Apéndice C: Notación para la suma

Suma

Definición

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + \cdots + x_n \tag{C.1}$$

Ejemplo para $x_1 = 5$, $x_2 = 8$, $x_3 = 14$:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{3} x_i &= x_1 + x_2 + x_3 \\ &= 5 + 8 + 14 \\ &= 27\end{aligned}$$

Resultado 1
Para una constante c:

$$\sum_{i=1}^{n} c = \underbrace{(c + c + \cdots + c)}_{n \text{ veces}} = nc \tag{C.2}$$

Ejemplo para $c = 5$, $n = 10$:

$$\sum_{i=1}^{10} 5 = 10(5) = 50$$

Ejemplo para $c = \bar{x}$:

$$\sum_{i=1}^{n} \bar{x} = n\bar{x}$$

Resultado 2

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{n} cx_i &= cx_1 + cx_2 + \cdots + cx_n \\ &= c(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = c\sum_{i=1}^{n} x_i\end{aligned} \tag{C.3}$$

Ejemplo para $x_1 = 5$, $x_2 = 8$, $x_3 = 14$, $c = 2$:

$$\sum_{i=1}^{3} 2x_i = 2\sum_{i=1}^{3} x_i = 2(27) = 54$$

Resultado 3

$$\sum_{i=1}^{n} (ax_i + by_i) = a\sum_{i=1}^{n} x_i + b\sum_{i=1}^{n} y_i \tag{C.4}$$

Ejemplo para $x_1 = 5$, $x_2 = 8$, $x_3 = 14$, $a = 2$, $y_1 = 7$, $y_2 = 3$, $y_3 = 8$, $b = 4$:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{3}(2x_i + 4y_i) &= 2\sum_{i=1}^{3}x_i + 4\sum_{i=1}^{3}y_i \\ &= 2(27) + 4(18) \\ &= 54 + 72 \\ &= 126\end{aligned}$$

Doble suma

Considere los datos siguientes en los que interviene la variable x_{ij}, donde i es el subíndice que denota la posición en un renglón y j es el subíndice que denota la posición en una columna.

		Columna		
		1	**2**	**3**
Renglón	**1**	$x_{11} = 10$	$x_{12} = 8$	$x_{13} = 6$
	2	$x_{21} = 7$	$x_{22} = 4$	$x_{23} = 12$

Definición

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}x_{ij} = {} & (x_{11} + x_{12} + \cdots + x_{1m}) + (x_{21} + x_{22} + \cdots + x_{2m}) \\ & + (x_{31} + x_{32} + \cdots + x_{3m}) + \cdots + (x_{n1} + x_{n2} + \cdots + x_{nm})\end{aligned} \tag{C.5}$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}x_{ij} &= x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{21} + x_{22} + x_{23} \\ &= 10 + 8 + 6 + 7 + 4 + 12 \\ &= 47\end{aligned}$$

Definición

$$\sum_{i=1}^{n}x_{ij} = x_{1j} + x_{2j} + \cdots + x_{nj} \tag{C.6}$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{2}x_{i2} &= x_{12} + x_{22} \\ &= 8 + 4 \\ &= 12\end{aligned}$$

Notación abreviada

Algunas veces cuando se suma, sobre todo los valores de un subíndice, se usa la siguiente notación abreviada:

$$\sum_{i=1}^{n}x_i = \sum x_i \tag{C.7}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}x_{ij} = \sum\sum x_{ij} \tag{C.8}$$

$$\sum_{i=1}^{n}x_{ij} = \sum_{i}x_{ij} \tag{C.9}$$