Primer Parcial Análisis Matemático I C1 2/10/19 Carrera: Bioquímica

Nombre del Alumno:…………………………………………………………………..Comisión:…….

IMPORTANTE: Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas y no se permite que el estudiante realice consultas sobre la resolución del examen una vez comenzado el mismo.

Ejercicio 1.

a) **Hallar** la ecuación de la recta paralela a $y = -4x + 7$ y que pase por el punto A=(2,-3)

b) **Graficar** la recta encontrada en el ítem a).

Ejercicio 2.

a) Dada la siguiente función cuadrática $f(x) = a.(x - 3).(x + 1)$, **hallar** "a", que pertenece a reales, de modo que la gráfica de dicha función posea vértice en $(x_v, 8)$.

b) **Graficar** $f(x)$

Ejercicio 3.

a) Dado $f(x) = e^x$, $g_1(x) = -x$, $g_2(x) = g_1(x) - 2$, **hallar** la expresión analítica de:

i) fog_1

ii) fog_2

iii) $fog_2 - 1$

b) **Graficar** cada una de las funciones halladas anteriormente.

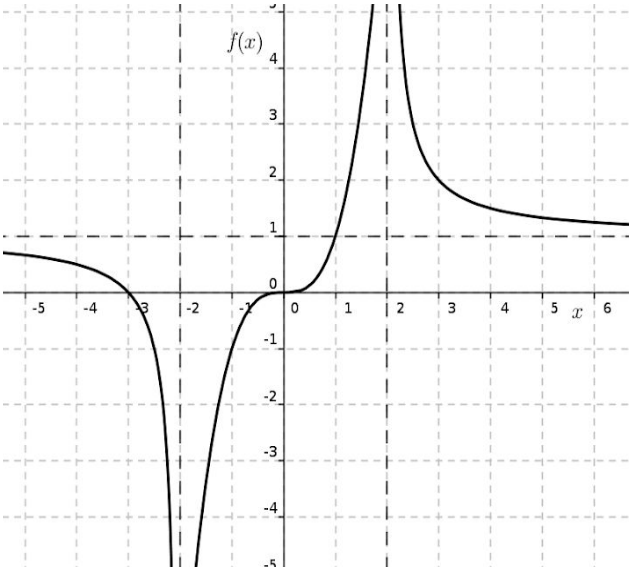
Ejercicio 4.

Determinar si f(x) resulta continua en x=-6

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2+21x+18}{x+6} & si\ x < -6 \\ (x+1)^2 + 2 & si\ x \geq -6 \end{cases}$$

Ejercicio 5.

Sea la gráfica de $f(x)$:



__Determinar__:

a) Dominio e imagen de $f(x)$
b) Co, C+ y C- de $f(x)$
c) $\lim_{x \to -2^{+}} f(x)$ y $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

<table>
<tr><th rowspan="2">Ítem</th><th colspan="2">Ejercicio 1</th><th colspan="2">Ejercicio 2</th><th colspan="4">Ejercicio 3</th><th>Ejercicio 4</th><th colspan="3">Ejercicio 5</th><th>Total</th></tr>
<tr><td>a</td><td>b</td><td>a</td><td>b</td><td colspan="3">a</td><td>b</td><td>--------</td><td>a</td><td>b</td><td>c</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Puntaje</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">1</td><td>i</td><td>ii</td><td>iii</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">2</td><td rowspan="2">0.6</td><td rowspan="2">0.7</td><td rowspan="2">0.7</td></tr>
<tr><td>0.3</td><td>0.3</td><td>0.4</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Firma alumno **Firma docente**

1 Resolución Primer parcial comisión 1, segundo cuatrimestre de 2019.

1. Ejercicio 1

   (a) La recta paralela va a tener una ecuación $y = m_p x + b$, donde m_p es la pendiente y b es la ordenada al origen. Se puede obtener m_p a partir de la condición de paralelismo que implica que dos rectas paralelas tienen la misma pendiente y por lo tanto $m = -4 = m_p$ (m es la pendiente de la recta del enunciado). La ordenada al origen la determinamos sabiendo que pasa por el punto $A = (2, -3)$. Reemplazando en la ecuación podemos despejar b,

$$-3 = -4 * 2 + b \quad (1)$$

$$5 = b \quad (2)$$

   Respuesta: La ecuacion de la recta paralela es $y = -4x + 5$

   (b) La gráfica de las rectas es

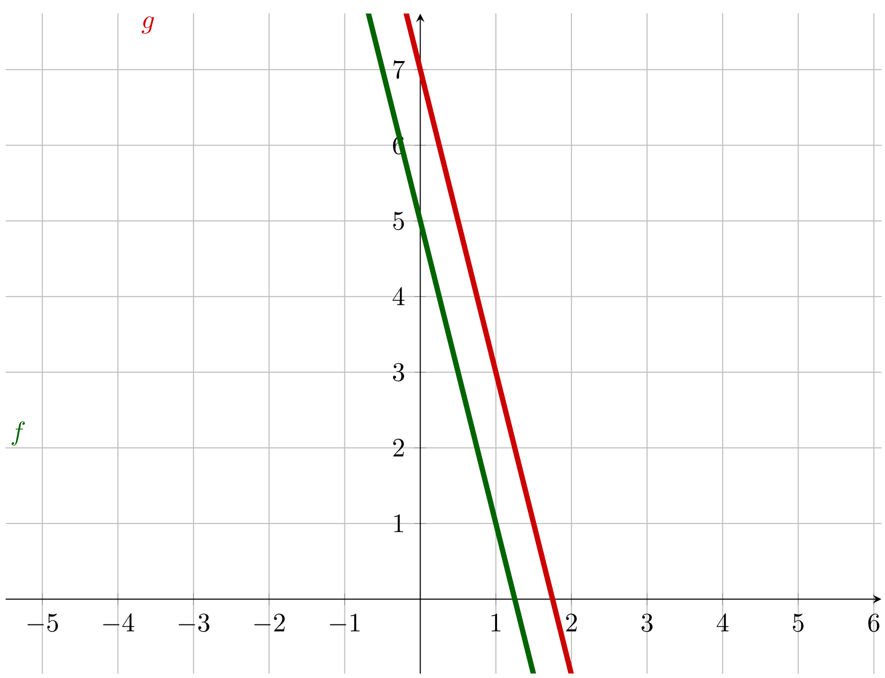


Figure 1: La recta verde tiene ecuación $y = -4x + 5$ y la roja, $y = -4x + 7$.

2. Ejercicio 2

   (a) La función dada es una cuadrática expresada en su forma factorizada $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ con $x_1 = 3$ y $x_2 = -1$ raices (ceros) de la parábola. Para determinar a necesitamos un punto de la gŕafica que nos permita evaluar la función. De la imagen obtenemos la coordenada y_v del vértice y a partir de las raices podemos calcular la coordenada x y determinar el punto que necesitamos.

$$x_v = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3-1}{2} = 1 \tag{3}$$

El vértice es el $V = (1, 8)$ e implica $f(1) = 8$. Aplicamos esta condición y despejamos a.

$$\begin{aligned} f(2) &= a(1-3)(1+1) = 8 & (4)\\ a(-4) &= 8 & (5)\\ a &= -2 & (6) \end{aligned}$$

Respuesta: La función es $f(x) = -2(x-3)(x+1)$

(b) La gráfica de la función cuadrática es

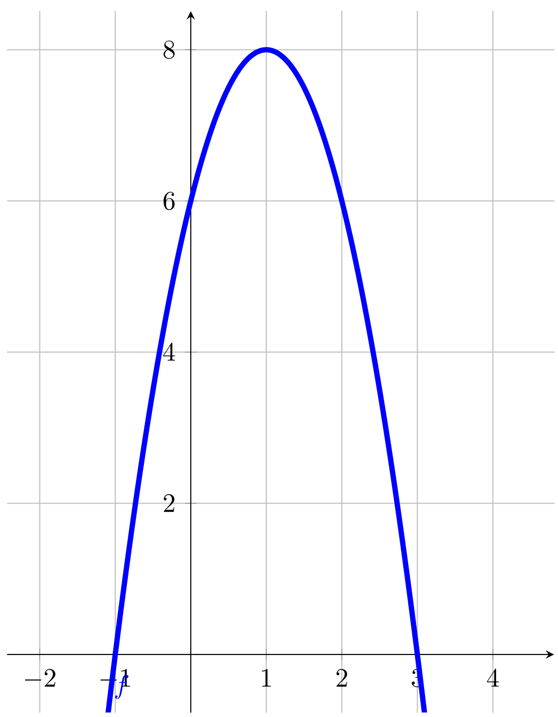


Figure 2: Gráfica de la función $f(x) = -2(x-3)(x+1)$

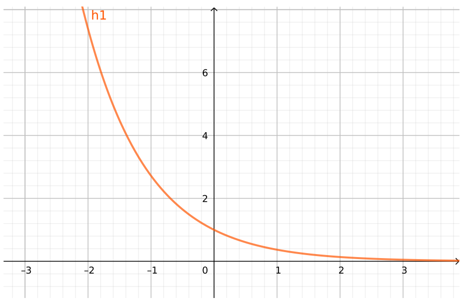
3. Ejercicio 3

(a) $f(x) = e^x$, $g_1(x) = -x$, $g_2(x) = -g_1(x) - 2 = -(x+2)$

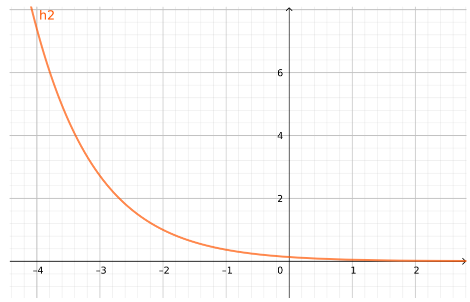
(i) $h_1(x) = fog_1(x) = f(g_1(x)) = f(-x) = e^{-x}$

(ii) $h_2(x) = fog_2(x) = f(g_2(x)) = f(-(x+2)) = e^{-(x+2)}$

(iii) $h_3(x) = fog_2(x) - 1 = e^{-(x+2)} - 1$



(i)



(ii)

(iii)

Figure 3: (i) corresponde a la gráfica de h_1,(ii) corresponde a la gráfica de h_2 y (iii) corresponde a la gráfica de h_3.

(b) Los gráficos de detallan en la figura 3.

4. Ejercicio 4 Para determinar si la función es continua en $x = -6$ debemos calcular el límite lateral por izquierda L_1, el límite lateral por derecha L_+ y la función en el punto $f(-6)$ y verificar si estos valores coinciden.

   La función es continua si o solo si $L_- = L_+ = f(-6)$. A continuación se calculan los límites correspondientes.

$$\begin{aligned} L_- &= \lim_{x \to -6^+} \frac{3x^2 + 21x + 16}{x + 6} = \lim_{x \to -6^+} \frac{3(x+6)(x+1)}{x+6} && (7) \\ &= \lim_{x \to -6^+} 3(x+1) = -15 && (8) \end{aligned}$$

   En el límite lateral L_- hay una indeterminación $'\frac{0}{0}'$ que se resuelve factorizando la cuadrática (por Rufini o resolvente) y luego cancelando $(x + 6)$ que tiende a cero en el numerador y denominador.

$$L_+ = \lim_{x \to -6^-} (x+1)^2 + 2 = 27 \tag{9}$$

$$f(-6) = (-6+1)^2 + 2 = 27 \tag{10}$$

Como los límites laterales no coinciden la función no es continua en $x = -6$.

5. Ejercicio 5

   (a)

$$\begin{aligned} \mathrm{Dom}(f(x)) &= \mathbb{R} - \{-2, 2\} & (11) \\ \mathrm{Im}(f(x)) &= \mathbb{R} & (12) \end{aligned}$$

   (b)

$$\begin{aligned} c_0 &= \{-3, 0\} & (13) \\ c_+ &= (-\infty, -3) \cup (0, 2) \cup (2, +\infty) & (14) \\ c_- &= (-3, 0) \cup (-2, 2) & (15) \end{aligned}$$

   (c)

$$\begin{aligned} \lim_{x \to -2^+} f(x) &= -\infty & (16) \\ \lim_{x \to +\infty} f(x) &= 1 & (17) \end{aligned}$$