

PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA



Estática y Dinámica

TAREA 6- PROYECTO DEL CURSO

Descripción cinemática del mecanismo

PROFESOR: Camilo Bayona Roa, Ph.D.

INTEGRANTES:
Guillermo Aguilera
David González Roza
Jerónimo Rueda Giraldo

2023

BOGOTÁ D.C.

1. Introducción.....	3
2. Definición de funciones de descripción movimiento elemento motor (A):	4
2.1. Descripción de relación engranajes A y B.....	6
3. Descripción de relación engranajes A y B.....	6
4. Análisis cinemático - Posición:	8
4.1. Barra B-C (Rotacional puro).....	8
4.2. Barra O-D (Rotacional).....	9
4.3. Barra D-E (Movimiento plano general).....	11
4.4. Barra E-P (Rotacional).....	12
4.5. Barra O-P (Fija)	13
4.6. SISTEMA DE ECUACIONES:	14
5. Análisis cinemático - Velocidad:	15
5.1. Barra B-C	15
5.1. Barra O-D (1ra barra).....	16
5.2. Barra P-E (Tercera)	18
5.3. Barra D-E (Segunda)	19
5.4. SISTEMA DE ECUACIONES:	20
6. Análisis cinemático - Aceleración:	21
6.1. Barra B-C (rotacional)	21
6.2. Barra O-D (rotacional)	22
6.3. Barra P-E (rotacional puro)	25
6.4. Barra D-E (Movimiento plano genera)	27
6.5. SISTEMA DE ECUACIONES:	28
7. Uso de Excel para calcular todas las variables cinemáticas de los demás elementos impulsados. 29	
7.1. Grafica con Matlab de las variables cinemáticas de los elementos impulsados.....	29
7.2. Iteración con Matlab de los valores geométricos y de operación del mecanismo.....	38
8. Conclusiones.....	42

0. Introducción

Para el proyecto del curso, el mecanismo elegido fue el Deslizante 1 (Imagen 1), un mecanismo algo diferente y peculiar el cual cuenta con 2 engranajes y 4 barras. El elemento impulsor es el engranaje A el cual al comenzar a rotar hace girar al engranaje B; Este engranaje B está conectado a un acople C que se desliza por un pasador de manera solo traslacional por la barra D. La barra D con un movimiento rotacional puro comienza a subir y a bajar a medida que el objeto C se traslada por el pasador, lo que impulsa a la barra E, la cual tiene un movimiento plano general, de modo que se traslada y rota unos leves ángulos. Por último, el movimiento de la barra E genera el movimiento de la barra F la cual su movimiento es rotacional puro y solo baja y sube a medida que todo el sistema funciona.

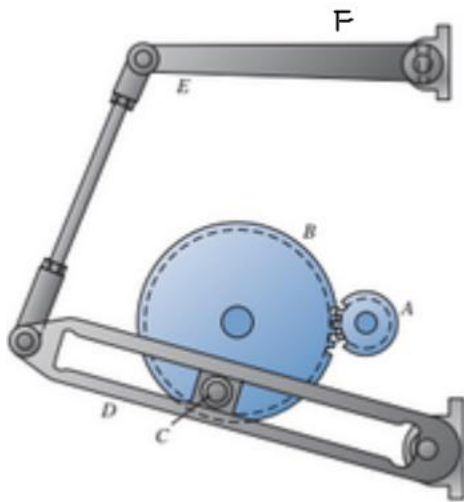


Imagen 1. Mecanismo a analizar

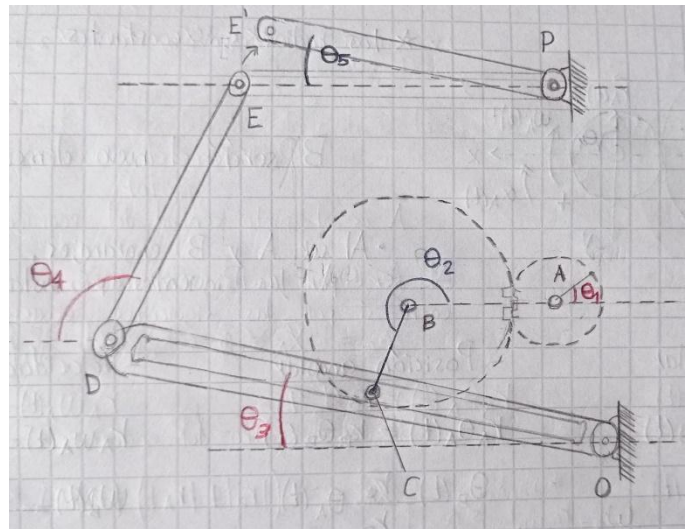


Imagen 2. Mecanismo con ángulos

CAMBIAR DIRECCIÓN DE ANGULO 4

Este mecanismo se puede ver como 2 sistemas. El primero son los engranajes A y B, y el acople C, cuyo análisis ayuda a describir el movimiento de la barra O-D, por otro lado, el segundo sistema es el sistema de 4 barras O-D, D-E, E-P y P-O

1. Definición de funciones de descripción movimiento elemento motor (A):

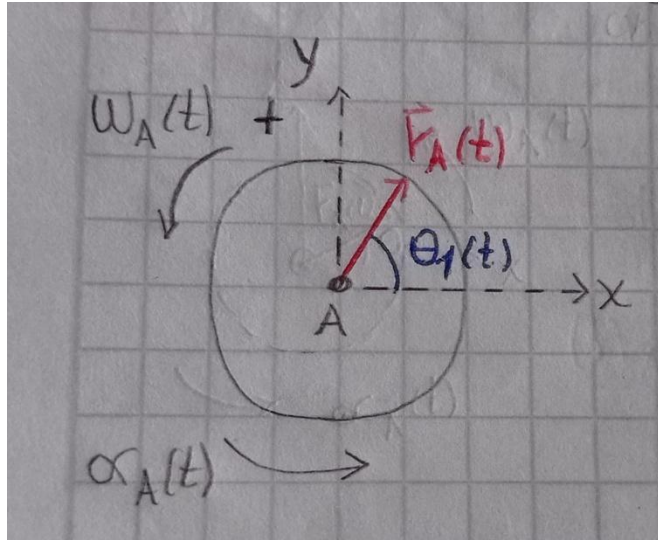


Imagen 3. Engranaje A

Para comenzar con el análisis parte por parte, se debe definir primero el movimiento para el elemento motor. Para empezar con esta descripción, se va a partir de una función no lineal que describe la aceleración angular del elemento impulsor en el tiempo.

Como función no lineal se decidió utilizar la siguiente (Ecuación 1). El tiempo total de simulación será de (t_f) segundos, de esta manera que sea posible ver los ciclos completos.

Aceleración angular:

$$\alpha_A(t) = \alpha_A(0) + t^2 \quad (1)$$

- t : Tiempo (s)
- $\alpha_A(0)$: Aceleración angular inicial $\frac{rad}{s^2}$
- $\alpha_A(t)$: Aceleración angular instantánea $\frac{rad}{s^2}$

Una vez se tiene esta función, se debe integrar para obtener las expresiones de velocidad y posición angular:

Velocidad angular:

$$\int_0^t \alpha_A(t) dt = \omega_A(t) - \omega_A(0)$$

$$\int_0^t \alpha_A(0) + t^2 dt = \omega_A(t) - \omega_A(0)$$

$$\alpha_A(0) * t + \frac{t^3}{3} = \omega_A(t) - \omega_A(0)$$

$$\omega_A(t) = \omega_A(0) + \alpha_A(0) * t + \frac{t^3}{3} \quad (2)$$

- $\omega_A(0)$: Velocidad angular inicial $\frac{rad}{s}$
- $\omega_A(t)$: Velocidad angular instantánea $\frac{rad}{s}$

Posición angular:

$$\int_0^t \omega_A(t) dt = \theta_A(t) - \theta_A(0)$$

$$\int_0^t \omega_A(0) + \alpha_A(0) * t + \frac{1}{3}t^3 = \theta_A(t) - \theta_A(0)$$

$$\omega_A(0)t + \frac{1}{2}\alpha_A(0) * t^2 + \frac{1}{12}t^4 = \theta_A(t) - \theta_A(0)$$

$$\theta_A(t) = \theta_A(0) + \omega_A(0)t + \frac{1}{2}\alpha_A(0) * t^2 + \frac{1}{12}t^4 \quad (3)$$

- $\theta_A(0)$: Posición angular inicial (rad)
- $\theta_A(t)$: Posición angular instantánea (rad)

Finalmente, una vez que se tiene la descripción completa del elemento motor (engranaje A), es necesario definir los valores restantes involucrados:

- $\theta_A(0) = 0$
- $\omega_A(0) = 2$
- $\alpha_A(0) = 1$
- t_f : tiempo total de la simulación

Para hallar t_f se parte de la ecuación (3). Ya que para este proyecto el objetivo es obtener el comportamiento del mecanismo para 3 ciclos completos del elemento motor, se sabe que el desplazamiento angular total $\theta_A(t_f)$ que tendrá el engranaje A es de 6π . Se reemplazan estos datos y los valores iniciales:

$$6\pi = \theta_A(0) + \omega_A(0) * t_f + \frac{1}{2}\alpha_A(0) * t_f^2 + \frac{1}{12}t_f^4$$

$$6\pi - \theta_A(0) = t_f \left(\omega_A(0) * t_f + \frac{1}{2}\alpha_A(0) * t_f + \frac{1}{12}t_f^3 \right)$$

$$6\pi - 0 = t_f \left(2 + \frac{1}{2}(1) * t_f + \frac{1}{12}t_f^3 \right)$$

$$t_f = 3.1 \text{ s}$$

El tiempo total de simulación para los 3 ciclos del elemento motor es de 3,1 segundos

2.1. Descripción de relación engranajes A y B

Grafica a mano de las variables de posición, velocidad y aceleración angular respecto del tiempo del elemento impulsor:

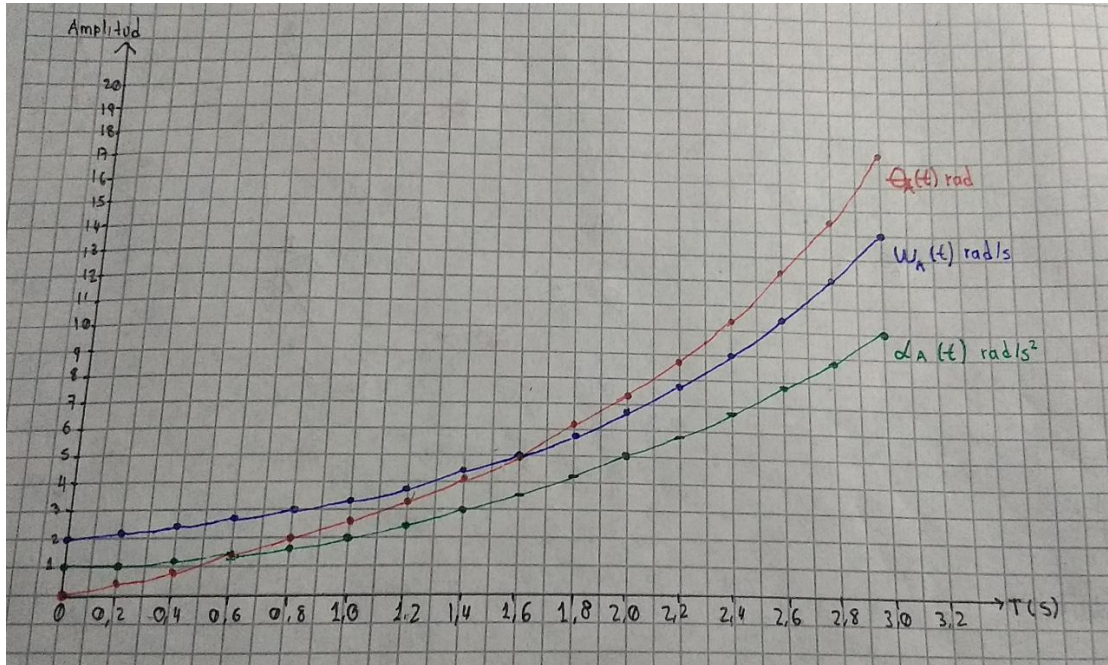


Imagen 4. Grafica a mano variables elemento impulsor.

Como se puede ver, para el elemento motor (engranaje A), alrededor de los 3,1 segundos, este alcanza los $6\pi \text{ rad}$ que representa los 3 ciclos. Además, en general se muestra ese comportamiento exponencial, ya que hay una aceleración (no constante y no lineal) presente que aumenta todos los parámetros cada vez más con el tiempo.

2. Descripción de relación engranajes A y B

El objetivo de este análisis es hallar la descripción del movimiento para el engranaje B.

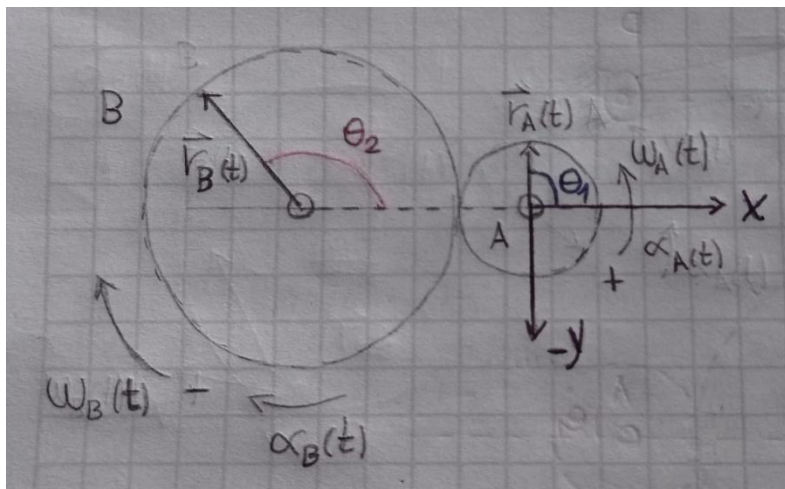


Imagen 5. Descripción de los engranajes A y B.

Para ambos engranajes el radio en su circunferencia es constante:

Ya que ambos componentes son engranajes y están en contacto por un único punto, su descripción de movimiento se relaciona con las siguientes fórmulas:

- Posición angular:	- Velocidad angular:	- Aceleración angular:
$r_A \theta_A(t) = r_B \theta_B(t)$	$r_A \omega_A(t) = r_B \omega_B(t)$	$r_A \alpha_A(t) = r_B \alpha_B(t)$
$\theta_B(t) = \theta_A(t) \frac{r_A}{r_B}$	$\omega_B(t) = -\omega_A(t) \frac{r_A}{r_B}$	$\alpha_B(t) = -\alpha_A(t) \frac{r_A}{r_B}$

Ya que los engranajes se mueven en dirección contraria, el engranaje A en $(+\hat{k})$ y B en $(-\hat{k})$, los parámetros ω y α van con signo contrario. En el caso de θ , ambos se definieron en la misma dirección $(+\hat{k})$

Si se reemplazan las expresiones (1), (2) y (3) para la descripción de movimiento del engranaje B, se obtiene lo siguiente:

$$\alpha_B(t) = -\frac{r_A}{r_B}(\alpha_A(0) + t^2) \quad (4)$$

$$\omega_B(t) = -\frac{r_A}{r_B}(\omega_A(0) + \alpha_A(0) * t + \frac{t^3}{3}) \quad (5)$$

$$\theta_B(t) = \frac{r_A}{r_B}(\theta_A(0) + \omega_A(0)t + \frac{1}{2}\alpha_A(0) * t^2 + \frac{1}{12}t^4) \quad (6)$$

Radios de engranajes:

$$r_A = 0.1$$

$$r_B = 0.3$$

Esta descripción de movimiento es importante, pues el engranaje B a partir de ahora hará el papel de nuevo elemento motor en el mecanismo, por lo tanto, se considerará el centro de este mismo, el sistema de referencia absoluto (por ahora).

3. Análisis cinemático - Posición:

En la tarea se adjunta un archivo de Matlab simulando el movimiento del mecanismo. Para este análisis, se utilizará el sistema referencia normal-tangencial

4.1. Barra B-C (Rotacional puro)

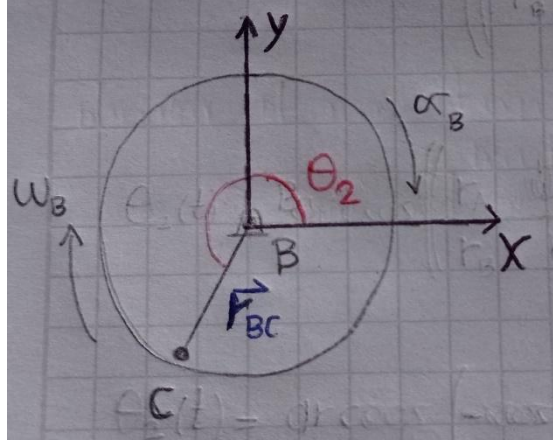


Imagen 6. Engranaje B Descripción de la barra B-C.

Datos: r_{BC} , θ_2

Como se puede ver en la imagen, teniendo en cuenta el radio del engranaje B, se inicializa el vector r_{BC} que conecta nuestro punto B (centro del engranaje) y el punto C, el cual identifica al mismo elemento C. Este vector a medida del tiempo presenta un movimiento rotacional puro con un ángulo de desplazamiento $\theta_2(t)$. Usando trigonometría para encontrar las componentes del vector se logra hallar la ecuación de posición.

Ya que B es el cero absoluto, la posición de C será para el sistema de referencia absoluto

$$\text{Posición:} \quad \bar{X}_C = \bar{r}_{BC} = r_{BC} \cos \theta_2(t) \hat{i} + r_{BC} \sin \theta_2(t) \hat{j} \quad (7)$$

4.2. Barra O-D (Rotacional)

Para describir O-D se requiere obtener la descripción del ángulo $\theta_3(t)$, pues este describe la dirección y se obtiene analizando las relaciones intermedias (acople C).

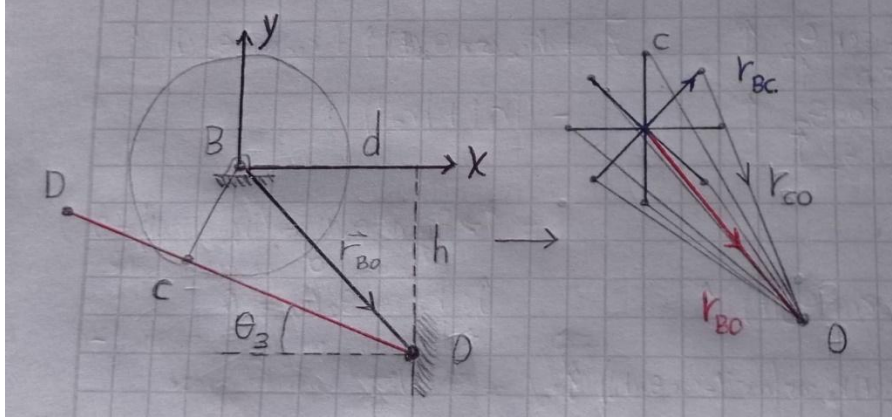


Imagen 7. Engranaje B Descripción de la barra O-D.

Entre los puntos B, C y O tenemos 3 vectores. De estos conocemos la descripción de los vectores \vec{r}_{BC} (que fue hallada previamente) y del vector \vec{r}_{BO} , pues este último es una barra estática (ya que ambos extremos de la barra están empotrados).

Aprovechando esto es posible describir el comportamiento de la barra \vec{r}_{CO} (esta no tiene un radio constante, además, su ángulo $\theta_3(t)$ se mantiene en un rango determinado por el movimiento de C

Una vez mencionado lo anterior, la ecuación que relaciona los 3 vectores es la siguiente:

$$\vec{r}_{BO} = \vec{r}_{BC} + \vec{r}_{CO}$$

De este análisis se deduce que, en cualquier posición, la suma de estos 2 vectores va a dar siempre una distancia fija. Si se despeja \vec{r}_{CO} :

$$\vec{r}_{CO} = \vec{r}_{BO} - \vec{r}_{BC}$$

Como se fue mencionó, \vec{r}_{BO} es una distancia fija, de modo que puede ser expresada como

$$\vec{r}_{BO} = d\hat{i} - h\hat{j} \quad (8)$$

Reemplazando (7) y (8) para \vec{r}_{CO} :

$$\vec{r}_{CO} = d\hat{i} - r_{BC}\cos\theta_2(t)\hat{i} - h\hat{j} - r_{BC}\sin\theta_2(t)\hat{j}$$

Sin embargo, se necesita el vector \vec{r}_{OC} . Este se obtiene invirtiendo de signo \vec{r}_{CO}

$$\vec{r}_{OC} = -\vec{r}_{CO}$$

$$\vec{r}_{OC} = -d\hat{i} + r_{BC}\cos\theta_2(t)\hat{i} + h\hat{j} + r_{BC}\sin\theta_2(t)\hat{j}$$

Finalmente, el vector \vec{r}_{OC} describe la misma dirección de \vec{r}_{OD} más no la longitud. Por esto, es necesario sacarle la fase a este vector (esto es equivalente a hallar la descripción del ángulo $\theta_3(t)$)

Para lograr esto, se usa la fórmula de fase de un vector:

$$\theta_3(t) = -\tan^{-1} \left(\frac{h+r_{BC}\sin\theta_2(t)}{-d+r_{BC}\cos\theta_2(t)} \right) \quad (9)$$

Ahora que se tiene la descripción de $\theta_3(t)$, es posible describir la posición de la barra O-D:

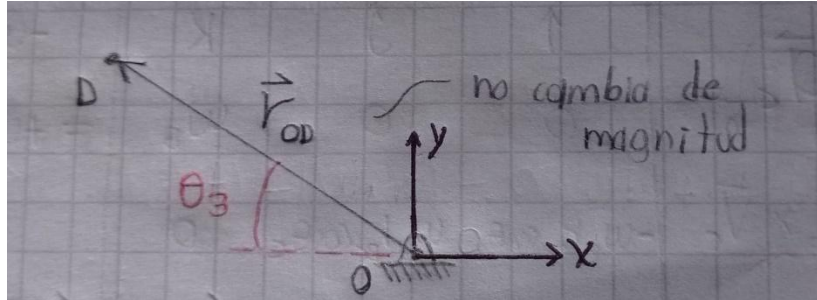


Imagen 8. Descripción de la barra O-D y desplazamiento

$$\vec{X}_{D/O} = \vec{r}_{OD} = -r_{OD}\cos\theta_3(t)\hat{i} + r_{OD}\sin\theta_3(t)\hat{j} \quad (10)$$

Como se mencionó al comienzo del documento, el mecanismo podría considerarse con 2 sistemas. A partir de este punto, se analizará la posición para el sistema de 4 barras del mecanismo, por ende, resulta más conveniente definir un nuevo cero absoluto; En este caso, se redefine el empotramiento O como nuevo sistema absoluto (para mecanismo de 4 barras). Por lo tanto $\vec{X}_D = \vec{X}_{D/O}$

4.3. Barra D-E (Movimiento plano general)

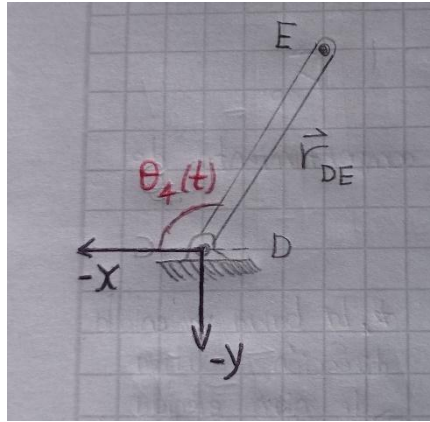


Imagen 9. Descripción posición barra D-E

CAMBIAR DIRECCIÓN ANGULO 4

Datos: r_{DE}

Incógnitas: $\theta_4(t)$

La barra D-E consta de un extremo ligado a la barra O-D, la cual permite que el cuerpo tenga un movimiento plano general, pues el punto D representa la descripción traslacional del movimiento, mientras que el extremo contrario (punto E) le representa un movimiento rotacional. Este se analiza respecto a un vector \bar{r}_{DE} el cual une ambos puntos con una magnitud constante y un desplazamiento $\theta_4(t)$. Teniendo en cuenta los datos ya conocidos, el movimiento que ya presenta el punto D por la barra O-D y usando trigonometría para encontrar las componentes del vector, se logra hallar la ecuación de posición.

$$\bar{X}_{E/D} = \bar{r}_{DE} = r_{DE} \cos \theta_4(t) \hat{i} + r_{DE} \sin \theta_4(t) \hat{j} \quad (11)$$

La posición absoluta de E es la siguiente:

$$\bar{X}_E = \bar{X}_{E/D} + \bar{X}_D$$

$$\text{Posición: } \bar{X}_E = r_{DE} \cos \theta_4(t) \hat{i} - r_{OD} \cos \theta_3(t) \hat{i} + r_{DE} \sin \theta_4(t) \hat{j} + r_{OD} \sin \theta_3(t) \hat{j}$$

De este análisis se obtiene la segunda incógnita: $\theta_4(t)$

4.4. Barra E-P (Rotacional)

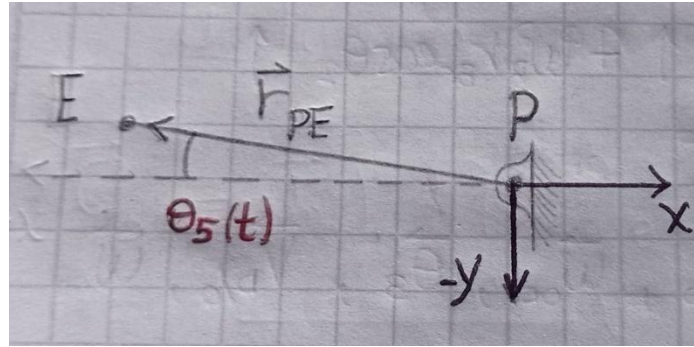


Imagen 10.Descripción de la barra E-P y su desplazamiento.

Datos: r_{PE}

Incógnitas: $\theta_5(t)$

La barra E-P consta de un punto E ligado a la barra D-E y el punto P (bisagra) el cual permite el movimiento rotacional puro impulsado generado por las anteriores barras. Esta se analiza respecto a un vector \vec{r}_{PE} el cual une ambos puntos con su desplazamiento $\theta_5(t)$. Teniendo en cuenta los datos ya conocidos y usando trigonometría para encontrar las componentes del vector, se logra hallar la ecuación de posición.

$$\vec{X}_{E/P} = \vec{r}_{PE} = -r_{PE}\cos\theta_5(t) \hat{i} + r_{PE}\sin\theta_5(t) \hat{j}$$

Como necesitamos hallar el vector $\vec{X}_{P/E}$ y no el vector $\vec{X}_{E/P}$, se invierte el signo del último, como se muestra a continuación:

$$\vec{X}_{P/E} = -\vec{r}_{PE} = \vec{r}_{EP}$$

$$\vec{X}_{P/E} = r_{PE}\cos\theta_5(t) \hat{i} - r_{PE}\sin\theta_5(t) \hat{j} \quad (12)$$

Y la posición absoluta del punto P queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{Posición: } \vec{X}_P &= \vec{X}_{P/E} + \vec{X}_E = r_{PE}\cos\theta_5(t) \hat{i} - r_{PE}\sin\theta_5(t) \hat{j} + \dots \\ &\dots + r_{DE}\cos\theta_4(t) \hat{i} - r_{OD}\cos\theta_3(t) \hat{i} + r_{DE}\sin\theta_4(t) \hat{j} + r_{OD}\sin\theta_3(t) \hat{j} \end{aligned}$$

De este análisis se obtiene la segunda incógnita: $\theta_5(t)$

4.5. Barra O-P (Fija)

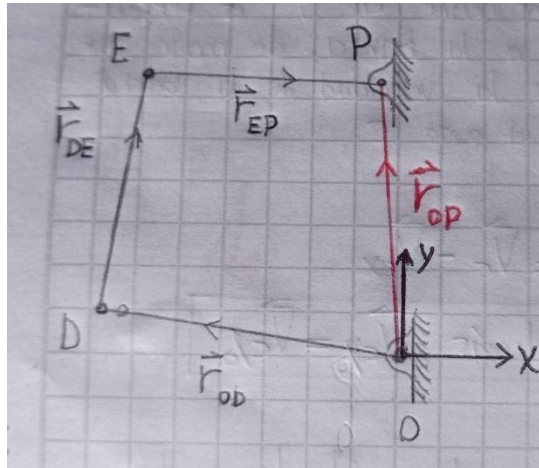


Imagen 11. Barra O-P fija.

Habiendo analizado las 3 barras $\overline{r_{OD}}$, $\overline{r_{DE}}$ y $\overline{r_{EP}}$, se sabe que la suma de estos 3 vectores debe ser igual al vector $\overline{r_{OP}}$

La barra O-P consta de un punto P ligado a la barra E-P, siendo este el punto fijo bisagra de esta barra, y por otro lado, el punto O es el punto fijo de la bisagra en la barra O-D. Debido a que ambos extremos de esta barra están empotrados, se puede afirmar que la magnitud y dirección de este vector son valores fijos. Teniendo en cuenta la suma vectorial del sistema y la trigonometría, se encuentran las ecuaciones necesarias que definen la posición de todo el mecanismo.

$$\overline{r_{OP}} \quad (a)$$

$$\overline{r_{OP}} = \overline{r_{OD}} + \overline{r_{DE}} + \overline{r_{EP}} \quad (b)$$

Primero se soluciona (a), definiendo según el mecanismo el vector $\overline{r_{OP}}$:

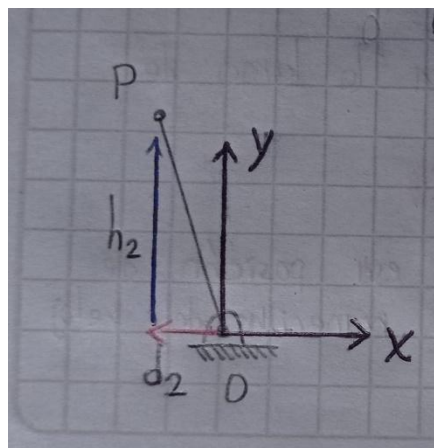


Imagen 12. Descripción de la barra O-P.

$$\overline{r_{OP}} = -d_2 \hat{i} + h_2 \hat{j}$$

4.6. SISTEMA DE ECUACIONES:

Finalmente, se solucionará la ecuación (b) reemplazando las ecuaciones (10), (11) y (12). A partir de esto es posible describir la posición de la barra $\overline{r_{OP}}$ respecto al mecanismo de 4 barras. (Esto obtiene usando con las coordenadas relativas de cada barra)

$$\begin{aligned}\overline{r_{OP}} &= \overline{r_{OD}} + \overline{r_{DE}} + \overline{r_{EP}} \\ -d_2 \hat{i} + h_2 \hat{j} &= -r_{OD} \cos \theta_3(t) \hat{i} + r_{OD} \sin \theta_3(t) \hat{j} + r_{DE} \cos \theta_4(t) \hat{i} + \dots \\ &\dots + r_{DE} \sin \theta_4(t) \hat{j} + r_{PE} \cos \theta_5(t) \hat{i} - r_{PE} \sin \theta_5(t) \hat{j}\end{aligned}$$

Por componentes:

$$\text{En } \hat{i}: \quad -d_2 = -r_{OD} \cos \theta_3(t) + r_{DE} \cos \theta_4(t) + r_{PE} \cos \theta_5(t)$$

$$\text{En } \hat{j}: \quad h_2 = +r_{OD} \sin \theta_3(t) + r_{DE} \sin \theta_4(t) - r_{PE} \sin \theta_5(t)$$

Se ha llegado a un sistema de 2 ecuaciones en el que se tiene lo siguiente:

Datos: r_{OD} , r_{DE} , r_{PE} , θ_3 , d_2 , h_2

Incógnitas: θ_4 , θ_5

Auditoria:

Debido a que se tienen 2 ecuaciones y 2 incógnitas, se puede afirmar que el sistema de ecuaciones es solucionable :D

Definición de magnitudes de barras:

$$r_{BC} = 0.3 \text{ m}$$

$$r_{OD} = 1.25 \text{ m}$$

$$r_{DE} = 1.1 \text{ m}$$

$$r_{PE} = 1 \text{ m}$$

$$r_{OP} = (0\hat{i} + 1.33\hat{j}) \text{ m}$$

$$r_{BO} = (0.6\hat{i} - 0.16\hat{j}) \text{ m}$$

4. Análisis cinemático- Velocidad:

Para obtener la descripción de velocidad del mecanismo, nuevamente se debe hacer un análisis a la barra B-C y el pasador de la barra O-D, para posteriormente hacer el análisis del sistema de 4 barras

5.1. Barra B-C

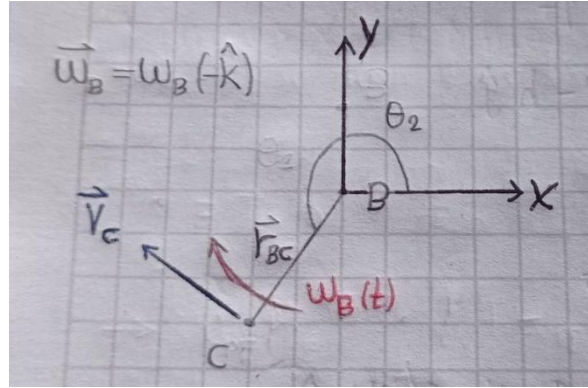


Imagen 13. Engranaje B Descripción de la barra B-C.

Datos: r_{BC} , θ_2 , ω_B , V_C

La barra B-C presenta una velocidad angular $\overline{\omega}_B$ la cual va dirigida a favor de las manecillas del reloj por lo tanto se presenta en la coordenada $-\hat{k}$. Por ser un movimiento rotacional puro, esta barra presenta una velocidad tangencial que se presenta en el punto C por el movimiento del engranaje en el pasador. Con estos elementos y las ecuaciones de posición halladas anteriormente se plantea la ecuación para hallar la velocidad \overline{V}_C .

Nuevamente, describir la barra B-C ayudará a describir el comportamiento de la barra O-D. La barra va en la dirección negativa de giro elegida

$$\overline{\omega}_B = \omega_B (-\hat{k})$$

$$\overline{V}_C = \overline{\omega}_B \times \overline{r}_{BC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & -\omega_B \\ -r_{BC} \cos \theta_2 & -r_{BC} \sin \theta_2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{Velocidad: } \overline{V}_C = -\omega_B r_{BC} \sin \theta_2 \hat{i} + \omega_B r_{BC} \cos \theta_2 \hat{j}$$

5.1. Barra O-D (1ra barra)

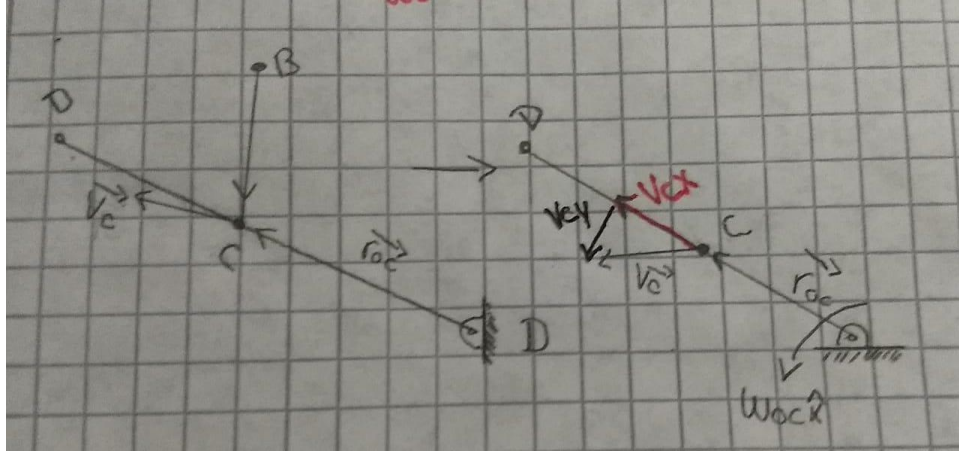


Imagen 14. Descripción velocidad de barra O-D a través del pasador

Datos: r_{CO} , θ_3 , $\overline{V_C}$

Incógnitas: $\overline{V_{C/O}}$, ω_{OC}

Para encontrar la velocidad $\overline{V_{D/O}}$ es necesario analizar la velocidad de la barra intermediaria B-C.

Se requiere hallar el componente de velocidad perpendicular a la barra O-C (para luego propagarlo a la barra O-D), para esto toca ver que vectores están actuando sobre este pasador; Sobre el pasador está actuando el acople C, y este acople (por medio del movimiento B-C) está generando una velocidad cuyo vector perpendicular se muestra en la imagen 12. Si se toma como referencia la barra $\overline{r_{OC}}$, $\overline{V_C}$ se puede descomponer en 2 componentes X y Y, donde el componente en X es paralelo a la barra y de hecho es la proyección de este mismo sobre el vector $\overline{r_{OC}}$, mientras que, por otro lado, el componente en Y es perpendicular a la barra.

Siguiendo lo enunciado, se plantean las siguientes ecuaciones:

$$\overline{V_C} = \overline{V_{Cx}} + \overline{V_{Cy}}$$

Además:

$\overline{V_{Cx}}$ Es la proyección de $\overline{V_C}$ en el vector $\overline{r_{OC}}$

$$\overline{V_{Cx}} = \text{proj}_{\overline{V_C}} \overline{r_{OC}} = \frac{\overline{V_C} \cdot \overline{r_{OC}}}{\overline{V_C} \cdot \overline{V_C}} * \overline{V_C}$$

Ahora, una vez se define el vector $\overline{V_{Cx}}$, se puede hallar el vector $\overline{V_{Cy}}$

$$\overline{V_{Cy}} = \overline{V_C} - \overline{V_{Cx}}$$

Como puede ser intuitivo, ya que $\overline{V_{Cy}}$ representa el vector perpendicular a la barra $\overline{r_{OC}}$, es correcto afirmar que el vector velocidad tangencial de este último elemento es: $\overline{V_{C/O}} = \overline{V_{Cy}}$

Una vez se tiene $\overline{V}_{C/O}$ definido, se puede hallar ω_{OC} (de la barra O-C); Este valor está dado por la siguiente relación:

$$\omega_{OC} = \frac{|\overline{V}_{C/O}|}{|\overline{r}_{OC}|}$$

La descripción de los vectores $\overline{V}_{C/O}$ y \overline{r}_{OC} es conocida, de modo que es posible hallar la magnitud del vector $\overline{\omega}_{OC}$.

Es importante conocer $\overline{\omega}_{OC}$, pues ya que \overline{r}_{OC} hace parte de la misma barra \overline{r}_{OD} (el mismo cuerpo rígido), entonces ambas barras experimentan la misma velocidad angular: $\overline{\omega}_{OC} = \overline{\omega}_{OD}$

La dirección de $\overline{\omega}_{OD}$ será en $(+\hat{k})$ pues en esa posición de la barra, la velocidad angular sigue la dirección de $\overline{V}_{C/O}$, así que esta giraría en contra de las manecillas del reloj.

Finalmente, ya se tienen los datos necesarios para describir el movimiento de la barra O-D

Nota: Retomando lo mencionado para posición, ya que O es el nuevo cero absoluto: $\overline{V}_{D/O} = \overline{V}_D$

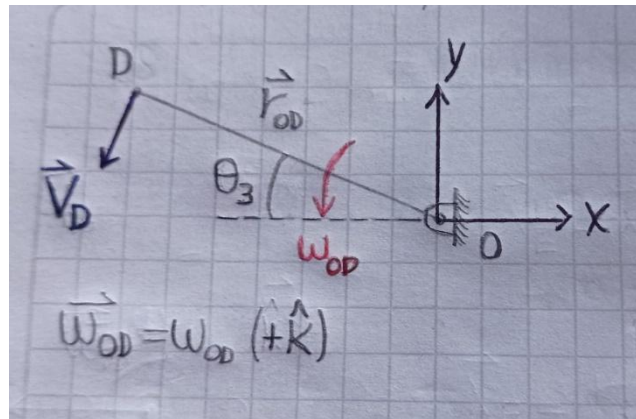


Imagen 15. Descripción de la barra O-D (velocidad).

La barra O-D sigue velocidad angular $\overline{\omega}_{OD}$, que como ya se mencionó, está dirigida en contra de las manecillas del reloj $(+\hat{k})$. Con estos 2 elementos y las ecuaciones de posición es posible hallar la velocidad de \overline{V}_D .

$$\overline{\omega}_{OD} = \omega_{OD} (+\hat{k})$$

$$\overline{V}_D = \overline{\omega}_{OD} \times \overline{r}_{OD} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & \omega_{OD} \\ -r_{OD} \cos \theta_3 & r_{OD} \sin \theta_3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\bar{V}_D = -\omega_{OD} r_{OD} \sin \theta_3 \hat{i} - \omega_{OD} r_{OD} \cos \theta_3 \hat{j} \quad (13)$$

5.2. Barra P-E (Tercera)

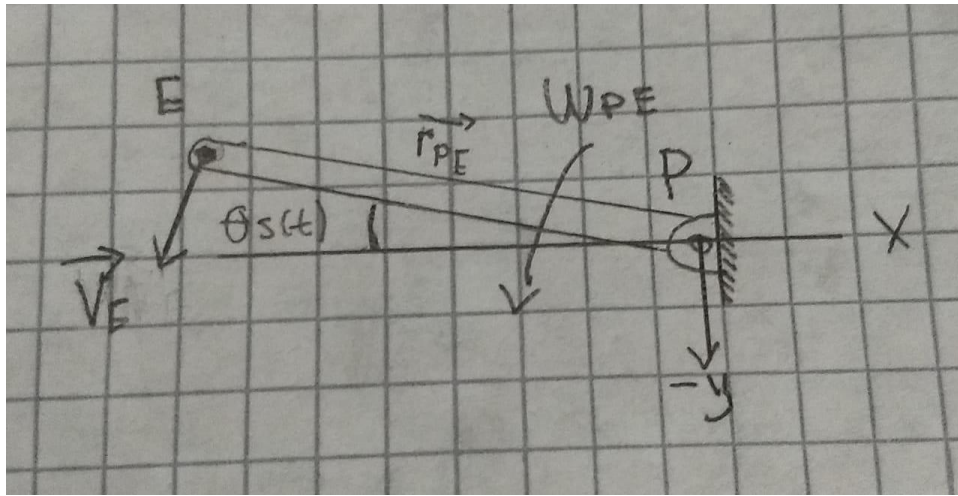


Imagen 16. Descripción de la barra P-E (Velocidad).

Datos: r_{PE} , θ_5

Incógnitas: ω_{PE} , $V_{E/P}$

Ya que la barra O-D gira en contra de las manecillas del reloj, la barra rotacional P-E también. Así se conoce la dirección de su velocidad y giro, de modo que, \vec{r}_{PE} presenta una velocidad angular ω_{PE} que va dirigida en contra de las manecillas del reloj, por lo tanto, esta $\bar{\omega}_{PE}$ gira en la dirección $(+\hat{k})$, además presenta una velocidad tangencial sobre el punto E. Con estos 2 elementos y las ecuaciones de posición halladas anteriormente es posible hallar la velocidad de \bar{V}_E .

$$\bar{\omega}_{PE} = \omega_{PE} (+\hat{k})$$

$$\bar{V}_E = \bar{\omega}_{PE} \times (-\vec{r}_{EP}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & \omega_{PE} \\ -r_{PE} \cos \theta_5 & r_{PE} \sin \theta_5 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\bar{V}_E = -\omega_{PE} r_{PE} \sin \theta_5 \hat{i} - \omega_{PE} r_{PE} \cos \theta_5 \hat{j} \quad (14)$$

Nota: Se usó el vector $(-\bar{r}_{EP})$ pero bien se pudo haber utilizado el vector \bar{r}_{PE}

5.3. Barra D-E (Segunda)

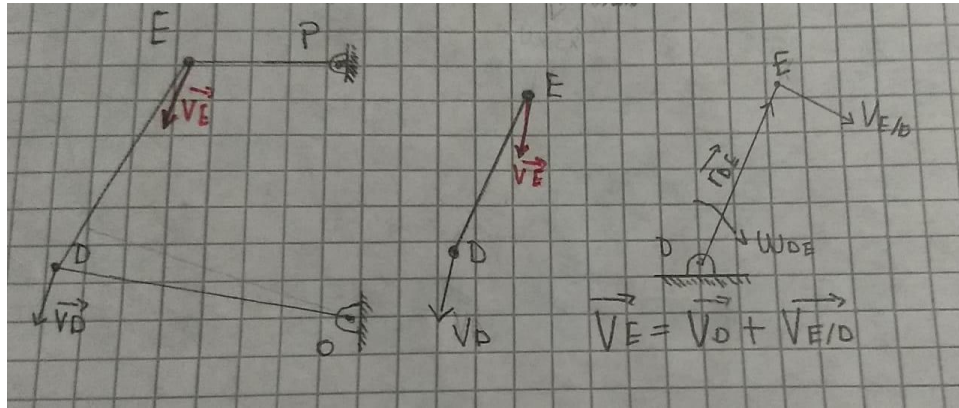


Imagen 17. Descripción de la barra D-E (Velocidad).

Datos: r_{DE} , θ_4

Incógnitas: $V_{E/D}$, ω_{DE}

La barra D-E presenta una velocidad angular ω_{DE} la cual se va a indicar a favor de las manecillas del reloj, por lo tanto, se presentará el giro en la coordenada $(-\hat{k})$. Por ser un movimiento plano general presenta 2 velocidades en sus extremos, velocidad del extremo D se representa como el movimiento traslacional, mientras que la velocidad $V_{E/D}$ se presenta como el movimiento rotacional (la suma de ambos vectores resulta en el vector velocidad V_E si se toma como referencia D).

$$\bar{V}_{E/D} = \bar{\omega}_{DE} \times \bar{r}_{DE} \quad (c)$$

$$\bar{V}_E = \bar{V}_D + \bar{V}_{E/D} \quad (d)$$

Primero se solucionará la ecuación (c): Ya que $\bar{V}_{E/D}$ se direccionó hacia la derecha del extremo E, ω_{DE} gira hacia

$$\bar{\omega}_{DE} = \omega_{DE}(-\hat{k})$$

El vector $\overline{V}_{E/D}$ además de la suma de los 2 vectores de los extremos, puede ser descrito en sistema relativo de la siguiente forma:

$$\overline{V}_{E/D} = \overline{\omega}_{DE} \times \overline{r}_{DE} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & -\omega_{PE} \\ r_{DE} \cos \theta_4 & r_{DE} \sin \theta_4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\overline{V}_{E/D} = \omega_{DE} r_{DE} \sin \theta_4 \hat{i} - \omega_{DE} r_{DE} \cos \theta_4 \hat{j} \quad (15)$$

5.4. SISTEMA DE ECUACIONES:

Finalmente, se solucionará la ecuación (d) reemplazando en esta las ecuaciones (13), (14) y (15), de esta forma, se obtiene la descripción de las velocidades sobre la barra D-E:

$$\begin{aligned} \overline{V}_E &= \overline{V}_D + \overline{V}_{E/D} \\ -\omega_{PE} r_{PE} \sin \theta_5 \hat{i} - \omega_{PE} r_{PE} \cos \theta_5 \hat{j} &= -\omega_{OD} r_{OD} \sin \theta_3 \hat{i} - \omega_{OD} r_{OD} \cos \theta_3 \hat{j} + \dots \\ &\dots + \omega_{DE} r_{DE} \sin \theta_4 \hat{i} - \omega_{DE} r_{DE} \cos \theta_4 \hat{j} \end{aligned}$$

Por componentes:

$$\begin{aligned} \text{En } \hat{i}: \quad & -\omega_{PE} r_{PE} \sin \theta_5 = -\omega_{OD} r_{OD} \sin \theta_3 + \omega_{DE} r_{DE} \sin \theta_4 \\ \text{En } \hat{j}: \quad & -\omega_{PE} r_{PE} \cos \theta_5 = -\omega_{OD} r_{OD} \cos \theta_3 - \omega_{DE} r_{DE} \cos \theta_4 \end{aligned}$$

Se ha llegado a un sistema de 2 ecuaciones en el que se tiene lo siguiente:

Datos: r_{OD} , r_{DE} , r_{PE} , θ_3 , θ_4 , θ_5 , ω_{OD}

Incógnitas: ω_{DE} , ω_{PE}

Auditoria:

Debido a que se tienen 2 ecuaciones y 2 incógnitas, se puede afirmar que el sistema de ecuaciones es solucionable :D, y de este modo, todos los valores de V y ω son conocidos para el mecanismo

6. Análisis cinemático- Aceleración:

Para obtener la descripción de velocidad del mecanismo, nuevamente se debe hacer un análisis a la barra B-C y el pasador de la barra O-D, para posteriormente hacer el análisis del sistema de 4 barras

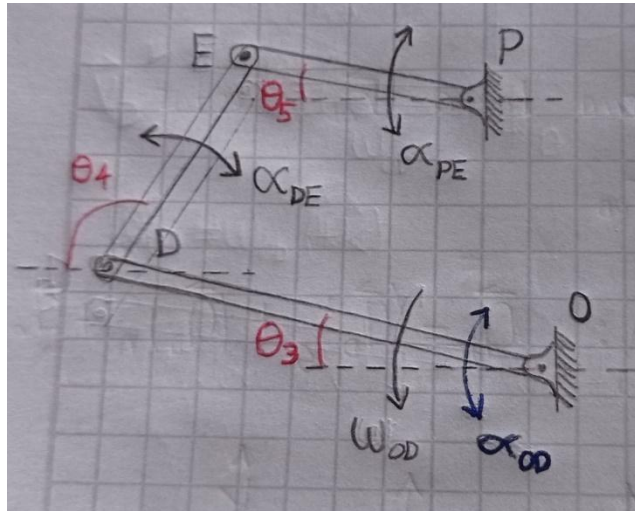


Imagen 18. Sistema 4 barras

6.1. Barra B-C (rotacional)

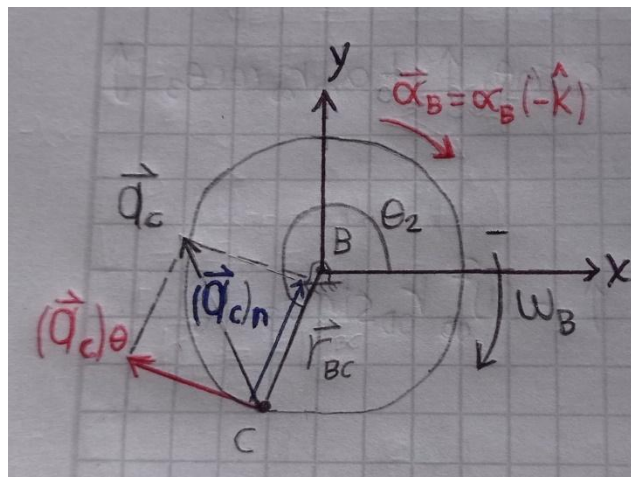


Imagen 19. Descripción de la barra B-C (Aceleración).

La barra B-C presenta una aceleración angular $\overline{\alpha_B}$ la cual va dirigida a favor de las manecillas del reloj, por lo tanto, esta α_B gira en la dirección $(-\hat{k})$, lo mismo sucede para $\overline{\omega_B}$. Por ser un movimiento rotacional puro presenta también una aceleración la cual se descompone en una componente tangencial que se presenta perpendicular a la barra B.C en el punto C en un sentido a favor del movimiento, y una aceleración normal dirigida al centro de rotación (punto B). Con estos elementos y las ecuaciones de velocidad y posición obtenidas en análisis previos, es posible hallar la ecuación de aceleración para el punto C:

$$\bar{\alpha}_B = \alpha_B (-\hat{k})$$

$$a_c = (a_c)_\theta + (a_c)_n$$

$$(\bar{a}_c)_\theta = \bar{\alpha}_B \times \bar{r}_{BC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & -\alpha_B \\ -r_{BC} \cos \theta_2 & -r_{BC} \sin \theta_2 & 0 \end{vmatrix}$$

Componente tangencial: $(\bar{a}_c)_\theta = -\alpha_B r_{BC} \sin \theta_2 \hat{i} + \alpha_B r_{BC} \cos \theta_2 \hat{j}$

$$(\bar{a}_c)_n = \bar{\omega}_B \times \bar{V}_C = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & -\omega_B \\ -\omega_B r_{BC} \sin \theta_2 & +\omega_B r_{BC} \cos \theta_2 & 0 \end{vmatrix}$$

Componente normal: $(\bar{a}_c)_n = \omega_B^2 r_{BC} \cos \theta_2 \hat{i} + \omega_B^2 r_{BC} \sin \theta_2 \hat{j}$

Sumando ambos componentes:

$$\bar{a}_c = -\alpha_B r_{BC} \sin \theta_2 \hat{i} + \alpha_B r_{BC} \cos \theta_2 \hat{j} + \omega_B^2 r_{BC} \cos \theta_2 \hat{i} + \omega_B^2 r_{BC} \sin \theta_2 \hat{j}$$

Hasta este punto todos los datos son conocidos

6.2. Barra O-D (rotacional)

Para hallar la aceleración de esta barra es necesario hacer un procedimiento similar al usado para la velocidad.

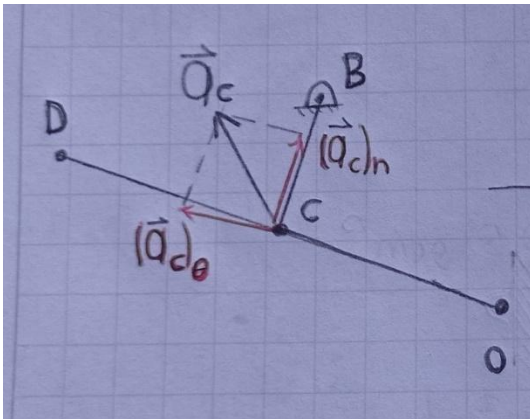


Imagen 20. Descripción de la barra O-D (Aceleración).

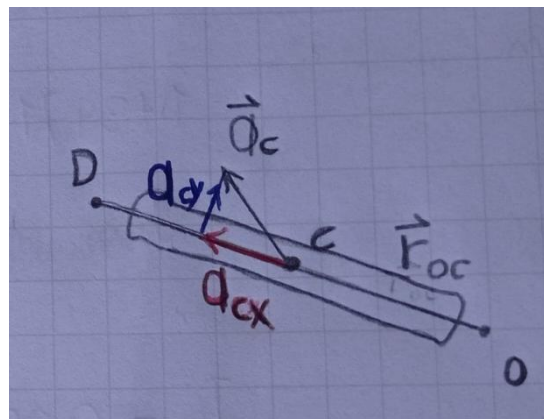


Imagen 20.b. Descripción de la barra O-D (Aceleración).

Datos: $\overline{a}_C, \overline{r}_{OC}$

Incógnitas: $\overline{a}_{C/O}$

Para encontrar la aceleración \overline{a}_D es necesario analizar la velocidad de la barra intermediaria B-C.

El primero paso consiste en hallar el componente de aceleración perpendicular a la barra O-C (este representa la descripción de la aceleración tangencial de la misma barra), para esto toca ver cuales vectores están actuando sobre este pasador.

Sobre el pasador está actuando el acople C, y este acople (por medio del movimiento B-C) está generando una aceleración \overline{a}_C sobre el pasador. Si se toma como referencia la barra \overline{r}_{OC} , \overline{a}_C se puede descomponer en 2 componentes X y Y, donde el componente en X es paralelo a la barra y de hecho es la proyección de este mismo sobre el vector \overline{r}_{OC} , mientras que, por otro lado, el componente en Y es perpendicular a la barra (el objetivo).

Siguiendo lo enunciado, se plantean las siguientes ecuaciones:

$$\overline{a}_C = \overline{a}_{Cx} + \overline{a}_{Cy}$$

Además:

\overline{a}_{Cx} Es la proyección de \overline{a}_C en el vector \overline{r}_{OC}

$$\overline{a}_{Cx} = \text{proj}_{\overline{a}_C} \overline{r}_{OC} = \frac{\overline{a}_C \cdot \overline{r}_{OC}}{\overline{a}_C \cdot \overline{a}_C} * \overline{a}_C$$

Ahora, una vez se define el vector \overline{a}_{Cx} , se puede hallar el vector \overline{a}_{Cy}

$$\overline{a}_{Cy} = \overline{a}_C - \overline{a}_{Cx}$$

Como puede ser intuitivo, ya que \overline{a}_{Cy} representa el vector perpendicular a la barra \overline{a}_{Cy} a la barra \overline{r}_{OC} , es correcto afirmar que el vector aceleración tangencial de este último elemento es:

$$(\overline{a}_{C/O})_\theta = \overline{a}_{Cy}$$

Una vez se tiene $(\overline{a}_{C/O})_\theta$ definido, se puede hallar α_{OC} (de la barra O-C); Este valor está dado por la siguiente relación:

$$\alpha_{OC} = \frac{|(\overline{a}_{C/O})_\theta|}{|\overline{r}_{OC}|}$$

La descripción de los vectores $(\overline{a}_{C/O})_\theta$ y \overline{r}_{OC} es conocida, de modo que es posible hallar la magnitud del vector $\overline{\alpha}_{OC}$.

Es importante conocer $\overline{a_{OC}}$, pues ya que $\overline{r_{OC}}$ hace parte de la misma barra $\overline{r_{OD}}$ (el mismo cuerpo rígido), entonces ambas barras experimentan la misma aceleración angular: $\overline{a_{OC}} = \overline{a_{OD}}$

La dirección de $\overline{a_{OD}}$ será en $(-\hat{k})$ pues en esa posición de la barra, la aceleración angular sigue la dirección de $(\overline{a_{C/O}})_\theta$ que va hacia la derecha (perpendicular a la barra), así que esta giraría en dirección de las manecillas del reloj.

$$\overline{a_{OD}} = \alpha_{OD} (-\hat{k})$$

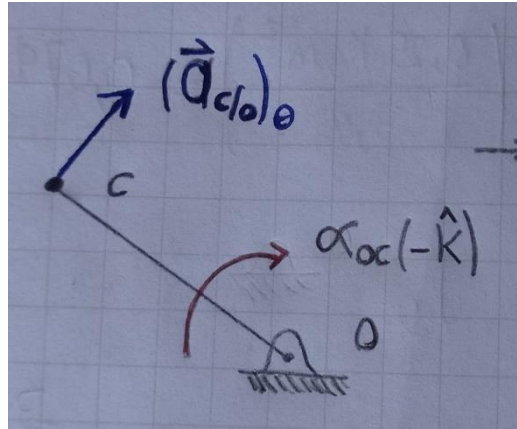


Imagen 21. Aceleraciones de barra B-C.

Finalmente, ya se tienen los datos necesarios para describir el movimiento de la barra O-D

Nota: Como se mencionó en los análisis anteriores, para el sistema de 4 barras se tomará un nuevo sistema de referencia, de modo que el nuevo cero absoluto será el punto O, y, por ende:

$$\overline{a_D} = \overline{a_{D/O}}$$

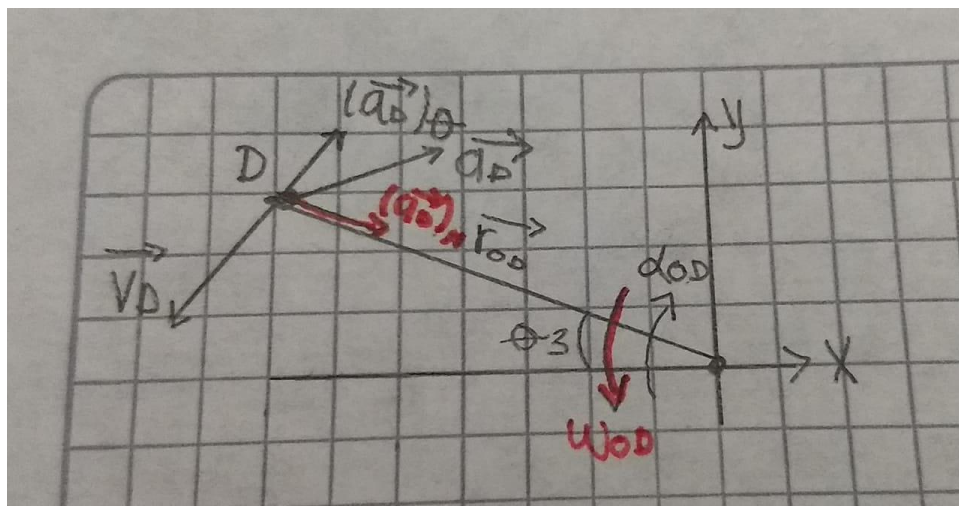


Imagen 22. Nuevo sistema absoluto y sus relaciones (Aceleración).

$$\overline{\omega_{OD}} = \omega_{OD} (+\hat{k})$$

$$\overline{\alpha_{OD}} = \alpha_{OD} (-\hat{k})$$

$$a_D = (a_D)_\theta + (a_D)_n$$

$$(\overline{a}_D)_\theta = \overline{\alpha}_{OD} \times \overline{r}_{OD} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & -\alpha_{OD} \\ -r_{OD} \cos \theta_3 & r_{OD} \sin \theta_3 & 0 \end{vmatrix}$$

Componente tangencial: $(\overline{a}_D)_\theta = \alpha_{OD} r_{OD} \sin \theta_3 \hat{i} + \alpha_{OD} r_{OD} \cos \theta_3 \hat{j}$

$$(\overline{a}_D)_n = \overline{\omega}_{OD} \times \overline{V}_D = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & \omega_{OD} \\ -\omega_{OD} r_{OD} \sin \theta_3 & -\omega_{OD} r_{OD} \cos \theta_3 & 0 \end{vmatrix}$$

Componente normal: $(\overline{a}_D)_n = \omega_{OD}^2 r_{OD} \cos \theta_3 \hat{i} - \omega_{OD}^2 r_{OD} \sin \theta_3 \hat{j}$

Sumando los 2 componentes:

$$\overline{a}_D = \alpha_{OD} r_{OD} \sin \theta_3 \hat{i} + \alpha_{OD} r_{OD} \cos \theta_3 \hat{j} + \omega_{OD}^2 r_{OD} \cos \theta_3 \hat{i} - \omega_{OD}^2 r_{OD} \sin \theta_3 \hat{j} \quad (16)$$

Hasta este punto todos los datos son conocidos

6.3. Barra P-E (rotacional puro)

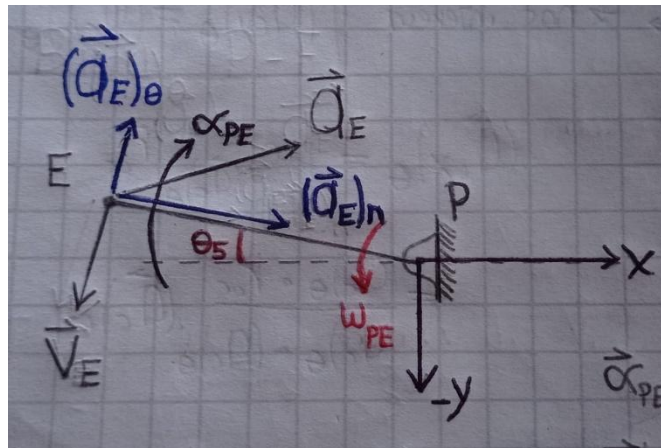


Imagen 23. Descripción de la barra P-E (Aceleración).

La barra P-E presenta una aceleración angular y tangencial que van a ir direccionados acorde a las direcciones que se tomaron para la barra O-D. De modo que, $\overline{\alpha_{PE}}$ girará en dirección de las manecillas del reloj ($-\hat{k}$), y $(\overline{a_E})_\theta$ va a ir en la dirección derecha (perpendicular a la barra $\overline{r_{PE}}$ (la velocidad $\overline{V_E}$ va en dirección contraria)

Con estas consideraciones y las ecuaciones de velocidad y posición halladas anteriormente, se plantea la ecuación de aceleración para esta barra:

$$\overline{\alpha_{PE}} = \alpha_{PE} (-\hat{k})$$

$$\overline{\omega_{PE}} = \omega_{PE} (\hat{k})$$

$$\overline{a_E} = (a_E)_\theta + (a_E)_n$$

$$(\overline{a_E})_\theta = \overline{\alpha_{PE}} \times (-\overline{r_{EP}}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & -\alpha_{PE} \\ -r_{PE} \cos \theta_5 & r_{PE} \sin \theta_5 & 0 \end{vmatrix}$$

Componente tangencial: $(\overline{a_E})_\theta = \alpha_{PE} r_{PE} \sin \theta_5 \hat{i} + \alpha_{PE} r_{PE} \cos \theta_5 \hat{j}$

Nota: Así como se usó $-\overline{r_{EP}}$, también pudo haberse usado el vector $\overline{r_{PE}}$, pues se necesita el vector que representa la bisagra como origen

$$(\overline{a_E})_n = \overline{\omega_{PE}} \times \overline{V_E} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & \omega_{PE} \\ -\omega_{PE} r_{PE} \sin \theta_5 & -\omega_{PE} r_{PE} \cos \theta_5 & 0 \end{vmatrix}$$

Componente normal: $(\overline{a_E})_n = \omega_{PE}^2 r_{PE} \cos \theta_5 \hat{i} - \omega_{PE}^2 r_{PE} \sin \theta_5 \hat{j}$

$$\overline{a_E} = \alpha_{PE} r_{PE} \sin \theta_5 \hat{i} + \alpha_{PE} r_{PE} \cos \theta_5 \hat{j} + \omega_{PE}^2 r_{PE} \cos \theta_5 \hat{i} - \omega_{PE}^2 r_{PE} \sin \theta_5 \hat{j} \quad (17)$$

Datos: r_{PE} , θ_5 , ω_{PE}

Incógnita: α_{PE}

6.4. Barra D-E (Movimiento plano genera)

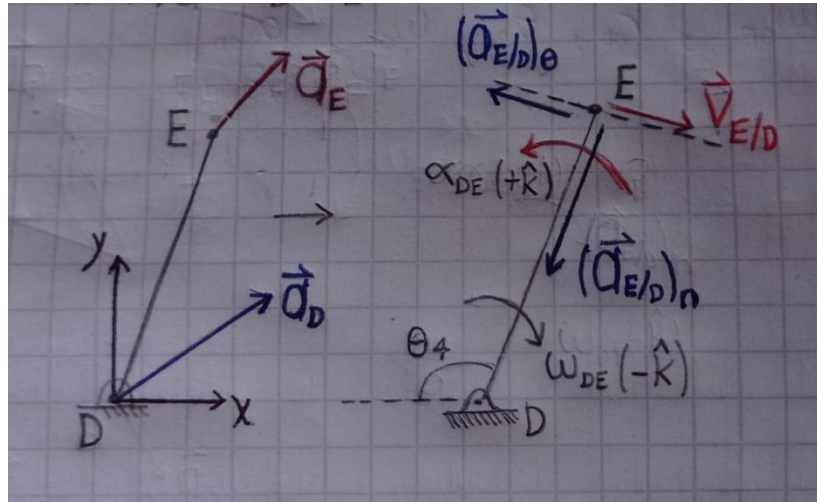


Imagen 24. Descripción aceleraciones barra D-E.

CAMBIAR DE DIRECCIÓN EL ANGULO 4

Datos: r_{DE} , θ_4 , ω_{DE}

Incógnitas: α_{DE}

La barra D-E presenta una aceleración angular α_{DE} la cual se va a indicar en contra de las manecillas del reloj como se indica en la imagen X, por lo tanto, tendrá componente en la dirección $(+\hat{k})$. Ya que la barra D-E describe un movimiento plano general, la barra tiene 2 aceleraciones (una en cada extremo), de modo que, si se toma el punto D como referencia, la aceleración \bar{a}_D del extremo D se representa como el movimiento traslacional, mientras que la aceleración $\bar{a}_{E/D}$ se presenta como el movimiento rotacional. La suma de ambos vectores resulta en el vector velocidad \bar{a}_E

$$\bar{a}_{E/D} = (a_{E/D})_{\theta} + (a_{E/D})_n \quad (e)$$

$$\bar{a}_E = \bar{a}_D + \bar{a}_{E/D} \quad (f)$$

Primero se solucionará la fórmula (e), de forma similar a como se ha solucionado el resto de las aceleraciones:

$$\bar{\omega}_{DE} = \omega_{DE}(-\hat{k})$$

$$\bar{\alpha}_{DE} = \alpha_{DE}(+\hat{k})$$

$$\bar{a}_{E/D} = (a_{E/D})_{\theta} + (a_{E/D})_n$$

$$(\bar{a}_{E/D})_{\theta} = \bar{\alpha}_{DE} \times \bar{r}_{DE} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & \alpha_{DE} \\ r_{DE} \cos \theta_4 & r_{DE} \sin \theta_4 & 0 \end{vmatrix}$$

Componente tangencial: $(\bar{a}_{E/D})_{\theta} = -\alpha_{DE} r_{DE} \sin \theta_4 \hat{i} + \alpha_{DE} r_{DE} \cos \theta_4 \hat{j}$

$$(\bar{a}_{E/D})_n = \bar{\omega}_{DE} \times \bar{V}_{E/D} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & -\omega_{DE} \\ \omega_{DE} r_{DE} \sin \theta_4 & -\omega_{DE} r_{DE} \cos \theta_4 & 0 \end{vmatrix}$$

Componente normal: $(\bar{a}_{E/D})_n = -\omega_{DE}^2 r_{DE} \cos \theta_4 \hat{i} - \omega_{DE}^2 r_{DE} \sin \theta_4 \hat{j}$

$$\bar{a}_{E/D} = -\alpha_{DE} r_{DE} \sin \theta_4 \hat{i} + \alpha_{DE} r_{DE} \cos \theta_4 \hat{j} - \omega_{DE}^2 r_{DE} \cos \theta_4 \hat{i} - \omega_{DE}^2 r_{DE} \sin \theta_4 \hat{j} \quad (18)$$

Datos: r_{DE} , θ_4 , ω_{DE}

Incógnita: α_{DE}

6.5. SISTEMA DE ECUACIONES:

Finalmente, se solucionará la ecuación (f) reemplazando las ecuaciones (16), (17) y (18), de esta forma, se describe relación de aceleraciones sobre la barra D-E:

$$\bar{a}_E = \bar{a}_D + \bar{a}_{E/D}$$

$$\begin{aligned} & \alpha_{PE} r_{PE} \sin \theta_5 \hat{i} + \alpha_{PE} r_{PE} \cos \theta_5 \hat{j} + \omega_{PE}^2 r_{PE} \cos \theta_5 \hat{i} - \omega_{PE}^2 r_{PE} \sin \theta_5 \hat{j} = \\ & \alpha_{OD} r_{OD} \sin \theta_3 \hat{i} + \alpha_{OD} r_{OD} \cos \theta_3 \hat{j} + \omega_{OD}^2 r_{OD} \cos \theta_3 \hat{i} - \omega_{OD}^2 r_{OD} \sin \theta_3 \hat{j} - \dots \\ & \dots - \alpha_{DE} r_{DE} \sin \theta_4 \hat{i} + \alpha_{DE} r_{DE} \cos \theta_4 \hat{j} - \omega_{DE}^2 r_{DE} \cos \theta_4 \hat{i} - \omega_{DE}^2 r_{DE} \sin \theta_4 \hat{j} \end{aligned}$$

Por componentes

En \hat{i} : $\alpha_{PE} r_{PE} \sin \theta_5 + \omega_{PE}^2 r_{PE} \cos \theta_5 = \alpha_{OD} r_{OD} \sin \theta_3 + \dots$
 $\dots + \omega_{OD}^2 r_{OD} \cos \theta_3 - \alpha_{DE} r_{DE} \sin \theta_4 - \omega_{DE}^2 r_{DE} \cos \theta_4$

En \hat{j} : $\alpha_{PE} r_{PE} \cos \theta_5 - \omega_{PE}^2 r_{PE} \sin \theta_5 = \alpha_{OD} r_{OD} \cos \theta_3 - \dots$
 $\dots - \omega_{OD}^2 r_{OD} \sin \theta_3 + \alpha_{DE} r_{DE} \cos \theta_4 - \omega_{DE}^2 r_{DE} \sin \theta_4$

Se ha llegado a un sistema de 2 ecuaciones en el que se tiene lo siguiente:

Datos: r_{OD} , r_{DE} , r_{PE} , θ_3 , θ_4 , θ_5 , ω_{OD} , ω_{DE} , ω_{PE} , α_{OD}

Incógnitas: α_{DE} , α_{PE}

Auditoria:

Debido a que se tienen 2 ecuaciones y 2 incógnitas, se puede afirmar que el sistema de ecuaciones es solucionable :D. De este modo, todos los valores de a y α son conocidos para el mecanismo

7. Uso de Excel para calcular todas las variables cinemáticas de los demás elementos impulsados.

Con el uso de Excel, condiciones iniciales del sistema determinadas por el usuario, y las ecuaciones de movimiento (posición, velocidad y aceleración) calculadas anteriormente, se realizó un programa el cual describe la posición, velocidad y aceleración angular instantánea de cada barra del mecanismo de 4 barras, además de la posición, velocidad y aceleración de los eslabones del mismo mecanismo (archivo adjuntado en la entrega):

Variables cinemáticas										Geometría mecanismo										COORDENADAS ABSOLUTAS RESPECTO AL PUNTO O									
$\omega(t=0)$ 1 rad/s ² $\omega(t=0)$ 2 rad/s $\theta(t=0)$ 0 rad										Rbc 0.5 m Rod 1.5 m Rde 1.5 m Rpe 1.0 m rA 0.1 m rB 0.3 m d 0 m h 0.16 m d2 0.0 m h2 1.33 m																			
Tiempo	Elemento motor A				Engranaje B				Barra O-D				Eslabón D				Barra D-E				Eslabón E dado D (relativo)								
Instante (s)	alpha(t) A	omega(t) A	theta(t) A	alpha(t) B	omega(t) B	theta(t) B	alpha(t) Rod	omega(t) Rod	theta(t) 3	R.D.x (m)	R.D.y (m)	V.D.x (m)	V.D.y (m)	A.D.x (m)	A.D.y (m)	alpha(t) Rde	omega(t) Rde	theta(t) 4	R.E/D.x (m)	R.E/D.y (m)	V.E/D.x (m)	V.E/D.y (m)	A.E/D.x (m)	A.E/D.y (m)					
0.0	1.000	2.000	0.000	-0.333	-0.667	0.000	0.424	0.471	-0.176	-1.231	-0.219	0.103	-0.579	0.180	0.576	10.816	17.068	1.835	-1.518	0.843	18.122	4.909	72.296	-112.421					
0.1	1.040	2.203	0.430	-0.347	-0.734	0.140	0.460	0.665	-0.131	-1.239	-0.163	0.109	-0.824	0.473	0.643	10.813	17.084	1.823	-1.514	0.902	18.197	4.694	68.683	-113.847					
0.2	1.160	2.421	0.882	-0.387	-0.807	0.294	0.533	0.820	-0.082	-1.246	-0.103	0.084	-1.022	0.784	0.733	10.808	17.099	1.812	-1.509	0.966	18.264	4.466	65.298	-115.456					
0.3	1.360	2.672	1.391	-0.453	-0.891	0.464	0.678	0.928	-0.030	-1.249	-0.037	0.035	-1.160	1.051	0.880	10.802	17.113	1.802	-1.501	1.034	18.325	4.311	62.140	-116.330					
0.4	1.640	2.971	1.954	-0.547	-0.990	0.651	0.915	0.987	0.026	-1.250	0.033	-0.032	-1.233	1.247	1.112	10.884	17.127	1.792	-1.491	1.106	18.380	4.137	59.177	-117.420					
0.5	2.000	3.333	2.583	-0.667	-1.111	0.861	0.964	0.999	0.085	-1.246	0.106	-0.106	-1.244	1.344	1.099	10.906	17.140	1.785	-1.477	1.181	18.431	3.974	56.387	-118.428					
0.6	2.210	3.544	2.927	-0.757	-1.281	0.976	0.854	0.987	0.115	-1.242	0.145	-0.141	-1.225	1.328	0.896	10.955	17.145	1.779	-1.469	1.219	18.454	3.856	55.050	-118.927					
0.7	2.440	3.776	3.293	-0.813	-1.259	1.098	0.676	0.963	0.144	-1.237	0.180	-0.173	-1.192	1.270	0.670	10.926	17.153	1.775	-1.460	1.257	18.477	3.820	53.749	-119.508					
0.8	2.690	4.032	3.683	-0.897	-1.344	1.228	0.528	0.928	0.173	-1.231	0.215	-0.200	-1.142	1.174	0.467	10.936	17.159	1.771	-1.450	1.293	18.499	3.746	52.483	-119.817					
0.9	2.960	4.315	4.100	-0.987	-1.438	1.367	0.397	0.880	0.200	-1.225	0.248	-0.218	-1.078	1.047	0.299	10.947	17.165	1.767	-1.439	1.327	18.521	3.674	51.249	-120.250					
1.0	3.250	4.635	4.547	-1.083	-1.542	1.516	0.274	0.819	0.223	-1.219	0.276	-0.226	-0.998	0.892	0.149	10.957	17.171	1.763	-1.429	1.356	18.541	3.604	50.049	-120.871					
1.1	3.560	4.985	5.016	-1.187	-1.655	1.675	0.152	0.743	0.239	-1.215	0.296	-0.220	-0.903	0.716	0.021	10.967	17.177	1.759	-1.420	1.376	18.561	3.535	48.870	-121.080					
1.2	4.240	5.744	6.095	-1.413	-1.915	2.032	0.108	0.549	0.229	-1.217	0.284	-0.156	-0.668	0.597	0.046	10.967	17.189	1.752	-1.415	1.366	18.569	3.403	46.602	-121.866					
1.3	5.000	6.667	7.333	-1.667	-2.212	2.444	0.415	0.291	0.088	-1.245	0.110	-0.032	-0.363	0.151	0.507	11.008	17.200	1.745	-1.436	1.193	18.634	3.277	44.435	-122.614					
1.4	5.840	7.749	8.772	-1.947	-2.583	2.924	0.768	0.029	-0.301	-1.194	-0.370	0.011	-0.035	-0.283	0.917	11.039	17.212	1.738	-1.377	0.714	18.669	3.156	42.360	-123.330					
1.5	6.760	9.008	10.445	-2.253	-3.003	3.482	0.999	0.397	-0.687	-0.967	-0.793	0.314	-0.383	-0.640	1.096	11.058	17.223	1.732	-1.143	0.293	18.700	3.041	40.368	-124.017					
1.6	7.760	10.459	12.388	-2.587	-3.488	4.123	0.954	0.764	-0.757	-0.909	-0.858	0.656	-0.695	0.228	0.823	11.078	17.234	1.726	-1.079	0.229	18.730	2.930	38.454	-124.681					
1.7	8.840	12.117	14.563	-2.947	-4.039	4.881	0.940	0.997	-0.911	-1.034	-0.717	0.715	-1.021	0.631	1.266	11.105	17.246	1.720	-1.197	0.370	18.759	2.813	36.611	-125.319					
1.8	10.000	14.000	17.250	-3.333	-4.667	5.750	0.814	0.489	-0.349	-1.175	-0.428	0.209	-0.575	-0.067	1.058	11.135	17.257	1.715	-1.332	0.661	18.787	2.721	34.833	-125.934					
1.9	10.610	15.030	18.701	-3.597	-5.010	6.236	0.804	0.390	-0.192	-1.227	-0.238	0.093	-0.479	-0.005	1.023	11.152	17.263	1.712	-1.381	0.851	18.800	2.671	33.967	-126.284					

Imagen 25. Programa en Excel para describir instantáneamente las relaciones de movimiento de cada barra.

7.1. Grafica con Matlab de las variables cinemáticas de los elementos impulsados.

Para graficar las posiciones, velocidades y aceleraciones del mecanismo en MATLAB, se llevaron a cabo los siguientes pasos:

1. Se obtuvieron las ecuaciones de movimiento del mecanismo en función del tiempo. Estas ecuaciones se establecieron como ecuaciones diferenciales, analizadas a partir de las leyes de Newton y la geometría del mecanismo.
2. Se definieron los valores de las constantes y parámetros del mecanismo, las longitudes de las barras, los ángulos iniciales, etc.
3. Se utiliza las ecuaciones de movimiento y las constantes del mecanismo para escribir un código en MATLAB que calcule las posiciones, velocidades y aceleraciones del mecanismo para cada instante de tiempo.
4. Una vez que se tienen los valores de posición, velocidad y aceleración para cada instante de tiempo, se grafican utilizando las funciones de MATLAB, como "plot" o "subplot".

SOLUCION SISTEMA DE ECUACIONES NO LINEAL:

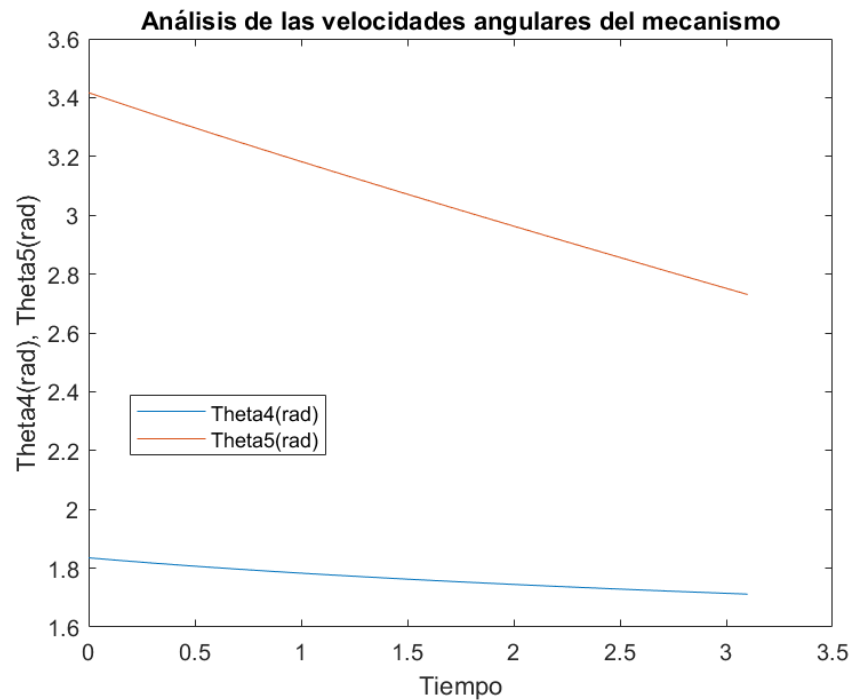


Imagen 26. Análisis de las posiciones del mecanismo.

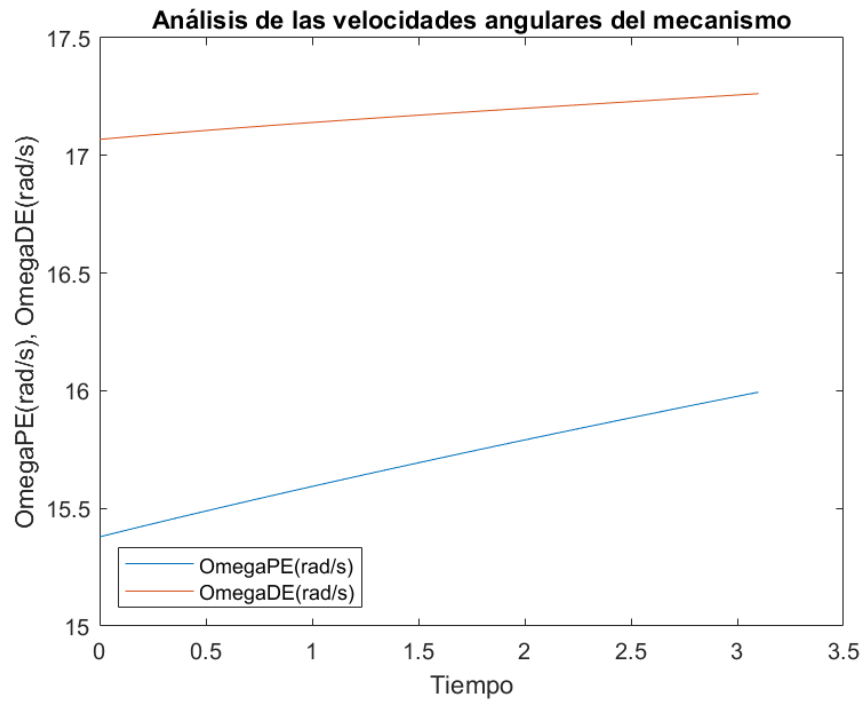


Imagen 27. Análisis de las posiciones del mecanismo.

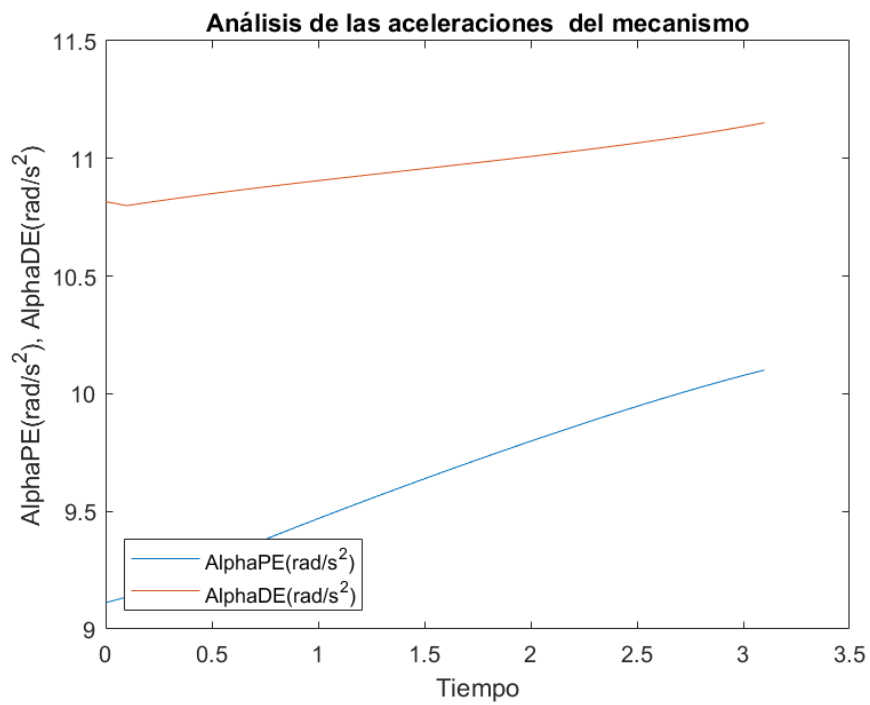


Imagen 28. Análisis de las posiciones del mecanismo.

Por medio de Matlab y el método Newton Raphson, se obtienen los valores que dan solución a los sistemas de ecuaciones no lineales obtenidos en las páginas 14, 20, y 28 del actual documento. De este modo, es posible describir el comportamiento de cada barra y eslabón del mecanismo para todo instante de tiempo.

Las soluciones a los sistemas no lineales no presentan grandes cambios en el comportamiento, por el contrario, estas crecen o decrecen lentamente a lo largo de estos 3 ciclos del engranaje A

Grafica Engranaje B:

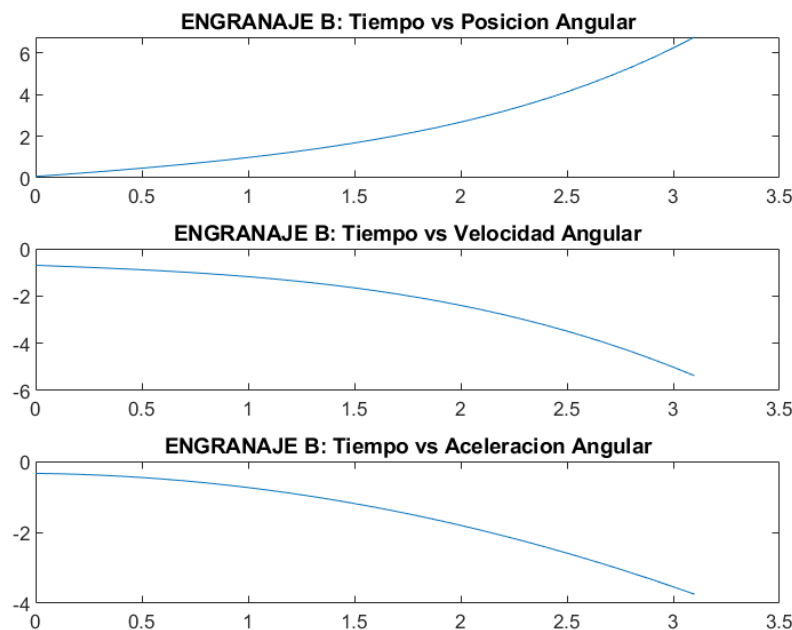


Imagen 29. Posición, velocidad y aceleración angulares del engranaje B.

Como se puede ver en la gráfica anterior se graficó la posición angular, velocidad y aceleración angulares por medio de Matlab con el método Newton Raphson, de esta forma se obtienen los valores que dan solución a los sistemas de ecuaciones no lineales del engranaje B obtenidos en las páginas 12 15, y 22 del actual documento. Según las condiciones iniciales elegidas se puede observar como la posición angular va en aumento constante. Dado la relación de engranajes y el sistema de coordenadas escogido, su velocidad y aceleración angular disminuyen a una tasa similar al aumento de posición.

Grafica Barra O-D:

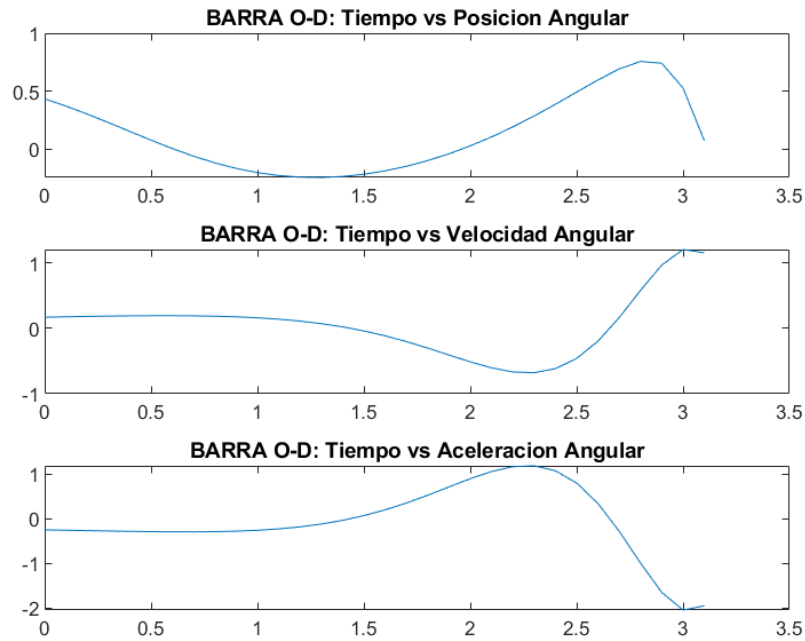


Imagen 30. Posición, velocidad y aceleración angulares de la barra O-D.

Para el comportamiento de esta barra, se puede ver que para 3 ciclos del motor A, la posición angular (θ_3) muestra su comportamiento en casi un ciclo, de modo que alrededor de los 3,1 segundo vuelve a repetirse su movimiento. Por otro lado, se ve que cada vez el movimiento se ejecuta más rápidamente; Para la aceleración y velocidad angular, ya que se definió que ambos van en la dirección contraria, estas presentan un comportamiento similar, pero con signo contrario, además, la velocidad angular muestra una amplitud levemente más encogida que la aceleración.

Grafica Barra D-E:

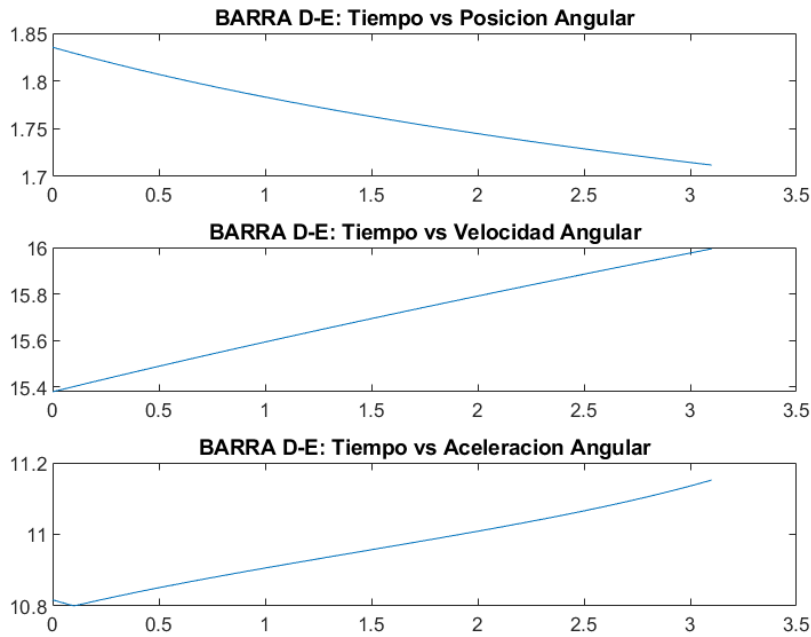


Imagen 31. Posición, velocidad y aceleración angulares de la barra D-E.

En esta gráfica se muestra la posición angular, velocidad y aceleración angulares por medio de Matlab con el método Newton Raphson, de esta forma se obtienen los valores que dan solución a los sistemas de ecuaciones no lineales de la barra D-E obtenidos anteriormente en el documento. Según las condiciones iniciales elegidas se puede observar como la posición angular inicia en un valor cercano a 1.85 radianes y comienza un descenso hasta completar su simulación en un valor cercano al 1.7. Dado las ecuaciones encontradas su velocidad y aceleración angular aumentan a una tasa similar al descenso de posición, la velocidad empezando en un valor cercano a 15.4 rad/s hasta 16 rad/s y la aceleración desde un valor cercano a 10.8 rad/s^2 hasta aproximadamente 11.2 rad/s^2 .

Grafica Barra P-E:

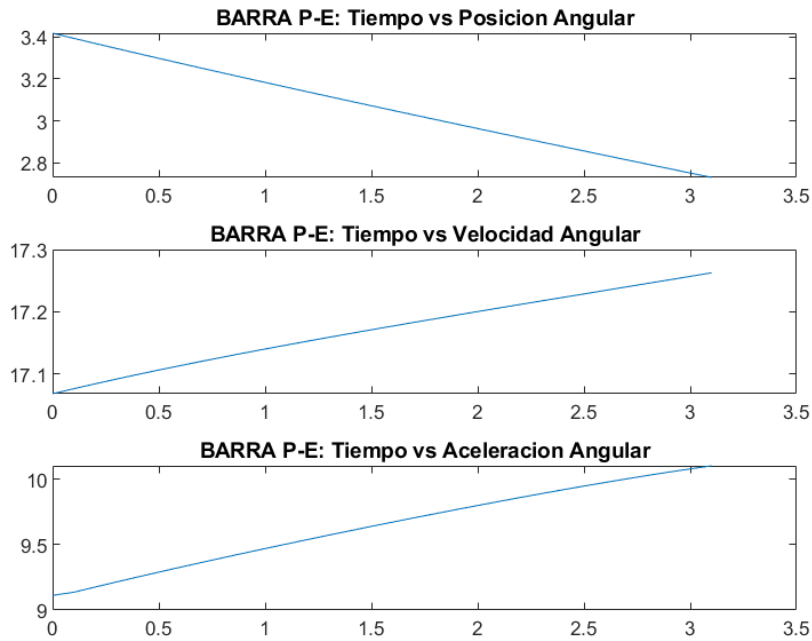


Imagen 32. Posición, velocidad y aceleración angulares de la barra P-E.

Esta barra a lo largo de los 3 ciclos de A presenta un comportamiento no muy cambiante. Al menos para este tiempo, la gráfica de posición sigue un comportamiento decreciente mientras que las gráficas de velocidad y aceleración siguen un comportamiento creciente, pero amortiguando levemente su amplitud. Esto implica que, para los valores originales tomados para la simulación, el engranaje A no tiene un impacto radical sobre la barra P-E. En este lapso, no se ven muestras de un colapso en el mecanismo

Eslabón D:

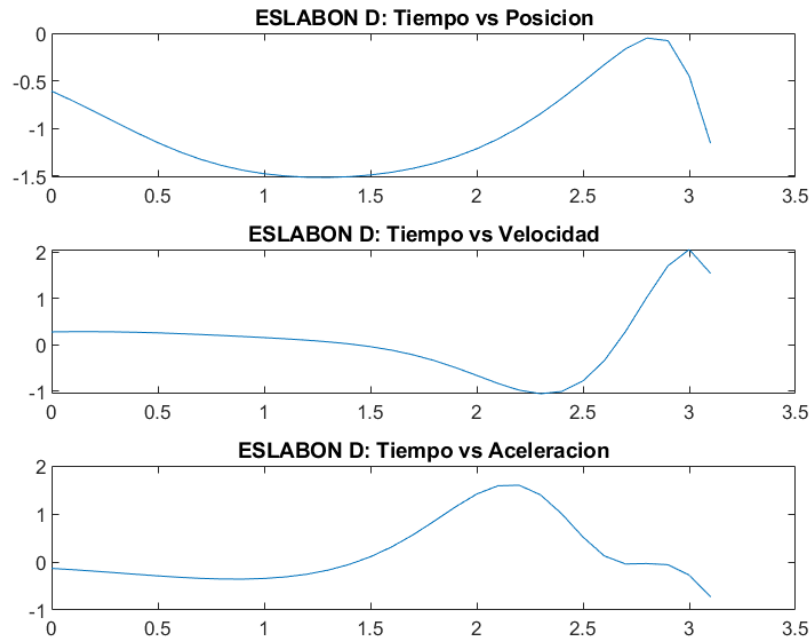


Imagen 33. Posición, velocidad y aceleración absoluta del eslabón D

Esta grafica muestra como el eslabón D a lo largo de los 3 ciclos de A presenta un comportamiento muy variable. Al menos para este tiempo, la gráfica de posición sigue un comportamiento parecido a un sinusoidal. La gráfica de velocidad inicia siendo muy constante hasta llegar a -1 rad/s para luego aumentar considerablemente rápido hasta su valor máximo de 2 rad/s. Por último, la aceleración sigue un comportamiento también sinusoidal levemente al inicio llegando a su valor máximo de amplitud alrededor de los 2.1 segundos.

Eslabón E:

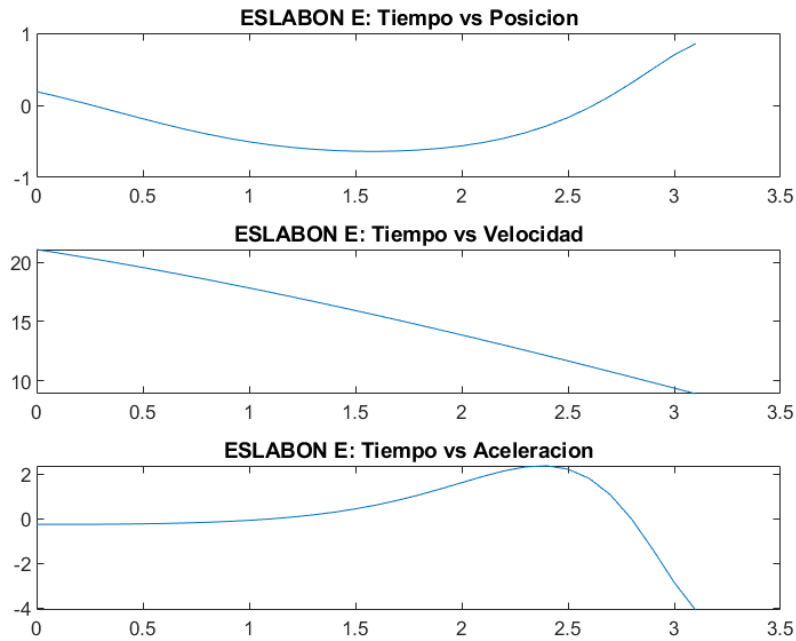


Imagen 34. Posición, velocidad y aceleración absoluta del eslabón C

La anterior grafica muestra como el eslabón C a lo largo de los 3 ciclos de A presenta un comportamiento no muy variable. La gráfica de posición sigue un comportamiento parecido a un sinusoidal. La gráfica de velocidad se comporta parecida a una lineal decreciente desde un valor cercano a los 20 rad/s terminando a los 3 segundos en un valor de aproximadamente 10 rad/s. Por último, la aceleración sigue un comportamiento también parecido a un sinusoidal levemente al inicio, llegando a su valor máximo de amplitud alrededor de los 2.1 segundos y disminuyendo notoriamente rápido a medida aumenta su posición angular.

7.2. Iteración con Matlab de los valores geométricos y de operación del mecanismo.

Para probar distintos valores geométricos y de operación del mecanismo en Matlab, se siguieron los siguientes pasos:

1. Modificar los parámetros geométricos del impulsor
2. Graficar los resultados de cada simulación utilizando las funciones de gráficos de Matlab. utilizando la función `plot` para graficar las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares.
3. Comparar los resultados obtenidos para cada conjunto de valores de los parámetros geométricos y de operación del mecanismo y analizar cómo cambia el comportamiento del mecanismo en función de estos parámetros.

- Modificación de valores iniciales:

$$\alpha_A = 3 \text{ rad/s}^2$$

$$\omega_A = 1 \text{ rad/s}$$

$$\theta_A = 0.5 \text{ rad}$$

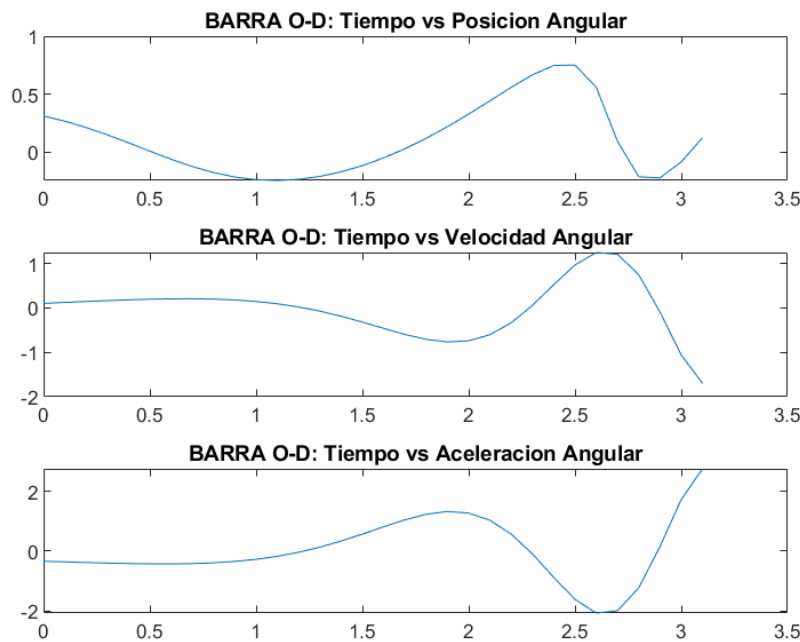


Imagen 35. Experimento 1-Barra O-D

Para la barra O-D, el impacto que tuvo cambiar los valores iniciales no fue muy notorio, pues las 3 gráficas siguen la misma tendencia, sin embargo, a lo largo de los 3,1 segundos, se alcanza a ver más

de este comportamiento (posiblemente debido a que el valor de aceleración angular es más alto que el valor original)

Eslabón D:

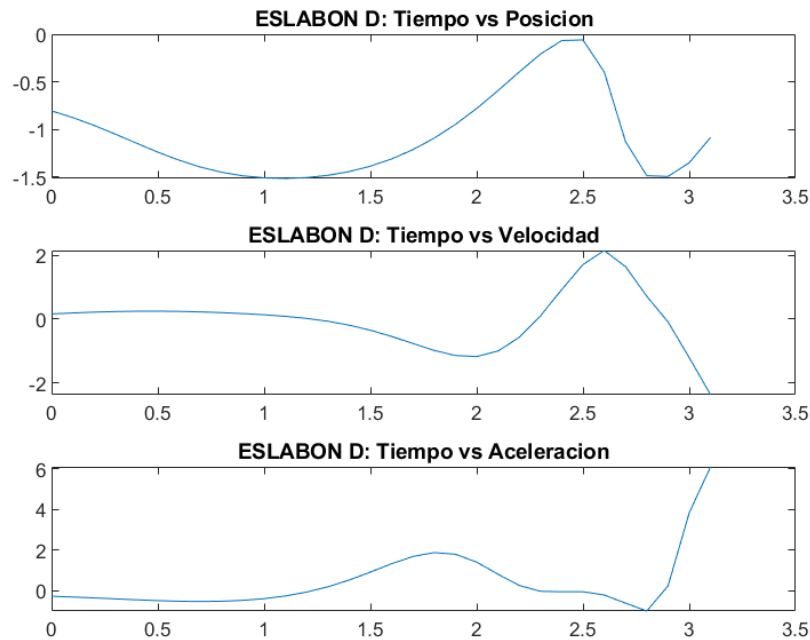


Imagen 36. Experimento 1-Eslabón D

Para el eslabón D, los valores iniciales aparentan que tampoco intervienen mucho en el comportamiento a lo largo de los 3 ciclos de A, sin embargo, finalizando este ciclo (alrededor de los 2,7-2,8 segundos) las gráficas muestran un comportamiento de inestabilidad, sobre todo la gráfica de aceleración angular que parece crecer sin control en un lapso tan corto de tiempo. Como en el caso de la barra O-D, los comportamientos iniciales se conservan, y se puede ver un poco más del comportamiento respecto a la gráfica con sus valores originales

- Modificación de radio de los engranajes A y B

$$r_A = 0.5 \text{ m}$$

$$r_B = 0.8 \text{ m}$$

Barra O-D:

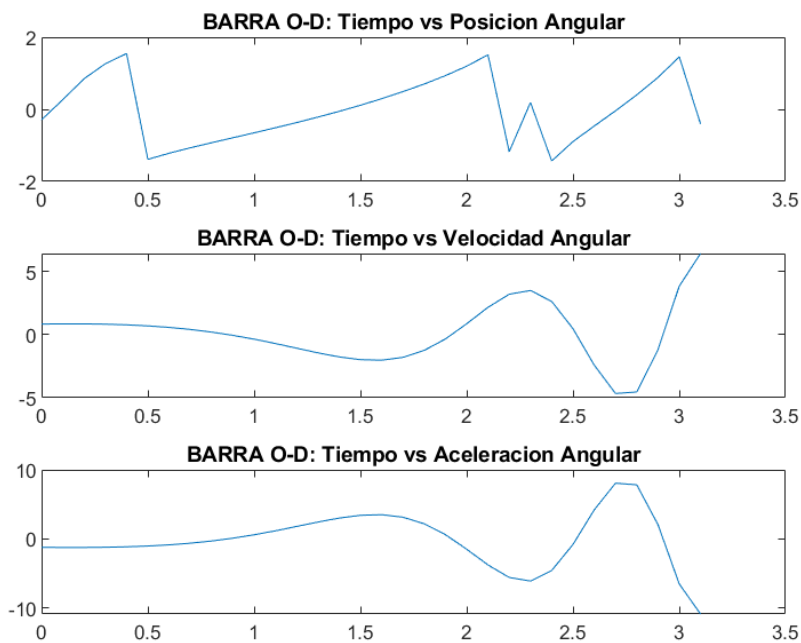


Imagen 37. Experimento 1-Eslabón D

Eslabón D:

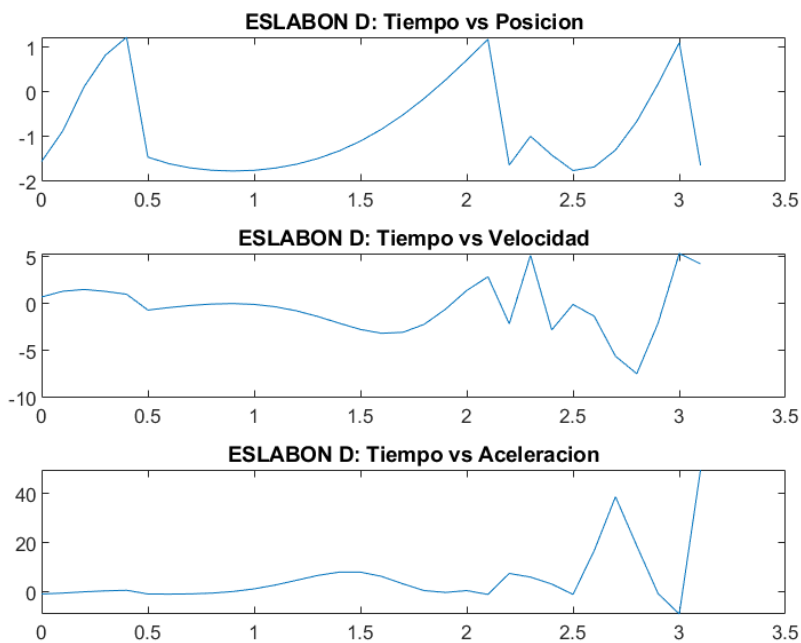


Imagen 38. Experimento 2-Barra O-D

Ahora, evaluando el comportamiento del eslabón D, se puede ver un comportamiento aún más afectado, pues, se ven picos y cambios a lo largo de las 3 gráficas, indicando así lo que consideramos, posibilidades mucho más altas de falla en el mecanismo. Ninguna gráfica mantiene su comportamiento original

- **Modificación de las longitudes de las barras:**

$$r_{BC} = 0.8 \text{ m}$$

$$r_{OD} = 2 \text{ m}$$

$$r_{DE} = 1.5 \text{ m}$$

$$r_{PE} = 1 \text{ m}$$

Barra O-D:

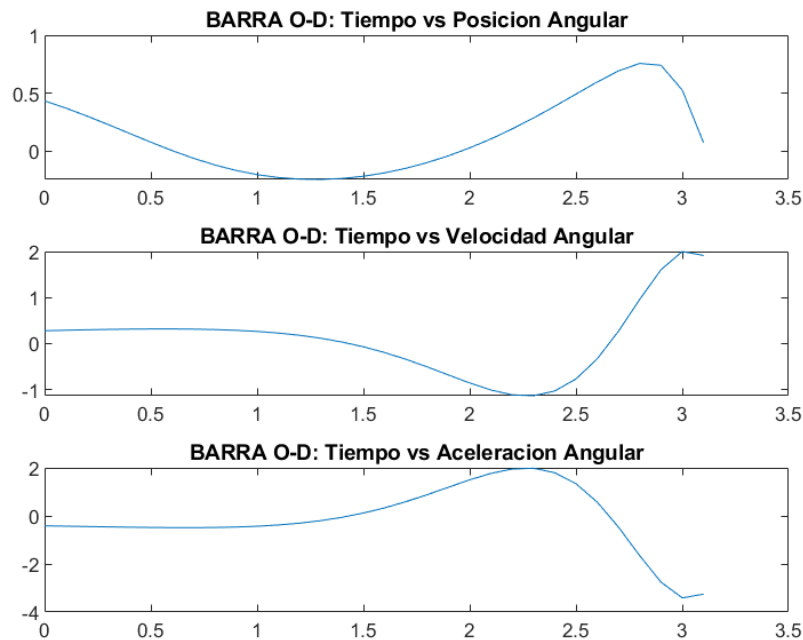


Imagen 39. Experimento 3-Barra O-D

Como podemos observar en la gráfica de la barra O-D, el cambio a la hora de variar las longitudes de las barras no es muy significativo ya que como podemos evidenciar, la gráfica es muy parecida a la original, sin embargo, hay una diferencia la amplitud de la velocidad y de la aceleración ya que como podemos observar en la original el valor mínimo de la velocidad angular mayor a -1 mientras que el valor mínimo en este caso para la velocidad angular es menor a -1 .

Eslabón D:

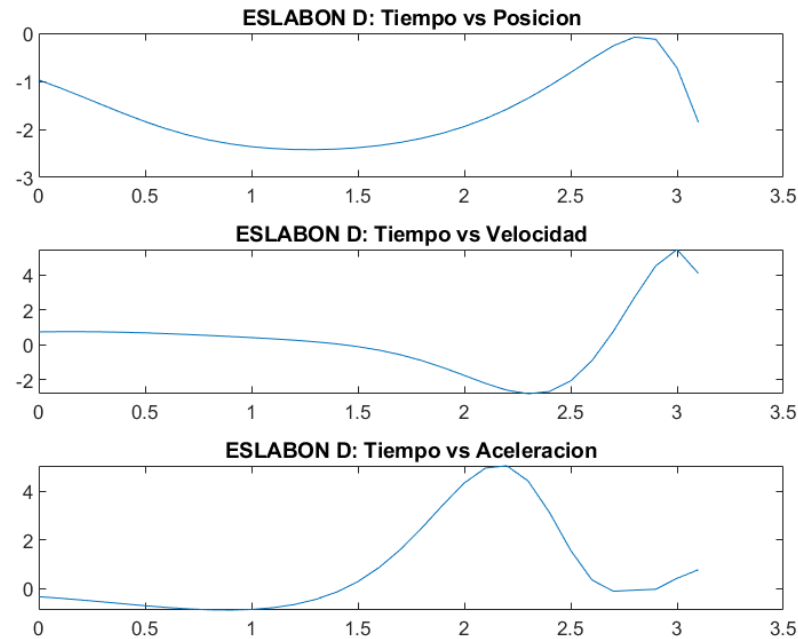


Imagen 40. Experimento 4-Barra O-D

En este caso, al variar las longitudes de las barras podemos ver que las gráficas de velocidad y de aceleración varían de cierta manera considerable a diferencia de la barra O-D, en el caso de la velocidad podemos observar que la amplitud de esta aumenta considerablemente a la hora de cambiar las longitudes de la barra, adicionalmente en la aceleración podemos ver que esta varía un poco más llegando al final del ciclo, ya que en la gráfica original hay un resalto en la aceleración entre el segundo 2.5 y 3 mientras que acá se mantiene de cierta manera más uniforme.

8. Conclusiones

Luego de analizar el funcionamiento mecánico del mecanismo de 4 barras con 2 engranajes siendo uno de estos el elemento impulsor, estudiar sus posiciones, velocidades y aceleraciones, se pueden obtener varias conclusiones importantes:

- La posición del mecanismo de 4 barras varía de forma compleja a medida que rota el elemento impulsor. Esta se puede representar mediante curvas generadas por este haciendo uso de relación de engranajes y descomposición de vectores.
- La velocidad del mecanismo también varía de forma compleja y se puede analizar utilizando la ecuación de la velocidad angular y la velocidad lineal de cada barra, utilizando sistemas de referencia relativos y proyecciones vectoriales.

- La aceleración del mecanismo de 4 barras es la más compleja de analizar, ya que se deben tener en cuenta los efectos de la aceleración centrípeta y tangencial de cada barra y las implicaciones que tienen sus movimientos en cada una de las demás barras y eslabones.
- La eficiencia mecánica del mecanismo de 4 barras puede ser mejorada mediante la selección de dimensiones adecuadas de las barras y la ubicación de los puntos de fijación.
- En el momento de modificar variables geométricas del elemento impulsor se pudo ver en las gráficas y simulaciones como al variar el valor de los radios de los engranajes sus gráficas de posición, velocidad y aceleración del mecanismo tienden al caos, sus curvas se descontrolan y no siguen un trazo ordenado. Lo que nos lleva a pensar que el mecanismo se rompería o sufriría daños y no cumpliría su correcta función. Por otro lado, cuando se modifica las longitudes de las barras los resultados de las gráficas por ende el movimiento del sistema no sufre muchos cambios comparados con el original.

En general, el análisis del funcionamiento mecánico del mecanismo de 4 barras con 2 engranajes es importante para la comprensión de los sistemas mecánicos complejos y puede ser aplicado en la optimización de diversos mecanismos y máquinas. El estudio de las posiciones, velocidades y aceleraciones de los elementos del mecanismo es fundamental para entender su comportamiento y desempeño.