

☑ Contrôle 2 : Logique et calcul booléen.

ENSEIGNANT : M. KARMOUCHE

CLASSE : B1

MATIERE : MATHÉMATIQUES

DUREE : 1h30

DATE : 18/12/2020

Nombre de pages : 2 (page de garde comprise)

Documents autorisés :

Oui ☐

Non ☒

Matériels autorisés :

Oui ☐

Non ☒

Les copies rendues doivent être numérotées (exemple : 1/3, 2/3, 3/3)

**Exercice 1**

Soit  $\mathcal{R}$  la relation définie sur  $\mathbb{N}^2$  par :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{N}^2, \forall (x', y') \in \mathbb{N}^2$$

$$(x, y) \mathcal{R} (x', y') \Leftrightarrow ((x < x') \text{ ou } (x = x' \text{ et } y \leq y')).$$

1. Démontrer que la relation  $\mathcal{R}$  est réflexive.
2. Démontrer que la relation  $\mathcal{R}$  est antisymétrique.
3. On admet que  $\mathcal{R}$  est transitive. La relation d'ordre  $\mathcal{R}$  est-elle partielle ou totale ?

**Exercice 2**

$a$  et  $b$  étant deux variables booléennes,  $a \downarrow b$  signifie  $\overline{a + b}$ .

Que vaut  $a \downarrow 0$  ?

Écrire  $ab$  et  $a + b$  en n'utilisant que les caractères  $a, b, 0, \downarrow$  (et éventuellement des parenthèses).

### Exercice 3

Un professeur de BTS SIO souhaite sélectionner un langage de programmation.  
Pour cette sélection, il s'impose les critères suivants : le langage doit :

- exister depuis plus de 3 ans et être utilisé en entreprise, ou
- ne pas exister depuis plus de 3 ans et être gratuit, ou

Un professeur de BTS SIO souhaite sélectionner un langage de programmation.  
Pour cette sélection, il s'impose les critères suivants : le langage doit :

- exister depuis plus de 3 ans et être utilisé en entreprise, ou
- ne pas exister depuis plus de 3 ans et être gratuit, ou
- être gratuit et être utilisé en entreprise.

Pour un langage donné, on définit trois variables booléennes  $a, b$  et  $c$  de la manière suivante :

- $a = 1$  si le langage existe depuis plus de 3 ans, et  $a = 0$  sinon ;
- $b = 1$  si le langage est utilisé en entreprise, et  $b = 0$  sinon ;
- $c = 1$  si le langage est gratuit, et  $c = 0$  sinon.

1. Écrire une expression booléenne  $E$  qui traduit les critères de sélection du professeur.
2. Dans cette question seulement, on considère un langage existant depuis plus de 3 ans qui a été sélectionné par le professeur.
  - a. Traduire cette sélection par une égalité booléenne.
  - b. À l'aide d'un calcul booléen, que peut-on en déduire concernant le langage sélectionné ?
3. À l'aide d'un tableau de Karnaugh, trouver une écriture simplifiée de l'expression booléenne  $E$  sous la forme d'une somme de deux termes.
4. Un langage de programmation payant a été écarté par le professeur car il ne correspondait pas à ses critères de sélection. Que peut-on en déduire ?

### Exercice 4

On note  $P$  l'ensemble des professeurs  $p$  enseignant dans un lycée et  $E$  l'ensemble des élèves  $e$  de ce lycée.

On note  $q(e, p)$  le prédicat : « l'élève  $e$  connaît le professeur  $p$  ».

1. Traduire par une phrase la proposition A suivante : «  $\forall e \in E, \exists p \in P, q(e, p)$  ».
2. Écrire symboliquement la proposition B « Il existe au moins un élève qui connaît tous les professeurs ».
3. Écrire symboliquement puis traduire par une phrase les propositions  $\bar{A}$  et  $\bar{B}$ .