Tarea 1 Miércoles 5 de agosto ...
Sube a MiU.

Control 1 Miércoles 5 de agosto...

Python 1 Lunes 10 de agosto.

Solución Sistema de Ecuaciones.

Eliminación Gaussiana

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 8 & a \\ 2 & 1 & 2 & b \\ 3 & 4 & 3 & c \end{array}\right] \longrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & d \\ 0 & 1 & 4 & e \\ 0 & 0 & 2 & f \end{array}\right]$$

Pueden haber solns. infinitas $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & d \\ 0 & 0 & 1 & e \\ 0 & 0 & 0 & f \end{array}\right]$ $y = t.$

Forma Escalonada "Reducida" por renglones (FERR)

1. Todas las filas de 0's están hasta abajo.
2. La entrada principal tiene que ser 1.
3. Cada columna que tiene un 1 principal, tiene ceros arriba y abajo de esa columna.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & d \\ 0 & 1 & 4 & e \\ 0 & 0 & 2 & f \end{array}\right] \qquad \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & g \\ 0 & 1 & 0 & h \\ 0 & 0 & 1 & i \end{array}\right] \qquad \begin{array}{c} \text{libre} \\ \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \tilde{2} & 0 & e \\ 0 & 0 & 1 & g \\ 0 & 0 & 0 & f \end{array}\right] \end{array}$$

sólo en FER. FERR. FERR

Eliminación Gauss-Jordan.

- Matriz Aumentada $[A|b]$
- Reducción a su FERR
- Resuelva el sistema.

Ejercicio 6: Resuelva los sigs. sistemas.

a. $2X_1 + X_2 = 3$
$4X_1 + X_2 = 7$
$2X_1 + 5X_2 = -1$

Más ecs. que variables.
Es posible que no haya soln.

$$\left[\begin{array}{cc|c} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 7 \\ 2 & 5 & -1 \end{array}\right] \begin{array}{l} \\ R_2 - 2R_1 \\ R_3 - R_1 \end{array} \left[\begin{array}{cc|c} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & -4 \end{array}\right] \begin{array}{l} R_1 + R_2 \\ -R_2 \\ R_3 + 4R_2 \end{array} \left[\begin{array}{cc|c} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Fijos.

$$0.5R_1 \quad \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

$X_1 = 2$
$X_2 = -1$

Soln única

b. $w + x + y + z = 4$
$2w + 2x \quad + 4z = 6.$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 0 & 4 & 6 \end{array}\right] R_2 - 2R_1$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right] \begin{array}{l} R_1 + 0.5R_2 \\ -0.5R_2 \end{array} \quad \begin{array}{c} \\ \end{array} \begin{array}{cccc} & x=t_1 & & z=t_2 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right]$$

FER $\quad x = t_1$
$z = t_2$

infinitas solns.

$$\begin{aligned} w &= 3 - t_1 - 2t_2. \\ x &= t_1 \\ y &= 1 + t_2 \\ z &= t_2. \end{aligned}$$

variables libres + variables principales = columnas de la matriz

$$\boxed{l + p = n} \qquad A_{m\times n}$$

Observación: pueden haber infinitas solns aunque el número de variables y ecs. sea el mismo.

c. $x_1 + x_2 + x_3 = 5$
$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6.$
$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 11$ $\quad R_1 + R_2$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 11 \end{array}\right] \begin{array}{l} \\ R_2 - R_1 \\ R_3 - 2R_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & +5 \\ 0 & 1 & 2 & +1 \\ 0 & 1 & 2 & +1 \end{array}\right] \begin{array}{l} R_1 - R_2 \\ \\ R_3 - R_2 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

inf. solns. $\quad \begin{aligned} x_1 &= 4 + t_1 \\ x_2 &= 1 - 2t_1 \\ x_3 &= t_1 \end{aligned} \qquad \vec{x} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t_1 \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$

Sistemas Homogéneos. $[A \mid \vec{0}]$ $\quad A_{m\times n}$

El término constante en cada ec es igual a cero.

Propiedades:

- Tienen como solución al vector cero. $\vec{0}_{n\times 1}$
- Tienen solución única ("trivial") o infinitas solns.
- Hay infinitas solns. si hay más variables que ecs.

Ejercicio 7: Resuelva.

I. $a + 2b + c + d = 0$

$2a + 5b + 3c + d = 0$

$4b + c + 2d = 0.$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 2 & 0 \end{array}\right] R_2 - 2R_1$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 2 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{R_3 - 4R_2} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & +1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 6 & 0 \end{array}\right] \begin{array}{l} R_1 + R_3/3 \\ R_2 + R_3/3 \\ R_3/-3 \end{array}$$

FER

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right] R_1 - 2R_2 \quad \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right] \quad \overbrace{\begin{array}{c} -3 \\ 1 \\ -2 \end{array}}^{\text{no es col prin.}}$$

FERR variable libre. $d = t$.

$a = 3t$ $\quad a - 3d = 0$

$b = -3t$ $\quad b + 3d = 0$

$c = +2t$ $\quad c - 2d = 0.$

$d = +t$

solns infinitas

II. $w + x = 0$

$2w + 3x = 0$

$2w - x = 0.$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \end{array}\right] \begin{array}{l} R_2 - 2R_1 \\ R_3 - 2R_1 \end{array} \longrightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \end{array}\right]$$

no está ni en FER.

$w = 0$

$x = 0$

$$\begin{array}{l} R_1 - R_2 \\ R_3 + 3R_2 \end{array} \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Ej 8: Encuentre la ec. de la recta que pasa (intersecta) a los planos $x+y=0$ & $x+2y+z=1$.

Resuelva el sistema $\begin{cases} x+y=0 \\ x+2y+z=1 \end{cases}$ Posible $z=t$.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow[R_2-R_1]{} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} x+y=0 \\ y+z=1, \\ z=t. \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x=-y. \\ y=1-t. \end{array}$$

libre.

Consejo : sols infinitas Gauss-Jordan, lo más simpl.
solución única : sólo Gauss
no hay solución : $0 \neq 3$. paren cuando tengan una ec. inconsistente.

$$\begin{array}{l} x=-1+t. \\ y=1-t \\ z=t. \end{array}$$

Ecs. paramétricas

$$\boxed{\vec{r} = \langle -1,1,0\rangle + t\langle 1,-1,1\rangle}$$

Ejercicio 9: Determine si las rectas.

$r_1(t) = [5,2,1] + t[-4,2,0]$ &

$r_2(s) = [3,0,-7] + s[8,-7,2]$ se intersectan.

$r_1(t) = r_2(s)$

$$\begin{array}{llll} x: & 5-4t = 3+8s & 2 = 4t+8s. & 0.5R_1 \\ y: & 2+2t. = 0-7s & 2 = -2t-7s. & \\ z: & 1+0 = -7+2s. & 8 = 2s. & 0.5R_3. \end{array}$$

Incógnitas t & s.

$$\left[\begin{array}{cc|c} 2 & 4 & 1 \\ -2 & -7 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \end{array}\right] \xrightarrow[R_2+R_1]{} \left[\begin{array}{cc|c} 2 & 4 & 1 \\ 0 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} s=-1 \\ s=4 \end{array}$$

El sistema es inconsistente, las dos rectas no se intersectan.

$$\begin{array}{l} R_2+3R_3 \\ R_2 \leftrightarrow R_3 \end{array} \left[\begin{array}{cc|c} 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 15 \end{array}\right]$$

inconsistente $0 \neq 15$.

Problema 4

Productos.

		A	B	C
máquinas	α	3	1	2
	β	1	2	1
	γ	2	4	1

Máquina α	440
β.	310
γ	560.

Encuentre cuántas unidades A, B, C deben producirse para utilizar todo el tiempo disponible en las máquinas.

$$\begin{aligned} \alpha: &\quad 3x + y + 2z = 440. \\ \beta: &\quad x + 2y + z = 310 \\ \gamma: &\quad 2x + 4y + z = 560 \end{aligned}$$

$R_1 \leftrightarrow R_2$.

$$\longrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & & & 78 \\ & 1 & & 86 \\ & & 1 & 60 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 310 \\ 3 & 1 & 2 & 440 \\ 2 & 4 & 1 & 560 \end{array}\right] \begin{array}{l} \\ R_2-3R_1 \\ R_3-2R_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 310 \\ 0 & -5 & -1 & -490 \\ 0 & 0 & -1 & -60 \end{array}\right]$$

ya está en FER

Eliminación Gaussiana.

$z = 60$.

$5y + z = 490 \Rightarrow y = \frac{1}{5}(490-60) = 86.$

$x + 2y + z = 310 \qquad x = 310 - 60 - 172. = 78$

R/ se pueden producir 78 uds de A.
86 uds de B.
60 uds de C.