

# Cratères d'impact dans un milieu granulaire

David Fang & Roman Beauvallet

06 décembre 2024

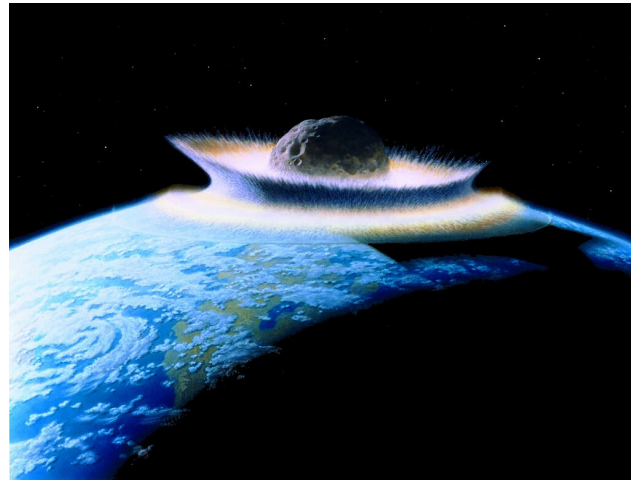


FIGURE 1 – Image fictive d'une météorite impactant la Terre [3]

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Analyse dimensionnelle</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>État de l'art</b>	<b>3</b>
3.1	Échelle du problème . . . . .	3
3.2	Profil du cratère . . . . .	4
3.3	Lois d'échelle . . . . .	4
<b>4</b>	<b>Principe de la manipulation</b>	<b>5</b>
4.1	Formation du cratère . . . . .	5
4.2	Profilométrie laser . . . . .	6
4.2.1	Principe . . . . .	6
4.2.2	Dispositif . . . . .	6
<b>A</b>	<b>Résolution de l'analyse dimensionnelle</b>	<b>7</b>
<b>B</b>	<b>Plans d'ensemble du dispositif expérimental</b>	<b>8</b>
B.1	Support de l'électroaimant . . . . .	8
B.2	Profilométrie laser . . . . .	8

# 1 Introduction

Les impacts d'astéroïdes et de météorites ont façonné la Terre et influencé l'évolution de la vie. À travers le Système solaire, des millions de cratères ont été observés [5], rendant leur étude essentielle pour mieux comprendre l'histoire et l'évolution des planètes. À l'échelle du laboratoire, les impacts de projectiles dans des milieux granulaires, comme le sable, génèrent des cratères aux formes caractéristiques. Ces formes, bien que dépendantes des propriétés du projectile et du milieu, présentent des similitudes. Concevoir une expérience à échelle humaine dont les résultats seraient comparables à ceux d'un impact réel est un enjeu central pour aider leur compréhension.

La physique régissant ces impacts repose sur la mécanique des milieux granulaires. À ce jour, aucune formule analytique ne permet de décrire précisément la géométrie des cratères. Les travaux de [4], [5], [7] et [9] utilisent des ajustements numériques pour analyser les profils obtenus expérimentalement. Ces études se concentrent sur l'établissement de lois d'échelle reliant les paramètres physiques du système (masse, taille, vitesse d'impact, etc.) aux dimensions du cratère. Ces lois pourraient, par exemple, aider à prédire les conséquences d'impacts d'astéroïdes sur Terre.

Ce projet s'appuie sur les méthodologies des travaux précédents et vise à reproduire et améliorer un protocole expérimental : des cratères seront générés par l'impact de billes d'acier de différentes tailles et masses dans du sable, puis la géométrie des cratères sera mesurée par profilométrie laser. Quelle est la forme du cratère formé ? Quelles grandeurs influencent ses dimensions ?

## 2 Analyse dimensionnelle

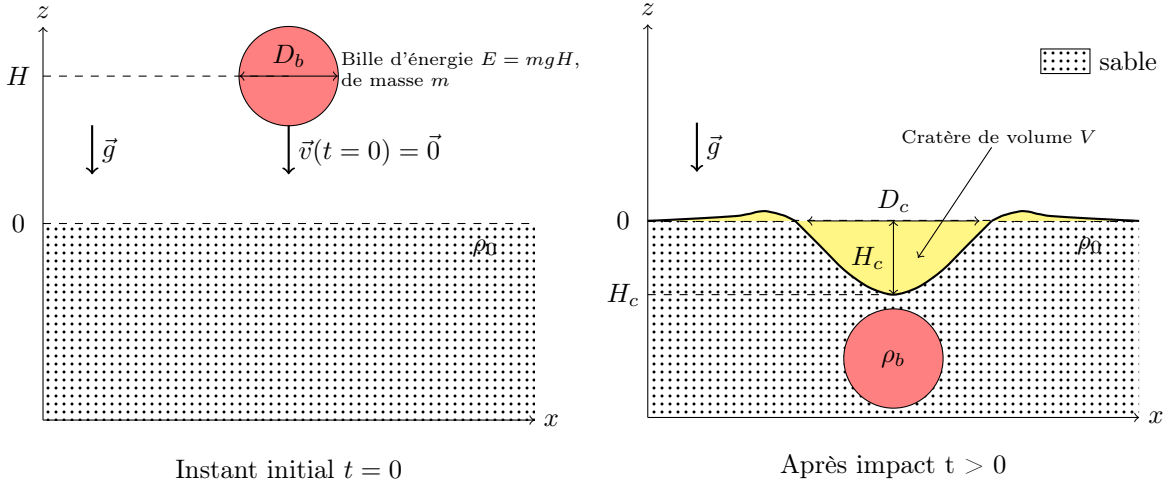


FIGURE 2 – Schéma de l'expérience

Puisqu'il n'existe pas d'expression analytique décrivant la forme du cratère, nous cherchons dans un premier temps à établir une loi de puissance reliant une taille caractéristique  $d$  du cratère et les grandeurs du problème en utilisant une analyse dimensionnelle. Il est nécessaire de faire un choix parmi ces grandeurs. Par exemple, faut-il considérer la masse volumique du projectile ou celle du milieu granulaire ? Ce choix doit être justifié physiquement. Notre raisonnement repose sur la conservation de l'énergie lors de l'impact. En négligeant notamment les dissipations, nous considérons que lors de l'impact, le cratère est formé par excavation de la matière, et que l'énergie du projectile est entièrement convertie en énergie potentielle de la matière soulevée. C'est pourquoi nous choisissons les grandeurs suivantes :

- Densité du milieu granulaire :  $\rho_0$
- Énergie du projectile :  $E$
- Accélération de la pesanteur :  $g$ .

Nous cherchons  $d$  sous la forme d'une loi de puissance. Soit  $(i, j, k) \in \mathbb{Q}^3$  telle que :

$$[d] = [\rho_0]^i \times [E]^j \times [g]^k$$

Notons que la masse volumique du projectile est prise en compte dans l'énergie  $E = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{D_b}{2}\right)^2 \rho_b g H$ . Après résolution (*cf.* annexe A), nous trouvons finalement la relation suivante :

$$d \propto \left(\frac{E}{\rho_0 g}\right)^{1/4} \propto D_b^{1/2} \left(\frac{H}{\rho_0 g}\right)^{1/4} \quad (1)$$

### 3 État de l'art

#### 3.1 Échelle du problème

Un problème d'échelle se pose : est-ce qu'une expérience à échelle humaine est représentative des cratères de météorites réels ? Pour répondre à cette question, il faut vérifier que les nombres sans dimension qui régissent le problème ne varient pas d'une situation à l'autre. Nous pouvons appliquer le théorème de Vaschy-Buckingham, en considérant les 7 grandeurs suivantes :  $v, D_b, \rho_b, \rho_0, g, V$  définis sur la Figure 2, et  $Y$  une énergie de cohésion du milieu [5] (par exemple, la limite d'élasticité). On dénombre 3 dimensions indépendantes (masse, longueur et temps). Alors, il existe une relation entre  $7 - 3 = 4$  variables sans dimensions :

$$\frac{\rho_0 V}{m} = f\left(\pi_1 = \frac{\rho_b}{\rho_0}, \pi_2 = \frac{v}{\sqrt{g D_b}}, \pi_3 = \frac{Y}{\rho_0 v^2}\right)$$

Avec  $m$  la masse du projectile considéré sphérique, calculée avec  $\rho_b$  et  $D_b$ . Ces 3 nombres sans dimensions sont-ils comparables entre l'expérience et les impacts réels ?

	Projectile			Milieu cible		$\pi$		
Grandeur	$v$	$D_b$	$\rho_b$	$\rho_0$	$Y$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_3$
Impact réel	100 m/s	100 m*	2000 kg/m <sup>3</sup>	3000 kg/m <sup>3</sup>	100 MPa	10 <sup>1</sup>	10 <sup>0</sup>	10 <sup>0</sup>
Expérience	1 m/s	1 cm	8000 kg/m <sup>3</sup>	2000 kg/m <sup>3</sup>	20 MPa	10 <sup>1</sup>	10 <sup>0</sup>	10 <sup>3</sup>

TABLE 1 – Ordres de grandeur des impacts. Celles de l'expérience sont celles du sable et de billes en acier. La densité moyenne d'un astéroïde est donnée par [1]. La densité du milieu cible est celle de la croûte continentale [2].

$\pi_1$  : Pour une bille en acier dans du sable,  $\rho_b/\rho_0 \approx 4$  dans notre expérience, tandis que  $\rho_b/\rho_0 \approx 1$  pour les impacts réels. Le premier nombre adimensionné est donc du même ordre de grandeur  $\pi_1 \sim 10^0$ .

$\pi_2$  : Le deuxième nombre correspond au nombre de Froude  $\pi_2 = Fr = \frac{v}{\sqrt{g D_b}}$ . Pour une météorite d'une dizaine de mètres de diamètre, s'écrasant sur Terre avec une vitesse d'impact d'une centaine de mètres par seconde [6],  $Fr \approx 10^0$ . Dans le contexte de l'expérience réalisée, on peut réécrire la vitesse d'impact comme  $v = \sqrt{2gH}$  où  $H$  est la hauteur de chute. Pour obtenir deux nombres de Froude similaires, avec des billes de diamètre de l'ordre de  $10^{-1}$  m, il faut donc des hauteurs de chute de l'ordre du **mètre**.

---

\*. Bien que la gamme des diamètres d'astéroïdes est très large, nous sommes plutôt intéressé aux événements catastrophiques.

$\pi_3$  : Le troisième nombre  $\pi_3 = \frac{Y}{\rho_0 v^2}$  montre que l'on peut distinguer deux régimes d'impact : un dominé par la gravité –typiquement celui des impacts réels– et un autre dominé par la force de cohésion du milieu. Dans une expérience de laboratoire, il n'est pas possible de se placer dans ce régime qui demanderait des vitesses d'impact trop élevées. D'après [5], il est tout de même possible de simuler artificiellement les conditions du régime dominé par la gravité en ajustant  $Fr$  comme réalisé précédemment, car les expériences ont montré que la forme du cratère dépend principalement de ce nombre.

La pertinence de la comparaison entre notre expérience et les cratères réels reste étonnante. Par exemple, pour les impacts de grandes ampleurs, des conditions extrêmes de pression et de température sont atteintes, impliquant des phénomènes physiques que nous ne reproduisons pas. Malgré cela, ce raisonnement dimensionnel a fait ses preuves [5].

### 3.2 Profil du cratère

Les expériences de [4] et [5] ont montré que le diamètre et la profondeur du cratère sont deux longueurs indépendantes, c'est-à-dire régies par une physique différente. Ce constat est surprenant, car les cratères observés dans le système solaire semblaient montrer une dépendance linéaire entre leur diamètre et leur profondeur [5]. En fait, il est important de correctement définir le diamètre et la profondeur du cratère  $D$ . En effet, ces définitions peuvent s'avérer ambiguës en raison du soulèvement du terrain autour du cratère. On aurait pu par exemple le définir par rapport à la plus haute altitude des bords du cratère (“*rim to rim*”). Pour être en accord avec les articles [9], [4], nous choisissons de définir le diamètre et la profondeur du cratère **dans le plan du sol avant l'impact** ( $z = 0$ ), comme illustré dans la Figure 2. Ce diamètre est également appelé "diamètre apparent" dans la terminologie de la planétologie [8]. Cette définition s'avère souvent difficile à mesurer dans le cas de cratères réels, car le terrain n'est pas initialement plat. Mais dans le cadre de notre expérience, cela ne pose pas un problème si l'on s'assure que le sable est bien nivelé et décompacté avant chaque mesure. De plus, cette définition est plus cohérente avec le raisonnement que nous avons suivi lors de l'analyse dimensionnelle.

Le mécanisme de formation des cratères est complexe. En particulier, il n'existe pas de modélisation théorique précise du son profil. Initialement, les auteurs supposaient que le profil du cratère était parabolique [9]. Mais des articles plus récents obtiennent un ajustement plus satisfaisant en considérant le profil hyperbolique [4] :

$$z(r) = z_c + \sqrt{b^2 + c^2 r^2} \quad (2)$$

où  $z_c$ ,  $b$ ,  $c$  sont des paramètres de régression.

### 3.3 Lois d'échelle

En faisant varier, la masse, la taille, la hauteur de chute du projectile, et la densité du milieu granulaire, les auteurs de [9] et [4] ont obtenu des lois d'échelle reliant le diamètre et la profondeur du cratère à ces paramètres. En remarquant que l'énergie s'écrit  $E = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g H$ , on s'aperçoit que ces deux articles obtiennent des lois d'échelle différentes.

Paramètres Auteurs	Diamètre $D_c$	Profondeur $H_c$
Uehara <i>et al.</i> [9]	$D_c \propto \left(\frac{\rho_b}{\rho_0}\right)^{1/4} D_b^{3/4} H^{1/4}$	$H_c \propto \left(\frac{\rho_b}{\rho_0}\right)^{1/2} D_b^{2/3} H^{1/3}$
de Vet <i>et al.</i> [4]	$D_c \propto E^{0.226} D_b^{0.22}$	$H_c \propto E^{0.210} \rho_b^{-0.264}$

TABLE 2 – Récapitulatif des résultats expérimentaux de [9] et [4]

- Par rapport au diamètre, la dépendance de  $D_c$  en  $\left(\frac{E}{\rho_0}\right)^{1/4}$  établie lors de l'analyse dimensionnelle (1) est retrouvée, malgré une légère différence dans les exposants chez de Vet *et al.* [4].
- Par rapport à la profondeur, de Vet *et al.* [4] mettent en évidence la dépendance de la profondeur vis-à-vis de l'énergie du projectile. Autrement dit, à énergie égale, la profondeur du cratère est indépendante de la taille du projectile. De plus, la loi d'échelle obtenue pour la profondeur est assez éloignée de celle obtenue par l'analyse dimensionnelle.

Par conséquent, ces résultats montrent que la profondeur et le diamètre du cratère sont régis par une physique différente, et le raisonnement que nous avons suivi lors de l'analyse dimensionnelle semble s'appliquer uniquement pour le diamètre.

## 4 Principe de la manipulation

Notre expérience s'inspire des travaux de [9] et [4], ainsi que des expériences menées par le groupe de l'année dernière. Celle-ci a l'avantage de nécessiter peu de matériel.

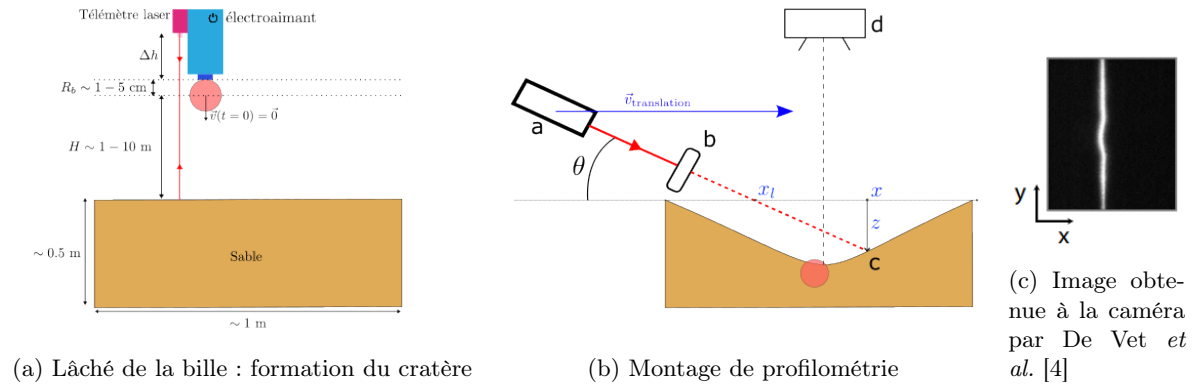


FIGURE 3 – Protocole expérimental

Nous utilisons un bac de sable de longueur  $\approx 1$  m ainsi que des billes en acier de différents rayons  $R_b$  et masses  $m$ . Le protocole se décompose en deux étapes : la formation du cratère puis la profilométrie.

### 4.1 Formation du cratère

Lors de l'expérience menée l'année précédente, la bille était lâchée à la main, et la hauteur de chute du projectile  $H$  mesurée par un télémètre laser. Pour nous assurer que le projectile est lâché sans vitesse ni rotation initiale, nous utiliserons un électroaimant pour déclencher le début de la chute (Figure 3a). La vitesse d'impact, et donc l'énergie cinétique de la bille, est estimée selon un modèle de chute libre  $v = \sqrt{2gH}$ . Afin de mesurer la hauteur de chute le plus précisément possible, nous avons conçu un support permettant de fixer l'électroaimant et le télémètre, de manière à ce qu'ils soient séparés d'une distance fixe  $\Delta h$ , et que celui-ci soit bien orienté verticalement à l'aide d'un contrepoids, similairement au fonctionnement d'un fil à plomb (*cf.* annexe B.1).

Lors de l'impact, il est possible que la bille reste partiellement à la surface du cratère. Dans ce cas, il est impossible de mesurer la profondeur  $H_c$ . Nous nous intéresserons donc uniquement aux cratères où la bille est entièrement enfouie. Pour cela, il faudra s'assurer de se placer à une hauteur de chute suffisante. D'autre part, pour nous assurer de la reproductibilité du protocole, nous nous assurerons de bien décompresser et niveler le sable après chaque impact, à l'aide d'un râteau et d'une règle.

## 4.2 Profilométrie laser

Une fois le cratère formé, il est possible de déterminer son profil et donc de mesurer son diamètre et sa profondeur, grâce un dispositif de profilométrie laser.

### 4.2.1 Principe

Le principe est illustré sur la Figure 3b. Un laser (a) de classe 2 associé à une lentille cylindrique (b) permet de former une nappe laser. Celle-ci est inclinée d'un angle  $\theta$  fixe par rapport à l'horizontale. La réflexion de la nappe laser sur la surface du cratère (c) est récupérée avec une caméra (d) alignée avec le centre du cratère. La ligne formée par la nappe laser est alors déformée (Figure 3c) en fonction du profil du cratère selon :

$$z = (x - x_l) \tan \theta \quad (3)$$

où  $x_l$  est l'abscisse de la ligne obtenue par réflexion sur la caméra, avant déformation par le cratère et  $x \rightarrow z(x)$  est la fonction donnant la profondeur  $z$  du cratère à l'abscisse  $x$ . Nous considérons en effet que le cratère présente une symétrie de rotation autour de l'axe  $Oz$ . Pour que la déformation  $x - x_l$  soit la plus grande possible, il faut alors choisir un angle  $\theta$  le plus petit possible. Il ne peut pas non plus être trop petit, car la nappe pourrait alors ne pas être réfléchi par le cratère. Pour réaliser le profil complet, on peut soit varier l'angle  $\theta$  avec un miroir orientable, soit translater le laser au-dessus du cratère en se passant de miroir, avec un angle fixe. Nous choisirons cette dernière solution, car cela permet de réaliser des mesures plus précises : l'angle  $\theta$  reste minimal au cours de l'acquisition, et le contrôle de la translation est plus aisé que la rotation du miroir.

### 4.2.2 Dispositif

L'année dernière, la translation s'effectuait en tirant le bac de sable à la main. Nous préférons cette année translater le laser au-dessus du cratère, avec éventuellement un système électronique permettant de contrôler la vitesse de translation. Pour cela, nous avons conçu un système mécanique permettant de supporter le dispositif de profilométrie. Il s'agit d'un appareil permettant la translation automatique de la nappe laser au-dessus du cratère ainsi qu'un chariot soutenant le télémètre et le projectile (*cf.* annexes B.1 et B.2). La translation est actionnée par un moteur pas à pas contrôlé par une carte Arduino. Enfin, l'angle d'inclinaison  $\theta$  est mesuré grâce un inclinomètre.

Ainsi, il est possible de faire varier les paramètres de l'expérience sans difficulté à travers la taille et la masse ainsi la hauteur de chute du projectile. Seul le milieu granulaire restera le même au cours des expériences. Nous chercherons à réaliser une profilométrie d'un cratère. Puis, nous étudierons sa forme. La dépendance de ses dimensions par rapport à l'énergie, la hauteur de chute du projectile et sa densité seront ensuite étudiées.

Aucune manipulation préliminaire n'a été réalisée, car le montage sera livré fin décembre et nous savons que ce dispositif est fonctionnel grâce aux travaux menés l'année dernière.

## Références

- [1] B. Carry. Density of asteroids. *Planetary and Space Science*, 73(1) :98–118, 2012. Solar System science before and after Gaia.
- [2] Nikolas I. Christensen and Walter D. Mooney. Seismic velocity structure and composition of the continental crust : A global view. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 100(B6) :9761–9788, 1995. \_eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1029/95JB00259>.
- [3] Wikimedia Commons. Planetoid crashing into primordial earth, 1991.
- [4] Simon J De Vet and John R de Bruyn. Shape of impact craters in granular media. *Physical Review E—Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 76(4) :041306, 2007.
- [5] JC Ruiz-Suárez. Penetration of projectiles into granular targets. *Reports on Progress in Physics*, 76(6) :066601, 2013.
- [6] Christopher E Spratt. Possible hazards of meteorite falls. *Journal of the Royal Astronomical Society of Canada (ISSN 0035-872X)*, vol. 85, Oct. 1991, p. 263-280., 85 :263–280, 1991.
- [7] LS Tsimring and D Volfson. Modeling of impact cratering in granular media. *Powders and grains*, 2 :1215–1223, 2005.
- [8] EP Turtle, E Pierazzo, GS Collins, GR Osinski, HJ Melosh, JV Morgan, and WU Reimold. Impact structures : What does crater diameter mean. *Large meteorite impacts III*, 384 :1–24, 2005.
- [9] JS Uehara, MA Ambroso, RP Ojha, and Douglas J Durian. Low-speed impact craters in loose granular media. *Physical Review Letters*, 90(19) :194301, 2003.

## A Résolution de l’analyse dimensionnelle

On cherche à résoudre l’équation aux dimensions :

$$\begin{aligned}
 d &= [\rho_0]^i \times [E]^j \times [g]^k \\
 &= (ML^{-3})^i \times (ML^2T^{-2})^j \times (LT^{-2})^k \\
 &= M^{i+j} \times L^{-3i+2j+k} \times T^{-2j-2k}
 \end{aligned}$$

On en déduit le système :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i \\ j \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

On en déduit :

$$\begin{cases} i = -1/4 \\ j = 1/4 \\ k = -1/4 \end{cases}$$

Donc finalement, on trouve

$$d \propto \left( \frac{E}{\rho_0 g} \right)^{1/4} \tag{4}$$

