Proyectos.

2 Encriptación.
2. ~~Cr~~ Crecimiento Exponencial COVID.
1. Regresión Lineal Múltiple.

1. Programación Lineal.

1. Sistemas de Ecuaciones Lineales.

Objetivo AL: Resolver sistemas de ecs. lineales.

Ec. Recta en $\mathbb{R}^2$: $ax + by = c$.
Ec. plano en $\mathbb{R}^3$: $ax + by + cz = d$.

Ec. lineal en n variables: $\boxed{a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n = b}$

Coeficientes $a_1, a_2, \dots a_n$. $a_i \in \mathbb{R}$.
Término Constante: b

Ejemplos: $3x_1 - 9x_2 + 12 = 0.$
$$\sqrt{2}\, w + \ln(8)\, x + e^{10} y + \frac{1}{\pi} z = 5!$$

son ecuaciones lineales.

ECUACIONES QUE NO SON LINEALES.

Producto entre variables $xy + yz = 8.$ NO

Potencia diferente de uno. $x^2 + \sqrt{y} + z^{-1} = 8$ NO

Funciones no lineales: $\sqrt{2w} + \ln(8x) + e^{10y} = \sin 3.$

NO.

Solución de Ec. Lineal: es un vector $[s_1\ s_2 \cdots s_n]$ cuyos componentes s_i satisfacen la ec. $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$. cuando se sustituyen las s_i.

Ejemplo: Considere la ec. lineal. $3X_1 - 9X_2 + 12 = 0$

Resuelva para X_1: $3X_1 = 9X_2 - 12$.

$$X_1 = 3X_2 - 4.$$

La solución de esta ec. es la recta $X_1 = 3X_2 - 4$

Vector solución: $X_1 = 3t - 4$. $\vec{S} = \begin{bmatrix} 3t-4 \\ t \end{bmatrix}$

t, parámetro. $X_2 = t$.

es cualquier número real

Verifique: $9t - 12 - 9t + 12 = 0$ ✓

Sistema de Ecuaciones Lineales: es un conjunto finito de ecuaciones lineales. m ecuaciones de n variables.

$$\begin{aligned} x + y + z &= 8 \\ x + 2y + z &= 4 \\ 2x + z &= 4 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x + y &= 8 \\ x + 2y &= 10 \\ x + 3y &= 5. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + y + z &= 4 \\ x + 2y + z &= 2. \end{aligned}$$

m y n pueden ser diferentes.

Solución de un sistema de ecuaciones: es un vector $\vec{s}$ que satisface todas las ecs. del sistema.

Ejercicio 1: Resuelva los sigs. sistemas (p 12)

a. $\boxed{x + y = 2}$ 2 ecs × 2 variables.

$\underline{\underline{3}}x + 3y = 6.$

Métodos: Algebraico (Eliminación, Sustitución, Igualación)

Gráfico: la soln es la intersección entre las rectas.

$R_2 - 3R_1$: $0 + 0 = 0 \Rightarrow \boxed{0 = 0}$ Tautología.

$\frac{1}{3}R_2$: $x + y = 2.$, la recta está repetida

la solución es $y = 2 - x$ Infinitas soluciones

$x = t.$

$y = 2 - t.$

$\vec{s} = \begin{bmatrix} t \\ 2-t \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \ldots$

Sustitución: $y = 2 - x$

$3x + 6 - 3x = 6. \Rightarrow \boxed{6 = 6}$

b. $x + y = 2.$

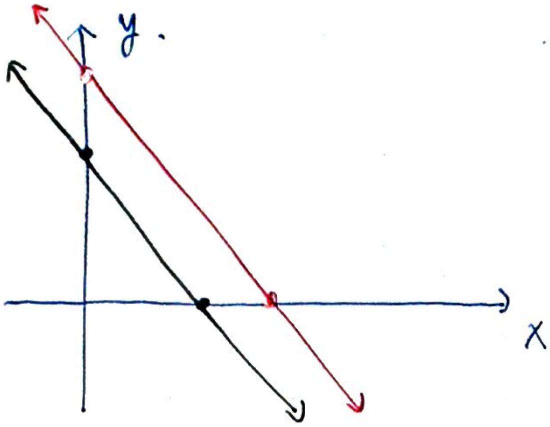
$3x + 3y = 9$ $R_2 - 3R_1$: $0 + 0 = 3.$

$0 \neq 3$ Contradicción.

R_1: $x + y = 2$

$x + y = 3$

NO TIENE SOLUCIÓN.

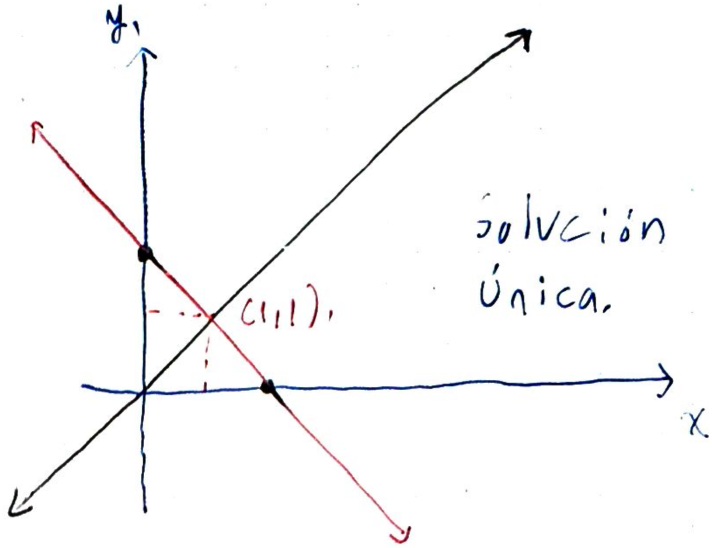


Como las dos rectas son paralelas, no se pueden cortar. (No hay soln).

c. $x - y = 0$
$\quad x + y = 2.$

$R_1 + R_2$: $\quad 2x = 2. \Rightarrow x = 1$
$\quad y = x \Rightarrow y = 1$

soln única: $\vec{s} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$



Solución única.

Tipos de Solución de un sistema de Ecs. Lineales.

i. Solución Única.
ii. Soluciones Infinitas. $\uparrow$ única, agregue más ecs.
iii. No hay solución. $\downarrow$ única, elimine algunas ecs.

Sistema Consistente: es un sistema que tiene una o más soluciones.

Sistemas Equivalentes: dos sistemas de ecs. lineales son equivalentes si y sólo si tienen la misma solución.

La idea del AL es reescribir un sistema de ecuaciones utilizando eliminación a un sistema de ecs. más "sencillo", uno dónde se pueda observar la soln.

1ro
$$\begin{aligned} w + x + y + z &= 6. \\ 2w + x + y + z &= 7 \\ 2w + 2x + y + 2z &= 7 \\ -w - x + 2y + z &= 5 \end{aligned}$$

4×4

2do
$$\begin{aligned} w &= 1 \\ w + x &= 3 \\ w + x + y &= 8 \\ w + x + y + z &= 6. \end{aligned}$$

sustitución hacia adelante.

es más fácil de resolver.

3ro.
$$\begin{aligned} w &= 1 \\ x &= 3 - w = 2. \\ y &= 8 - w - x = 5 \\ z &= 6 - w - x - y = 6 - 8 = -2. \end{aligned}$$

$$\vec{s} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix} \begin{matrix} w \\ x \\ y \\ z. \end{matrix}$$

solución

Los tres sistemas de ecs. son equivalentes, porque tienen la misma solución.

$w = 1$
$x = 2$
$y = 5$
$z = -2.$

Resolución de los sistemas de ecuaciones.

Reescriba el sistema sólo con sus coeficientes.

$$\begin{array}{c} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 7 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 7 \\ -1 & -1 & 2 & 1 & 5 \end{array}\right] \\ \begin{array}{cccc} w & x & y & z \end{array} \end{array} \xrightarrow{\text{1ra Fila igual}} \begin{array}{c} \\ R_2-2R_1 \\ R_3-2R_1 \\ R_4+R_1 \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 11 \end{array}\right]$$

forma compacta

$[A|b]$

$R_1: \; x + y = 3$

$R_2: \; 2x + y = 5$

$R_2 - 2R_1:$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{array}\right] \xrightarrow{R_2-2R_1} \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

$$\begin{array}{c} \\ -R_2 \\ -R_3 \\ R_4+3R_3 \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -4 \end{array}\right]$$

$w = 6 - x - y - z.$

$x = 5 - y - z.$

$y = 5$

$2z = -4$