Decaimiento Radioactivo.

1. a. $y = 100e^{kt}$.

b. $y(6) = 97$

$97 = 100e^{6k}$

$0.97 = e^{6k}$ $\quad -0,5076\%/h.$

$k = \frac{1}{6}\ln(0.97) = -0.005076$

c. $y(24) = 100e^{-0.005076(24)}$.

d. Encuentre la vida media.

$50 = 100e^{\underline{\underline{k}}T}$ $\qquad e^{kT} = 0.5$

$T = \frac{1}{k}\ln(0.5) = 136.55$ horas.

2. $\int p(t)dt = \int \frac{8}{(100-t)}dt = -8\ln(100-t)$

a. $e^{\int p\,dt} = e^{\ln(100-t)^{-8}} = \frac{1}{(100-t)^8}$

b. $V(t) = 100 + 7t - 8t. = 100 - t. = 0.$

3. $y' = k(y-100)$ $\quad y(0) = 20$ $\quad$ Tambiente es $100°$

$y(t) = 100 - 80e^{\underline{\underline{k}}t}$

b. $y(1) = 22.$ la temperatura de la barra aumenta en $2°C$ 1 segs. después.

$22 = 100 - 80e^{k(1)}$

$-76 = -80e^{k}$.

$0.95 = e^{K} \Rightarrow K = \ln(0.95) = -0.05129$

c. ¿Cuándo se llegan a los 98°C?

$$100 - 80e^{-0.05t} = 98$$

$$-80e^{Kt} = -2$$

$$e^{Kt} = 0.025$$

$$Kt = \ln(0.025)$$

$$t = \frac{1}{K}\ln(0.025) = \frac{\ln(0.025)}{\ln(0.95)}$$

$$\approx 71.9173 \text{ horas.}$$

Modelos Poblacionales

Crecimiento Exponencial: $y' = Ky$.

K es siempre constante.

Mejora: considere una población límite M

$y' = Ky * \left(\frac{M-y}{M}\right)$ % población actual sobre la pob. límite.

$y < M$ $y' \approx Ky$. crecimiento exponencial.

$y \approx M$ $y' \approx 0$ población se estanca.

$y > M$ $y' < 0$ crecimiento negativo.

ED Logística: $y' = Ky\left(\frac{M-y}{M}\right)$ $y(0) = y_0$.

$$\frac{dy}{dt} = Ky\left(\frac{M-y}{M}\right)$$ ED separable.

$$\frac{M\,dy}{y(M-y)} = K\,dt.$$

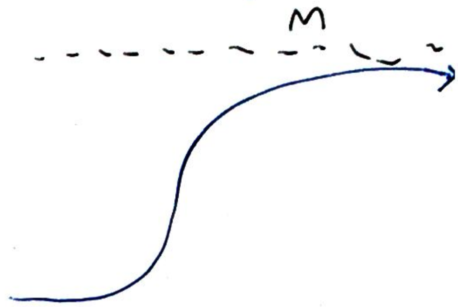
$$\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{M-y}\right) dy = K\,dt.$$

$$\ln y - \ln(M-y) = Kt + C.$$

$$\ln\left(\frac{y}{M-y}\right) = Kt + C$$

$$\frac{y}{M-y} = e^{Kt+C}.$$

¿C, y?



Soln: $$\boxed{y(t) = \frac{M y_0 e^{Kt}}{(M-y_0) + y_0 e^{Kt}}}$$

S alargada.

Ejercicio 1: La población de Kiribati sigue un crecimiento logístico y está limitada a 200 mil habs. En 1990, población es de 40 mil y en el 2000 es de 80 mil.

Encuentre la ec. que describe la población de Kiribati

$M = 200 \qquad y_0 = 40$

$$y' = K y \frac{(200-y)}{200} \qquad y(t) = \frac{200(40)e^{Kt}}{160 + 40e^{Kt}}.$$

¿K? use $y(10) = 80$ para encontrar K.

$$80 = \frac{8000 e^{10K}}{160 + 40e^{10K}}$$

$$12{,}800 + 3200 e^{10K} = 8000 e^{10K}.$$

$$12{,}800 = 4{,}800 e^{10K}.$$

$$\frac{8}{3} = e^{10K}$$

$$\ln(8/3) = 10K$$

$$K = \frac{1}{10}\ln(8/3) = 0.0693$$