

Corito #7

Resuelva $y'' - 3y' - 10y = -e^{5x} + 40$.

Solución complementaria: $m^2 - 3m - 10 = 0$
 $(m-5)(m+2) = 0 \Rightarrow m = -2, 5$

$$y_c = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{5x}$$

Solución particular $y_p = Ax e^{5x} + B$.

$$y_p' = A e^{5x} + 5Ax e^{5x}$$

$$y_p'' = 5A e^{5x} + 5A e^{5x} + 25Ax e^{5x} = 10A e^{5x} + 25Ax e^{5x}$$

sustituya en la ED y encuentre A & B.

$$10A e^{5x} + \underline{25Ax e^{5x}} - 3A e^{5x} - \underline{15Ax e^{5x}} - \underline{10Ax e^{5x}} - 10B = -e^{5x} + 40$$

$$7A e^{5x} - 10B = -e^{5x} + 40$$

$$7A = -1 \Rightarrow A = -1/7.$$

$$-10B = 40 \Rightarrow B = -4$$

Soln
General:

$$y_c = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{5x} - \frac{1}{7} x e^{5x} - 4$$

Ejemplo 7.

Resuelva $y'' - 2y' + y = e^x$

Soln. complementaria: $m^2 - 2m + 1 = 0$
 $(m-1)^2 = 0 \Rightarrow m = 1, 1$

Raíz Repetida: $y_c = c_1 e^x + c_2 x e^x$

Soln. particular: $y_p = A x^2 e^x$

$$y_p' = 2A x e^x + A x^2 e^x$$

$$y_p'' = 2A e^x + 2A x e^x + 2A x e^x + A x^2 e^x$$

$$y_p'' = 2A e^x + 4A x e^x + A x^2 e^x$$

Sustituya en la ED y encuentre

$$2A e^x + \underline{4A x e^x} + \underline{A x^2 e^x} - \underline{4A x e^x} - \underline{2A x^2 e^x} + \underline{A x^2 e^x} = e^x$$

$$2A e^x = e^x \Rightarrow A = \frac{1}{2}$$

$$y_p = \frac{1}{2} x^2 e^x$$

Soln. General: $y = c_1 e^x + c_2 x e^x + \frac{1}{2} x^2 e^x$

no es recomendable $y_p = (A x^2 + B x) e^x$
es parte de y_c