

VALOR MÉDIO E EFICAZ

KAZUO NAKASHIMA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

INSTITUTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS E TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO

RESUMO

Medição de tensão (Volt) e corrente (Ampere) é uma atividade de rotina para qualquer eletricista. Contudo a sua indispensável ferramenta de trabalho, o MULTÍMETRO, digital ou analógico, pode realizar medições incorretas em sistemas onde a forma de onda não é senoidal. Estas medições incorretas podem provocar especificações inadequadas de cabos, fusíveis, chaves, medidores, dispositivos eletrônicos, dissipadores de calor, etc.

Qualquer multímetro mede corretamente, na escala DC, o valor médio da tensão ou corrente. Porém, na escala AC, poucos multímetros, geralmente digitais, medem corretamente o valor eficaz de ondas não senoidais.

OBJETIVOS

Ao final desta unidade você estará apto a:

1. Reconhecer a diferença entre valor médio, eficaz ou *rms*, eficaz real (*true rms*).
2. Especificar o multímetro adequado para medição de tensão e corrente não senoidal.
3. Calcular o valor médio e eficaz de tensão e corrente, a potência dissipada, o fator de crista e o fator de forma de ondas periódicas não senoidais.

1 – VALOR MÉDIO (Ave)

O Valor Médio (*Average - Ave*) de uma onda periódica de TENSÃO, CORRENTE E POTÊNCIA (e outras grandezas físicas) está relacionado com a componente contínua desta onda e o interesse por este valor está relacionado com o resultado após a “filtragem” do sinal.

O valor médio representa uma grandeza contínua F_{Ave} que tem a mesma área sob a curva que a onda periódica, no mesmo intervalo T .

Graficamente, o valor médio pode ser representado como “área sob a curva, no intervalo T ,

dividido pelo período T ”. O período T é o intervalo de tempo de repetição da onda periódica. $T=1/f$ onde f é a freqüência.

$$F_{\text{Ave}} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

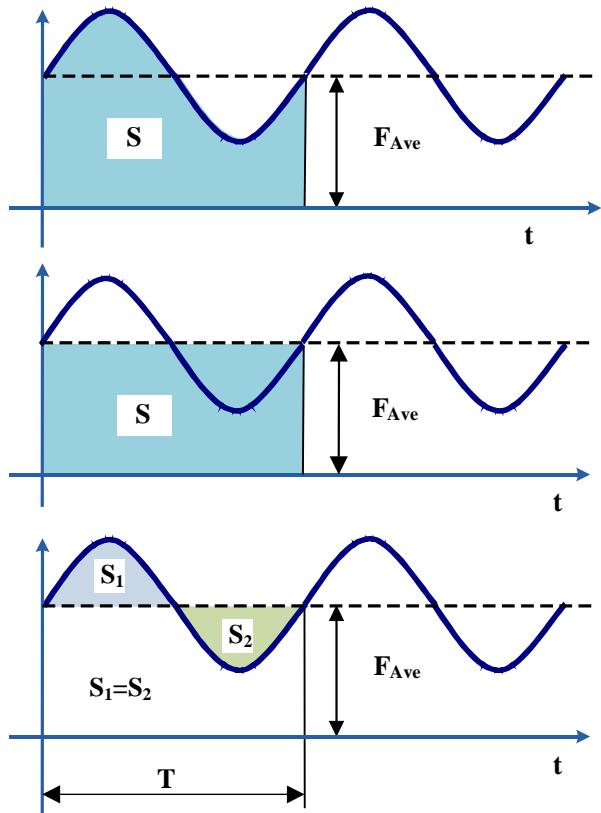


Figura 1- Valor médio

2 – VALOR EFICAZ (RMS)

Valor eficaz ou *RMS* (*Root Mean Square*) de uma onda periódica de CORRENTE e TENSÃO está relacionado com o calor dissipado em uma resistência.

A clássica fórmula de potência permite obter o **valor médio** da potência dissipada na resistência.

$$P_{(\text{Ave})} = \frac{V_{\text{RMS}}^2}{R} = R \cdot I_{\text{RMS}}^2$$

O valor eficaz representa o valor de uma tensão (ou corrente) contínua que produz a mesma dissipação de potência que a tensão (ou corrente) periódica.

A potência instantânea dissipada em uma resistência é

$$p(t) = \frac{v^2(t)}{R} = R \cdot i^2(t)$$

e a potência média dissipada é

$$\begin{aligned} P_{(Ave)} &= \frac{1}{T} \int_0^T p(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T R \cdot i^2(t) \cdot dt \\ &= R \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \cdot dt \end{aligned}$$

Igualando as duas equações de potência média obtemos a equação abaixo, origem do termo RMS - *Root Mean Square* (Raiz Quadrada da Média do Quadrado)

$$V_{(RMS)} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) \cdot dt}$$

A Figura 2 mostra a relação entre o valor EFI-CAZ e a Potência Média dissipada em uma resistência de 1Ω para uma onda senoidal.

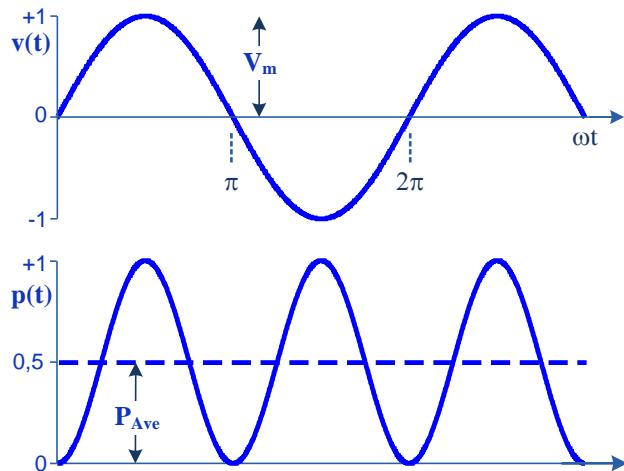


Figura 2- Valor eficaz ou RMS e potência.

$$v(t) = V_m \cdot \sin(\omega t)$$

$$p(t) = \frac{v^2(t)}{R} = \frac{(V_m \cdot \sin(\omega t))^2}{R}$$

$$= \frac{V_m^2 (1 - \cos(2\omega t))}{2R}$$

$$P_{Ave} = \frac{V_m^2}{2R} = \frac{V_{RMS}^2}{R}$$

$$V_{RMS} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

3 - SOMA DE CORRENTES

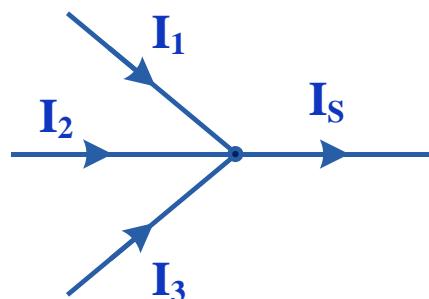


Figura 3- Soma de corrente.

Para valor médio, o resultado da soma é simplesmente uma soma aritmética.

$$I_{S(Ave)} = I_{1(Ave)} + I_{2(Ave)} + I_{3(Ave)} + \dots$$

Para o valor eficaz o resultado não é tão simples assim; a equação abaixo além de mais complicada é valida somente se as correntes forem funções ortogonais.

$$I_{S(RMS)} = \sqrt{I_{1(RMS)}^2 + I_{2(RMS)}^2 + I_{3(RMS)}^2 + \dots}$$

duas funções são ortogonais se o valor médio da multiplicação (produto) entre estas duas funções for zero.

$$\frac{1}{T} \int_0^T f_1(t) \cdot f_2(t) . dt = 0$$

Esta propriedade será utilizada para calcular o valor médio e eficaz de ondas periódicas complexas. Neste processo de cálculo dividiremos esta onda complexa em vários intervalos de tempo e calcularemos o valor médio e eficaz de cada intervalo.

4 – FATOR DE FORMA (K_f)

$$K_f = \frac{I_{RMS}}{I_{Ave}}$$

Este fator está relacionado com taxa de utilização ou de aproveitamento de um componente eletro-eletrônico. Se este fator for mínimo ($K_f=1$ em corrente contínua constante) significa que a

potência útil (trabalho realizado) do equipamento será realizado com a menor corrente possível. Sua aplicação está mais relacionada com conversores ac/dc e com medidores average sensing.

5 - FATOR DE ONDULAÇÃO - Ripple

$$Ripple = \frac{V_{AC(RMS)}}{V_{Ave}}$$

Este fator é a relação entre o valor eficaz somente da componente alternada e a componente contínua, Vac/Vdc, e indica a presença de ondulação em uma fonte de corrente contínua.

6 – FATOR DE CRISTA (K_P)

$$K_p = \frac{I_{Pico}}{I_{RMS}}$$

Este fator indica o grau de distorção de uma onda. Pode nos informar sobre o fator de utilização também e é muito importante para especificar medidores *True RMS*

Uma corrente com fator de crista muito alto significa que o componente deve ser especificado com corrente muito maior que outro com fator de crista menor, pelo mesmo trabalho realizado. Observe na Figura 4 que, para mesma corrente de pico, quanto menor o valor de K_P maior é a corrente eficaz.

7 – DHT – DISTORÇÃO HARMÔNICA TOTAL

$$DHT = \frac{\sqrt{I_{2RMS}^2 + I_{3RMS}^2 + I_{4RMS}^2 + \dots + I_{\infty RMS}^2}}{I_{1RMS}}$$

$$= \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{h=\infty} I_{hRMS}^2}}{I_{1RMS}}$$

I_{1RMS}=Valor eficaz da fundamental h1

I_{hRMS}=Valor eficaz da harmônica h

Este fator indica, com mais precisão, o grau de distorção de uma onda ou a quantidade de harmônicas. Uma onda senoidal pura sem distorção apresenta DHT=0

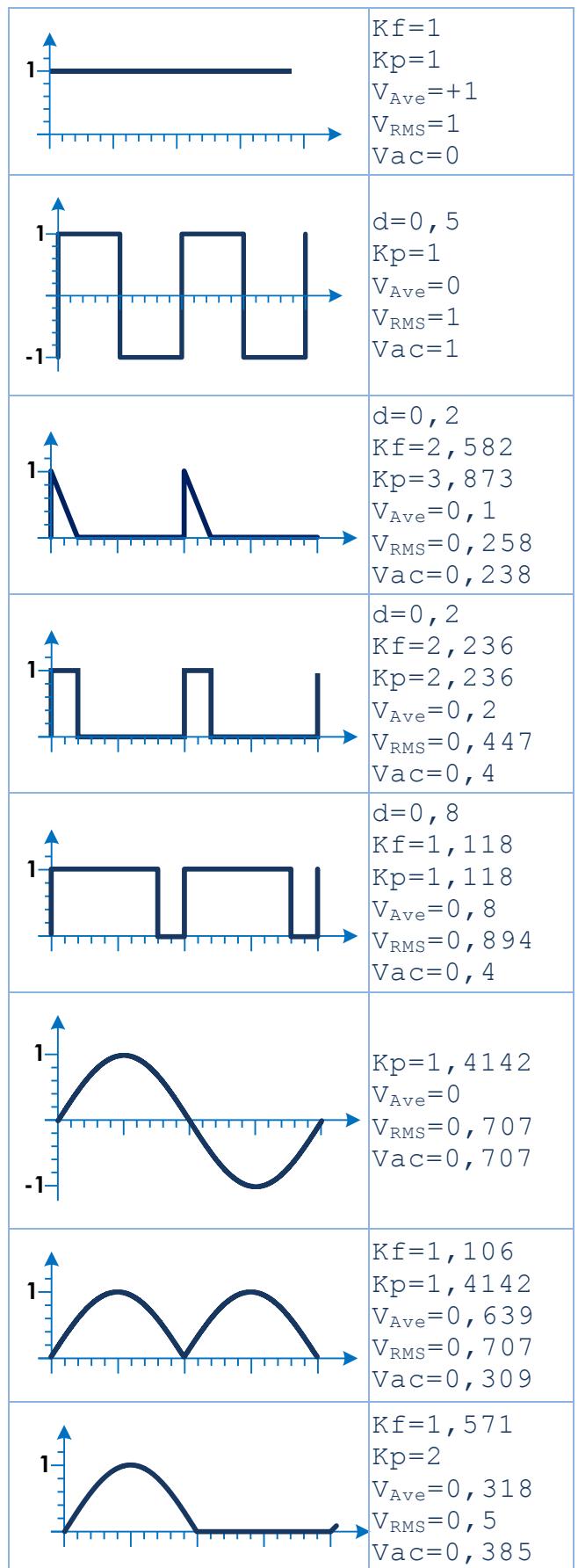


Figura 4- Fator de forma e de crista

8 – MEDIDORES AVERAGE SENSING OU AVERAGE RESPONDING

Estes medidores medem corretamente o valor médio de qualquer forma de onda na escala DC. Porém, na escala AC, o valor eficaz é medido corretamente somente para onda SENOIDAL perfeita.

O sensor ou transdutor destes multímetros respondem somente a tensão contínua filtrada, portanto ao valor médio. Para medir o valor eficaz de um sinal alternado senoidal, este sinal é retificado em onda completa, filtrado e amplificado por um fator 1,1107 e então convertido para digital.

A relação entre o valor eficaz de uma onda senoidal e o valor médio desta onda retificada em onda completa é

$$\frac{V_{\text{RMS}}}{|v(t)|_{\text{Ave}}} = \frac{V_m/\sqrt{2}}{2V_m/\pi} = 1,1107$$

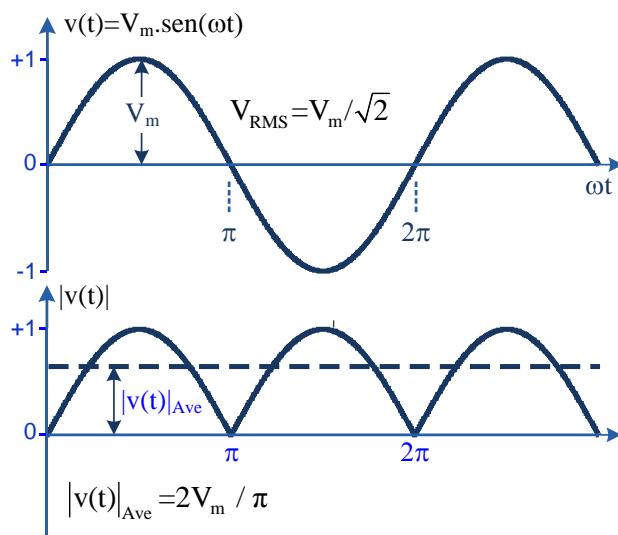


Figura 5 - Fator 1.11 dos multímetros Average Sensing.

Qualquer forma de onda não senoidal perfeita será medido incorretamente, inclusive ondas senoidais retificadas.

Para ondas retangulares o multímetro Average Sensing pode apresentar um erro sistemático entre -33,3% e +11%, respectivamente para ciclo de trabalho d=0,1 e d=0,5.

9 – MEDIDORES TRUE RMS

Estes multímetros “Eficaz Verdadeiro”, obviamente muito mais caros, medem corretamente o valor EFICAZ de qualquer forma de onda desde

que o fator de crista Kp e a freqüência seja menor que o especificado pelo fabricante.

Menos que 10% dos medidores disponíveis comercialmente são True RMS e custam de 5 a 10 vezes mais em relação aos medidores *Average Sensing*. A maioria dos osciloscópios digitais e sistemas de aquisição de dados medem corretamente o valor eficaz de ondas não senoidais.

10- ACOPLAGEMTO AC

Devido ao acoplamento AC adotado na maioria dos multímetros na escala AC, é necessário fazer a medição nas duas escalas, DC e AC, e utilizar a seguinte equação para obter o valor eficaz total, $\text{RMS}_{\text{AC+DC}}$.

$$V_{\text{RMS}} = \sqrt{V_{\text{dc}}^2 + V_{\text{ac}}^2}$$

Os exemplos seguintes mostram o mecanismo de operação dos multímetros com acoplamento AC na escala AC.

Onda senoidal

O sinal apresentado na Figura 6 é uma superposição de corrente alternada com corrente contínua, muito comum na eletrônica.

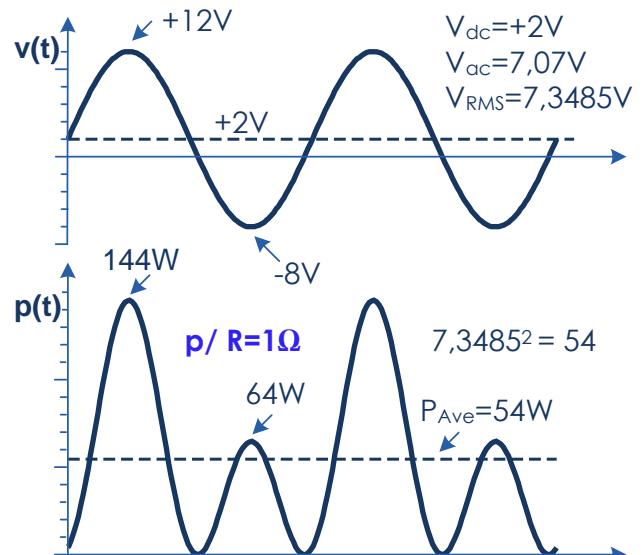


Figura 6 – Sinais AC+DC

$$v(t) = V_{\text{dc}} + V_m \cdot \text{sen}(\omega t) = 2 + 10 \cdot \text{sen}(\omega t)$$

$$V_{\text{dc}} = +2 \text{ V} \quad V_{\text{ac}} = 10/\sqrt{2} = 7,07 \text{ V}$$

$$V_{\text{RMS}} = \sqrt{V_{\text{dc}}^2 + V_{\text{ac}}^2} = \sqrt{(2)^2 + (7,07)^2} = 7,3485 \text{ V}$$

Onda não senoidal

A onda retangular de 20Vpp, *Duty Cycle* de 0,2 e *Off Set* de 0V, apresentado na Figura 7(a), é simétrica na amplitude (+10; -10) mas não no tempo ($d=0.2$).

O valor médio desta onda é $V_{Ave} = V_{dc} = -6$ V e o valor eficaz é $V_{RMS} = 10$ V.

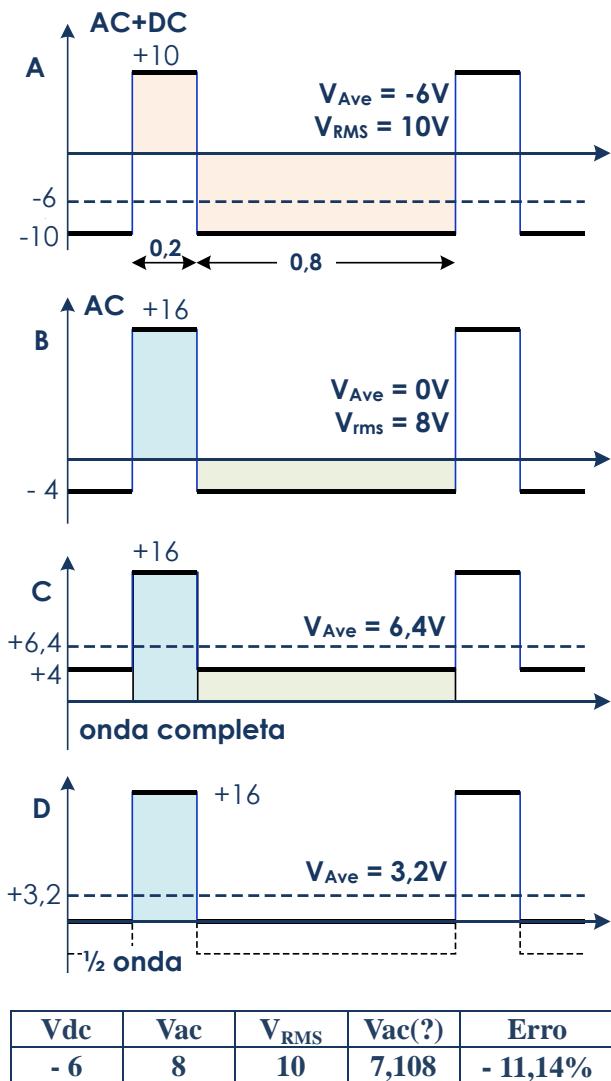


Figura 7: Onda Retangular $d=0,2$

Nos multímetros que utilizam acoplamento AC, a componente contínua é bloqueada e a onda realmente medida pelo multímetro é componente AC apresentada na Figura 7(b).

Esta onda, obviamente com valor médio igual a zero, apresenta outro valor eficaz que será o valor indicado pelo multímetro *True RMS* na escala AC, $V_{ac}=8$ V.

Para obter o valor eficaz RMS_{AC+DC} devemos utilizar a seguinte equação:

$$V_{RMS} = \sqrt{V_{dc}^2 + V_{ac}^2} = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = 10 \text{ V}$$

No multímetro *Average Sensing* com acoplamento AC, esta componente AC é retificada em onda completa, como mostra a Figura 7(c), e o valor médio é multiplicado pelo fator 1,1107, resultando $V_{ac}(?) = 6,4 \times 1,1107 = 7,1084$ V, um erro de -11,14% em relação ao multímetro *True RMS AC*.

Para facilitar os cálculos podemos fazer a retificação em meia onda e multiplicar o valor médio pelo fator $2,2214 = 2 \times 1,1107$ como mostra a Figura 7(d). $V_{ac}(?) = 3,2 \times 2,2214 = 7,1084$ V.

O valor eficaz da componente AC, que é o valor indicado pelo multímetro *True RMS* com acoplamento AC, pode ser calculado pela seguinte equação.

$$V_{ac} = \sqrt{V_{RMS}^2 - V_{Ave}^2}$$

A Figura 8(a) apresenta uma onda retangular de 10Vpp, *Duty Cycle* de 0,5 e *Off Set* de +2V.

O Multímetro *Average Sensing* na escala AC indicará $V_{ac}(?) = 1,1107 \times 5 = 2,2214 \times 2.5 = 5,5535$ V, um erro de +11,07%.

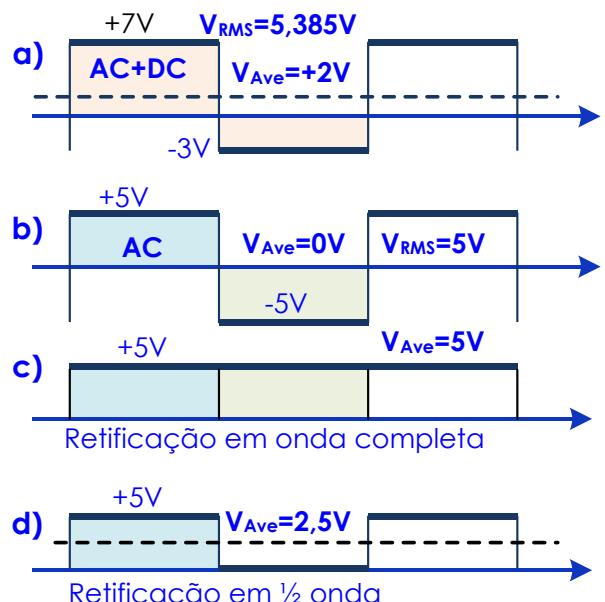


Figura 8: Onda Quadrada $d=0,5$

Apenas como curiosidade, para ciclo de trabalho $d=0,2824$ este multímetro indicará o valor correto.

11 – ONDA RETANGULAR

Ondas retangulares de correntes são comuns em conversores tiristorizados ac/dc e dc/dc. Tensões retangulares são encontrados em conversores dc/dc (chopper) e dc/ac (inversores).

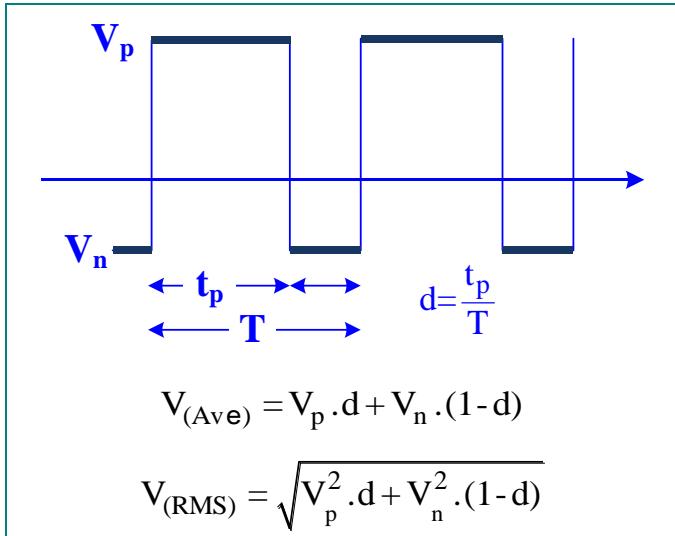


Figura 9 – Onda retangular genérica.

Pulso Retangular

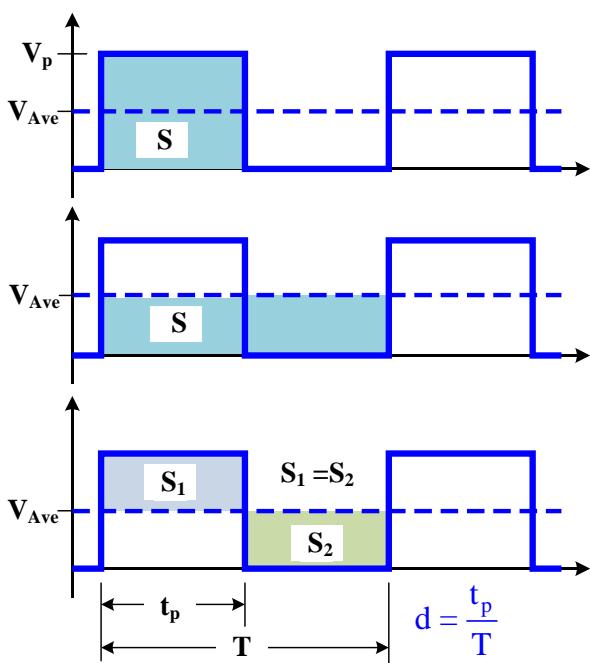


Figura 9 – Pulso retangular unipolar.

Calcular o valor médio e eficaz de uma onda retangular UNIPOLAR é relativamente fácil pois depende apenas do valor de pico V_p e da relação entre a largura do pulso t_p e o período T .

A relação $t_p/T=d$ é denominado ciclo de trabalho ou relação marca/espac (duty cycle).

Pulso Retangular				
$\frac{V_{Ave}}{V_p}$	$\frac{V_{RMS}}{V_p}$	$\frac{Vac}{V_p}$	$\frac{Vac(?)}{V_p}$	erro (?)
d	\sqrt{d}	$\sqrt{d(1-d)}$	$2.22d(1-d)$	%
0,01	0,1000	0,0995	0,0220	-77,90
0,05	0,2236	0,2179	0,1055	-51,59
0,1	0,3162	0,3000	0,1999	-33,36
0,2	0,4472	0,4000	0,3554	-11,14
0,3	0,5477	0,4583	0,4665	+1,80
0,4	0,6325	0,4899	0,5331	+8,83
0,5	0,7071	0,5000	0,5554	+11,07
0,6	0,7746	0,4899	0,5331	+8,83
0,7	0,8367	0,4583	0,4665	+1,80
0,8	0,8944	0,4000	0,3554	-11,14
0,9	0,9487	0,3000	0,1999	-33,36
0,95	0,9747	0,2179	0,1055	-51,59
0,99	0,9949	0,0995	0,0220	-77,90

$$\frac{Vac(?)}{Vac} = 2,2214\sqrt{d(1-d)} \quad \text{erro \%} = \left(\frac{Vac(?)}{Vac} - 1 \right) 100$$

12 – PULSO TRAPEZOIDAL

Pulsos senoidais, triangulares, trapezoidais e retangulares são encontrados em circuitos de comutação como fontes chaveadas, chopper, inversores, etc.

Pulsos retangulares e triangulares são casos particulares da onda trapezoidal.

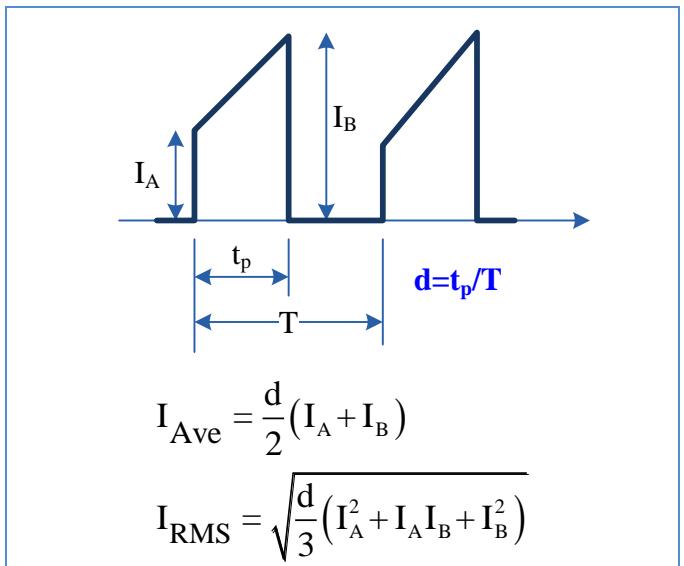


Figura 10 – Pulso Trapezoidal.

13 - PULSO TRIANGULAR

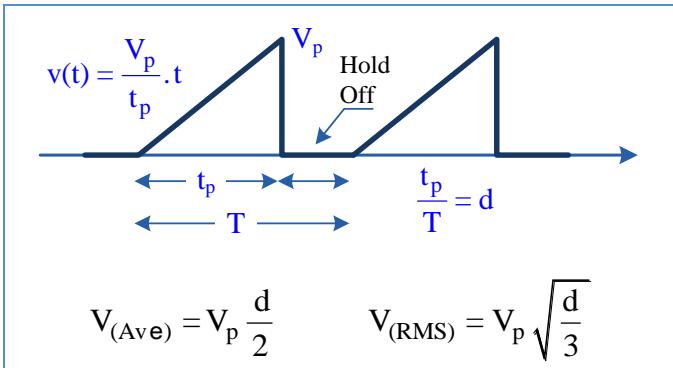


Figura 11 – Pulso Triangular (assimétrico)

Esta onda será simétrica somente para $d=1$ (*Hold Off*=0), quando o valor médio passa exatamente no meio dos valores pico a pico.

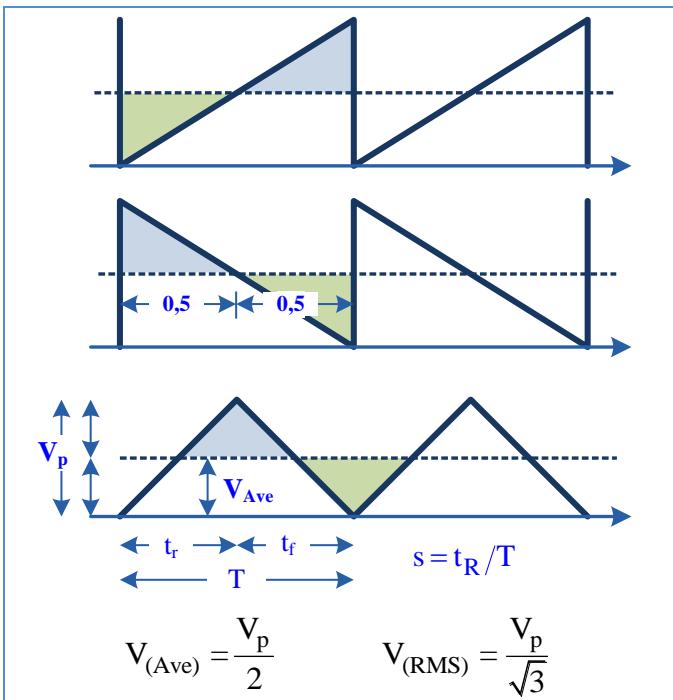


Figura 12 – Onda Triangular (simétrica)

Para ondas triangulares e dente de serra os valores médio e eficaz independem da simetria subida/descida.

Observe que o ciclo de trabalho, na concepção semiciclo positivo/semitciclo negativo, em relação ao valor médio *Ave*, é sempre 0,5.

DMM – Average Sensing

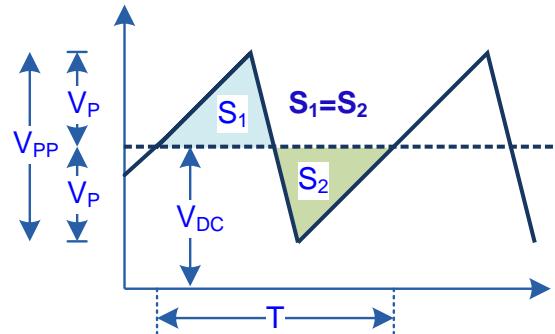
Para ondas simétricas, como a onda triangular apresentada na Figura 12, o multímetro *Average Sensing* apresenta, na escala AC, um erro sistemático de -3,87% independente da simetria, tempo de subida/tempo de descida.

$$V_{\text{ac}(\text{True RMS})} = \frac{V_p}{\sqrt{3}} = \frac{V_{\text{pp}}}{2\sqrt{3}}$$

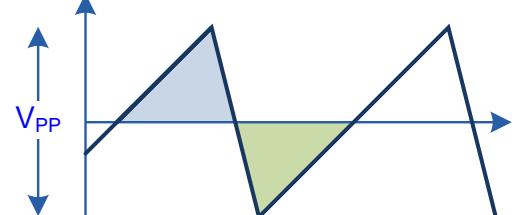
$$V_{\text{ac}(\text{AveSense})} = 1.11 \frac{V_p}{2} = 1.11 \frac{V_{\text{pp}}}{4}$$

$$\frac{V_{\text{ac}(\text{AveSense})}}{V_{\text{ac}(\text{True RMS})}} = 0,9612 \dots \text{Erro} = -3,87\%$$

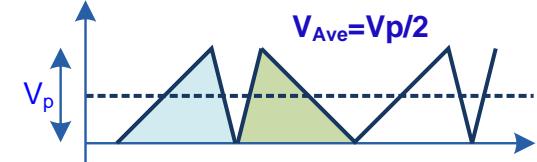
a) AC+DC



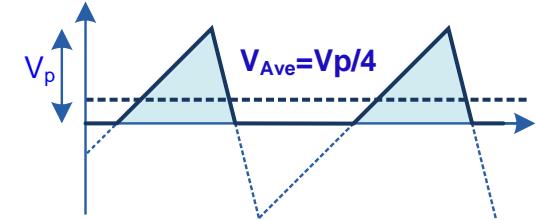
b) AC



c) Onda completa



d) ½ Onda



$$V_{\text{dc}} = V_{\text{(Ave)}} \quad V_{\text{ac}} = \frac{V_p}{\sqrt{3}} = \frac{V_{\text{pp}}}{2\sqrt{3}}$$

Figura 13 – Onda Triangular (simétrica)

14 – ONDA SENOIDAL

Ondas parcialmente senoidais são encontrados em conversores ac/dc tiristorizados, nos reguladores ac/ac tiristorizados e em circuitos ressonantes.

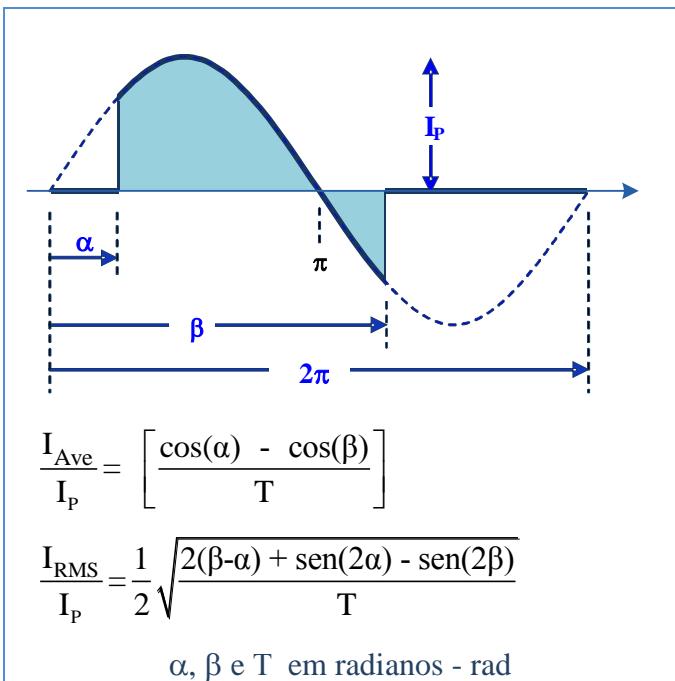


Figura 14- Onda senoidal

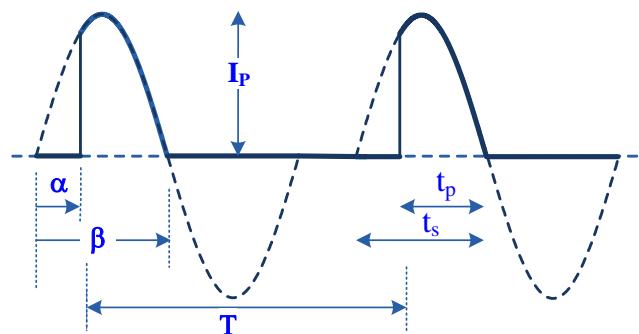
O cálculo do valor médio e eficaz de uma onda parcialmente senoidal é mais complicado porque envolve cálculo de seno e coseno e requer o cuidado de converter os ângulos geralmente em GRAUS para RADIANOS.

O período T é o intervalo de repetição da onda parcialmente senoidal e pode ser maior, igual ou menor que 2π . $T=\pi$ ou 2π são observados em sistemas monofásicos. $T=\pi/3$ ou $\pi/6$ são observados em sistemas trifásicos. $T>\pi$ são observados em circuitos ressonantes (pulsos senoidais).

Os ângulos α e β estão relacionados com o início (cruzamento de zero) da senoidal correspondente.

Nos conversores tiristorizados monofásicos o ângulo α coincide com o ângulo de disparo, também denominado α . Nos conversores trifásicos, por outro lado, o valor destes dois ângulos são diferentes, motivo de muita atenção.

Pulso Senoidal Recortado



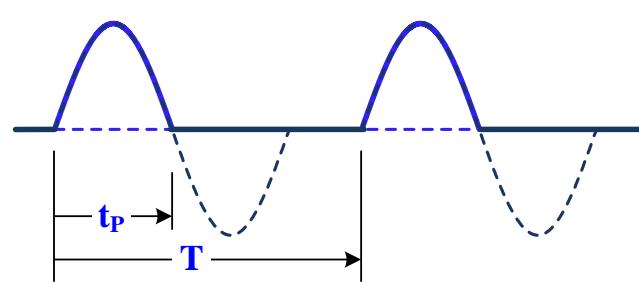
$$\frac{I_{\text{Ave}}}{I_p} = d \left[\frac{\cos(\alpha) - \cos(\beta)}{\pi} \right]$$

$$\frac{I_{\text{RMS}}}{I_p} = \frac{\sqrt{d}}{2} \sqrt{\frac{2(\beta-\alpha) + \sin(2\alpha) - \sin(2\beta)}{\pi}}$$

$$\frac{I_{\text{Ave}}}{I_p} = \frac{d}{\pi} [1 + \cos((1-\lambda)\pi)]$$

$$\frac{I_{\text{RMS}}}{I_p} = \frac{\sqrt{d}}{2} \sqrt{\left(2\lambda + \frac{\sin((1-\lambda)2\pi)}{\pi} \right)}$$

Pulso Senoidal

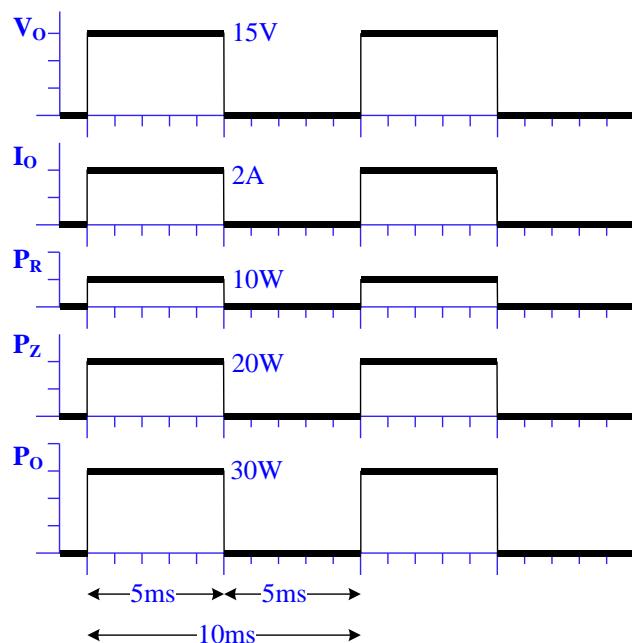
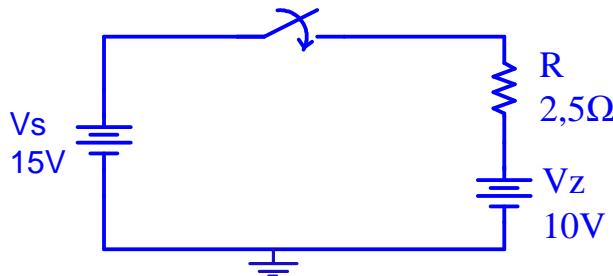


$$I_{\text{Ave}} = I_p \frac{2.d}{\pi} \quad d = \frac{t_p}{T}$$

$$I_{\text{RMS}} = I_p \sqrt{\frac{d}{2}}$$

Exemplo 1: Potência Média

A chave eletrônica opera na freqüência de 100Hz com ciclo de trabalho d=0,5.



$$f = 100\text{Hz} \quad T = 10\text{ms} \quad t_p = 5\text{ms} \quad d = 0,5$$

A potência média fornecida por uma fonte de tensão contínua ou dissipada no diodo zener é proporcional ao Valor Médio da corrente.

$$P_{S(\text{Ave})} = V_S I_{(\text{Ave})}$$

Para o resistor a potência média é proporcional ao quadrado do Valor Eficaz da corrente.

$$P_{R(\text{Ave})} = R I_{\text{RMS}}^2$$

Portanto a potência (média) dissipada na carga ($R+V_z$) é:

$$P_{\text{Ave}} = R I_{\text{RMS}}^2 + V_Z I_{\text{Ave}}$$

Quando a chave está fechada circulará uma corrente instantânea de:

$$I_p = \frac{(V_s - V_z)}{R} = \frac{(15 - 10)}{2,5} = 2\text{A}$$

A potência instantânea é

$$P_{R\text{ pico}} = R \cdot I_{\text{pico}}^2 = 2,5 \cdot 2^2 = 10\text{W}$$

$$P_{Z\text{ pico}} = V_Z \cdot I_{\text{pico}} = 10 \cdot 2 = 20\text{W}$$

$$P_{\text{Total pico}} = P_R + P_Z = 10 + 20 = 30\text{W}$$

$$P_{S\text{ pico}} = V_S \cdot I_{S\text{ pico}} = 15 \cdot 2 = 30\text{W}$$

Quando a chave estiver aberta, a potência dissipada é zero. Portanto, a potência média fornecida pela fonte de tensão V_s , que é igual à potência média dissipada na carga ($R+V_z$), será:

$$\begin{aligned} P_{\text{Total(Ave)}} &= d \cdot P_{\text{Total(pico)}} \\ &= 0,5 \cdot 30 \\ &= 15\text{W} \end{aligned}$$

Utilizando os valores médio e eficaz da corrente:

$$I_{(\text{Ave})} = d \cdot I_p = 0,5 \cdot 2 = 1\text{A}$$

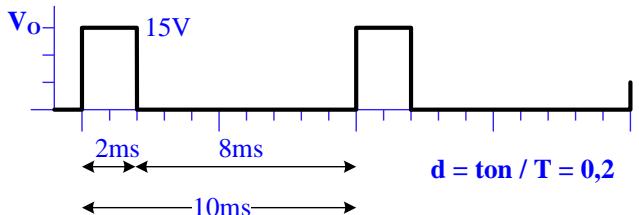
$$I_{(\text{RMS})} = \sqrt{d} \cdot I_p = \sqrt{0,5} \cdot 2 = 1,4142 \text{ A}$$

$$\begin{aligned} P_{O(\text{Ave})} &= R I_{\text{RMS}}^2 + V_Z I_{\text{Ave}} \\ &= 2,5 \cdot 1,4142^2 + 10 \cdot 1 = 15\text{W} \end{aligned}$$

$$P_{S(\text{Ave})} = V_S I_{\text{Ave}} = 15 \cdot 1 = 15\text{W}$$

Este é o processo para calcular a potência dissipada no diodo e no tiristor. Os valores da resistência (R_t) e da barreira de potencial (V_t) são fornecidos pelos fabricantes.

Alterando o ciclo de trabalho conseguimos alterar a potência média na carga.



$$I_{(\text{Ave})} = d \cdot I_p = 0,2 \cdot 2 = 0,4\text{A}$$

$$I_{(\text{RMS})} = \sqrt{d} \cdot I_p = \sqrt{0,2} \cdot 2 = 0,894 \text{ A}$$

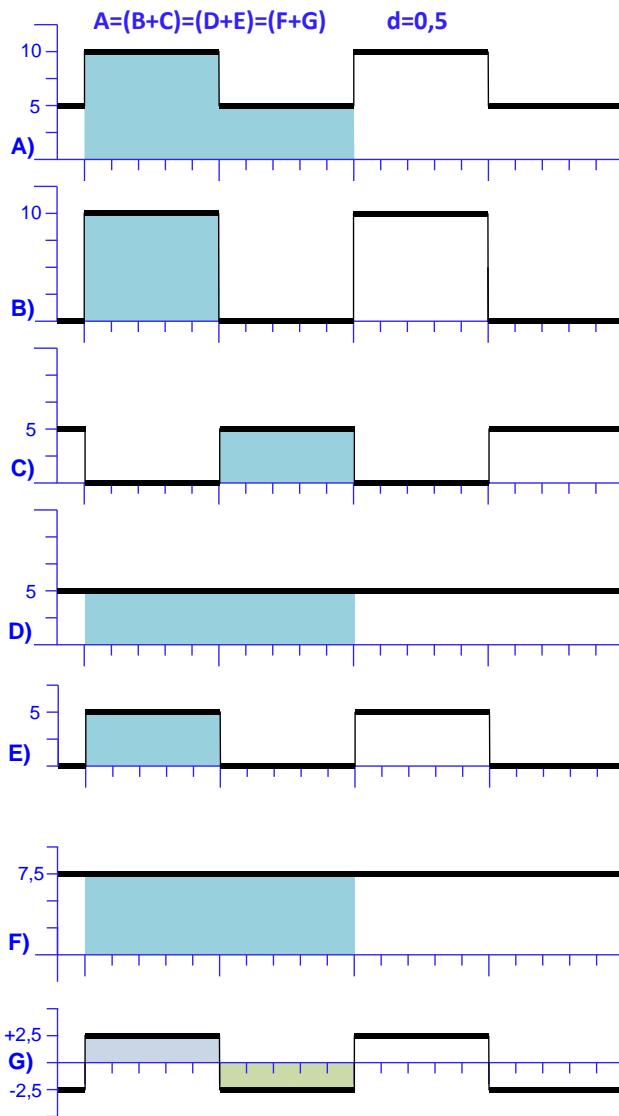
$$\begin{aligned} P_{O(\text{Ave})} &= R I_{\text{RMS}}^2 + V_Z I_{\text{Ave}} \\ &= 2,5 \cdot 0,894^2 + 10 \cdot 0,4 = 6 \text{ W} \end{aligned}$$

$$P_{S(\text{Ave})} = V_S I_{\text{Ave}} = 15 \cdot 0,4 = 6 \text{ W}$$

Exemplo 2: Ortogonalidade

Dois funções são ortogonais se o valor médio da multiplicação (produto) destas duas funções for zero.

$$\frac{1}{T} \int_0^T f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot dt = 0$$



A forma de onda $A(t)$ pode ser decomposta em vários modos.

No primeiro modo decomponemos a forma de onda ao longo do tempo $A(t)=B(t)+C(t)$. Como $B(t)$ e $C(t)$ são funções ortogonais, uma vez que o valor médio do produto $B(t).C(t)$ é zero

$$B_{\text{RMS}} = 7,071$$

$$C_{\text{RMS}} = 3,535$$

$$A_{\text{RMS}} = \sqrt{B_{\text{RMS}}^2 + C_{\text{RMS}}^2} = 7,905$$

No segundo modo a forma de onda é decomposta na amplitude $A(t)=D(t)+E(t)$. $D(t)$ e $E(t)$

não são funções ortogonais uma vez que as duas funções possuem componente contínua.

$$D_{\text{RMS}} = 5$$

$$E_{\text{RMS}} = 3,535$$

$$\sqrt{D_{\text{RMS}}^2 + E_{\text{RMS}}^2} = 6,123 \quad (???)$$

(?) 6,123 não é o valor eficaz de $A(t)$

Portanto, toda vez que deparamos com uma forma de onda complexa, devemos analisar por partes, divididas ao longo do eixo do tempo.

Outra forma correta de dividir a onda é decompor em componente contínua $F(t)$ e componente alternada $G(t)$. $F(t)$ e $G(t)$ são funções ortogonais porque o valor médio do produto $F(t).G(t)$ é zero.

$$V_{\text{RMS}} = \sqrt{V_{dc}^2 + V_{ac}^2} = \sqrt{(7,5)^2 + (2,5)^2} = 7,905 \text{ V}$$

Nos multímetros Average Sensing – acoplamento AC a onda $G(t)$ é retificada em onda completa, filtrada, tornando-se uma onda contínua de 2,5 V e então multiplicada pelo fator 1,11. O valor indicado por este tipo de multímetro na escala AC será $V_{AC}(?) = 2,5 \cdot 1,1107 = 2,775 \text{ V}$.

Na escala AC o multímetro True RMS (AC+DC) indicaria 7,905 V, o multímetro True RMS (AC) indicaria 2,5 V e o multímetro Average Sensing (AC) indicaria 2,775 V.

$$V_{\text{RMS(AC+DC)}} = \sqrt{2,5^2 + 7,5^2} = 7,905 \text{ V}$$

$$V_{AC} = \sqrt{7,905^2 - 7,5^2} = 2,5 \text{ V}$$

Para o valor médio, no entanto, encontraremos o valor corretamente em todos os casos.

$$A_{\text{Ave}} = B_{\text{Ave}} + C_{\text{Ave}} = 5 + 2,5 = 7,5$$

$$= D_{\text{Ave}} + E_{\text{Ave}} = 5 + 2,5 = 7,5$$

$$= F_{\text{Ave}} + G_{\text{Ave}} = 7,5 + 0 = 7,5$$

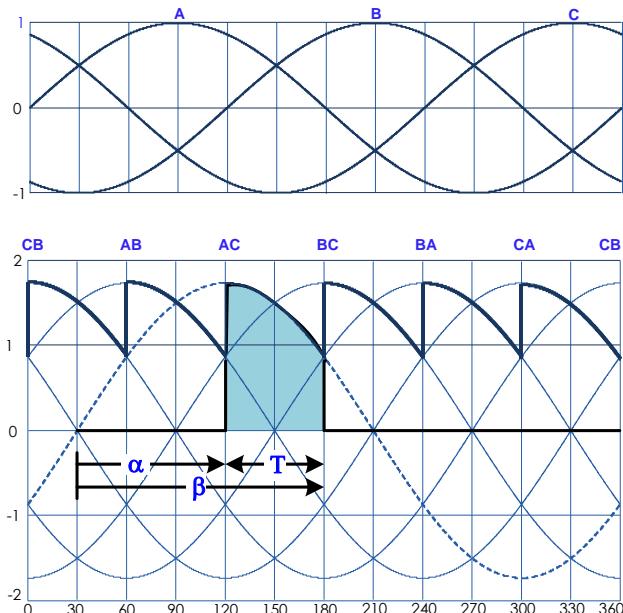
	V_{dc}	V_{RMS}	V_{AC}	V_{AC(?)}
A	7,5	7,905	2,5	2,776
B	5	7,071	5	5,553
C	2,5	3,535	2,5	2,776
D	5	5	0	0
E	2,5	3,535	2,5	2,776
F	7,5	7,5	0	0
G	0	2,5	2,5	2,776

Exemplo 3: Senoidal Trifásico

A tensão retificada de uma ponte tiristorizada trifásica ideal com ângulo de disparo de 30° é apresentada na figura abaixo.

Este ângulo de disparo é (também) denominado α (alfa) e não deve ser confundido com o ângulo α da fórmula para o cálculo do valor médio e valor eficaz. Existe uma diferença de 60° entre estes dois ângulos.

Observe que temos 6 pulsos no intervalo correspondente ao período de uma onda senoidal plena. Consequentemente a freqüência destes pulsos, parcialmente senoidal, é 6 vezes maior que a freqüência da rede de alimentação. Por este motivo o período utilizado na fórmula é $T=\pi/3$.



Recomendamos a utilização das equações com uma calculadora científica e com os ângulos em radianos.

$$\alpha = 90^\circ = \pi/2 \text{ rad}$$

$$\beta = 150^\circ = 5\pi/6 \text{ rad}$$

$$T = 60^\circ = \pi/3 \text{ rad}$$

$$V_{\text{Ave}}/V_p = 0.8270$$

$$V_{\text{RMS}}/V_p = 0.8407$$

Se, eventualmente, não dispormos de uma calculadora científica, podemos utilizar a tabela da página 12.

Como os valores de I_{Ave}/I_p e I_{RMS}/I_p desta tabela são válidos para $\beta=\pi$, devemos dividir a onda em duas partes.

V_1 é o intervalo sombreado em destaque, parte da onda senoidal plena tracejada. V_{11} é a parte que vai de α até π e V_{12} é a parte que vai de β até π . $V_1=V_{11}-V_{12}$.

$$\beta = \pi, \quad T = 2\pi, \quad \alpha_{11} = 90^\circ, \quad \alpha_{12} = 150^\circ$$

$$V_{11(\text{av})}/V_p = 0.1592$$

$$V_{11(\text{rms})}/V_p = 0.3536$$

$$V_{12(\text{av})}/V_p = 0.0213$$

$$V_{12(\text{rms})}/V_p = 0.0849$$

$$V_1(\text{av}) = V_{11}(\text{av}) - V_{12}(\text{av})$$

$$V_1(\text{av})/V_p = 0.1379$$

$$V_1(\text{rms}) = \sqrt{V_{11(\text{rms})}^2 - V_{12(\text{rms})}^2}$$

$$V_1(\text{rms})/V_p = 0.3433$$

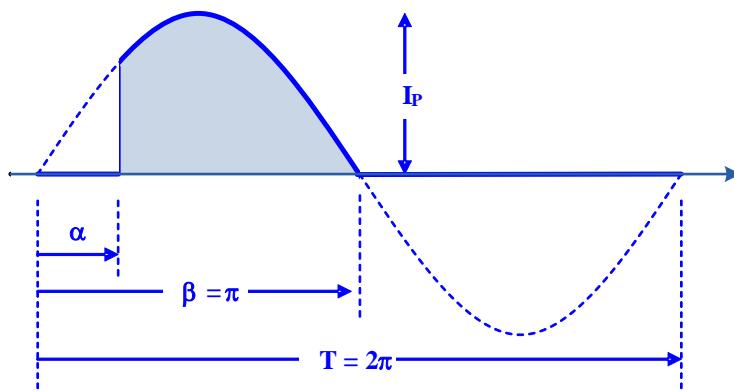
Como são 6 pulsos iguais no intervalo 2π .

$$V_{\text{av}} = 6 \cdot V_1(\text{av}) = 6 \cdot 0.1379 = 0.8274$$

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{6} V_1(\text{rms}) = \sqrt{6} \cdot 0.3433 = 0.8409$$

As diferenças nos resultados (0.05%) se devem ao número de casas decimais utilizados na tabela.

Um exemplo muito interessante de NÃO ortogonalidade é a corrente no neutro de um sistema trifásico equilibrado: a corrente no neutro é zero apesar de existir corrente (funções não ortogonais) nas três fases.



α					$\beta = \pi$	
GRAU	RADIANO	RADIANO	COS	SEN	I_{Ave}/I_p	I_{RMS}/I_p
0°	0	0.000	1.000	0.000	0.3183	0.5000
15	$\pi/12$	0.262	0.966	0.258	0.3129	0.4991
30	$\pi/6$	0.524	0.866	0.500	0.2970	0.4927
45	$\pi/4$	0.785	0.707	0.707	0.2717	0.4767
60	$\pi/3$	1.047	0.500	0.866	0.2387	0.4485
75	$5\pi/12$	1.309	0.259	0.966	0.2003	0.4071
90	$\pi/2$	1.571	0.000	1.000	0.1592	0.3536
105	$7\pi/12$	1.833	-0.259	0.966	0.1180	0.2903
120	$2\pi/3$	2.094	-0.500	0.866	0.0796	0.2211
135	$3\pi/4$	2.356	-0.707	0.707	0.0466	0.1507
150	$5\pi/6$	2.618	-0.866	0.500	0.0213	0.0849
165	$11\pi/12$	2.680	-0.966	0.259	0.0054	0.0306
180	π	3.142	-1.000	0.000	0.0000	0.0000
		$\alpha_{(rad)} = \frac{\pi}{180} \alpha_{(graus)}$	$\alpha_{(graus)} = \frac{180}{\pi} \alpha_{(rad)}$			
$\sqrt{2} = 1.4142$		$\sqrt{3} = 1.7321$	$\sqrt{6} = 2.4495$	$\sqrt{12} = 3.4641$		
$1/\sqrt{2} = 0.7071$		$1/\sqrt{3} = 0.5774$	$1/\sqrt{6} = 0.4082$	$1/\sqrt{12} = 0.2887$		

* Tabela para ser utilizada quando não temos uma calculadora científica disponível, $\beta = \pi$.

Multímetros True RMS			
TÉCNICA DE CONVERSÃO	TÉRMICO	DIGITAL	ANALÓGICO
$K_p \leq$	100:1	20:1	5:1
PRECISÃO	0,01%	0,1%	0,1%
TEMPO DE RESPOSTA	>10 seg.	1-10 seg.	<1 seg.
FREQUÊNCIA	ALTA MHz	BAIXA	MÉDIA 40 KHz
CUSTO	MUITO ALTO	ALTO	BAIXO
APLICAÇÃO	CALIBRAÇÃO	BANCADA	PORTÁTIL

Nota: Os multímetros Beckman RMS-3030 (True RMS AC+DC) e Fluke 8060A (True RMS AC) são utilizados intensivamente no Laboratório de Eletrônica de Potência da UNIFEI desde 1986, quase 30 anos em atividade.