Conjugué, module et argument d'un nombre complexe

I. Conjugué d'un nombre complexe.

1. Définition du conjugué.

Définition :

Soit z un nombre complexe de forme algébrique $z = x + iy$ (x, y réels).

Le nombre complexe $x - iy$, noté $\bar{z}$, est appelé conjugué du nombre complexe z.

EXEMPLES :

$\overline{2+3i} = 2-3i$; $\overline{3} = 3$; $\overline{-7} = -7$; $\overline{2i} = -2i$; $\overline{-5i} = 5i$.

Conséquences :

1. $\bar{\bar{z}} = z$
2. $z\bar{z} = x^2 + y^2$
3. $z + \bar{z} = 2 \times Re(z) = 2x$
4. $z - \bar{z} = 2 \times Im(z) = 2y$

2. Interprétation géométrique.

Dans le plan complexe, considérons un point M d'affixe z alors le pont M' d'affixe z est l'image de M par la

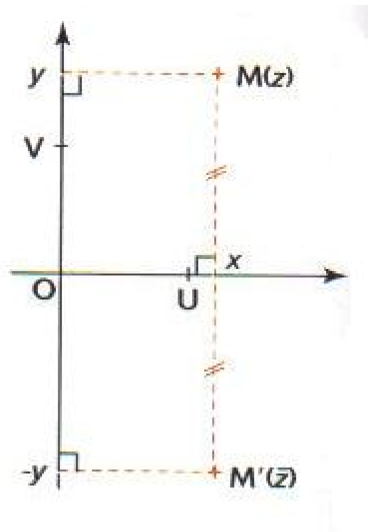
Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

symétrie par rapport à l'axe des réels (abscisses).

Propriétés :

Soit z un nombre complexe.

1. z est réel $\iff z =$.
2. z est imaginaire pur $\iff z = -\bar{z}$.



3. Conjugué et opérations.

Propriétés :

Soient z et z' deux nombres complexes et n un entier naturel non nul.

$\overline{z+z'} = \bar{z} + \bar{z'}$

$\overline{zz'} = \bar{z}\bar{z'}$

$\overline{z^n} = \bar{z}^n$

$Si\, z \neq 0,\ \overline{\frac{1}{z}} = \frac{1}{\bar{z}}$

$Si\, z' \neq\ 0,\ \overline{\frac{z}{z'}} = \frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$

II. Module et argument d'un nombre complexe.

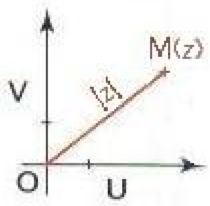
1. Module d'un nombre complexe.

Définition :

Soit z un nombre complexe de forme algébrique x+iy (x et y réels).

Le module de z est le nombre réel positif noté $lzl = sqrtx^2 + y2$.

INTERPRÉTATION GÉOMÉTRIQUE :
Dans le plan complexe, si M a pour affixe z alors OM=lzl.



REMARQUE :

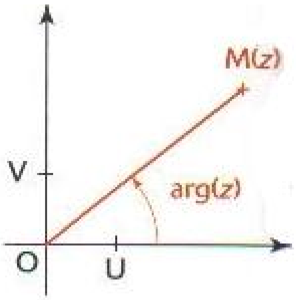
1. Si x est un réel, le module de x est égal à la valeur absolue de x.
2. $|z\,| = 0$ si et seulement $z = 0$ (car $OM = 0$ équivaut à O=M)
3. $z\overline{z} = \,|\,z\,|^2$.

2. Arguments d'un nombres complexe non nul.

Définition :

Soit z un nombre complexe non nul, de point image M.

On appelle argument de z et on note $arg(z)$, toute mesure en radian de l'angle orienté $(\vec{OU}, \vec{OM})$.



REMARQUE:
Un nombre complexe non nul z a une infinité d'argument; si θ est l'un d'entre eux alors tous les autres sont de la forme $\theta + 2k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

On note $arg(z) = \theta \,[2\pi]$ ou plus simplement arg(z)= θ

3. Forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul.

3.1. Repérages cartésien et polaire :

Dans le plan complexe un point M distinct de O peut être repéré par ses coordonnées cartésienne $(x; y)$ ou par un couple $(r \,,\, \theta)$ de coordonnées polaires avec OM=r et $(\vec{OU} \,,\, \vec{OM})$,

on a alors :

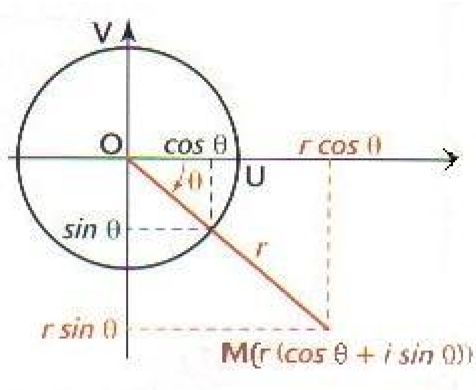
Invalid Equation

3.2 Forme trigonométrique :

Définition :

Soit z un **nombre complexe** non nul.

L'écriture $z = r(cos\theta + isin\theta)$ avec $r = |z|$ et $\theta = arg(z)$ est appelée **forme trigonométrique** de z.



Propriété :

Deux nombres complexes non nuls sont égaux si et seulement si, ils ont même module et même argument à un multiple de 2pi près.

Propriété :

Si $z = r(cos\theta + isin\theta)$ avec $r > 0$alors $r = |z|$ et $\theta = arg(z)$.