Probabilités

I. Variable aléatoire et probabilités

Définition : variable aléatoire discrète.

Soit $\Omega = \{e_1, e_2, e_3, ..., e_m\}$ l'univers fini d'une expérience aléatoire.

Une **variable aléatoire** X sur Ω est une fonction qui, à chaque issue de Ω, associe un nombre réel.

Définition : loi de probabilité d'une variable discrète.

Soit X une variable aléatoire prenant les valeurs $\{x_1, x_2, x_3, ..., x_n\}$.Si pour chaque valeur x_i, on associe la probabilité de l'événement $(X = x_i)$, on définit la **loi de probabilité** X.

REMARQUE :

La loi de probabilité d'une variable aléatoire se présente sous forme d'un tableau.

On a $P(X = x_1) + P(X = x_2) + P(X = x_3) + ... + P(X = x_1) = 1$.

x_i	x_1	x_2	$\dots$	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	$\dots$	p_n

II. Espérance, variance et écart-type.

Définitions :

Soit X une variable aléatoire prenant les valeurs $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ avec les probabilités respectives $p_1, p_2, p_3, ..., p_n$.

- On appelle espérance de X le nombre $E(x) = p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3 + ... + p_nx_n = \sum_{i=1}^{n} p_ix_i$.
- On appelle variance de X le nombre $V(x) = p_1(x_1 - E(X))^2 + p_2(x_2 - E(X))^2 + p_3(x_3 - E(X))^2 + ... + p_n(x_n - E(X))^2 = \sum_{i=1}^{n} p_i(x_i - E(X))^2$
- On appelle écart-type de X le nombre $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$.

III. Transformation affine d'une variable aléatoire.

Définition :

Soit X une variable aléatoire prenant les valeurs $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$.Pour tous réels a et b, on peut définir une autre variable aléatoire, en associant à chaque issue

donnant la valeur x_i, le nombre $ax_i + b$.

On note cette variable aléatoire aX+b.

Propriétés :

- $E(aX + b) = aE(x) + b$.
- $V(aX) = a^2V(X)$.