



Équations et inéquations

EXERCICE 1 - RACINE D'UN POLYNÔME ET FACTORISATION

On pose $f(x) = -3x^2 + 18x - 24$.

1. Trouver une racine évidente de f , c'est à dire une valeur α telle que $f(\alpha) = 0$.
2. En déduire une factorisation de $f(x)$.
3. Résoudre l'inéquation $f(x) \leq 0$.

EXERCICE 2 - LES INÉQUATIONS

Résoudre les inéquations suivantes et décrire sur une droite graduée l'ensemble solution :

- a. $4x + 3 < 7x$.
- b. $4(x + 3) > 7x$.
- c. $4x + 3 \geq 7x + 8$.
- d. $4x + 3 \leq 7(x + 8)$.
- e. $4(x + 3) > 7(x + 8)$.
- f. $-4x + 3 \geq 7x - 8$.
- g. $-4(x + 3) \geq 7(x - 8)$.
- h. $-4(x - 3) \leq 7x + 8$.
- i. $-4(-x + 3) > 7(x - 8)$.
- j. $(2x - 3)^2 < 4x^2 + 2x - 4$
- k. $-(2x - 3)^2 \leq -4x^2 + 2x - 4$
- l. $(-3x + 2)(2 - 6x) \geq (2x - 6)(1 + 9x)$

EXERCICE 3 - RÉSOUDRE L'ÉQUATION SUIVANTE :

$$(2 - x)(x + 3) = x^2 - 4$$

EXERCICE 4 - RÉSOUDRE UNE ÉQUATION TRIGONOMETRIQUE

1. Résoudre dans l'intervalle $[0; 2\pi[$, l'équation $\cos x = -\frac{1}{2}$.
2. Résoudre dans l'intervalle $[4\pi; 6\pi[$, l'équation $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Conseil : servez-vous du cercle trigonométrique .

EXERCICE 5 - INÉQUATION RATIONNELLE

$$\frac{(3x + 2)(4x - 1)}{5 - 2x} \geq 0$$

EXERCICE 6 - EQUATION AVEC FRACTION

$$x - \frac{x + 4}{x + 1} = 0$$

EXERCICE 7 - PASSER DE LA FORME CANONIQUE À LA FORME FACTORISÉE

Donner la forme factorisée de cette forme canonique :

$$A(x) = -2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

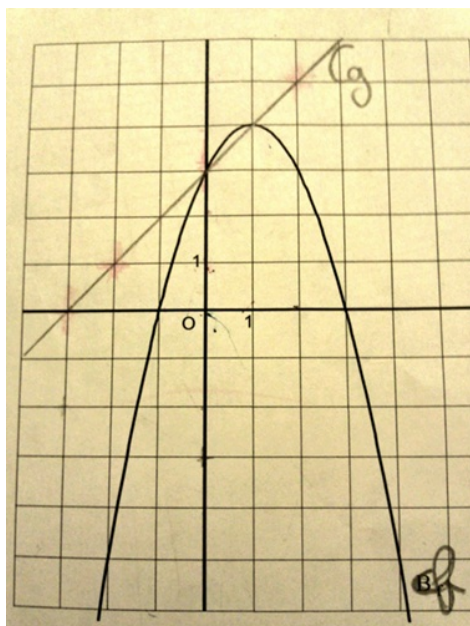
EXERCICE 8 - EQUATION COMPLEXE À RÉSOUDRE

Résoudre l'équation suivante :

$$4x^2 + 2(\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2} = 0$$

EXERCICE 9 - RÉSOUDRE GRAPHIQUEMENT UNE ÉQUATION ET INÉQUATION

1. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
2. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.



EXERCICE 10 - EQUATIONS PRODUITS À RÉSOUDRE

Résoudre les équations suivantes

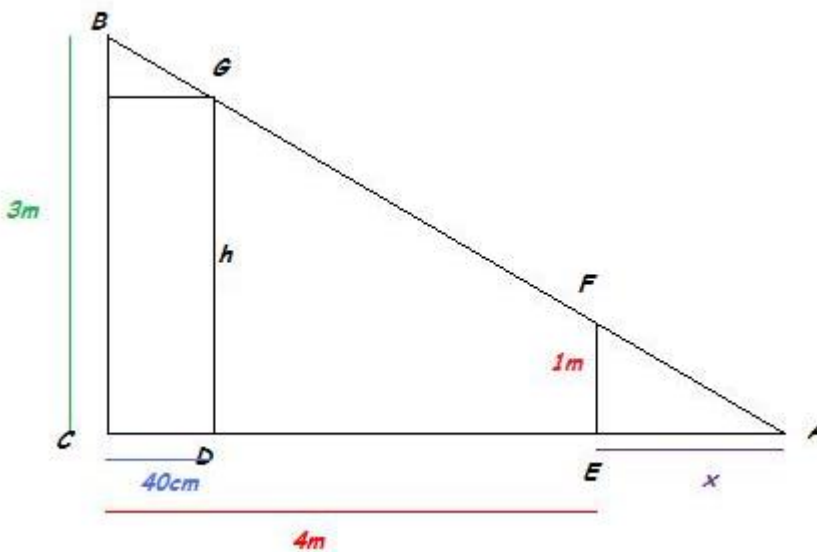
1. $(x+4)^2 = (x+4)(3x+1)$

2. $(2x+1)^2 = (x+5)^2$

3. $(x-2)^2 - 2 = 2$

EXERCICE 11 - THÉORÈME DE THALÈS

Trouver la longueur x .



EXERCICE 12 - INÉQUATION DU SECOND DEGRÉ

Résoudre l'inéquation suivante :

$$2x - 5 > \frac{4}{2x - 5}$$

EXERCICE 13 - COMPARER LES FONCTIONS

Comparer les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = (x - 5)(2x + 3) - (13x - 90)$$

et

$$g(x) = (2x - 5)^2 - 2(x - 5)(x + 5)$$

EXERCICE 14 - DÉVELOPPER ET FACTORISER UN POLYNÔME

Soit le polynôme $P(x) = (2x - 9)^2 - (4x - 5)^2$.

1. Développer $P(x)$.
2. Factoriser $P(x)$.
3. Donner le tableau de signes de $P(x)$.
4. Résoudre l'inéquation $P(x) \geq 0$.

EXERCICE 15 - RÉSOUDRE DES ÉQUATIONS

Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R} .

1. $36x^2 + 36x + 9 = 0$.
2. $(3x + 4)^2 = (2x + 7)^2$.

EXERCICE 16 - ETUDE DE POLYNÔMES

Pour chacun des polynômes $P(x)$ suivants, réaliser le travail suivant :

1. Développer $P(x)$.
2. Factoriser $P(x)$.
3. Résoudre $P(x) = 0$.
4. Donner le tableau de signes de $P(x)$.
5. Vérifier les résultats obtenus à l'aide de la calculatrice (courbes).

- $P(x) = (x + 3)^2 - (5x - 3)^2$.
- $P(x) = (4x - 3)^2 - 36$.

EXERCICE 17 - NOMBRE DE SOLUTIONS D'UNE ÉQUATION

Quel est le nombre de solutions dans \mathbb{R} de l'équation suivante :

$$(x^2 - 1^2)(x^2 - 2^2)(x^2 - 3^2) \dots (x^2 - 50^2) = 0$$

Justifier votre réponse .

EXERCICE 18 - RÉSOUDRE LES ÉQUATIONS

Résoudre les équations suivantes sur \mathbb{R} :

1. $(2x + 3)^2 = (4x - 1)(x + 5)$.
2. $4(x + 3)^2 = x^2 - 9$
3. $4x^2 + 4x + 1 = 0$

EXERCICE 19 - GÉOMÉTRIE, ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS



Description de la figure ci-dessus :

- ABCD est un rectangle tel que $AD = BC = 3\text{cm}$;
- M est un point du segment $[AB]$ tel que $AM = x$ avec $0 < x < 6$ et x exprimé en cm;

- E est le point du segment [CB] tel que CE = 2cm.

On note R1 le rectangle AMGD et R2 le rectangle FECG.

1) P1 et P2 sont les périmètres des rectangles R1 et R2, exprimés en cm.

a) Exprimer P1 et P2 en fonction de x.

b) Pour quelle valeur de x les périmètres P1 et P2 sont-ils égaux ?

2) S1 et S2 sont les aires des rectangles R1 et R2 exprimées en cm².

a) Exprimer S1 et S2 en fonction de x.

b) Pour quelles valeurs de x a-t-on : S2 < S1 ?

AFFIRMATIONS VRAIES OU FAUSSES

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1. 3 et -3 sont solutions de l'équation $x^2 + 2x - 5 = 2(x + 2)$.

2. L'équation $x^2 = 3x$ équivaut à l'équation $x = 3$.

3. Pour tout $x > 0$, $x + \frac{1}{x} \leq 2$.

Toute réponse devra être justifiée.

EXERCICE 21 - RÉSOUDRE LES ÉQUATIONS SUIVANTES :

a. $4x^2 - 3x = 0$

b. $2x^2 - x + 1 = x + 1$

c. $(5x - 1)(x + 2) = (x + 2)(1 - x)$

d. $(2x + 1)(2 - x) = (2x + 1)^2$

EXERCICE 22 - RÉSOUDRE L'INÉQUATION SUIVANTE :

$$\frac{(3x - 2)(-4 - 5x)}{3x + 1} \leq 0$$

EXERCICE 23 - RÉSOUDRE UNE INÉQUATION

Résoudre l'inéquation $\frac{1}{2x - 1} < 2$.

EXERCICE 24 - TROUVER DES NOMBRES

1. Trouver deux entiers consécutifs dont le produit augmenté de 7 est égal au carré de l'entier suivant.

2. Trouver les nombres dont le carré est égal au triple.

3. Trouver les nombres dont le triple du carré est égal au double du nombre.

EXERCICE 25 - FACTORISATION ET ÉQUATION

1. Factoriser le polynôme $Q(x) = x^2 - 4x + 4$.

2. Résoudre l'équation $x^2 - 4x + 4 = (1 - x)(x - 2)$.

EXERCICE 26 - TABLEAU DE SIGNES D'UN POLYNÔME

Soit le polynôme $P(x) = (3x - 5)^2 - (x + 3)^2$.

1. Montrer que $P(x) = 4(x - 4)(2x - 1)$.
2. Donner le tableau de signes de $P(x)$.
3. Résoudre l'inéquation $P(x) \leq 0$.

EXERCICE 27 - RÉSOUDRE DEUX ÉQUATIONS

Résoudre les équations suivantes :

1. $25x^2 - 70x + 49 = 0$.
2. $14x - 21 = (2x - 3)^2$.

EXERCICE 28 - REPRÉSENTATION GRAPHIQUE ET INÉQUATIONS

1. Représenter dans un même repère orthonormal :
 - la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2$.
 - la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 4x$.
2. Utiliser ces représentations graphiques pour résoudre graphiquement :
 - a. l'équation $x^2 = 4x$.
 - b. l'inéquation $x^2 \leq 4x$.
3. Retrouver les résultats précédents par le calcul.

EXERCICE 29 - SECOND DEGRÉ ET CLÔTURE D'UNE CHÈVRE

Benoit en a assez de tondre l'herbe devant chez lui.

Il décide donc d'acheter une chèvre qui s'occupera de cette tâche. Pour ne pas que cette dernière parte dévorer les salades du voisin, il souhaite délimiter une zone rectangulaire accolé à sa maison dans laquelle son quadrupède pourra évoluer. Il achète pour cela une clôture de 100 mètres de long. Benoit se demande quelles dimensions il doit donner à sa clôture pour que sa surface délimitée soit la plus grande possible.

On désigne par x les longueurs en mètres des deux cotés perpendiculaire à sa maison.

- 1) Exprimer en fonction de x la longueur du troisième coté de la clôture.
- 2) a) Exprimer en fonction de x , l'aire $f(x)$ de la zone délimitée par la clôture et la maison.
b) Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$.

En déduire les seules valeurs de x susceptibles de nous intéresser.

3) a) Vérifier que pour tout x appartient à $[0;50]$, $f(x) = 1250 - 2(x - 25)^2$.

b) Dresser le tableau de variations de f sur $[0;50]$ (Justifier).

c) Donner alors les dimensions de la zone rectangulaire.

4) a) Résoudre graphiquement puis par le calcul l'équation $f(x)=450$.

b) Donner une interprétation du résultat de la question précédente.

EXERCICE 30 - TABLEAU DE SIGNE

En utilisant le tableau de signe, résoudre :

$$(5x - 3)(4 - x) > 0$$

EXERCICE 31 - EQUATION DU SECOND DEGRÉ

résoudre l'inéquation suivante :

$$x^2 \leq 2x + 8$$

EXERCICE 32 - RECTANGLE D'OR

Un rectangle est appelé *rectangle d'or* lorsque :

$$\frac{\text{Longueur}}{\text{largeur}} = \frac{\text{demi - perimetre}}{\text{longueur}} .$$

On considère un rectangle d'or de côtés 1 et x , avec $x > 1$.

1. Montrer que x vérifie l'équation : $x^2 - x - 1 = 0$.

2. Dresser le tableau de valeur, puis la courbe représentative de cette fonction.

3. Résoudre graphiquement l'équation de la question 1 (au dixième près) .

4. Vérifier que le réel $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ est solution de cette équation et en déduire les dimensions du rectangle d'or.

Remarque : Le nombre $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ est appelé *nombre d'or*.

EXERCICE 33 - TABLEAU DE SIGNES

Voici l'énoncé: utiliser un tableau de signe pour étudier le signe de cette expression, x étant un nombre réel:

$$A(x) = (-2x + 1)(x^2 + 3).$$

EXERCICE 34 - ETUDE DU SIGNE D'UNE FONCTION DU SECOND DEGRÉ

f est la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x)=(3x+2)(4-x)$.

C est la courbe représentative de f dans un repère.

a) Calculer les abscisses des points d'intersection de la courbe C avec l'axe des abscisses.

b) Représenter graphiquement la fonction f à l'écran d'une calculatrice.

Conjecturer le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x .

c) Rappeler le signe de $ax+b$ suivant les valeurs de x ($a \neq 0$).

EXERCICE 35 - FACTORISATION ET ÉQUATIONS

Soit $A = (1 - 6x)^2 - (5x - 3)^2$.

1) Développer et réduire A.

2) Calculer A pour $x = -1$ puis pour $x = \frac{1}{3}$.

3) Factoriser A.

4) Résoudre l'équation $A=0$.

EXERCICE 36 - TRIANGLE RECTANGLE, ÉQUATION ET INÉQUATION

ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB=9\text{cm}$ et $AC=12\text{cm}$.

Où placer le point M sur l'hypoténuse du triangle de façon que la somme des distances de M aux deux autres côtés du triangle soit égale à 10cm?

EXERCICE 37 - RÉSOUDRE LES ÉQUATIONS :

1. $7x^2 - 5x = 0$

2. $\frac{1}{3}x^2 = 5x$

3. $(-3x+1)(x-4) = 2x(x-4)$

4. $(2x+3)(x+5) = 15$

5. $(-3x+2)(x+1) = 2$

EXERCICE 38 - EQUATION DU TROISIÈME DEGRÉ

Résoudre l'équation suivante :

$$\frac{3}{x-2} - \frac{1}{x+1} = \frac{x+4}{(x+1)(x-2)}$$

EXERCICE 39 - RÉSOUDRE LES ÉQUATIONS SUIVANTES :

1. $7x^2 - 5x = 0$

2. $\frac{1}{3}x^2 = 5x$

3. $(-3x+1)(x-4) = 2x(x-4)$

4. $(2x+3)(x+5) = 15$

5. $(-3x+2)(x+1) = 2$

EXERCICE 40 - FACTORISATION ET ÉQUATIONS

Résoudre les équations après avoir effectué une factorisation :

1. $x^2 - 3x = 0$

2. $-2x^2 + 8x = 0$

3. $3x^2 = 18x$

4. $(2x-1)(x+1) - (2x-1)(3x-5) = 0$.

EXERCICE 41 - RÉSOUDRE L'INÉQUATION SUIVANTE :

$$\frac{1}{x+1} < x+1$$

EXERCICE 42 - RÉSOUDRE LES ÉQUATIONS SUIVANTES :

1. $\frac{x+1}{2} + \frac{3x-1}{3} = \frac{5x-2}{12}$.

2. $(2x-1)^2 + (x+2)(2x-1) = 0$.

3. $\frac{2x+1}{x-2} = \frac{2}{3}$.

4. $\frac{x^2-1}{(x-5)(x+1)} = \frac{x-1}{x+5}$.

EXERCICE 43 - DÉVELOPPER ET FACTORISER

On donne : $A(x) = 3(x+3)(x-4) + 2(3x-4)(x-4)$

et $B(x) = (2x-3)^2 - (x+1)^2$

1° a) Développer et factoriser $A(x)$.

b) Développer et factoriser $B(x)$.

2° En choisissant l'écriture la plus adaptée, résoudre les équations suivantes :

a) $A(x) = -4$

b) $B(x) = 0$

c) $B(x) = A(x)$



