PRUEBAS DE HIPÓTESIS

Inferencia estadística:

Dar conclusiones de la población (Parámetros: μ, σ^2, σ, p), a partir de una muestra (estadísticos: $\bar{x}$, s^2, s, $\bar{p}$)

$$\bar{x} \xrightarrow{\text{Inferencia estadística}} \mu$$

$$s^2 \longrightarrow \sigma^2$$

$$\bar{p} \longrightarrow p$$

muestra → Población

Inferencia estadística

- Intervalos de confianza
- Pruebas de hipótesis

PRUEBAS DE HIPÓTESIS

Partimos de hipótesis:

- H_0 : Hipótesis Nula (Siempre tiene la igualdad)
- H_1 : / H_a : Hipótesis alternativa

ej. Una empresa azucarera tiene como producto lider, su presentación de 100 libras. Se sospecha que en promedio, dicho producto NO pesa 100 libras.

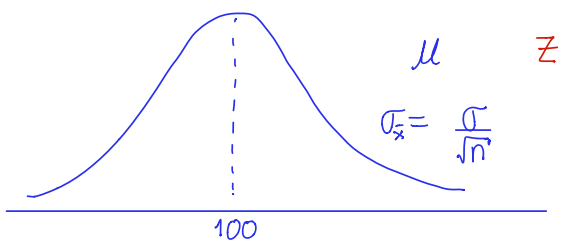
① Parámetro de interes μ

② HIPÓTESIS:

H_0: $\mu = 100$ $\quad$ $\mu \leq 100$ $\quad$ $\mu \geq 100$

H_a: $\mu \neq 100$ $\quad$ $\mu > 100$ $\quad$ $\mu < 100$

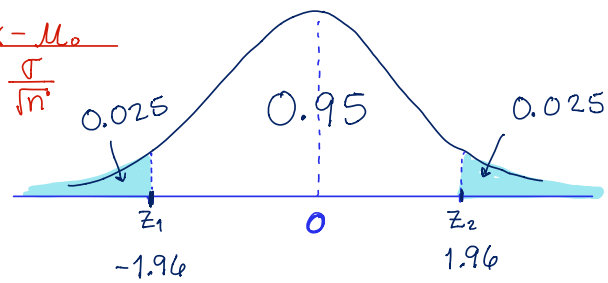
$X \longrightarrow Z$ $\qquad \sigma = 1$



μ

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

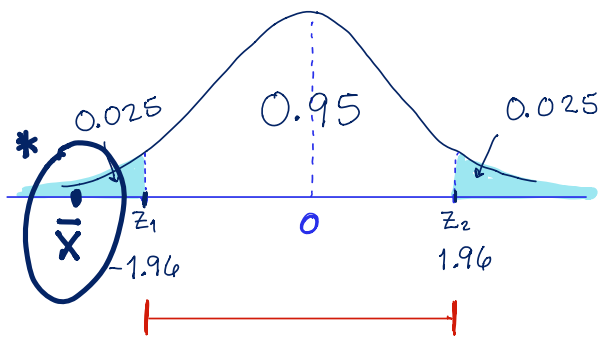
$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$



Asumimos como verdad

muestra

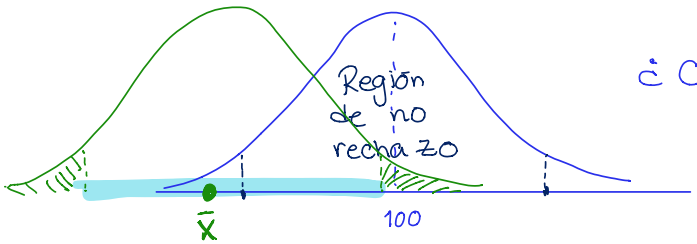
$\bar{x}$



Si la distribucion fuera la correcta el 95% de todas medias muestrales estarían en este intervalo.

* Si $\bar{x}$ cae en las colas (Poco probable asumiendo que la distribucion es verdadera)

Rechazamos H_0.

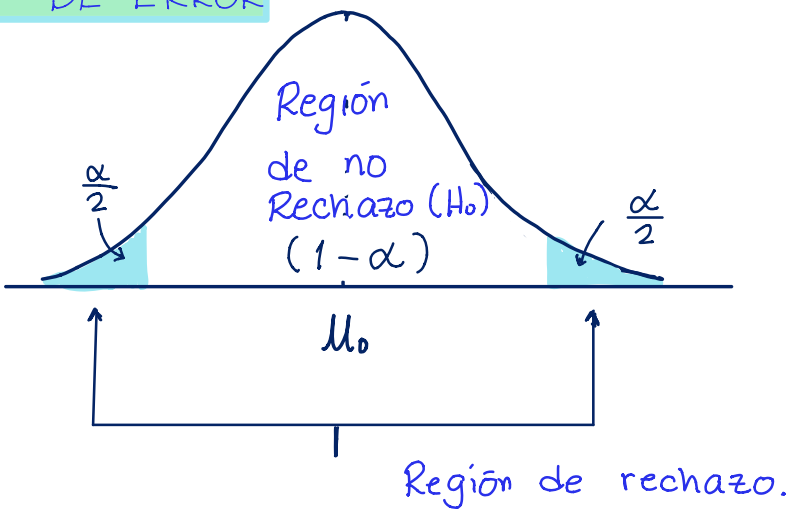


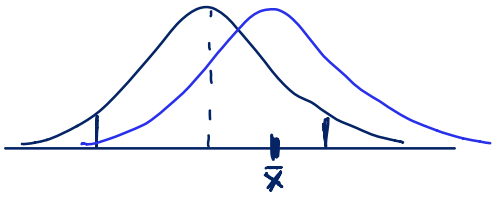
Si rechazo H_0.

¿Cuál es la probabilidad de error?

5%

TIPOS DE ERROR

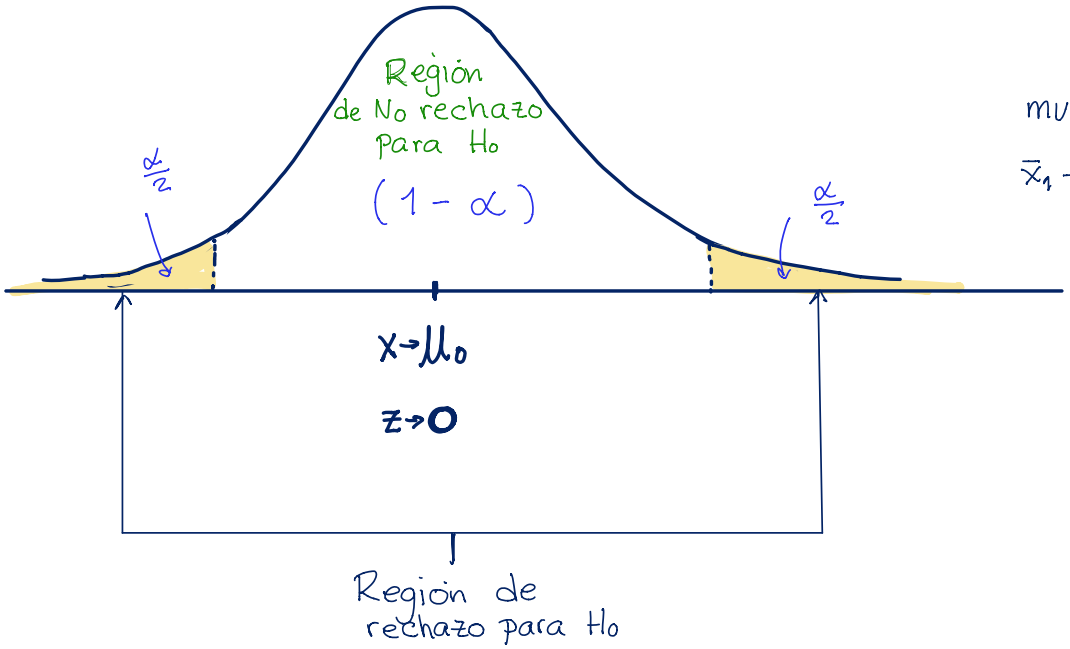




29/07/2020

PRUEBAS DE HIPÓTESIS

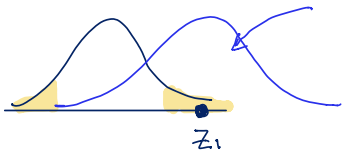
Asumimos que $\mu = \mu_0$ (Hipótesis nula)



muestra: $\bar{x}_1$

$\bar{x}_1 \rightarrow z_1$

Si cae en la región de rechazo.



Es más probable que la distribución de muestreo sea otra, en la cual el z_1 cae en la región central.

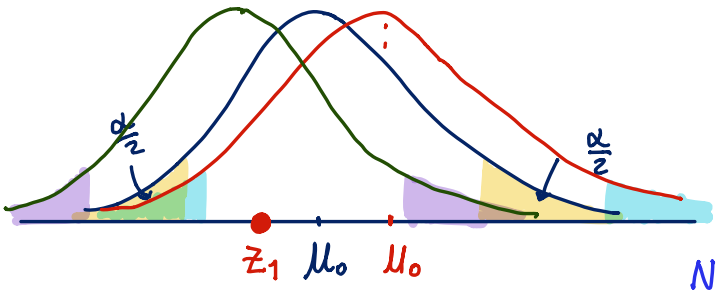
$\mu \neq \mu_0$

¿Cuál es la probabilidad de error?

α (Significancia de la prueba)

α: Error tipo 1: Rechazar Ho, cuando este era verdadero.

Si cae en la región de no rechazo



muestra:

$\bar{x}_1 \longrightarrow z_1$

No podemos asegurar que $\mu = \mu_0$

Si $\bar{x}_1$ cae en la región de NO RECHAZO, diremos que no hay evidencia para rechazar H_0.

Conclusión débil: No rechazar H_0.

Tipo de error: β (No controlado)

ERROR TIPO 2: Aceptar H_0 cuando este es falso.

Conclusión fuerte: Rechazar H_0

Tipo de error: α (Controlado)

ERROR TIPO 1: Rechazar H_0 cuando este es verdadero

ERRORES:

Ejemplo: Usted es un juez y debe decidir si aplica la pena de muerte a un hombre acusado de violación.

H_0: El acusado es culpable

H_a: El acusado no es culpable

Error tipo 1: Declaro al acusado inocente y lo dejo en libertad y resulta que si era culpable

Error tipo 2: Lo declaro culpable siendo inocente.

H_0: El acusado no es culpable

H_a: El acusado es culpable.

Error tipo 1: Rechazar Ho cuando esta era verdadera.

Lo declaro culpable, cuando éste era inocente.

Error tipo 2 (β): Aceptar Ho cuando ésta era falsa.

Declararlo inocente siendo culpable

ejercicios: Plantear las hipótesis para los siguientes problemas.

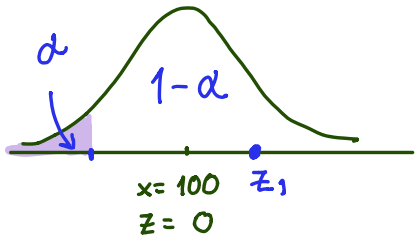
a) Acusan a nuestra empresa de estar robando, ya que aseguran que no damos las 100 Lb que dice nuestro empaque.

Del lado del acusador:

Si nos enfocamos en la cantidad promedio.

H_0: $\mu \geq 100$

H_a: $\mu < 100$



Prueba de cola inferior

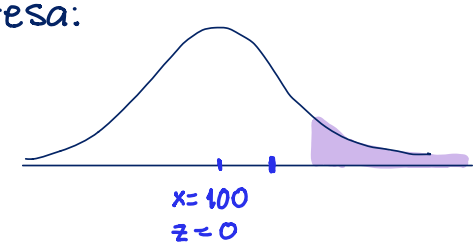
$\bar{x}_1 = 102$

z_1

Del lado de la empresa:

H_0: $\mu \leq 100$

H_a: $\mu > 100$



Prueba de cola superior

Sección 9.4 3/08/2020

29. El precio de un diamante de un quilate de color H y pureza VS2 de Diamond Source USA es \$5 600 (sitio web de Diamond Source, marzo de 2003). Un joyero del medio oeste llama a sus contactos en el distrito de los diamantes de Nueva York para saber si el precio medio de los que venden en ese lugar difiere de \$5 600.

a) Formule las hipótesis que se usarán para determinar si el precio medio en Nueva York difiere de \$5 600.

b) Los precios en una muestra de 25 contactos en la ciudad de Nueva York se presentan en el archivo *Diamonds*. ¿Cuál es el valor-*p*?

c) Con $\alpha = 0.05$, ¿es posible rechazar la hipótesis nula? ¿Cuál es su conclusión?

d) Repita la prueba de hipótesis anterior usando el método del valor crítico.

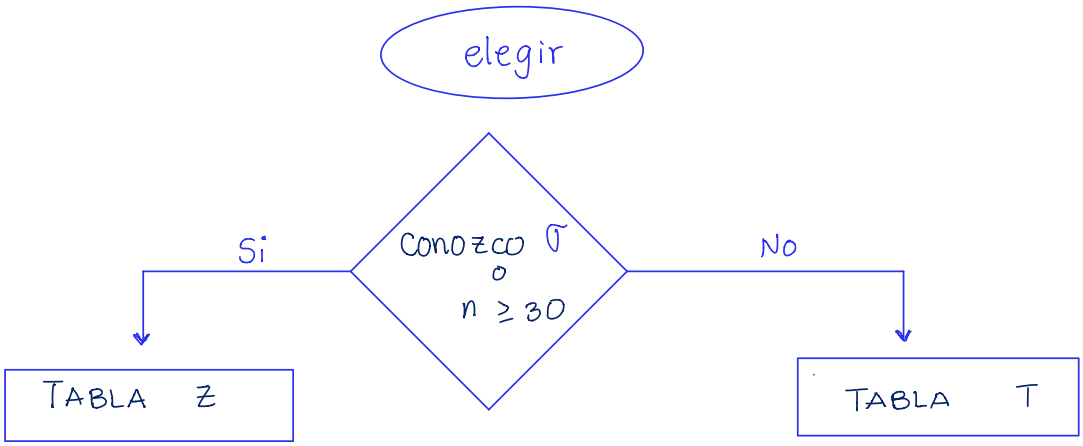
muestra

$\bar{x} = 5835$

$s = 520.11$

$n = 25$

asumiendo una distribución de muestreo aproximadamente normal.



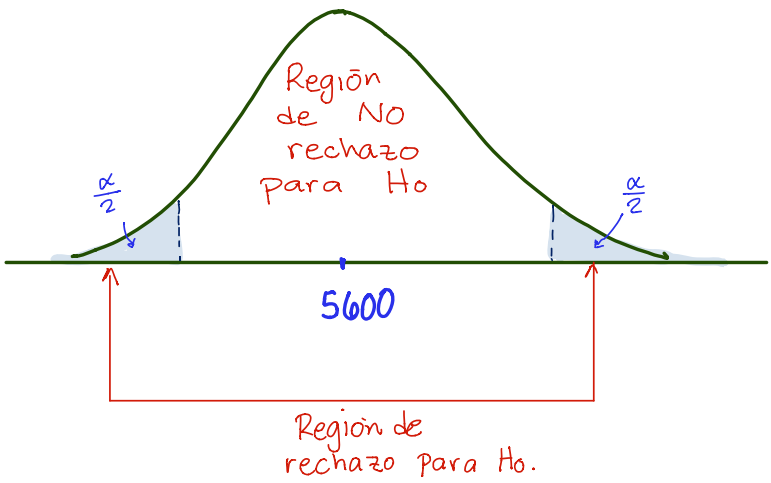
Para este ejemplo: Tabla t

① PLANTEAR PARÁMETRO DE INTERES: μ

② HIPÓTESIS:

$H_0: \mu = 5600$ ¿Difiere de \$5600?

$H_a: \mu \neq 5600$ Prueba de hipótesis de dos colas.



③ Plantear significancia.

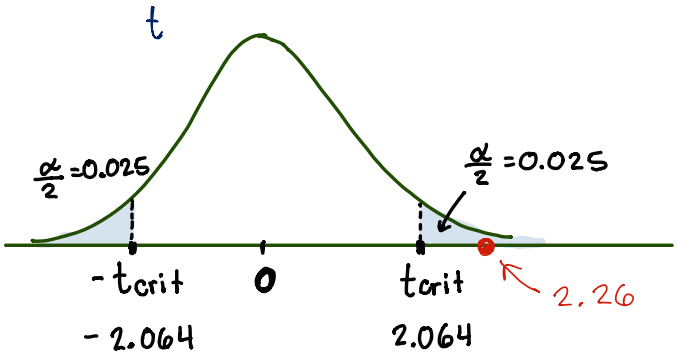
$\alpha = 0.05$ Probabilidad de error tipo 1.

④ Estadístico de prueba:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{5835 - 5600}{\frac{520.11}{\sqrt{25}}} = 2.26$$

⑤ DEFINIR CRITERIO DE RECHAZO

Criterio de rechazo del valor crítico



Rechazar Ho si $t \geq 2.064$ o

$t \leq -2.064$

⑥ Conclusión: Rechazar Ho.

Con una significancia de 0.05 podemos afirmar que el precio promedio de los diamentes en New York es diferente a $5600.-

Mismo problema.

① μ

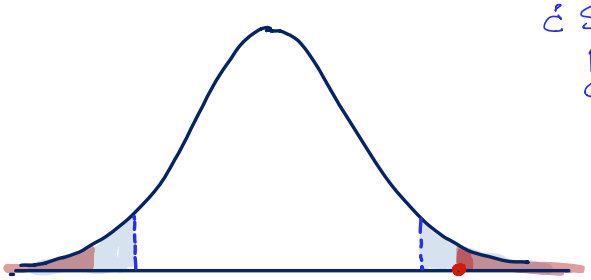
② Ho: $\mu = 5600$

Ha: $\mu \neq 5600$

③ $\alpha = 0.05$

④ $t = 2.26$

⑤



¿Si en lugar de pensar en posición, pensamos en comparar área?

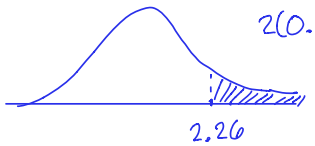
Si el área en rojo es más pequeña que $\frac{\alpha}{2}$, entonces rechazamos Ho.

Si es de dos colas

Valor-p = 2(área que deja en la cola)

Si Valor-p $\leq \alpha$ $\Rightarrow$ Rechazar Ho.

ej.



$2(0.01) \leq$ Valor-p $\leq (0.025) * 2$

$0.02 \leq$ Valor-p ≤ 0.05 (Tabla t)

con excel Valor-p = 0.03317

Valor-p $\leq \alpha$ $\Rightarrow$ Rechazar Ho.

5/08/2020

PRUEBA DE HIPOTESIS PARA LA MEDIA

EJEMPLO (Cap. 9)

WEB archivo
UsedCars

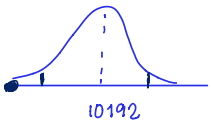
32. Según la National Automobile Dealers Association, el precio medio de un automóvil usado es de $10 192. El gerente de una distribuidora de la ciudad de Kansas revisó una muestra de 50 automóviles usados vendidos recientemente en ese establecimiento, con objeto de determinar si la media poblacional de sus precios difería del precio medio en todo el país. Los precios de los 50 automóviles se encuentran en el archivo denominado *UsedCars*.

a) Formule las hipótesis que se usarán para determinar si existe diferencia en el precio medio de los automóviles usados de la distribuidora.

b) ¿Cuál es el valor-*p*?

c) Con $\alpha = 0.05$, ¿cuál es su conclusión?

① Parámetro de interés: μ



② Hipótesis: $H_0: \mu = 10192$

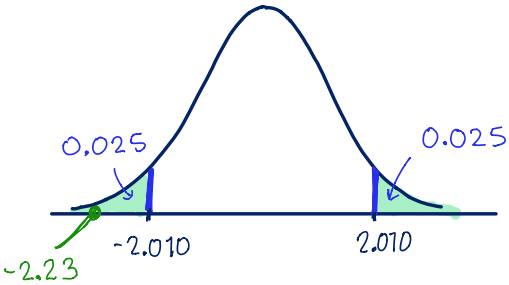
$H_a: \mu \neq 10,192$ * Prueba de 2 colas

③ Significancia: $\alpha = 0.05$

④ Estadístico de prueba:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{9750 - 10,192}{\frac{1400}{\sqrt{50}}} = -2.23$$

⑤ Región de rechazo:



$t_{crit} = 2.010$

Rechazar Ho si

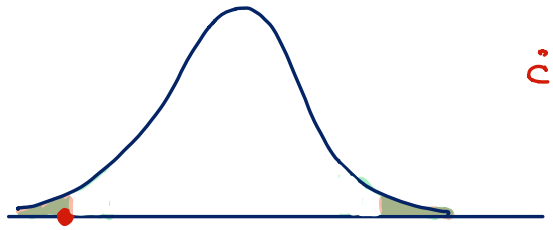
$t \geq 2.010$

$t \leq -2.010$

⑥ $t \leq -2.010$ $\quad -2.23 \leq -2.010$ $\quad \therefore$ Rechazar Ho.

Con una significancia de 0.05 podemos afirmar que su precio promedio es diferente al precio promedio de país (10,192)

¿ Cual es el nivel de significancia mínimo que me llevaría a rechazar Ho ?



$t = -2.23$

¿ Área que deja el estadístico de prueba en la cola ?

valor-p = 2(0.01518)

valor-p = 0.03036

⑤ Rechazar Ho Si valor-p $\leq \alpha$

$0.03036 \leq 0.05$ ✓ $\Rightarrow$ Rechazar Ho.

mismo ejercicio: Verificar si la media poblacional (De esta venta de vehiculos) es menor al Precio promedio de país.

① μ

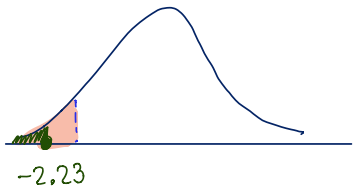
② Ho: $\mu \geq 10{,}192$

Ha: $\mu < 10{,}192$ prueba de cola inferior

③ $\alpha = 0.05$

④ $t = -2.23$

⑤



-2.23

Rechazar Ho Si valor-p $\leq \alpha$

valor-p = 0.015

⑥ Rechazar Ho.

10/08/2020

ejercicio:

Considere la prueba de hipótesis.

$H_0: \quad \mu \geq 45$

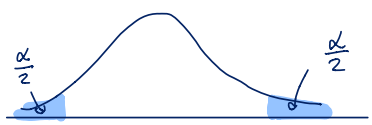
$H_a: \quad \mu < 45$

a) $\bar{x} = 44, \quad S = 5.2, \quad n = 36$

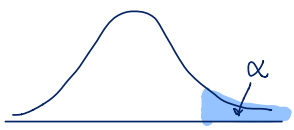
b) $\bar{x} = 43, \quad S = 4.6, \quad n = 36$

c) $\bar{x} = 46, \quad S = 5.0, \quad n = 36$

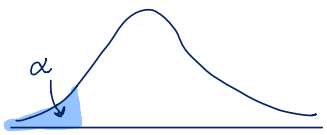
$H_a.$ $\mu \neq \mu_0$



$H_a.$ $\mu > \mu_0$



$H_a.$ $\mu < \mu_0$



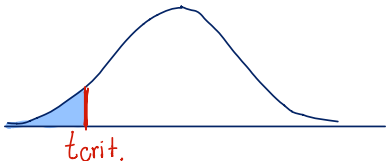
a) $\bar{x} = 44, \quad S = 5.2, \quad n = 36$

1. Parámetro de interés: μ
2. Hipótesis: $H_0: \mu \geq 45$

   $H_a: \mu < 45$
3. $\alpha = 0.05$
4. Estadístico de prueba:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{44 - 45}{\frac{5.2}{\sqrt{36}}} = -1.15$$

5. Criterio de rechazo

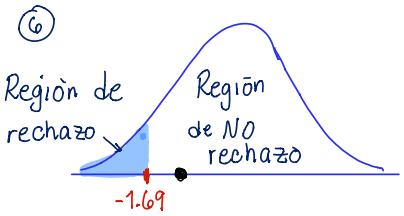


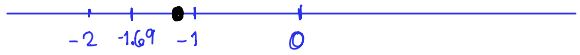
$t_{0.05,35} = -1.69$

Rechazar H_0 si:

$t \leq -1.69$

⑥



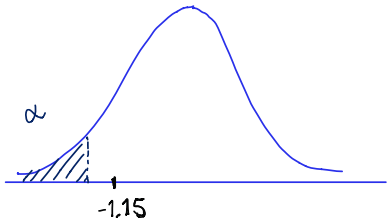


$-1.15 \nless -1.69 \quad \therefore$ No se rechaza Ho.

Con una significancia de 0.05 no hay suficiente evidencia para afirmar que la media poblacional es menor que 45.

USANDO VALOR-P.

Estadístico de prueba: $t = -1.15$



¿Cuánta área deja $t = -1.15$ en la cola inferior

Valor-p = 0.129

⑤ Rechazar Ho si

Valor-p $\leq \alpha$

c) $\bar{x} = 46$, $s = 5.0$, $n = 36$

① μ

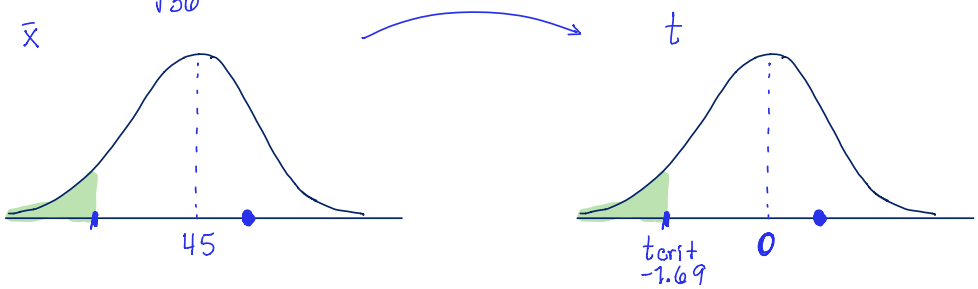
② Ho: $\mu \geq 45$

Ha: $\mu < 45$

③ $\alpha = 0.05$

④ $t = \dfrac{46 - 45}{\frac{5}{\sqrt{36}}} = 1.2$

⑤

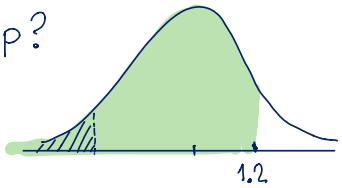


$t_{crit.} = -1.69$ Rechazar Ho si $t \leq -1.69$

⑥ $1.2 \nless -1.69$ $\therefore$ No se rechaza H_0.

Con una significancia de 0.05 no hay evidencia para afirmar que μ es menor a 45.

¿valor-p?



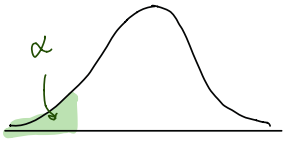
valor-p = 0.8809

PRUEBA DE HIPÓTESIS PARA PROPORCIÓN

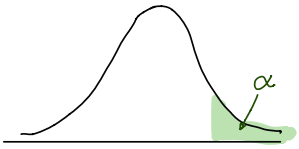
$\bar{p}$: proporción muestral

p : proporción poblacional

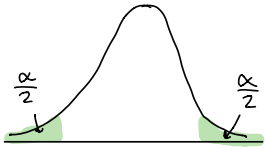
$H_0: p \geq p_0$
$H_a \quad p < p_0$



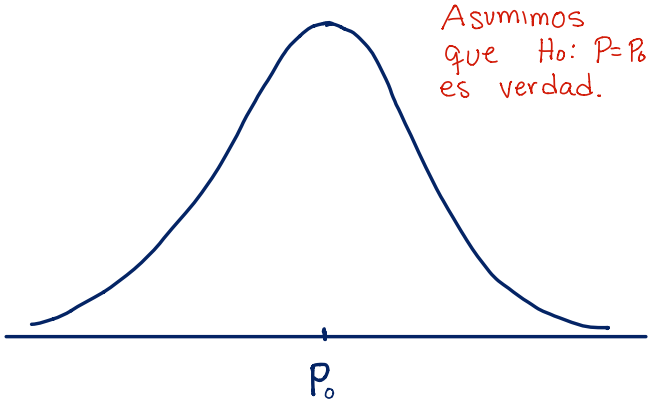
$H_0: p \leq p_0$
$H_a: p > p_0$



$H_0: p = p_0$
$H_a: p \neq p_0$



Distribución de muestreo para la proporción.



Asumimos que $H_0: p = p_0$ es verdad.

$$\begin{cases} E(\bar{p}) = p_0 \\ \sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}} \end{cases}$$

* n debe ser grande
* Usar tabla Z.

Pag. 380,

AUTO evaluación

38. Un estudio realizado por *Consumer Reports* indica que 64% de los clientes de los supermercados piensa que las marcas de esos establecimientos son tan buenas como las marcas nacionales. Para investigar si estos resultados aplican a sus propios productos, un fabricante de salsa de tomate de una marca nacional preguntó a los integrantes de una muestra si consideraban las salsas de tomate de marca propia de los supermercados tan buenas como la de marca nacional.

a) Formule las hipótesis para determinar si el porcentaje de clientes de los supermercados que considera las salsas de tomate de marca propia de estos establecimientos tan buenas como la de marca nacional difiere de 64%.

b) Si en una muestra de 100 clientes, 52 opinan que las marcas de los supermercados son tan buenas como las nacionales, ¿cuál es el valor-*p*?

c) Con $\alpha = 0.05$, ¿cuál es la conclusión?

d) ¿Le dará gusto esta conclusión al fabricante de la marca nacional de salsa de tomate? Explique.

1 Parámetro de interés: P

2 H_0: $P = 0.64$

H_a: $P \neq 0.64$

3 $\alpha = 0.05$

4 $$Z = \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}}$$

$\bar{P} = 0.52$

$P_0 = 0.64$ ...