

8 Modelos Lineales.

Crecimiento Exponencial

La razón de cambio $\frac{dy}{dt}$ es proporcional a la cantidad presente y .

$$\frac{dy}{dt} = r y, \quad y(0) = y_0.$$

r = tasa de crecimiento.

- Crecimiento Poblacional
- Interés compuesto continuo.
- Decaimiento Radioactivo.

Es lineal o separable.

$$\frac{dy}{y} = r dt, \quad r \text{ es constante.}$$

$$\ln(y) = rt + C.$$

$$y = e^{rt+C} = e^{\frac{C_1}{e}} e^{rt} = C_1 e^{rt}.$$

$$y(0) = C_1 e^0 = y_0 \Rightarrow C_1 = y_0.$$

Modelo de Crecimiento Exponencial:

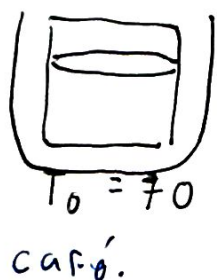
$$y' = r y.$$

$$y(0) = y_0$$

\Rightarrow

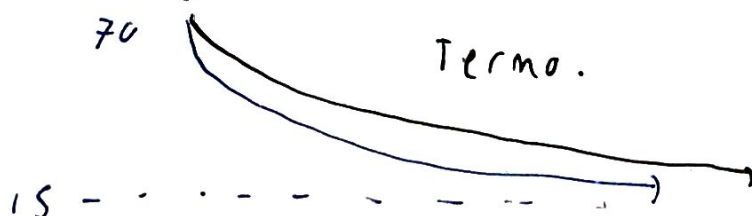
$$y(t) = y_0 e^{rt}.$$

Ley de Enfriamiento/Calentamiento de Newton.



ambiente
 $T_s = 15$

temperatura café
 $y(t)$ va disminuyendo



$$\frac{dy}{dt}$$

razón de cambio de la temperatura.
es proporcional a la dif. de temperaturas.

$$\boxed{\frac{dy}{dt} = K(y - T_s) \quad y(0) = T_0.}$$

Ley de enfriamiento de Newton.

K constante de enfriamiento $K < 0$.

$$y' = 5(y - 15) \quad y(0) = 70$$

ED separable o ED Lineal.

$$\frac{dy}{y - T_s} = K dt.$$

$$\ln(y - T_s) = Kt + C.$$

$$y - T_s = e^{Kt + C} = C_1 e^{Kt}$$

$$C_1 = e^C.$$

$$\text{Use } y(0) = T_0.$$

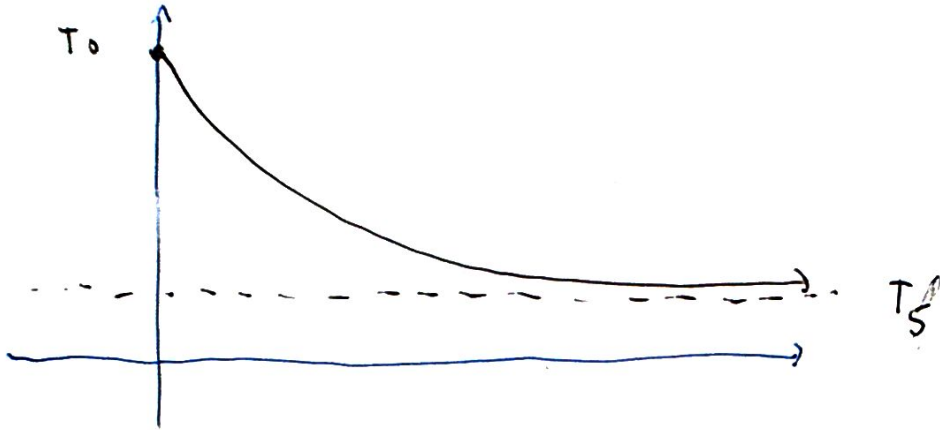
$$T_0 - T_s = C_1 e^0.$$

$$y - T_s = (T_0 - T_s) e^{Kt}.$$

lex de
Enfriamiento
de Newton

$$y' = K(T - T_s), \quad y(0) = T_0$$

$$y(t) = T_s + (T_0 - T_s) e^{Kt}.$$



Investigaciones forenses.

mide la temperatura al inicio

mide la temperatura un tiempo después.

la constante K .

determine el tiempo de fallecimiento.

Lunes 15 Simulacro.

Miércoles 17 Resolución

Viernes 19 Primer Parcial.