2.1 Suma de Matrices

Una matriz es un arreglo rectangular $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} = A$

La transpuesta intercambia filas y columnas $A^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

Operaciones Matriciales

1. Suma: $A + B$.
2. Multiplicación por un escalar: κA. κ es un número

Producto AB.

1 y 2. se realizan entrada por entrada.

Suma de Matrices: A y B tienen que tener el mismo tamaño, se suman cada entrada correspondiente

$$[A_{ij}] + [B_{ij}] = [A_{ij} + B_{ij}]$$

La suma no está definida si A y B tienen diferente tamaño.

Ejercicio 1: Considere las sigs. matrices.

$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 8 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ $E = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$

2×2 2×3.

a. $A + C$. no está definida, diferente tamaño.

b. $B + C$ no está definida

c. $B^T + C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 11 \end{bmatrix}$

d. $D^T + E^T = [1 \quad 2 \quad 4] + [-2 \quad 0 \quad -2] = [-1 \quad 2 \quad 2]$.

Propiedades de la Suma: A y B tienen el mismo tamaño.

1. $A + B = B + A$. Conmutativa
2. $A + (B + C) = (A + B) + C$. Asociativa.
3. $A + O_{m \times n} = A$. Elemento Neutro.

2.2 Multiplicación por un Escalar (constante).

Un escalar K es cualquier número real.

Multiplique cada entrada de A por K.

$KA = [KA_{ij}]$ tiene el mismo tamaño que A.

Casos especiales de la suma y mult. por un escalar

Negativo de una matriz $(-1)A = -A$.

Resta entre Matrices: $A - B = A + (-B)$

$K_1 A + K_2 B$. 1ero multipliquen por las K's
2do luego sumen.

Ejercicio 2: Dadas.

$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 1 & 4 \end{bmatrix}$

a. $\underset{2\times 3}{1000A} - \underset{3\times 2}{e^5 B}$ no está definida, diferentes tamaños.

b. $10A - 3B^T = \begin{bmatrix} 40 & 0 & 20 \\ 10 & 30 & 50 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

$3\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 37 & -6 & 11 \\ 10 & 27 & 50 \end{bmatrix}$

c. $10C - 5D^T = 10\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} - 5\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 \\ 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$

d. $5A + 4005\, O_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 10 \\ 5 & 15 & 25 \end{bmatrix} + 4005\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$5A. = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 10 \\ 5 & 15 & 25 \end{bmatrix}$

e. $5A + O_{3\times 3}$ no está definida. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Propiedades de la multiplicación por un escalar.

Distributivas: $K(A+B) = KA + KB.$

$(K+m)A = KA + mA.$

$(Km)A = K(mA) = (mK)A.$

Matriz cero ó escalar cero. $\underset{\text{cero}}{0}A = O_{m\times n}$ $K\,O_{m\times n} = O_{m\times n}$

Ejercicio 3: Resuelva la sig ec. matricial.

a. $5\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 5y_1 \\ 5y_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$ $\quad \begin{bmatrix} 5y_1 \\ 5y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 15 \end{bmatrix}$

$y_1 = 10/5 = 2.$

$y_2 = 15/5 = 3.$

b. $3\begin{bmatrix} x & y \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + 5\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 6 & 5 \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} 14 & 16 \\ u & w \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 3x & 3y \\ 6 & 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ 30 & 25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28 & 32 \\ 2u & 2w \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 3x+5 & 3y-5 \\ 36 & 34 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28 & 32 \\ 2u & 2w \end{bmatrix}$

Igualando cada entrada

$3x + 5 = 28 \Rightarrow x = 23/3 \approx 7.6666$

$3y - 5 = 32 \Rightarrow y = 37/3 \approx 12.3333$

$36 = 2u \quad u = 18$

$2w = 34 \quad w = 17$

Algunas de estas puede que no tengan soln

$\begin{bmatrix} x & y \\ z & 0 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

$0 \neq 1$

Ejercicio 4: Demanda de Hidrocarburos.

País	Gasolina	Petróleo	Gas Licuado.
Guatemala	34	74	8.8
El Salvador	14	45	7.7
Honduras.	14	53	3.3
Nicaragua	8	30	2.7
Costa Rica.	18	53	4.0.
	G	P	L.

a. Encuentre la demanda total de hidrocarburos en cada país.

Sume los tres vectores columna.

$$G + P + L = \begin{bmatrix} 34 \\ 14 \\ 14 \\ 8 \\ 18 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 74 \\ 45 \\ 53 \\ 30 \\ 53 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8.8 \\ 7.7 \\ 3.3 \\ 2.7 \\ 4{,}0 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 116.8 \\ 66.7 \\ 70.3 \\ 40.7 \\ 75.0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \text{Guatemala} \\ \text{ES} \\ \text{Honduras} \\ \text{Nicaragua} \\ \text{CR.} \end{array}$$

b. Encuentre la demanda total en los 5 países para cada tipo de Hidrocarburo.

vector Fila 1×3.

$$GT + ES + H + N + CR = [34 \quad 74 \quad 8.8] + [14 \quad 45 \quad 7.7] + \dots [18 \quad 53 \quad 4.0].$$

$$= [88 \quad 255 \quad 26.5]$$

Gasol. Petróleo. Licuado.

c. Encuentre la demanda total de hidrocarburos para todos los paises

Sume todas las entradas del vector 5x1 de a.
del vector 1x3 de b.

$D = 369.5$. ; $D = 369.5$.

¿Qué significa multiplicar matrices?

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

$AB \neq \begin{bmatrix} 1\cdot 1 & 2\cdot 1 \\ 3\cdot 2 & 4\cdot 3 \end{bmatrix}$ no se van a multiplicar las entradas correspondientes.

Se puede realizar incluso cuando las dos matrices tienen diferentes tamaños

CA si van a existir AC no va a existir.

Multiplicación entre un vector fila y un vector columna.

$u = [1 \ 0 \ 2 \ 4]$ $w = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

$u\ w = [1 \ 0 \ 2 \ 4] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = 1(1) + 0(1) + 2(0) + 4(2) = 1 + 8 = 9$

es un número.

$u_{1\times n}\ w_{n\times 1}$ se conoce como el producto punto.
ó suma producto.

y nos permite realizar el producto entre matrices, es una combinación de varios productos puntos entre cada fila de A y cada columna de B.

fila1 columna 2.

$$AB = \begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1\\2&3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1(1)+2(2) & 1(1)+2(3)\\ 3(1)+4(2) & 3(1)+4(3)\end{bmatrix}$$

columna1

$$2\times 2 \quad 2\times 2. \qquad = \begin{bmatrix}5&7\\11&15\end{bmatrix}_{2\times 2}$$

Producto entre matrices es una multiplicación "cruzada" entre la fila i de la matriz y la columna de la matriz j.

$$\begin{bmatrix}1&2\\1&3\\1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1+6 & 2+8\\ 1+9 & 2+12\\ 1+3 & 2+4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}7&10\\10&14\\4&6\end{bmatrix}$$

$3\times 2 \quad 2\times 2.$ $\qquad 3\times 2.$

$$\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&2\\1&3\\1&1\end{bmatrix}$$

la operación

$$\begin{bmatrix}1&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}$$ no es posible.

$2\times 2 \neq 3\times 2.$

no existe

$$\begin{bmatrix}1&1\\2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1&2\\4&3&1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1+4 & 1+3 & 2+1\\ 2+4 & 2+3 & 4+1\end{bmatrix}$$