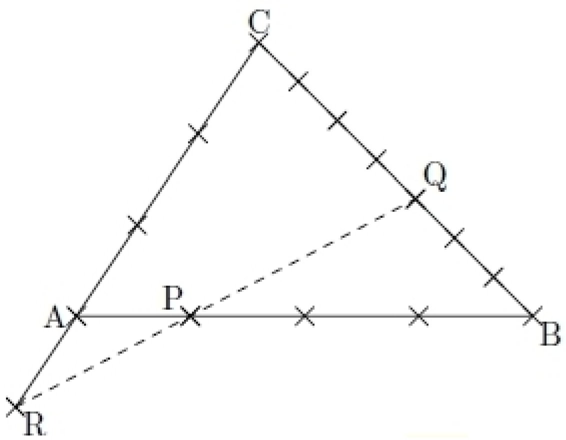
Vecteurs et translation

EXERCICE 1 - LES POINT SONT-ILS ALIGNÉS

Les points P, Q et R sont-ils alignés ?



EXERCICE 2 - POINTS ALIGNÉS ET VECTEURS

ABCD est un parallélogramme.
I est le milieu de [AB].
E est le point tel que $\vec{DE}=\frac{2}{3}\vec{DI}$

1. Effectuer la figure suivante.
2. Déterminer les coordonnées des points de la figure dans le repère $(A;\vec{AB};\vec{AD})$.
3. Les points A, E et C sont-ils alignés ?

EXERCICE 3 - EXPRIMER UN VECTEUR EN FONCTION DE DEUX AUTRES

A et B sont deux points distincts du plan .

On définit le point M par la relation vectorielle suivante :

$3\vec{MA}+\vec{MB}=\vec{0}$.

1. Exprimer $\vec{AM}$ en fonction de $\vec{AB}$.

2. Placer le point M .

EXERCICE 4 - ETUDE D'UN PARALLÉLOGRAMME

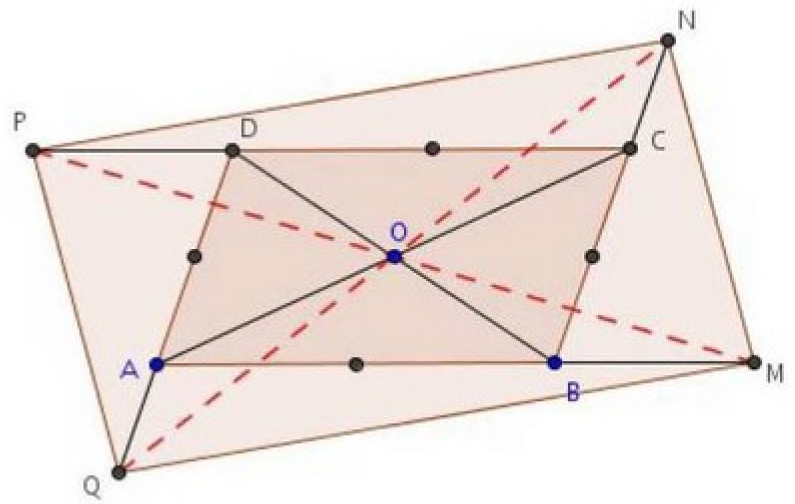
ABCD est un parallélogramme de centre O. Les points M, N, P et Q sont tels que :

$$\vec{AM}=\frac{3}{2}\vec{AB}\,;\;\vec{BN}=\frac{3}{2}\vec{BC}\,;\;\vec{CP}=\frac{3}{2}\vec{CD}\,;\;\vec{DQ}=\frac{3}{2}\vec{DA}$$

1.

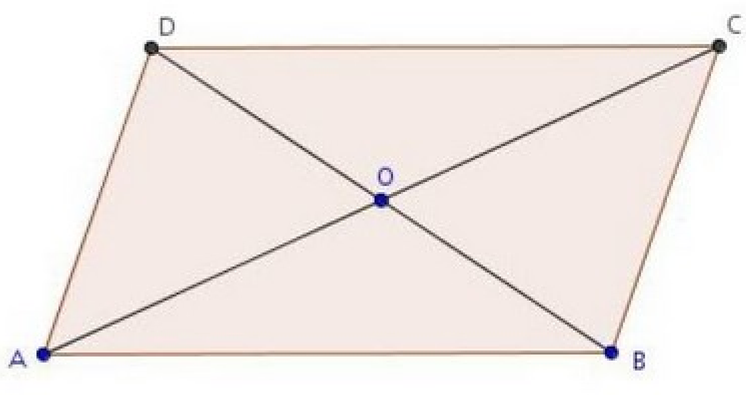
a. Démontrer que $\vec{MB}=\vec{DP}$.

b. Déduisez-en que O est le milieu de [MP] .



EXERCICE 5 - PARALLÉLOGRAMME

ABCD est un parallélogramme de centre O.
Donner l’ensemble des relations vectorielles possibles sur cette figure.



EXERCICE 6

(O,I,J) est un repère orthonormal avec OI=OJ=1 cm.

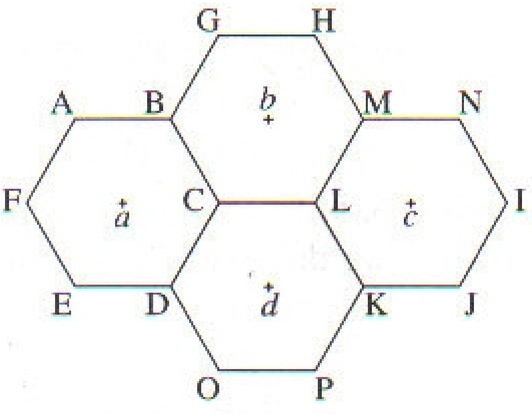
a. Placer les points A(-4;6), B(-2;-3),C(2;0),D(0;3), E(2;3).

b. Quelles sont les coordonnées des points A et B dans le repere (O;C,D)dans le repère (O;D,C)?

c. Quelles sont les coordonnées du point O dans le repère (E;C,D)?

EXERCICE 7

La figure ci-dessous représente des hexagones réguliers de centres a,b,c,d.



1. Déterminer les images de chacun des points C,E,A,M par la translation de vecteur :

a. $\vec{AB}$

b. $\vec{BC}$

c. $\vec{AC}$

2. Démontrer que C est le milieu de [AK].

EXERCICE 8

Démontrer que pour tous points A, B, C, D.

Invalid Equation.

EXERCICE 9

Dans un répère, on considère les points A(-5;3), B(2;-1), C(0;4).

a. Placer les points A,B,C.

b. Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{BC}.$.

c. En déduire les coordonnées du point M tel que $\vec{AM} = \vec{u}.$

d. Vérifier que B est le milieu de [AM] .

e. Calculer la distance AB .

EXERCICE 10

ABC est un triangle.

D,E,F sont les points tels que :

$\vec{CD} = -\vec{CB}$; $\vec{AE} = \frac{3}{2}\vec{AC}$; $\vec{BF} = -2\vec{BA}$.

Démontrer que les points D, E, F sont alignes .

Indication : utiliser la relation de Chasles .

EXERCICE 11 - DROITE D'EULER D'UN TRIANGLE

ABC est un triangle scalène*. A', B', C' sont les milieux respectifs des côtés [BC], [AC] et [AB].
O est le centre de son cercle circonscrit.

1. On note P le point défini par $\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$
a. Faire une construction à la main ou avec le logiciel de géométrie « GEOGEBRA ».
b. Montrer que: $\vec{AP} = 2.\vec{OA'}$

c. Démontrer que (AP) est perpendiculaire à (BC).
d. Démontrer de même que (BP) est perpendiculaire à (AC)
e. Quelle position particulière occupe le point P ? (Dans la suite de l'exercice le point P sera noté H)

2. On note G le centre de gravité du triangle ABC, c'est à dire le point d'intersection des médianes.
On rappelle que si G est le centre de gravité du triangle ABC alors :

$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$
Montrer que :
$\vec{OH} = 3.\vec{OG}$

Que déduit-on alors de la position des points O, H et G ?

Notes :

1- Scalène : un triangle est dit «scalène» lorsque ses trois côtés ont des mesures différentes.
Un triangle scalène n'est ni rectangle, ni isocèle, ni équilatéral.

2- La droite qui passe par les trois points O , H , G est appelée : « Droite d'EULER du triangle ».

EXERCICE 12 - DES PERPENDICULAIRES DANS UN TRIANGLE

On considère un triangle isocèle de base [BC] et de sommet A.

On désigne par O le centre du cercle circonscrit à ce triangle.

On désigne par M le milieu de [AB] et par G le centre de gravité du triangle AMC.

Montrer que les droites (MC) et (OG) sont perpendiculaires.

EXERCICE 13 - ORTHOGONALITÉ DANS UN TRIANGLE

On considère un triangle ABC et son cercle circonscrit de centre O.

On désigne par H l'orthocentre du triangle ABC et par M le milieu de [BC].

La droite (MH) coupe, l'arc $\overset{\frown}{AB}$ qui ne contient pas C, en I.

Montrez que les droites (MH) et (AI) sont perpendiculaires.

EXERCICE 14 - DÉTERMINER LES COORDONNÉES D'UN POINT M

Dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, on donne K (- 3 ; 5) et L(4 ; 2).
Déterminer l'abscisse du point M d'ordonnée - 2 tel que K, L et M soient alignés.

EXERCICE 15 - ETUDE DE DROITES DANS UN REPÈRE

Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, on donne A(2 ;- 3) B(0 ; - 3) C(- 3 ; 0).

1. Déterminer par le calcul les coordonnées du point E tel que $\vec{CE}=\frac{1}{2}\vec{AB}$.

2. Que peut-on dire des droites (CE) et (AB) ? Justifier.

3. Donner les équations de (CE) et (AB).

EXERCICE 16 - POINTS ALIGNÉS DANS UN REPÈRE

Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, on donne :

E(3 ; - 1) F(7 ; - 7) G(5 ; - 4).

Déterminer si les trois points E, F et G sont alignés.

EXERCICE 17 - COORDONNÉES ET VECTEURS COLINÉAIRES

1. Les vecteurs $\vec{u}(1+\sqrt{3};4)$ et $\vec{v}(\frac{1}{2};\sqrt{3}-1)$ sont-ils colinéaires ?

2. Déterminer m tel que les vecteurs $\vec{u}(2;m)$ et $\vec{v}(5;-1)$ soient colinéaires.

EXERCICE 18 - QUATRE POINTS QUELCONQUES DU PLAN

Soient A, B, C et D, quatre points quelconques du plan.

Montrer que :

$$3\vec{DA}-\vec{DB}-2\vec{DC}=3\vec{BA}-2\vec{BC}$$

EXERCICE 19 - DÉMONTRER QUE DES POINTS SONT CONFONDUS

Démontrer que les points B et D sont confondus sachant que :

$$\vec{BA}+\vec{CB}+\vec{DC}=\vec{CA}+\vec{DB}-\vec{CD}$$

EXERCICE 20 - PROBLÈME SUR LES VECTEURS

A et B sont deux points distincts.

On cherche à construire le point M tel que :

$$3\vec{MA}+4\vec{MB}=\vec{0}$$

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

1. Les vecteurs $\vec{MA}$ et $\vec{MB}$ sont-ils colinéaires ?ont-ils le même sens?ont-ils la même norme?

2. En utilisant la relation de Chasles, montrer que l'on a l'égalité :

$7\vec{MA} + 4\vec{AB} = \vec{0}$

3. En déduire $\vec{AM}$ en fonction de $\vec{AB}$.

Construire le point M.

EXERCICE 21 - COLINÉARITÉ DE DEUX VECTEURS

Les vecteurs $\vec{u}(\sqrt{2}; 1 - \sqrt{3})$ et $\vec{v}(1 + \sqrt{3}; -\sqrt{2})$ sont-ils colinéaires ?

EXERCICE 22 - RELATION DE CHASLES

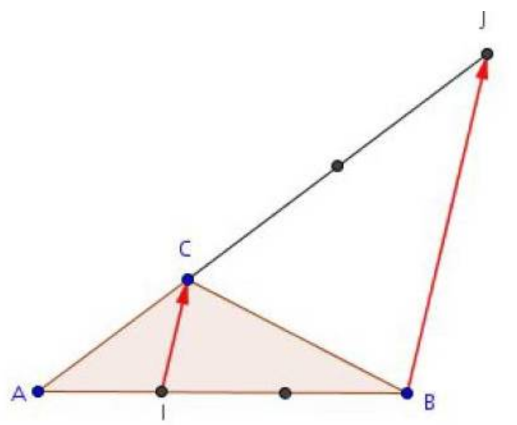
On considère un triangle ABC et les points I et J tels que :

$$\vec{AI} = \frac{1}{3}\vec{AB}$$

$$\vec{AJ} = 3\vec{AC}$$

1. Montrer à l'aide de la relation de Chasles que $\vec{BJ} = 3\vec{IC}$.

2. Que peut-on en déduire pour les droites (BJ) et (IC) ?



EXERCICE 23 - VECTEURS COLINÉAIRES

Dans chacun des cas suivants, montrer que les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont colinéaires.

1. $\vec{AC} + \vec{DC} = \vec{BD}$.

2. $2\vec{CB} - 9\vec{CA} - 7\vec{AD} = \vec{0}$

EXERCICE 24 - DÉMONTRER QUE DEUX POINTS SONT CONFONDUS

Démontrer que les points A et D sont confondus sachant que :

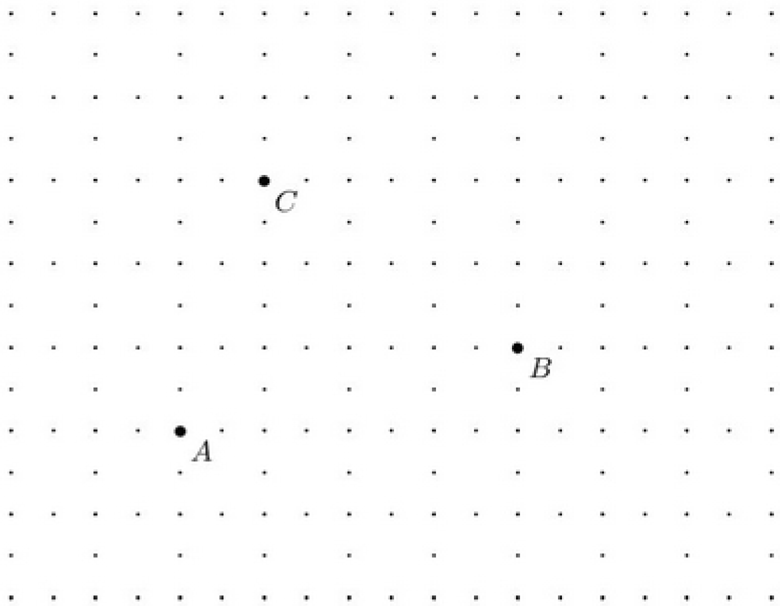
$\vec{AC} + \vec{AD} - \vec{BC} = \vec{AB}$.

EXERCICE 25 - PLACER DES POINTS À PARTIR D'ÉGALITÉS VECTORIELLES

1. Placer le point E tel que $\vec{BE} = \vec{AC}$.

2. Placer le point F tel que $\vec{BF} = -\vec{AC}$.

3. Placer le point G tel que $\vec{BG} = \vec{AC} + \vec{BA}$.



EXERCICE 26

(O,I,J) est un repère orthonormal avec OI=OJ=1 cm.

a. Placer les points A(-4;6), B(-2;-3),C(2;0),D(0;3), E(2;3).

b. Quelles sont les coordonnées des points A et B dans le repère (O;C,D)dans le repère (O;D,C)?

c. Quelles sont les coordonnées du point O dans le repère (E;C,D)?

EXERCICE 27

Démontrer que pour tous points A, B, C, D.

Invalid Equation.

EXERCICE 28

Dans un repère, on considère les points A(-5;3), B(2;-1), C(0;4).
a. Placer les points A,B,C.
b. Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{BC}.$.
c. En déduire les coordonnées du point M tel que $\vec{AM} = \vec{u}.$

d. Vérifier que B est le milieu de [AM] .

e. Calculer la distance AB .

EXERCICE 29

ABC est un triangle.
D,E,F sont les points tels que :

$$\vec{CD} = -\vec{CB}\ ;\ \vec{AE} = \frac{3}{2}\vec{AC}\ ;\ \vec{BF} = -2\vec{BA}.$$

Démontrer que les points D, E, F sont alignés .

Indication : utiliser la relation de Chasles .

EXERCICE 30 - COORDONNÉES DE POINTS ET LONGUEURS

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note E l'ensemble des points dont les coordonnées (x;y) vérifient la relation :

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

On considère également les points F(4;0) et F'(-4;0).
1. Calculer les coordonnées des points d'intersection de E avec les axes du repères.
2. A l'aide du logiciel Geogebra, visualiser l'ensemble E et faire une conjecture sur la somme des distances MF + MF' lorsque M est un point de E.
3. Soit M(x;y) un point de E.
a) Exprimer y^2 en fonction dex^2 et en déduire que $x^2 \leq 25$.

b) Montrer que $MF^2 = (\frac{4}{5}x - 5)^2$.

c) Sachant que $x \leq 5$, montrer que $\frac{4}{5}x - 5 \leq 0$

puis en déduire que $MF = 5 - \frac{4}{5}x$.

d) Valider la conjecture .

EXERCICE 31 - VECTEURS ET PARALLÉLOGRAMME

Soit ABCD est un parallélogramme .

1) Placer les points M et N définis par les égalités suivantes:

$$\vec{AM} = \vec{AD} + \frac{2}{5} \times \vec{DB}$$

$$\vec{CN} = -\vec{CB} - \frac{1}{3} \times \vec{BA}$$

2) Montrer en utilisant la relation de chasles que $\vec{DN} = -\vec{CB} - \frac{2}{3} \times \vec{BA}$.

3) Exprimer le vecteur $\vec{DN}$ en fonction des vecteurs $\vec{AD}$ et $\vec{DB}$.

EXERCICE 32 - COORDONNÉES DANS UN REPÈRE ORTHONORMÉ

Dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points :
A(5 ; 4), B(– 1 ; 6) et C(– 3 ; 1)

1° a) Placer le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
Déterminer les coordonnées de D.

b) Calculer les coordonnées du point I centre du parallélogramme ABCD.

c) Le point F est le symétrique du point C par rapport au point E(– 2 ; – 1).
Calculer les coordonnées de F.

d) Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{EI}$ et $\vec{FA}$.

Que remarque-t-on ? Pouvait-on prévoir ce résultat ?

2° Soit le point M défini par : $\vec{AM} + 3\vec{DM} = \vec{0}$.

a) Calculer les coordonnées du point M.

b) Les points M, I et D sont-ils alignés ?

EXERCICE 33 - VECTEURS ET PARALLÈLES

Soit ABCD un parallélogramme et soit les points M,N et P définis par :

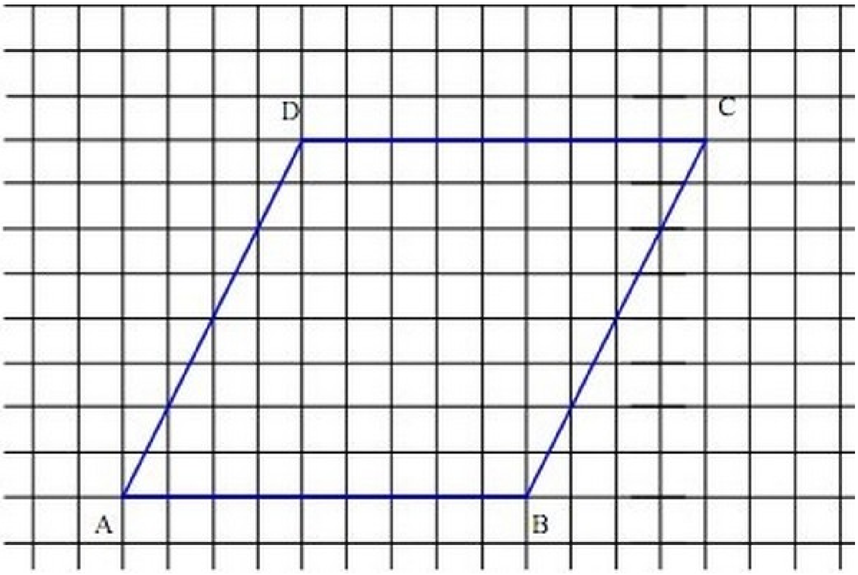
$$\vec{AM} = \frac{3}{8}\vec{AD} \ ; \ \vec{BN} = \frac{3}{4}\vec{BC} \ ; \ \vec{CP} = \frac{2}{3}\vec{CD}$$

1. Construire les points M, N et P sur la figure ci-dessous.
2. On veut démontrer que les droites (BM) et (PN) sont parallèles.

On propose deux méthode au choix :

Méthode A :	Méthode B :
a) Exprimer les vecteurs $\vec{BM}$ et $\vec{PN}$ en fonction de $\vec{AB}$ et $\vec{AD}$.	On se place dans le repère $(A, \vec{AB}, \vec{AD})$
b) Que peut-on dire des vecteurs $\vec{BM}$ et $\vec{PN}$.	a) Donner (sans justification) les coordonnées des points A, B, C et D.
c) Conclure	b) Calculer les coordonnées des points M, N et P.
	c) Conclure

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.


D
C
A
B


VOIR LE CORRIGÉ DE
CES EXERCICES