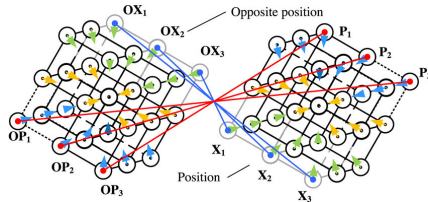


# Resolver problemas mediante busqueda

Inteligencia Artificial



Marco Teran

# Contenido

- 1 Agentes resolvente de problemas
- 2 Tipos de problemas
- 3 Formulación de problema bien definido
- 4 Ejemplo de problemas
- 5 Búsqueda de soluciones
- 6 Medir el rendimiento de la resolución del problema
- 7 Estrategias de búsqueda
- 8 Resumen

**Agentes resolvente de problemas**

# Agentes resolvente de problemas

Forma sencilla de un agente general:

```
function SIMPLE-PROBLEM-SOLVING-AGENT(percept) returns an action
  static: seq, an action sequence, initially empty
          state, some description of the current world state
          goal, a goal, initially null
          problem, a problem formulation

  state ← UPDATE-STATE(state, percept)
  if seq is empty then
    goal ← FORMULATE-GOAL(state)
    problem ← FORMULATE-PROBLEM(state, goal)
    seq ← SEARCH(problem)
  action ← RECOMMENDATION(seq, state)
  seq ← REMAINDER(seq, state)
  return action
```

**Nota:** esto es una solución *offline* de problemas; solución ejecutada a "ojos cerrados."  
La resolución de problemas **en línea** implica actuar sin conocimiento completo.

## Ejemplo: Rumania

De vacaciones en Rumanía: actualmente en Arad.

El vuelo sale mañana de Bucarest

### 1 Formular el objetivo:

- Llegar a Bucarest

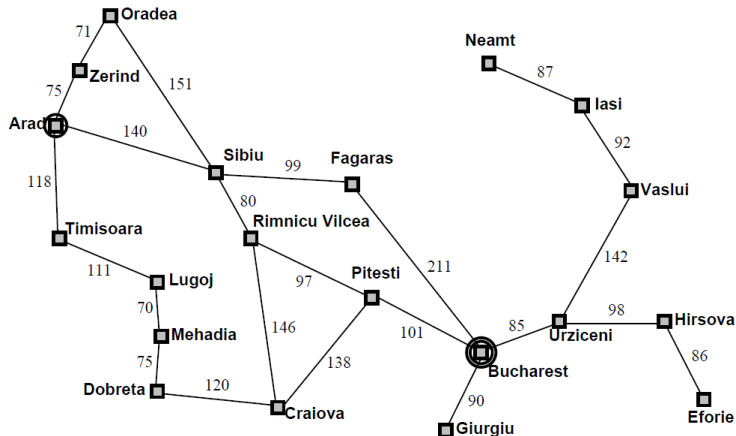
### 2 Formular el problema:

- **estados:** varias ciudades
- **acciones:** carreteras entre ciudades

### 3 Encontrar una solución:

- secuencia de ciudades, por ejemplo, *Arad, Sibiu, Fagaras, Bucarest*

## Ejemplo: Rumania



# Tipos de problemas

# Tipos de problemas

- 1 **Determinista, completamente observable** → problema de un solo estado
  - El agente sabe exactamente en qué estado estará; la solución es una secuencia
- 2 **No observable** → problema conforme
  - El agente puede no tener idea de dónde está; la solución (si la hay) es una secuencia
- 3 **No determinista y/o parcialmente observable** → problema de contingencia
  - percepts proporcionan **nueva** información sobre el estado actual solución es un plan contingente o una política búsqueda a menudo **interleave**, ejecución
- 4 **Espacio de estado desconocido** → problema de exploración ("online")



## Ejemplo: el mundo de la aspiradora

Un solo estado, comienza en #5. **¿Solución?**

[*Derecha, Aspirar*]

Conforme, comienza en  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  por ejemplo, **Derecha**  $\{2, 4, 6, 8\}$ . **¿Solución?**

[*Derecha, Aspirar, Izquierda, Aspirar*]

Contingencia, comienza en el #5

Ley de Murphy: Aspirar puede ensuciar una alfombra limpia

Detección local: suciedad, sólo ubicación.

**¿Solución?**

[*Derecha, si suciedad entonces Aspirar*]

1



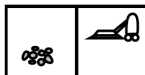
2



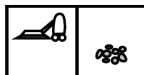
3



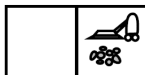
4



5



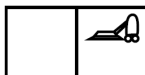
6



7



8



# Formulación de problema bien definido

## Formulación de problema bien definido

Un **problema** se define por cuatro elementos:

- 1 **Estado inicial**, p.ej., "en Arad"
- 2 **función sucesor**  $S(x)$  = conjunto de pares de estado-acción por ejemplo,  
 $S(Arad) = \{\langle Arad \rightarrow Zerind; Zerind \rangle, \dots\}$
- 3 **test objetivo**, puede ser
  - *explícito*, por ejemplo,  $x = \text{"en Bucarest"}$
  - *implícito*, por ejemplo,  $NoDirt(x)$
- 4 **costo del camino** (aditivo)
  - por ejemplo, suma de distancias, número de acciones ejecutadas, etc.
  - $c(x, a, y)$  es el costo escalonado, que se supone es  $\geq 0$

Una **solución** es una secuencia de acciones que lleva desde el estado inicial a un estado objetivo

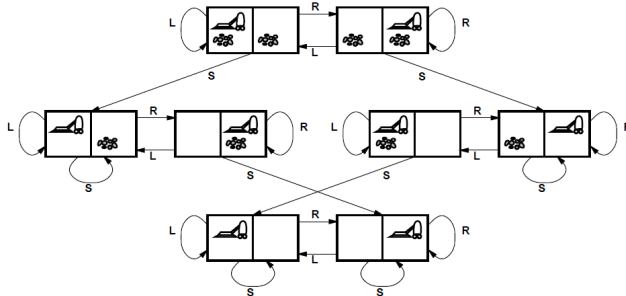
## Selección de un espacio de estado

- El mundo real es absurdamente complejo
  - → espacio de estado debe ser abstraído para la resolución de problemas
- (Abstracto) estado = conjunto de estados reales
- (Abstracto) acción = combinación compleja de acciones reales
  - por ejemplo, "*Arad* → *Zerind*" representa un conjunto complejo de posibles rutas, desvíos, paradas de descanso, etc.
- Para la realizabilidad garantizada, cualquier estado real "*en Arad*"
  - debe llegar a algún estado real "*en Zerind*"
- (Abstracción) solución =
  - conjunto de caminos reales que son soluciones en el mundo real

¡Cada acción abstracta debería ser "más fácil" que el problema original!

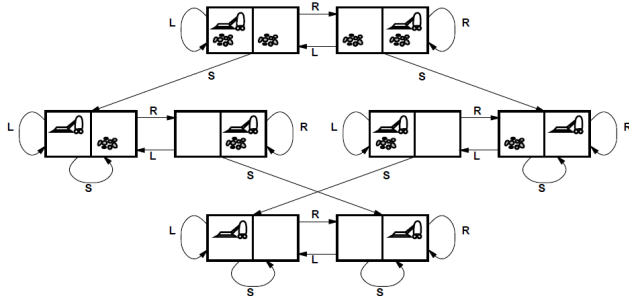
# Ejemplo de problemas

## Ejemplo: gráfico de espacio de estado mundial de la aspiradora



- ¿estados?
- ¿acciones?
- ¿test objetivo?
- ¿costo del camino?

## Ejemplo: gráfico de espacio de estado mundial de la aspiradora



- **¿estados?** suciedad *discreta* y ubicaciones de robots (ignorar las cantidades de suciedad, etc.)
- **¿acciones?** Izquierda, derecha, aspirar, NoOp
- **¿test objetivo?** no hay suciedad
- **¿coste del camino?** 1 por acción (0 para NoOp)

## Ejemplo: El rompecabezas de 8

|   |   |   |
|---|---|---|
| 7 | 2 | 4 |
| 5 |   | 6 |
| 8 | 3 | 1 |

Start State

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 |   |

Goal State

- ¿estados?
- ¿acciones?
- ¿test objetivo?
- ¿costo del camino?



## Ejemplo: El rompecabezas de 8

|   |   |   |
|---|---|---|
| 7 | 2 | 4 |
| 5 |   | 6 |
| 8 | 3 | 1 |

Start State

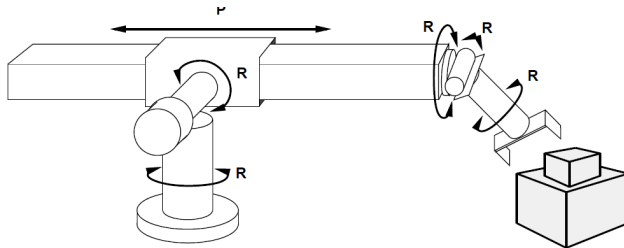
|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 |   |

Goal State

- **¿estados?** ubicaciones *discretas* de las fichas (ignorar posiciones intermedias)
- **¿acciones?** mover el blanco a la izquierda, derecha, arriba, abajo
- **¿test objetivo?** = estado del objetivo (dado)
- **¿costo del camino?** 1 por movimiento

[Nota: solución óptima de la familia de n-Puzzle es *NP-hard*]

## Ejemplo: ensamblaje robótico



- **¿estados?** coordenadas del valor real de ángulos robóticos conjuntos. Partes del objeto a montar
- **¿acciones?** movimientos continuos de articulaciones robóticas
- **¿test objetivo?** montaje completo sin robot incluido!
- **¿costo del camino?** tiempo de ejecución

# Búsqueda de soluciones

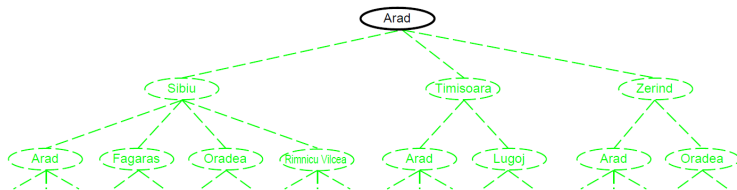
# Árbol de búsqueda

## Idea básica:

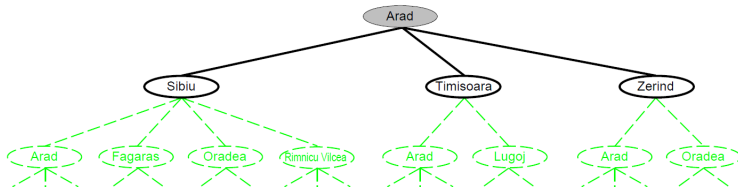
*offline*, exploración simulada del espacio de estado generando sucesores de Estados ya explorados (a.k.a. estados en expansión)

```
function TREE-SEARCH(problem, strategy) returns a solution, or failure
  initialize the search tree using the initial state of problem
  loop do
    if there are no candidates for expansion then return failure
    choose a leaf node for expansion according to strategy
    if the node contains a goal state then return the corresponding solution
    else expand the node and add the resulting nodes to the search tree
  end
```

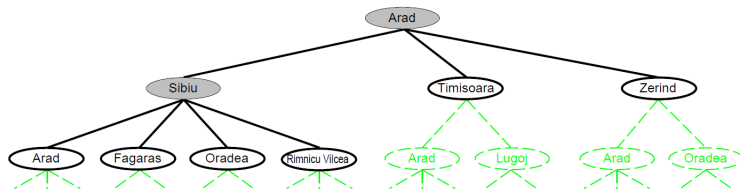
## Ejemplo de búsqueda en árbol



## Ejemplo de búsqueda en árbol

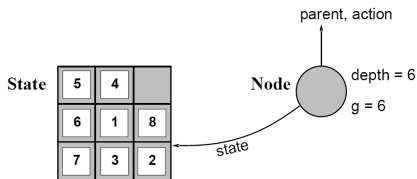


## Ejemplo de búsqueda en árbol



## Implementación: estados vs. nodos

- Un estado es una (representación de una) configuración física
- Un nodo es una estructura de datos que constituye parte de un árbol de búsqueda
  - incluye padre, hijos, profundidad, costo del camino  $g(x)$
- ¡Los estados no tienen padres, hijos, profundidad, o costo de camino!



La función *Expand* crea nuevos nodos, rellenando los diferentes campos y utilizando el *SuccessorFn* del problema para crear los estados correspondientes.



# Implementación: búsqueda general de árboles

```
function TREE-SEARCH(problem, fringe) returns a solution, or failure
  fringe ← INSERT(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem]), fringe)
  loop do
    if fringe is empty then return failure
    node ← REMOVE-FRONT(fringe)
    if GOAL-TEST(problem, STATE(node)) then return node
    fringe ← INSERTALL(EXPAND(node, problem), fringe)
```

---

```
function EXPAND(node, problem) returns a set of nodes
  successors ← the empty set
  for each action, result in SUCCESSOR-FN(problem, STATE[node]) do
    s ← a new NODE
    PARENT-NODE[s] ← node; ACTION[s] ← action; STATE[s] ← result
    PATH-COST[s] ← PATH-COST[node] + STEP-COST(node, action, s)
    DEPTH[s] ← DEPTH[node] + 1
    add s to successors
  return successors
```

**Medir el rendimiento de la resolución del  
problema**

# Medir el rendimiento de la resolución del problema

- Una estrategia se define seleccionando el orden de expansión del nodo
- Las estrategias se evalúan en las siguientes formas:
  - 1 **completitud:** ¿siempre garantizado que encuentra una solución si existe?
  - 2 **complejidad en tiempo:** cuánto tarda, número de nodos generados/expandidos
  - 3 **complejidad en espacio:** número máximo de nodos en memoria posibles
  - 4 **optimización:** ¿siempre encuentra una solución de menor costo?
- La complejidad del tiempo y del espacio se mide en términos de
  - $b$ -factor máximo de ramificación del árbol de búsqueda
  - $d$ -profundidad del nodo objetivo más superficial
  - $m$ -longitud máxima de cualquier camino en el espacio de estado (puede ser  $\infty$ )

# Estrategias de búsqueda

## Estrategias de búsqueda no informadas

Estrategias no informadas utilizan sólo la información disponible en la definición del problema (búsquedas a ciegas) (*no heurísticas*)

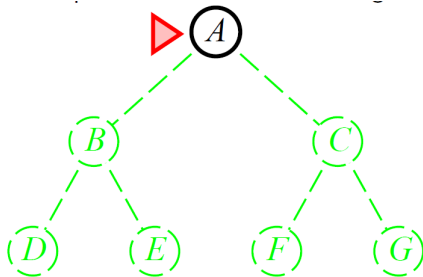
- 1 Búsqueda primero en anchura
- 2 Búsqueda de costo uniforme
- 3 Búsqueda primero en profundidad
- 4 Búsqueda de profundidad limitada
- 5 Búsqueda primero en profundidad con profundidad iterativa

## Búsqueda primero en anchura

Expandir el nodo poco profundo no expandido

### Aplicación:

- *estrategia* es una cola de FIFO, los nuevos sucesores van al final

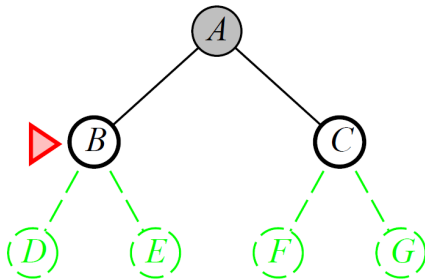


## Búsqueda primero en anchura

Expandir el nodo poco profundo no expandido

**Aplicación:**

- *estrategia* es una cola de FIFO, los nuevos sucesores van al final

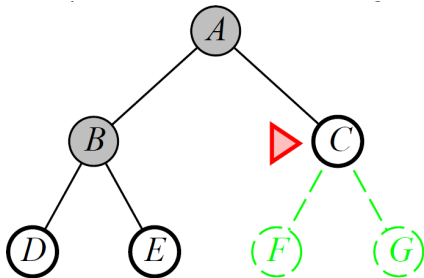


## Búsqueda primero en anchura

Expandir el nodo poco profundo no expandido

**Aplicación:**

- es una cola de FIFO, los nuevos sucesores van al final



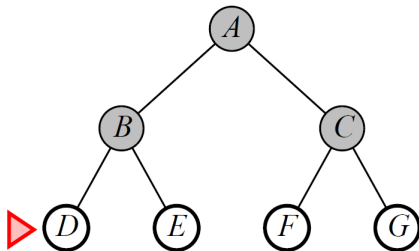


## Búsqueda primero en anchura

Expandir el nodo poco profundo no expandido

**Aplicación:**

- *estrategia* es una cola de FIFO, los nuevos sucesores van al final



## Propiedades de la búsqueda primero en anchura

- ¿Completo?
- ¿Tiempo?
- ¿Espacio?
- ¿Óptimo?

**El espacio** es el gran problema; puede generar fácilmente nodos a 100MB/ seg por lo  
24 horas = 8640GB.

## Propiedades de la búsqueda primero en anchura

- **¿Completo?** Sí (si  $b$  es finito)
- **¿Tiempo?**  $1 + b + b^2 + b^3 + \dots + b^d + b(b^d - 1) = O(b^{d+1})$ , exp. en  $d$
- **¿Espacio?**  $O(b^{d+1})$  (mantiene cada nodo en memoria)
- **¿Óptimo?** Sí (si el costo = 1 por paso); no es óptimo en general

**El espacio** es el gran problema; puede generar fácilmente nodos a 100MB/ seg por lo 24 horas = 8640GB.

# Búsqueda de costo uniforme

Expandir el nodo de menor costo no expandido

## Aplicación:

- *estrategia* = cola ordenada por coste del camino, primero expande el más bajo

Equivalente a búsqueda primero en anchura si todos los pasos cuestan igual

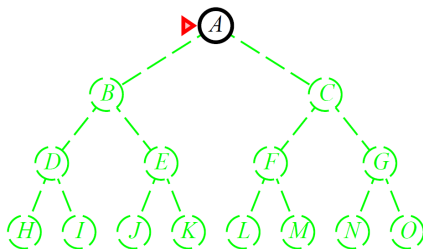
- **¿Completo?** Sí, si el costo del paso  $\geq \epsilon$
- **¿Tiempo?** # de nodos con  $\leq$  costo de solución óptima  $g$ ,  $O(b^{\lceil C^*/\epsilon \rceil})$  donde  $C^*$  es el coste de la solución óptima
- **¿Espacio?** # de nodos con  $\leq$  costo de solución óptima  $g$ ,  $O(b^{\lceil C^*/\epsilon \rceil})$
- **¿Óptimo?** Sí - nodos expandidos en orden creciente de su función de costo  $g(n)$

# Búsqueda primero en profundidad

Expandir el nodo más profundo no expandido

## Aplicación:

- *estrategia* = cola LIFO (Last in, first out), poner sucesores delante

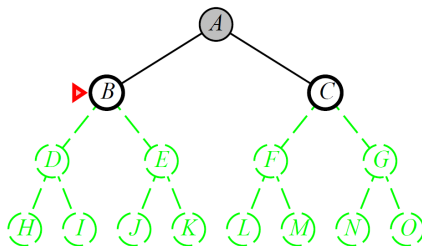


# Búsqueda primero en profundidad

Expandir el nodo más profundo no expandido

## Aplicación:

- *estrategia* = cola LIFO (Last in, first out), poner sucesores delante

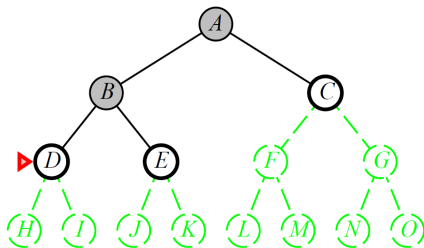


# Búsqueda primero en profundidad

Expandir el nodo más profundo no expandido

## Aplicación:

- *estrategia* = cola LIFO (Last in, first out), poner sucesores delante

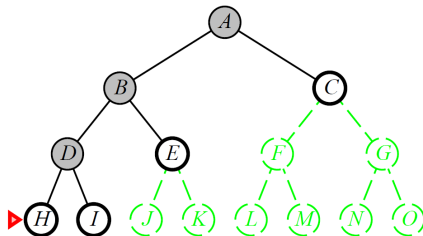


# Búsqueda primero en profundidad

Expandir el nodo más profundo no expandido

**Aplicación:**

- *estrategia* = cola LIFO (Last in, first out), poner sucesores delante



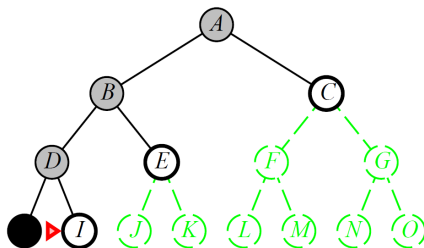


# Búsqueda primero en profundidad

Expandir el nodo más profundo no expandido

**Aplicación:**

- *estrategia* = cola LIFO (Last in, first out), poner sucesores delante

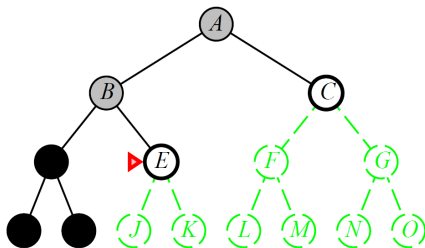


# Búsqueda primero en profundidad

Expandir el nodo más profundo no expandido

**Aplicación:**

- *estrategia* = cola LIFO (Last in, first out), poner sucesores delante

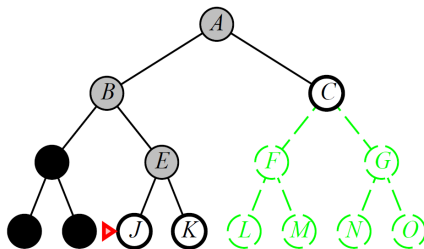


# Búsqueda primero en profundidad

Expandir el nodo más profundo no expandido

**Aplicación:**

- *estrategia* = cola LIFO (Last in, first out), poner sucesores delante

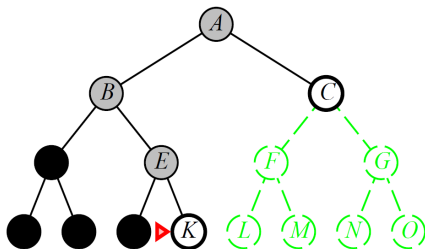


# Búsqueda primero en profundidad

Expandir el nodo más profundo no expandido

**Aplicación:**

- *estrategia* = cola LIFO (Last in, first out), poner sucesores delante

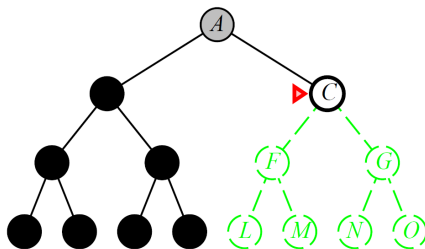


# Búsqueda primero en profundidad

Expandir el nodo más profundo no expandido

**Aplicación:**

- *estrategia* = cola LIFO (Last in, first out), poner sucesores delante

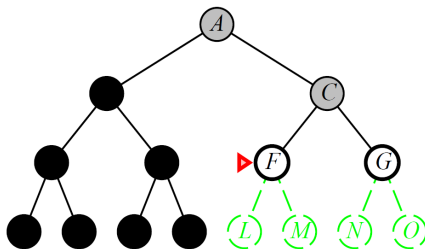


# Búsqueda primero en profundidad

Expandir el nodo más profundo no expandido

**Aplicación:**

- *estrategia* = cola LIFO (Last in, first out), poner sucesores delante

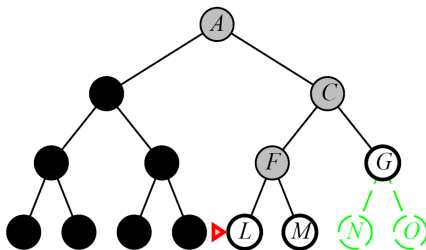


# Búsqueda primero en profundidad

Expandir el nodo más profundo no expandido

**Aplicación:**

- *estrategia* = cola LIFO (Last in, first out), poner sucesores delante

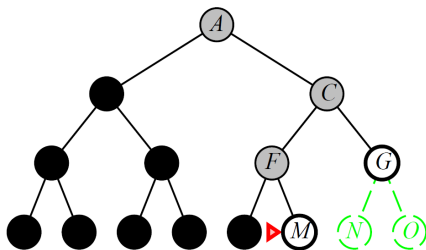


# Búsqueda primero en profundidad

Expandir el nodo más profundo no expandido

**Aplicación:**

- *estrategia* = cola LIFO (Last in, first out), poner sucesores delante





## Propiedades de la búsqueda de profundidad inicial

- **¿Completo?** *No*: falla en espacios de profundidad infinita y espacios con bucles. Modificar para evitar estados repetidos a lo largo de la ruta → completar en espacios finitos
- **¿Tiempo?**  $O(b^m)$ : terrible si  $m$  es mucho más grande que  $d$ , pero si las soluciones son densas, puede ser mucho más rápido que la búsqueda en anchura
- **¿Espacio?**  $O(bm)$ , es un espacio lineal
- **¿Óptimo?** *No*

## Búsqueda de profundidad limitada

= búsqueda de profundidad inicial con límite de profundidad  $l$ , los nodos en la profundidad  $l$  no tienen sucesores

**Aplicación recursiva:**

```
function DEPTH-LIMITED-SEARCH(problem, limit) returns soln/fail/cutoff
  RECURSIVE-DLS(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem]), problem, limit)

function RECURSIVE-DLS(node, problem, limit) returns soln/fail/cutoff
  cutoff-occurred? ← false
  if GOAL-TEST(problem, STATE[node]) then return node
  else if DEPTH[node] = limit then return cutoff
  else for each successor in EXPAND(node, problem) do
    result ← RECURSIVE-DLS(successor, problem, limit)
    if result = cutoff then cutoff-occurred? ← true
    else if result ≠ failure then return result
  if cutoff-occurred? then return cutoff else return failure
```

# Búsqueda primero en profundidad con profundidad iterativa

```
function ITERATIVE-DEEPENING-SEARCH(problem) returns a solution
  inputs: problem, a problem
  for depth ← 0 to  $\infty$  do
    result ← DEPTH-LIMITED-SEARCH(problem, depth)
    if result ≠ cutoff then return result
  end
```

# Búsqueda primero en profundidad con profundidad iterativa

$l = 0$

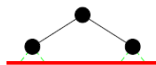
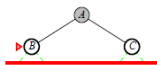
Limit = 0



# Búsqueda primero en profundidad con profundidad iterativa

$l = 1$

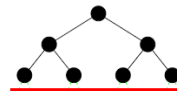
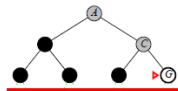
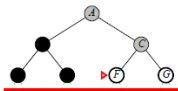
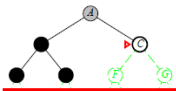
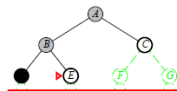
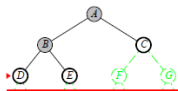
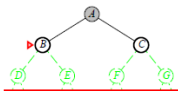
Limit = 1



# Búsqueda primero en profundidad con profundidad iterativa

$l = 2$

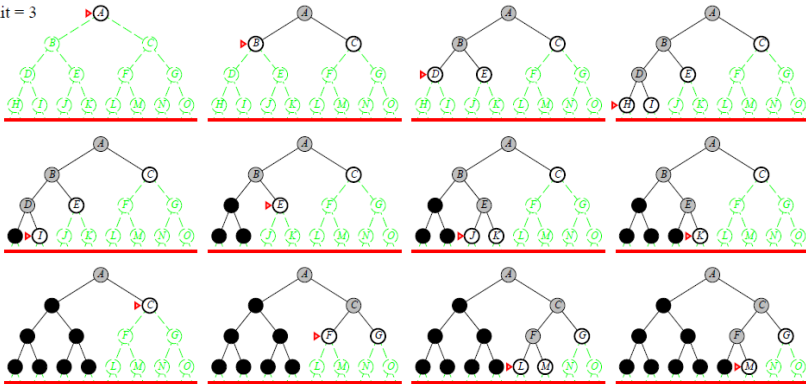
Limit = 2



# Búsqueda primero en profundidad con profundidad iterativa

$l = 3$

Limit = 3



## Propiedades de la búsqueda iterativa de profundización

- **¿Completo?** Sí
- **¿Tiempo?**  $(d+1)b^0 + db^1 + (d-1)b^2 + \dots + b^d = O(b^d)$
- **¿Espacio?**  $O(bd)$
- **¿Óptimo?** Sí, si el costo del paso = 1. Se puede modificar para explorar el árbol de costo uniforme

Comparación numérica para  $b = 10$  y  $d = 5$ , solución a la derecha:

$$N(BPI) = 50 + 400 + 3000 + 20000 + 100000 = 123450$$

$$N(BPA) = 10 + 100 + 1000 + 10000 + 100000 + 999990 = 1111100$$

- IDS funciona mejor porque otros nodos en profundidad  $d$  no se expanden
- BFS se puede modificar para aplicar la prueba de objetivos cuando se **genera** un nodo

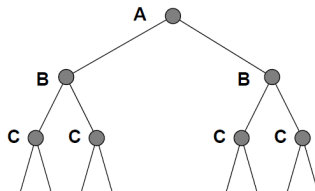
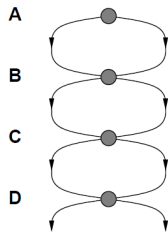


# Resumen de los algoritmos

| Criterio   | Primero en anchura | Costo uniforme                  | Primero en profundidad | Profundidad limitada | Profundidad iterativa |
|------------|--------------------|---------------------------------|------------------------|----------------------|-----------------------|
| ¿Completo? | Sí*                | Sí*                             | No                     | Sí, si $l \geq d$    | Sí                    |
| Tiempo     | $b^{d+1}$          | $b^{\lceil C*/\epsilon \rceil}$ | $b^m$                  | $b^l$                | $b^d$                 |
| Espacio    | $b^{d+1}$          | $b^{\lceil C*/\epsilon \rceil}$ | $bm$                   | $bl$                 | $bd$                  |
| ¿Óptimo?   | Sí*                | Sí                              | No                     | No                   | Sí*                   |

## Evitar estados repetidos

¡Fallar en detectar estados repetidos se puede convertir un problema lineal en uno exponencial!



## Búsqueda por gráficos

**function** GRAPH-SEARCH(*problem*, *fringe*) **returns** a solution, or failure

*closed* ← an empty set

*fringe* ← INSERT(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[*problem*]), *fringe*)

**loop do**

**if** *fringe* is empty **then return** failure

*node* ← REMOVE-FRONT(*fringe*)

**if** GOAL-TEST(*problem*, STATE[*node*]) **then return** *node*

**if** STATE[*node*] is not in *closed* **then**

        add STATE[*node*] to *closed*

*fringe* ← INSERTALL(EXPAND(*node*, *problem*), *fringe*)

**end**

# Resumen

# Resumen

- La formulación de problemas generalmente requiere abstraer detalles del mundo real para definir un espacio de estados que pueda explorarse de forma factible
- Existe una variedad de estrategias de búsqueda desinformada
- La búsqueda de profundización iterativa utiliza un espacio de memoria lineal y no más tiempo que otros algoritmos desinformados

# Muchas gracias por su atención

*¿Preguntas?*



**Contacto:** Marco Teran  
**webpage:** [marcoteran.github.io/](https://marcoteran.github.io/)