Ensembles de nombres et calculs

I. Introduction aux différents ensembles de nombres :

1. L'ensemble des réels :

Définition :

L'ensemble de tous les nombres se nomme l'ensemble des réels.

On le note $\mathbb{R}$ (de l'allemand real)

EXEMPLES :

Les nombres suivants sont des nombres réels :

$0; 1; -3; \sqrt{2}; \frac{3}{5}; \pi$

2. L'ensemble des entiers naturels :

Définition :

c'est l'ensemble de tous les entiers positifs ou nul.

On le note $\mathbb{N}$ (de l'italien naturale)

REMARQUE :

$\mathbb{N} = 0; 1; 2; 3; 4; .....$

3. L'ensemble des entiers relatifs :

Définition :

c'est l'ensemble de tous les entiers positifs, négatifs et nul.

On le note $\mathbb{Z}$ (de l'allemand zahlen : compter)

REMARQUE :

$\mathbb{Z} = ...; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; .....$

4. L'ensemble des nombres décimaux :

Définition :

C'est l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire avec un nombre fini de décimales.

On le note $\mathbb{D}$ (du français décimale) .

EXEMPLES :

Les nombres suivants sont des nombres décimaux :

$$0\ ;\ 1\ ;\ -3,2\ ;\ 5,689\ ;\ \frac{4}{5}$$

par contre 0,333333...... n'est pas un nombre décimal puisque sa partie décimale est infinie.

5. L'ensemble des nombres rationnels :

Définition :

c'est l'ensemble des nombres pouvant s'écrire sous la forme d'une fraction d'entiers relatifs.

On le note $\mathbb{Q}$ (de l'italien quotienté) .

EXEMPLES :

Les nombres suivants sont des nombres rationnels :

$0\,;\,1\,;\,-3,2\,;7,069\,;\,\frac{4}{5}$

6. L'ensemble des nombres irrationnels :

Définition :

c'est l'ensemble des nombres qui ne sont pas rationnels ; que l'on ne peut donc pas écrire sous forme de fraction.

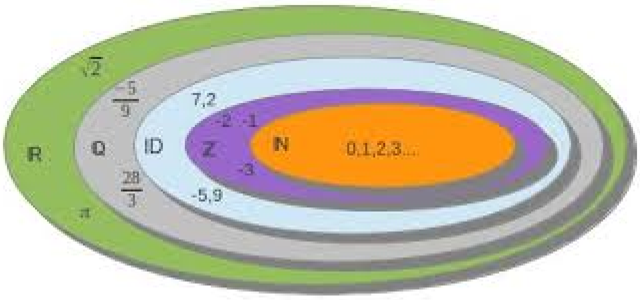
On le note $\mathbb{R}$%5C$\mathbb{Q}$(l'ensemble des réels privé des rationnels) .

EXEMPLES :

Les nombres suivants sont des nombres irrationnels :

$\pi\,;\,\sqrt{2}\,;\,\sqrt{3}$

BILAN :



II. Règles de calculs :

1. Les fractions :

Propriété :

Soients a,b,c,d quatre nombres réels tels que $b\neq\,0\,;\,d\neq\,0.$

- $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} = \dfrac{ad+bc}{bd}$.
- $\dfrac{a}{b} - \dfrac{c}{d} = \dfrac{ad-bc}{bd}$.
- $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{ac}{bd}$.
- $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{d}{c} = \dfrac{ad}{bc}$.

2. Les racines carrées :

Définition :

Soit x un nombre réel positif, la **racine carrée** de x est le nombre positif dont le carré est égal à x.

Ce nombre est noté : $\sqrt{x}$.

Invalid Equation

Définition :

- Si $a \geq 0\,,\ \sqrt{a^2} = a$.
- Si $a \geq 0\, b \geq 0 :,\ \sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.
- Si $a \geq 0\, b > 0 :,\ \sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

EXEMPLES :

Simplifier les expressions suivantes :

- $A =$
- $B =$

•$C =$

REMARQUE :

•$3-\sqrt{5}$ s'appelle **la quantité conjuguée** de l'expression $3+\sqrt{5}$.

3. Les puissances :

Définition :

Invalid Equation

Propriété :

• Si $a\neq\ 0$, $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ $a^0=1.$

•$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}.$

•$(a^m)^n=a^{mn}$, $(ab)^n=a^n\times\ b^n.$

• Si $b\neq\ 0$, $(\frac{a}{b})^n=\frac{a^n}{b^n}.$