

Les probabilités conditionnelles

Dans cette leçon, Ω désigne un univers, A et B deux événements de Ω et P une probabilité sur Ω .

I. Probabilités conditionnelles et arbres pondérés.

1. Probabilités conditionnelles.

Définition :

Si $P(A) \neq 0$, la probabilité de B sachant A, notée $P_A(B)$, est définie par $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$.

2.Application aux arbres pondérés.

Propriété:

Les principales règles de construction des arbres pondérés (ou arbres probabilistes) sont :

La somme des probabilités des événements disjoints correspondant aux branches partant d'un même noeud est 1.

Les probabilités présente sur la 2ème, 3ème, etc branches d'un chemin sont des probabilités conditionnelles.

REMARQUE:

Dans le cas de deux événements A et B de probabilités non nulles, on a :



Propriété:

Si $P(A) \neq 0$ et $P(B) \neq 0$ alors $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = P(B) \times P_B(A)$.Cette formule permet de justifier l'une des règles d'utilisation des arbres pondérés :

la probabilité de l'événement correspondant à un chemin de l'arbre est le produit des probabilités inscrites sur les branches de ce chemin.