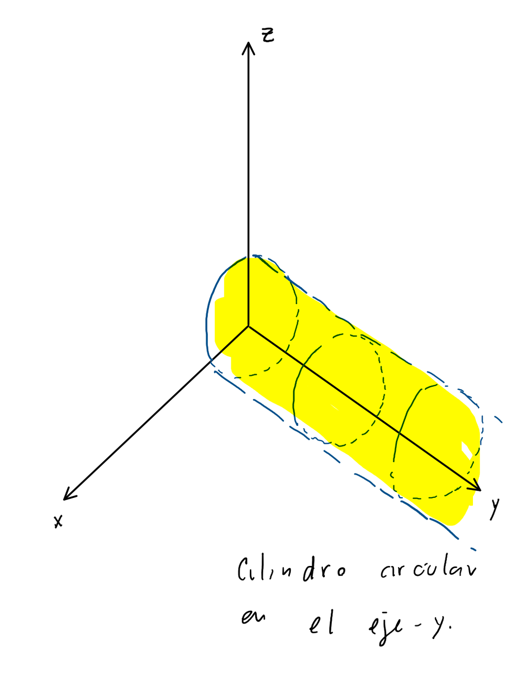


Ejercicio 8: grafique las siguientes superficies.

a) $x^2 + z^2 = 9$

Variable y

$y = 0$
$y = 1$
$y = 2$



Cilindro circular de radio centrado en el eje - y.

b) $z = x^2$