Universidad Nacional
ARTURO JAURETCHE

**Primer Parcial Análisis Matemático I C2 1/10/19 Carrera: Bioquímica**

**Nombre del Alumno:………………………………………………………………..Comisión:…….**

**IMPORTANTE: Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas y no se permite que el estudiante realice consultas sobre la resolución del examen una vez comenzado el mismo.**

**Ejercicio 1.**

a) **Hallar** la ecuación de la recta que sea perpendicular a la recta $f(x) = \frac{1}{2}x + 5$ y que pase por el origen de coordenadas.
b) **Graficar** la recta encontrada en el ítem a).

**Ejercicio 2.**

a) Dada la siguiente función cuadrática $f(x) = a.(x-1)^2 + 8$, **hallar** "$a$", que pertenece a reales, de modo que la gráfica de dicha función tenga un cero en x= 3.
b) **Graficar** $f(x)$

**Ejercicio 3.**

a) Dada la siguiente función $f(x) = e^x$, **obtener** la expresión analítica de:
   i) $h_1(x) = f(-x)$
   ii) $h_2(x) = f(-x-2)$
   iii) $h_3(x) = f(-x-2) - 1$

b) **Graficar** en $h_1$, $h_2$ y $h_3$ respectivamente.

**Ejercicio 4.**

**Determinar** si $f(x)$ resulta continua en x= 0

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x}{2} - xe^x + \frac{1}{2} & si\ x \geq 0 \\ \frac{x^2e^x - xe^x}{x^3 - x} & si\ x < 0 \end{cases}$$

**Ejercicio 5.**

Dada la siguiente información sobre $f(x)$,

i) Dominio de $f(x) = \mathrm{R} - \{2\}$

ii) $C_o = \{1,3\}$

iii) $\lim\limits_{x \to 2+} f(x) = -\infty$ ; $\lim\limits_{x \to 2-} f(x) = -\infty$

iv) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ ; $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 3$

v) $f(5) = 2$

Se pide **<u>realizar</u>** un gráfico aproximado de $f(x)$.

<table>
<tr><th rowspan="2">Ítem</th><th colspan="2">Ejercicio 1</th><th colspan="2">Ejercicio 2</th><th colspan="4">Ejercicio 3</th><th>Ejercicio 4</th><th colspan="5">Ejercicio 5</th><th>Total</th></tr>
<tr><td>a</td><td>b</td><td>a</td><td>b</td><td colspan="3">a</td><td>b</td><td></td><td>i</td><td>ii</td><td>iii</td><td>iv</td><td>v</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Puntaje</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">1</td><td>i</td><td>ii</td><td>iii</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">2</td><td rowspan="2">0.2</td><td rowspan="2">0.4</td><td rowspan="2">0.6</td><td rowspan="2">0.6</td><td rowspan="2">0.2</td></tr>
<tr><td>0.3</td><td>0.3</td><td>0.4</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

**Firma alumno** **Firma docente**

# 1 Resolución Primer parcial comisión 2, segundo cuatrimestre de 2019.

1. Ejercicio 1

   (a) La recta perpendicular va a tener una ecuación $y = m_p x + b$, donde $m_p$ es la pendiente y $b$ es la ordenada al origen. Se puede obtener $m_p$ a partir de la condición de perpendicularidad que implica la siguiente relación entre las pendientes $m_p = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{1/2}$=-2. Llamamos $m = 1/2$ a la pendiente de la recta $y = 1/2x + 5$ dada en el enunciado del problema. La ordenada al origen la determinamos sabiendo que pasa por el punto $A = (0, 0)$ (origen). Reemplazando en la ecuación podemos despejar $b$,

   $$0 = -2 * 0 + b \quad (1)$$
   $$0 = b \quad (2)$$

   Respuesta: La ecuación de la recta perpendicular es $y = -2x$

   (b) La gráficas de las rectas es

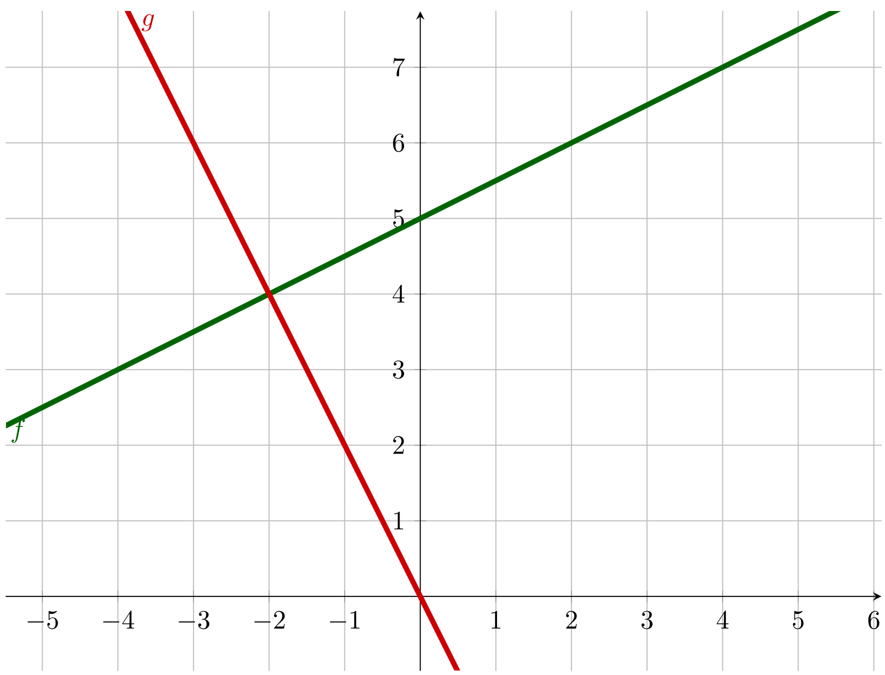



Figure 1: La recta verde tiene ecuación $y = \frac{1}{2}x + 5$ y la roja es la perpendicular $y = -2x$.

2. Ejercicio 2

   (a) La función cuadrática está dada en su forma canónica $f(x) = a(x-1)^2 + 8$. Se puede calcular el parámetro $a$ a partir de la condicón $f(3) = 0$ que es equivalente a que la función cuadrática tiene un cero en $x = 3$.

$$f(3) = a(3-1)^2 + 8 = 0 \quad (3)$$
$$4a + 8 = 0 \quad (4)$$
$$a = -2 \quad (5)$$

La función cuadratica es $f(x) = -2(x-1)^2 + 8$

(b) La gráfica de la función cuadrática es

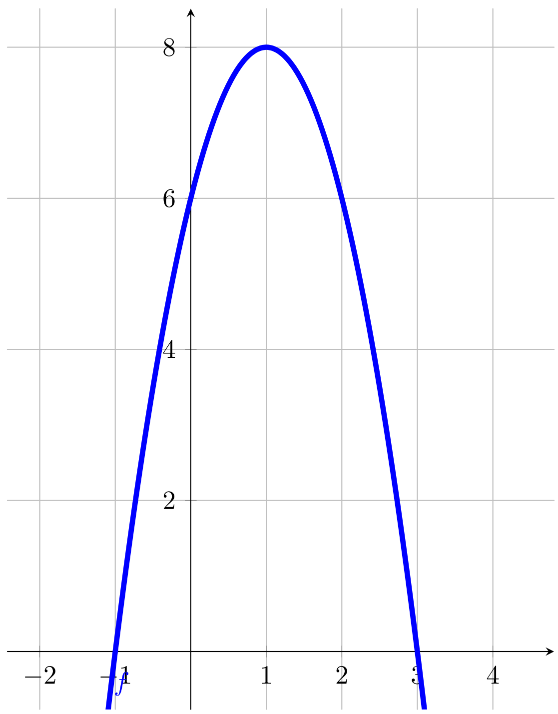
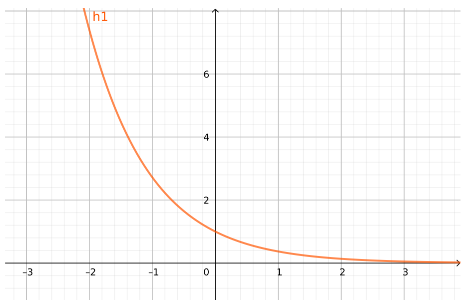


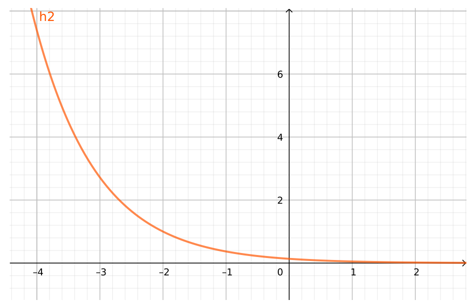

Figure 2: Gráfica de la función $f(x) = -2(x-1)^2 + 8$

3. (a) $f(x) = e^x$,
   (i) $h_1(x) = f(-x) = e^{-x}$
   (ii) $h_2(x) = f(-x-2) = f(-(x+2)) = e^{-(x+2)}$
   (iii) $h_3(x) = f(-x-2) - 1 = e^{-(x+2)} - 1$

   (b) Los gráficos de detallan en la figura 3.




(i)




(ii)


(iii)

Figure 3: (i) corresponde a la gráfica de $h_1$,(ii) corresponde a la gráfica de $h_2$ y (iii) corresponde a la gráfica de $h_3$.

4. Ejercicio 4 Para determinar si la función es continua en $x = 0$ debemos calcular el límite lateral por izquierda $L_-$ el límite lateral por derecha $L_+$ y la función en el punto $f(0)$ y verificar si estos valores coinciden.

   La función es continua si o solo si $L_- = L_+ = f(0)$. A continuación se calculan los límites correspondientes.

$$L_+ = \lim_{x\to 0^+} \frac{e^x}{2} - xe^x + \frac{1}{2} = \frac{e^0}{2} - 0 * e^0 + \frac{1}{2} = 1 \quad (6)$$

$$L_- = \lim_{x\to 0^-} \frac{e^x x(x-1)}{x(x^2-1)} = \lim_{x\to 0^-} \frac{e^x(x-1)}{x^2-1} = 1 \quad (7)$$

$$f(0) = \frac{e^0}{2} - 0 * e^0 + \frac{1}{2} = 1 \quad (8)$$

   En el límite lateral $L_-$ hay una indeterminación $\frac{0}{0}$ que se resuelve factorizando y luego cancelando $(x)$ que tiende a cero en el numerador y denominador.

   Los límites laterales coinciden y son iguales a $f(0)$ la función es continua en $x = 0$.

5. Ejercicio 5

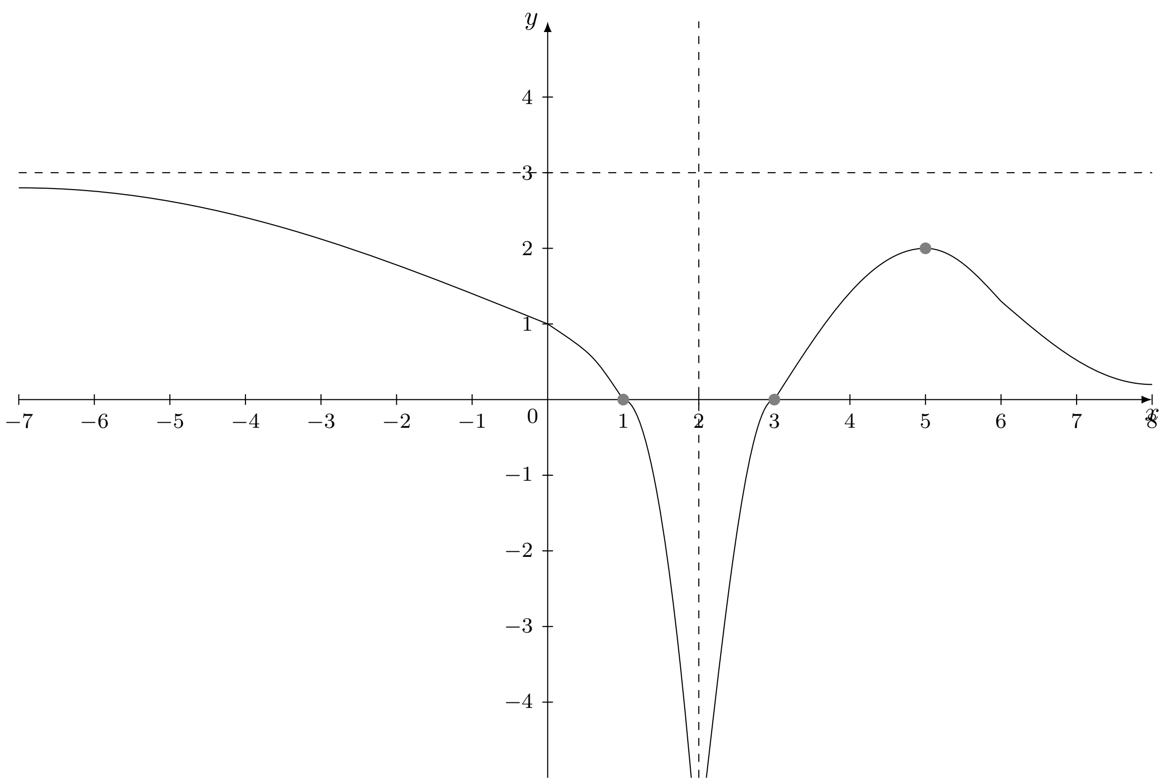



Figure 4: Gráfico aproximado de $f(x)$.