Taller 1 Análisis Numérico

David Herrera Caicedo

Pablo Alejandro Pulido

Febrero 2019

Punto 1:

Primera Ecuación

El número de operaciones fue de: 4

El valor del primer P(x) es igual a: 10.

Por el método de Horner fue: 10.

Segunda Ecuación

El número de operaciones fue de: 5.

El valor del segundo P(x) es igual a: 2030.

Por el método de Horner fue: 2030.

Tercera Ecuación

El número de operaciones fue de: 6.

El valor del tercer P(x) es igual a: 4.

Por el método de Horner fue: 4

Demostración:

Dado un polinomio:

$$p(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$$

El cual se puede reconstruir como:

$$p(x_0) = a_0 + x(a_1 + x(a_2 + x(a_3 + \cdots + x(a_{n-1} + xa_n) \dots))$$

Y utilizando esta secuencia de restricciones:

$$
\begin{aligned}
b_n &:= a_n \\
b_{n-1} &:= a_{n-1} + b_n x_0 \\
b_{n-2} &:= a_{n-2} + b_{n-1} x_0 \\
&\vdots
\end{aligned}
$$

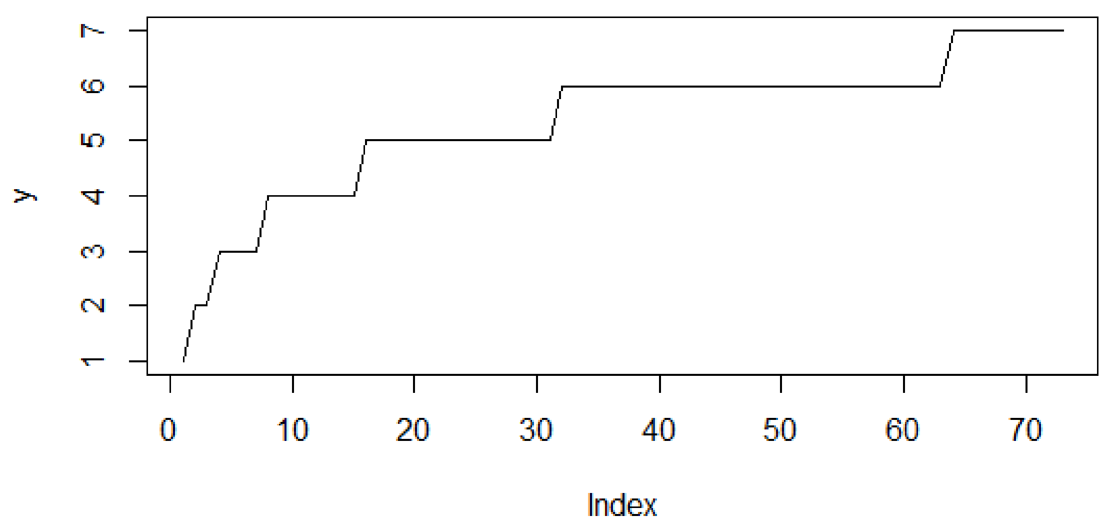
Se llega a:

$$p(x_0) = a_0 + x(a_1 + x(a_2 + x(a_3 + \cdots + x(a_{n-1} + b_n x_0) \ldots))$$

Donde sustituyendo de forma iterativa b_i *se llega a*:

$$p(x_0) = b_0$$

Punto 2:



Gráfica 1 Comportamiento Algoritmo

Como podemos observar en la gráfica, el número de iteraciones contra el tamaño de n representa un comportamiento logarítmico, por lo cual se puede deducir que T(n) es de forma logarítmica, dejándola expresada de la forma O(2log(n))

Punto 3:

A partir del vector de posición R(t) = (2cos(t), sen(t), 0), se obtiene la ecuación F(x) = 3sin(t)cos(t) – 4sin(t) + cos(t) cuya derivada es F´(x) = -sin(t) - 4cos(t) - 3cos(2t), a esta se le aplica el método de Newton obteniendo los siguientes resultados con un margen de error de 1x10^-4:

I= 1 F(t) = 0.8430906 T= 0.1429 E= 0.1428571

I= 2 F(t) = 0.6778332 T= 0.2636 E= 0.1207865

I= 3 F(t) = 0.507396 T= 0.3646 E= 0.1009444

I= 4 F(t) = 0.3469569 T= 0.4447 E= 0.08014699

I= 5 F(t) = 0.2143954 T= 0.5032 E= 0.05850295

I= 6 F(t) = 0.1200839 T= 0.5416 E= 0.03834727

I= 7 F(t) = 0.06207925 T= 0.564 E= 0.02245124

I= 8 F(t) = 0.03039057 T= 0.576 E= 0.01193781

I= 9 F(t) = 0.0144131 T= 0.5819 E= 0.005936326

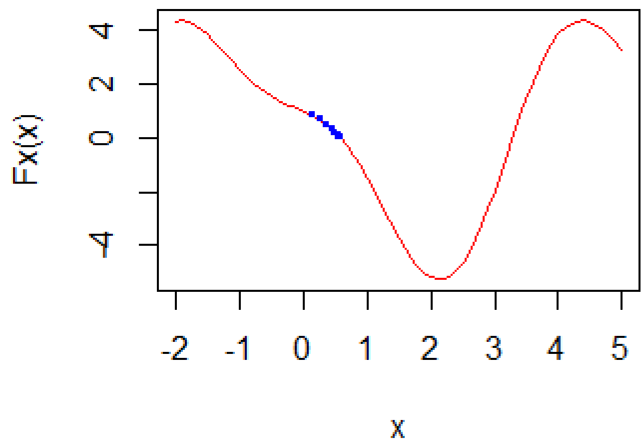
I= 10 F(t) = 0.006723327 T= 0.5847 E= 0.002837908

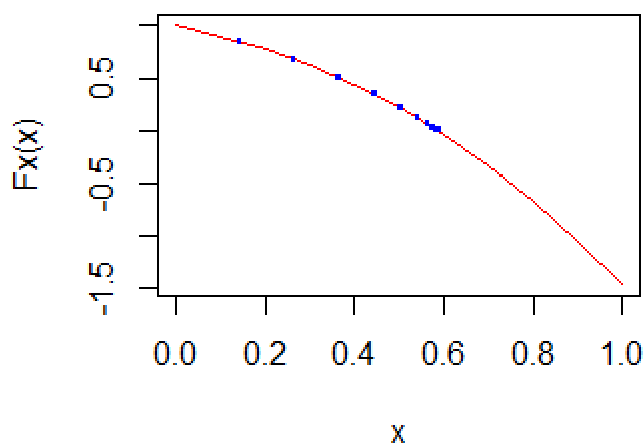
I= 11 F(t) = 0.003110912 T= 0.5861 E= 0.001328921

I= 12 F(t) = 0.00143391 T= 0.5867 E= 0.0006160144

I= 13 F(t) = 0.0006597475 T= 0.587 E= 0.0002841785

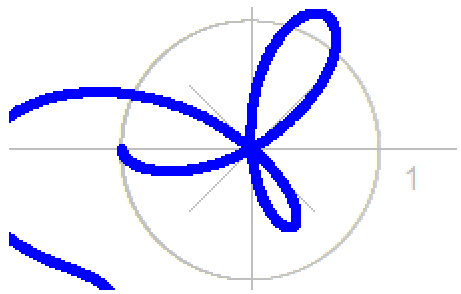
I= 14 F(t) = 0.000303301 T= 0.5871 E= 0.0001308026

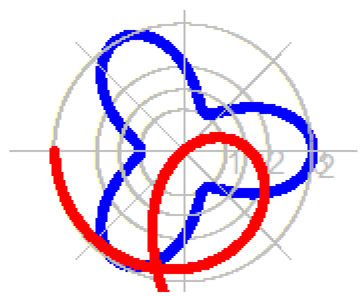




Grafica 2 y 3 Intersección función

Punto 4:





Gráfica función e intersección de la funciones

El intervalo utilizado para los dos métodos es [-1,3]

Método de bisección:

Iteracion= 1 Func(x)= 2 X= 0 Error= 1

Iteracion= 2 Func(x)= 0.6772679 X= -0.5 Error= 0.5

Iteracion= 3 Func(x)= -0.1558071 X= -0.75 Error= 0.25

Iteracion= 4 Func(x)= 0.2357279 X= -0.625 Error= 0.125

Iteracion= 5 Func(x)= 0.03070317 X= -0.6875 Error= 0.0625

Iteracion= 6 Func(x)= -0.06521648 X= -0.71875 Error= 0.03125

Iteracion= 7 Func(x)= -0.01788049 X= -0.703125 Error= 0.015625

Iteracion= 8 Func(x)= 0.006260805 X= -0.6953125 Error= 0.0078125

Iteracion= 9 Func(x)= -0.00584816 X= -0.6992188 Error= 0.00390625

Iteracion= 10 Func(x)= 0.0001968285 X= -0.6972656 Error= 0.001953125

Iteracion= 11 Func(x)= -0.00282805 X= -0.6982422 Error= 0.0009765625

Iteracion= 12 Func(x)= -0.001316206 X= -0.6977539 Error= 0.0004882812

Iteracion= 13 Func(x)= -0.0005598371 X= -0.6975098 Error= 0.0002441406

Iteracion= 14 Func(x)= -0.0001815414 X= -0.6973877 Error= 0.0001220703

Iteracion= 15 Func(x)= 7.634246e-06 X= -0.6973267 Error= 6.103516e-05

Iteracion= 16 Func(x)= -8.69559e-05 X= -0.6973572 Error= 3.051758e-05

Iteracion= 17 Func(x)= -3.966141e-05 X= -0.6973419 Error= 1.525879e-05

Iteracion= 18 Func(x)= -1.601373e-05 X= -0.6973343 Error= 7.629395e-06

Iteracion= 19 Func(x)= -4.189776e-06 X= -0.6973305 Error= 3.814697e-06

Iteracion= 20 Func(x)= 1.722226e-06 X= -0.6973286 Error= 1.907349e-06

Iteracion= 21 Func(x)= -1.233777e-06 X= -0.6973295 Error= 9.536743e-07

Iteracion= 22 Func(x)= 2.442237e-07 X= -0.697329 Error= 4.768372e-07

Iteracion= 23 Func(x)= -4.94777e-07 X= -0.6973293 Error= 2.384186e-07

Iteracion= 24 Func(x)= -1.252767e-07 X= -0.6973292 Error= 1.192093e-07

Iteracion= 25 Func(x)= 5.947351e-08 X= -0.6973291 Error= 5.960464e-08

Iteracion= 26 Func(x)= -3.290159e-08 X= -0.6973291 Error= 2.980232e-08

Iteracion= 27 Func(x)= 1.328596e-08 X= -0.6973291 Error= 1.490116e-08

Iteracion= 28 Func(x)= -9.807813e-09 X= -0.6973291 Error= 7.450581e-09

Valor aproximado de iteraciones: 28.57542

Método de la secante:

Iteracion= 0 Func(x)= -0.4513113 X= -0.8742985 Error= 4.431322

Iteracion= 1 Func(x)= -0.2506719 X= -0.7852055 Error= 0.1134646

Iteracion= 2 Func(x)= 0.07395155 X= -0.6738957 Error= 0.1651736

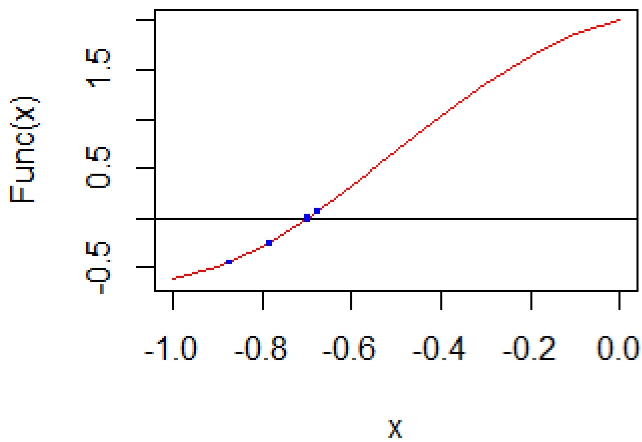
Iteracion= 3 Func(x)= -0.005953564 X= -0.6992529 Error= 0.03626323

Iteracion= 4 Func(x)= -0.0001067093 X= -0.6973636 Error= 0.002709218

Iteracion= 5 Func(x)= 1.656405e-07 X= -0.6973291 Error= 4.944762e-05

Iteracion= 6 Func(x)= -4.580392e-12 X= -0.6973291 Error= 7.663654e-08

Iteracion= 7 Func(x)= -2.775558e-16 X= -0.6973291 Error= 2.119095e-12



Punto 5:

1. **¿Cómo se ajusta un número infinito binario en un espacio finito de bits?**

   Infinitos: se ha convenido que cuando todos los bits del exponente están a 1 y todos los del significando a 0, el valor es +/- infinito (según el valor S). Esta distinción ha permitido al Estándar definir procedimientos para continuar las operaciones después que se ha alcanzado uno de estos valores (después de un overflow). Ejemplo:

   0 11111111 00000000000000000000000 = +Infinito

   1 11111111 00000000000000000000000 = - Infinito

2. **El número de punto flotante con precisión doble es 0011111111101 1100110011001100110011001100110011001100110011010**

   Donde, c = 1021-1023 = -2 y su mantisa f = 0.800000000000239

3. **Error de redondeo:**

$$\frac{|f - x|}{|x|} \leq \frac{1}{2} * (2^{-52})$$

$$\frac{|0.8000000000000239 - 0.4|}{|0.4|} \leq \frac{1}{2} * (2^{-52})$$

Punto 6:

A partir de la relación $\sqrt[n]{x} = r$, (donde n es la raíz enésima y r es el número al cual se le calculara la raíz enésima) se realiza la forma iterativa:

$$f(x) = X - \frac{x^n - r}{nx^{(n-1)}}$$

X0 = v/2

X1 = f(x0)

X2 = f(x1)

X3 = f(x2)

⋮

Xk + 1 = f(xk)

Y su intervalo de convergencia es:

$$r = 2^r r_1$$

$$\frac{1}{n} < \sqrt[n]{r} < 1$$

Iteracion = 0	x = 15.00308	Error= 4.922541
Iteracion = 1	x = 10.43736	Error= 3.316948
Iteracion = 2	x = 7.799764	Error= 2.309525
Iteracion = 3	x = 6.427732	Error= 1.714976
Iteracion = 4	x = 5.34326	Error= 1.162299
Iteracion = 5	x = 4.297846	Error= 0.4761861
Iteracion = 6	x = 3.824004	Error= 0.06652628
Iteracion = 7	x = 3.757479	Error= 0.001192509

Iteracion = 8 x = 3.756286 Error= 3.786665e-07

Iteracion = 9 x = 3.756286 Error= 3.810461e-14

Punto 7:

a) Se debe asegurar que a y b sean de signo opuesto. ya que esto garantiza que la función en el intervalo [a,b] exista al menos una raíz. Esto es: existe al menos un numero $p \in (\alpha, \beta)$ tal que $f(p) = 0$.

   además, para que la raíz sea única se debe verificar que la derivada de la función mantenga su signo dentro del intervalo [a,b], es decir: $x \in (a,b)$ tal que $f'(x)>0$ O $f'(x)<0$.