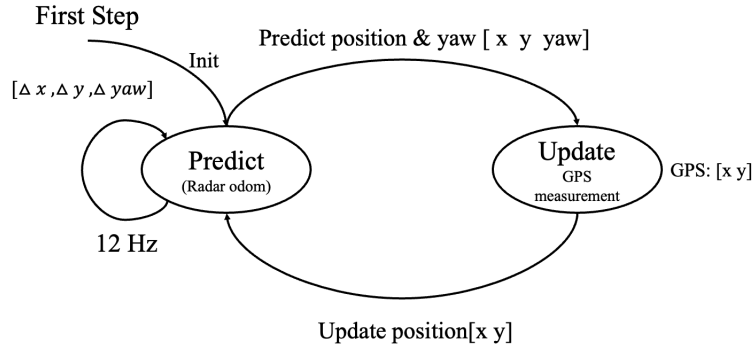


# Self-Driving Cars

309611087 洪得瑜

2022 10/27

## 1 Kalman Filter Impluement in Real Data



### 1.1 Predict Design

使用 Radar odometry 前一刻狀態變化量估測下一時刻狀態  $[x \ y \ yaw]$ , 而矩陣設定如下列所示：

$$1. \begin{bmatrix} \hat{x}_{k+1} \\ \hat{y}_{k+1} \\ \hat{yaw}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ yaw_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta yaw \end{bmatrix}$$

$$2. P \text{ 矩陣為 } 3 \times 3 \text{ 初始設定為單位矩陣, } Q \text{ 矩陣為 } 3 \times 3 \text{ 維度 Radar odometry 誤差矩陣參數設定為 } Q = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 15 \end{bmatrix}$$

$$3. F \text{ 矩陣動對應程式碼為 } A \text{ 矩陣 } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

---

#### Algorithm 1: Predict[1]

---

**Input:** state  $x$ , control  $u$

**Output:** new state  $\hat{x}$ ,  $P$

1  $\hat{x} = Fx + Bu$

2  $P = FPF^T + Q$

---

### 1.2 Update Design

以 Radar odometry 估測下一時刻的結果, 而估測的更新頻率平均 12Hz 大於 GPS 定位 1Hz, 在設計上 GPS 只提供  $x \ y$  位置修正, 並無對  $yaw$  誤差左修正, 相關矩陣設計如下：

1.  $z$  為量測狀態因此為  $z = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \end{bmatrix}$  由 GPS 提供定資料,  $H$  觀測矩陣設計為  $2 \times 3$  矩陣滿足估測狀態維度

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ 因此 Kalman gain } K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}$$

2. R 矩陣為 GPS 誤差矩陣設定為 3X3 矩陣, 設計結果為  $R = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  設定為 3 由已知條件 GPS 所提供 data covariance 得知。

---

**Algorithm 2:** Update[1]

---

**Input:**  $\hat{x}$   $P$   $z$   
**Output:**  $\hat{x}$   $P$

- 1  $\hat{y} = z - H\hat{x}$
- 2  $K = PH^T(HPH^T + R)^{-1}$
- 3  $\hat{x} = \hat{x} + K\hat{y}$
- 4  $P = (I - KH)P$
- 5 **return**  $\hat{x}$ ,  $P$

---

### 1.3 6 維度估測 [x y yaw $\Delta x$ $\Delta y$ $\Delta yaw$ ]

修改 x,A,B,H 矩陣維度如下所示:

$$1. \begin{bmatrix} \hat{x}_{k+1} \\ \hat{y}_{k+1} \\ yaw_{k+1} \\ \Delta x_{k+1} \\ \Delta y_{k+1} \\ \Delta yaw \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ yaw_k \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta yaw \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta yaw \end{bmatrix}$$

### 1.4 Descussion

經過實際調整結果在 GPS 尚能提供更精準的位置 x y 定位所以在圖 1 中藍色斷點現象為 GPS 重新更新校正位置的結果, 而在為更新 GPS 定位下以 Radar 估測下一步狀態, 由於估測結果因誤差累積造成 P 誤差矩陣增大, 可由 1 中觀測出黃色部分漸大代表誤差逐漸增加, 經過下一時刻 GPS 更新後縮小但又隨時間增大, 因此在設計上來說 GPS 的誤差矩陣 R 須小於 Q 矩陣才可重新更新較精準位置。

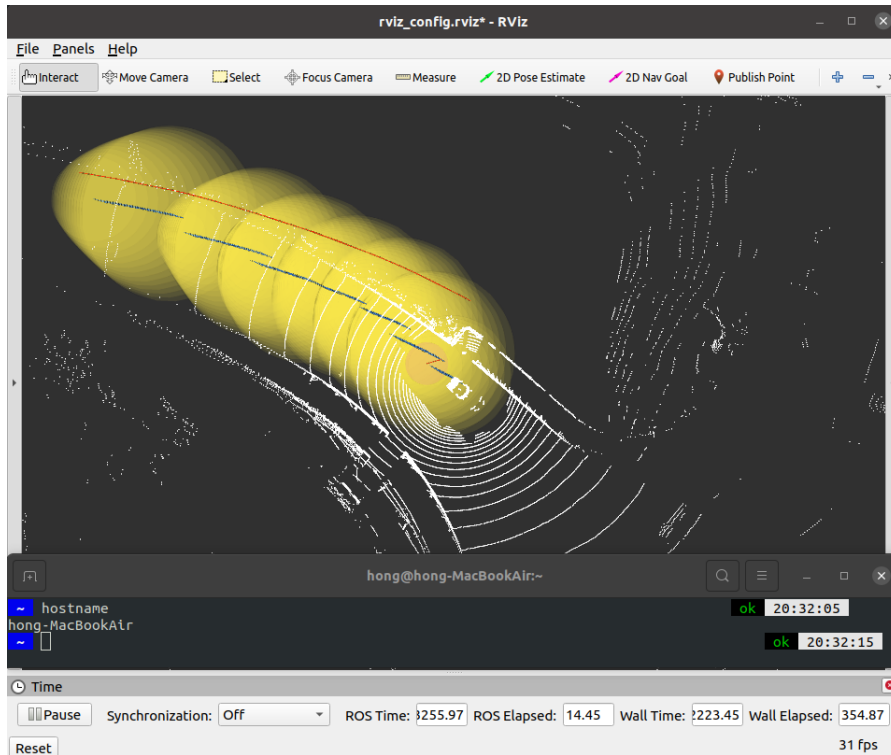


Figure 1: 動態估測 Rviz

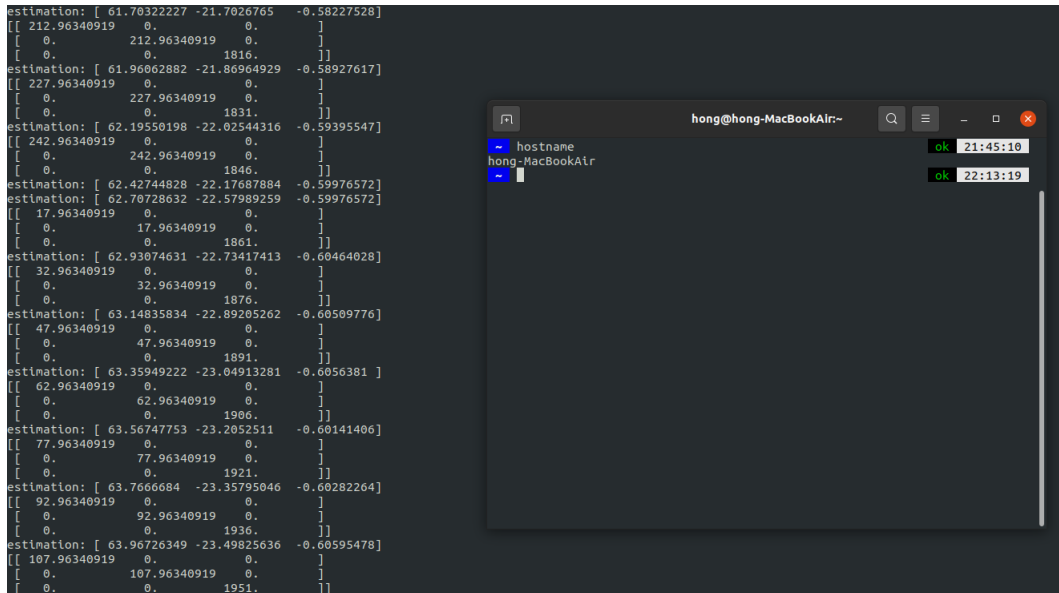


Figure 2: Predict [ x y yaw ] 三維度 P 矩陣

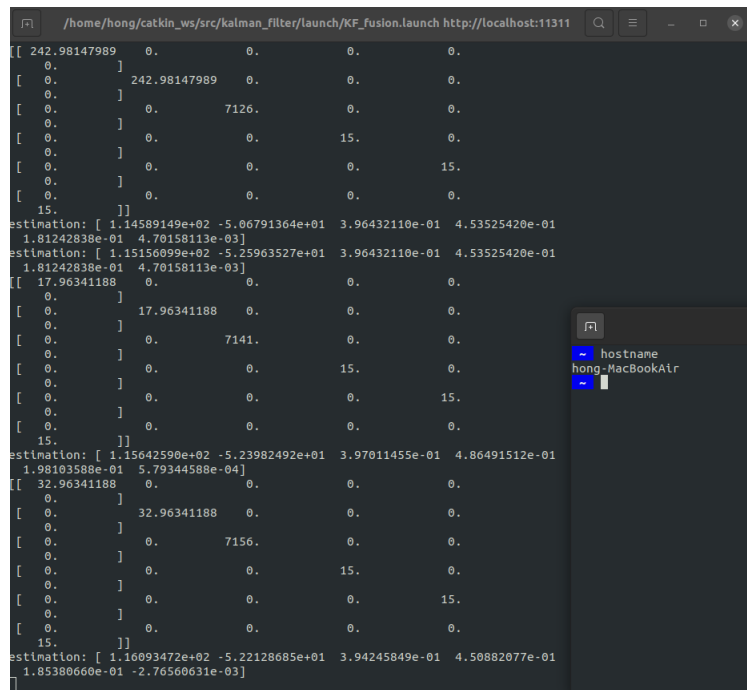


Figure 3: Predict [ x y yaw Δx Δy Δyaw ] 六維度狀態 P 矩陣

## References

- [1] Labbe, R. (2014). Kalman and bayesian filters in python. Chap, 7(246), 4.