Primer Parcial Análisis Matemático I **C3** **4/10/19** **Carrera: Bioquímica**

Nombre del Alumno:…………………………………………………………………..Comisión:…….

IMPORTANTE: Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas y no se permite que el estudiante realice consultas sobre la resolución del examen una vez comenzado el mismo.

Ejercicio 1.

a) **Hallar** el punto de intersección entre la recta $y = -4x + 7$ y la recta $y = 2x + 1$.
b) **Graficar** ambas rectas del ítem a) **indicando** claramente el punto de intersección.

Ejercicio 2.

a) Dada la siguiente función cuadrática $f(x) = -2(x-1)^2 + y_v$, **hallar** "y_v", de modo que la gráfica de dicha función corte al *eje y* en y=6.
b) **Graficar** $f(x)$

Ejercicio 3.

a) Dado $f(x) = 2^x$, **hallar** la expresión analítica de:

i) $h_1(x) = f(-x)$
ii) $h_2(x) = f(-x-2)$
iii) $h_3(x) = f(-x-2) - 1$

b) **Graficar** cada expresión hallada anteriormente.

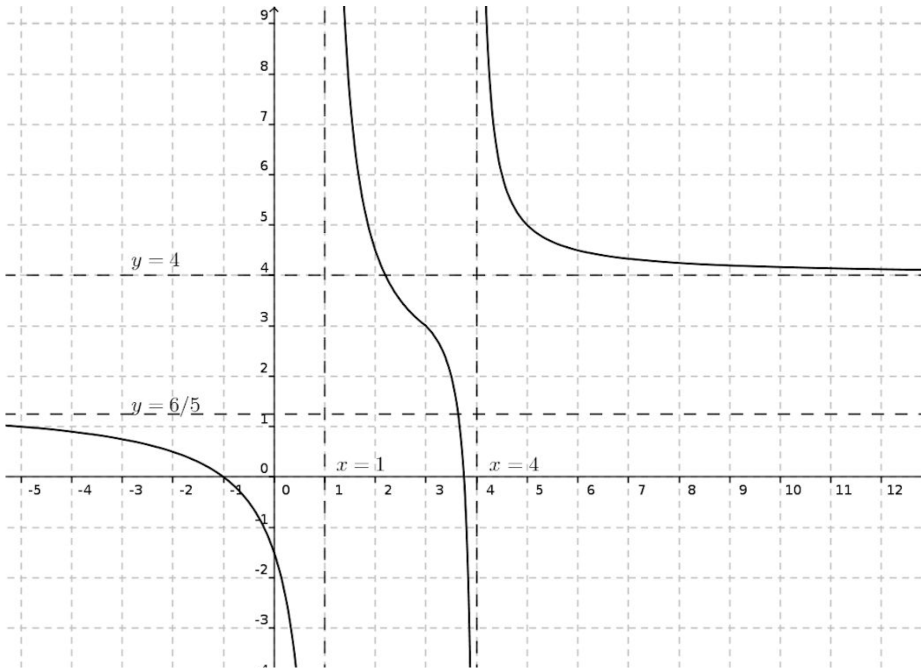
Ejercicio 4.

Determinar el valor de k que pertenece a reales de modo que $f(x)$ resulta continua en x=3

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3} & si\ x < 3 \\ 2 + kx & si\ x \geq 3 \end{cases}$$

Ejercicio 5.

A partir del siguiente gráfico de $f(x)$:



<u>Determinar</u> :

a) Dominio de $f(x)$; $\lim\limits_{x\to 4^+} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x)$

b) Imagen de $f(x)$; $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

Ítem	**Ejercicio 1**		**Ejercicio 2**		**Ejercicio 3**				**Ejercicio 4**	**Ejercicio 5**		**Total**
	a	b	a	b	a			b	----------	a	b	
Puntaje	1	1	1	1	i	ii	iii	1	2	1	1	
					0.3	0.3	0.4					

Firma alumno **Firma docente**

1 Resolución Primer parcial comisión 3, segundo cuatrimestre de 2019.

1. Ejercicio 1

   (a) Calculamos las coordenadas x del punto de intersección igualando las coordenadas y de las rectas y despejando.

   $$-4x + 7 = 2x + 1 \quad (1)$$
   $$-6x = -6 \quad (2)$$
   $$x = 1 \quad (3)$$

   Hay un solo punto de intersección que corresponde al caso en el que las rectas no son paralelas. La coordenada y del punto se obtiene reemplazando $x = 1$ en la ecuación de alguna de las dos rectas, $y = -4 * 1 + 7 = 3$.

   Respuesta: La itersección da en el punto $(1, 3)$

   (b) El gráfico de las rectas es

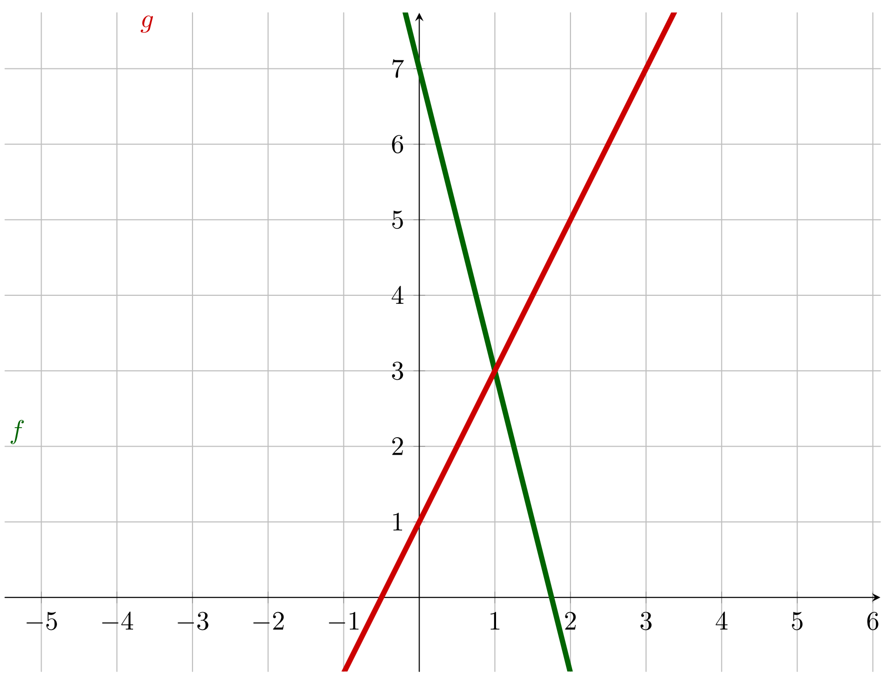


Figure 1: La recta verde tiene ecuación $y = -4x + 7$ y la roja, $y = 2x + 1$.

2. Ejercicio 2

   (a) La función cuadrática está dada en su forma canónica $f(x) = -2(x-1)^2 + y_v$. Se puede calcular el parámetro y_v, que corresponde a la coordenada y del vértice, a partir de la condición $f(0) = 6$

que es equivalente a que la función cuadrática corte al eje y en $y = 6$.

$$\begin{aligned} f(0) &= -2(0-1)^2 + y_v = 6 && (4) \\ y_v &= 8 && (5) \end{aligned}$$

La función cuadratica es $f(x) = -2(x-1)^2 + 8$

(b) La gráfica de la función cuadrática es

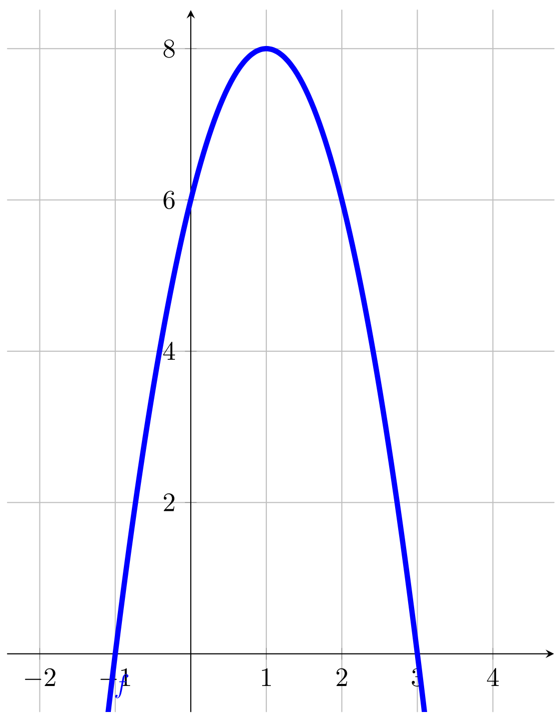


Figure 2: Gráfica de la función $f(x) = -2(x-1)^2 + 8$

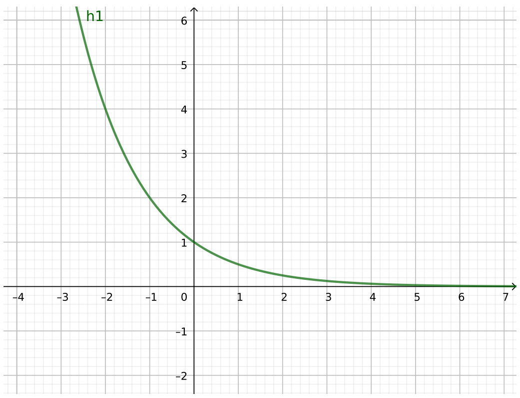
3. (a) $f(x) = 2^x$,

    (i) $h_1(x) = f(-x) = 2^{-x}$

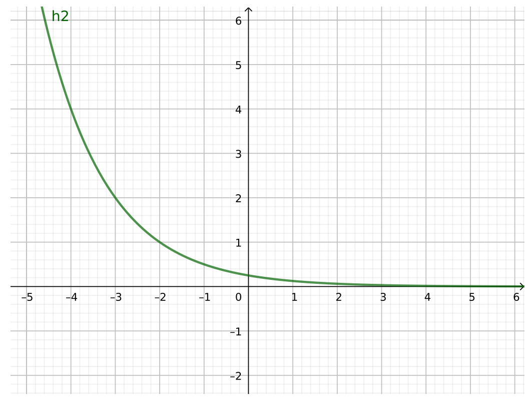
    (ii) $h_2(x) = f(-x-2) = f(-(x+2)) = 2^{-(x+2)}$

    (iii) $h_3(x) = f(-x-2) - 1 = 2^{-(x+2)} - 1$

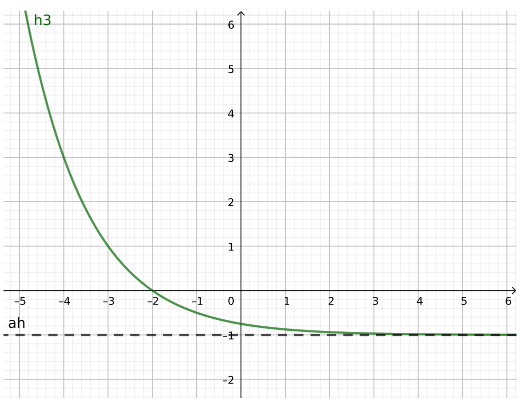
   (b) Los gráficos de detallan en la figura 3.



(i)



(ii)



(iii)

Figure 3: (i) corresponde a la gráfica de h_1,(ii) corresponde a la gráfica de h_2 y (iii) corresponde a la gráfica de h_3.

4. Ejercicio 4

   Para que la función sea continua en $x = 3$ debemos calcular el límite lateral por izquierda L_-, el límite lateral por derecha L_+ y la función en el punto $f(3)$ y verificar si estos valores coinciden.

   La función es continua si o solo si $L_- = L_+ = f(0)$.

   A continuación se calculan los límites correspondientes.

$$L_+ = \lim_{x \to 3^+} 2 + kx = 2 + k3 \tag{6}$$

$$L_- = \lim_{x \to 3^-} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \to 3^-} \frac{(x+3)(x-3)}{x - 3} = \lim_{x \to 3^-} (x + 3) = 6 \tag{7}$$

$$f(3) = 2 + k3 \tag{8}$$

   En el límite lateral L_- hay una indeterminación $\frac{0}{0}$ que se resuelve factorizando y luego cancelando $(x - 3)$ que tiende a cero en el numerador y denominador.

   La función va a ser continua si y solo si

$$2 + 3k = 6 \tag{9}$$

   . y despejando se obtiene como solución $k = \frac{4}{3}$.

   Respuesta: $k = \frac{4}{3}$

5. Ejercicio 5

   (a)

$$\mathrm{Dom}(f(x)) = \mathbb{R} - \{1, 4\} \tag{10}$$

$$\lim_{x \to 4^+} f(x) = +\infty \tag{11}$$

$$\lim_{x \to 4^-} f(x) = -\infty \tag{12}$$

   (b)

$$\mathrm{Im}(f(x)) = \mathbb{R} \tag{13}$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 4 \tag{14}$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \frac{6}{5} \tag{15}$$