

CORTO #10 Cálculo Multivariable

Nombre: Sección A. Carnet: _____

Una empresa produce dos tipos de dulces, A y B, para los cuales los costos unitarios de producción son de Q2 y Q3 por libra, respectivamente. Las cantidades q_A y q_B (en libras) de A y B que pueden venderse cada semana están dadas por las funciones de demanda conjunta

$$q_A = 400(p_B - p_A), \quad q_B = 400(9 + p_A - 2p_B)$$

donde p_A y p_B son los precios de venta (por libra) de A y B, respectivamente. Determine los precios de venta que maximizan la utilidad P de la compañía. No realice la prueba de la Segunda Derivada.

Utilidad = Ingresos - Costos

$$= p_A q_A + p_B q_B - 2q_A - 3q_B$$

$$U(p_A, p_B) = 400 p_A (p_B - p_A) + 400 p_B (9 + p_A - 2p_B) - 800(p_B - p_A) - 1200(9 + p_A - 2p_B)$$

$$U(p_A, p_B) = 400 p_A p_B - 400 p_A^2 + 3600 p_B + 400 p_B p_A - 800 p_B^2 - 10800 - 800 p_B + 800 p_A + 2400 p_B$$

$$U(p_A, p_B) = 800 p_A p_B - 400 p_A^2 + 5200 p_B - 800 p_B^2 - 400 p_A - 10,800$$

Puntos críticos.

$$0 = U_{p_A} : 800 p_B - 800 p_A = 400$$

Suma $R_1 + R_2$.

$$U_{p_B} = 0 : 800 p_A - 1600 p_B = -5200$$

$$-800 p_B = -4800 \Rightarrow p_B = 6$$

$$800 p_A = 1600 p_B - 5200 = 4400 \Rightarrow p_A = \frac{4400}{800} = \frac{44}{8} = 5.5$$

2da

Derivada

$$D(p_A, p_B) = \begin{vmatrix} -800 & 800 \\ 800 & -1600 \end{vmatrix} = 1600(800) - 800(800) = (800)^2 > 0$$

$$U_{p_A p_A} < 0$$

Máximo Relativo.

Corto #10 Cálculo Multivariable

Nombre: Sección B.

Carnet: _____

Sea P una función de producción dada por

$$P(L, K) = 10L - 0.5L^2 + 9K^2 - K^3$$

donde l y k son las cantidades de mano de obra y capital, respectivamente, y P es la cantidad producida. Encuentre los valores de L y K que maximizan P .

Utilice la prueba de la 2da derivada para clasificar cada punto crítico.

Puntos críticos

$$P_L = 10 - L = 0 \Rightarrow L = 10$$

$$P_K = 18K - 3K^2 = 0 \Rightarrow 3K(6 - K) = 0 \Rightarrow K = 0, K = 6$$

puntos críticos $(10, 0)$ y $(10, 6)$

Prueba 2da Derivada

$$D(L, K) = \begin{vmatrix} D_{LL} & D_{LK} \\ D_{KL} & D_{KK} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 18 - 6K \end{vmatrix}$$

$$D(10, 0) = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 18 \end{vmatrix} = -18 < 0$$

$$D(10, 6) = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -18 \end{vmatrix} = 18 > 0$$

$(10, 0)$ es un punto de silla

$$P_{LL} < 0 \quad P_{KK} > 0$$

$$P_{LL}, P_{KK} < 0$$

$(10, 6)$ es un máximo relativo

$$P_{\max}(10, 6) = 100 - 50 + 324 - 216 = 50 + 108 = 158$$

$$P(10, 0) = 100 - 50 + 0 = 50$$

