基于快速傅里叶变换的时序信号频域分析模型

任何周期函数f(t)都可以用正弦函数和余弦函数构成的无穷级数来表示，通过对信号采用快速傅里叶变换，将原始信号分解，能够清晰看到各个频段的信号信息，达到精确故障诊断的目的。

序列的傅里叶变换结果为序列的频率响应。但是序列的傅里叶变换是频率的连续函数，而且在采用计算机计算时，序列的长度不能无限长，为了便于计算机处理，作如下要求：序列 $x(n)$为有限长，n 从 $0\sim N-1$，再对频率 ω 在 $0\sim 2\pi$ 范围内等间隔采样，采样点数为 N。采样间隔为 $2\pi/N$。第 k 个采样点对应的频率值为 $2\pi k/N$。可得离散傅里叶变换及其逆变换的定义为

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j\frac{2\pi k}{N}n} \tag{1}$$

$$x(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)e^{j\frac{2\pi n}{N}k} \tag{2}$$

如果把一个有限长序列看作是周期序列的一个周期，则离散傅里叶变换就是傅里叶级数。离散傅里叶变换也是周期的，周期为 N。

数字频率与模拟频率之间的关系为

$$\omega=2\pi f/f_s\text{，即 } f=\frac{\omega f_s}{2\pi}=\frac{\omega}{2\pi T_s} \tag{3}$$

则第 k 个频率点对应的模拟频率为

$$f_k=\frac{2\pi k}{N}\cdot\frac{1}{2\pi T_s}=\frac{k}{NT_s}=\frac{kf_s}{N} \tag{4}$$

在用快速傅里叶变换进行频谱分析时，要确定两个重要参数：采样率和频域采样点数，采样率可按奈奎斯特采样定理来确定，采样点数可根据序列长度或频率分辨率 Δf 来确定

$$\frac{f_s}{N}\le\Delta f\text{，则 } N\ge\frac{f_s}{\Delta f} \tag{5}$$

故障定位过程是用来实现频谱图中非零傅里叶系数或重要系数的位置估计。为了提高定位的准确性，需要多次循环迭代。得到信号频域非零傅里叶系数或重要系数的位置后，根据这些位置通过多次循环迭代估计对应这些位置的系数值。得到了信号频域非零傅里叶系数或重要系数的位置，以及对应的系数值，在全零输出序列中设置这些系数值，便得到信号的傅里叶变换。