

## Unidad II

### Función exponencial y logaritmo

#### Objetivos

Calcular ejercicios para luego modelizar problemas concretos mediante el uso de dichas funciones

#### Conceptos teóricos requeridos para cumplir los objetivos:

**Función exponencial:** Definición y propiedades. Gráfica. Comportamiento en el infinito.

**Función logaritmo:** Definición y propiedades-Gráfica- Comportamiento en el infinito y en un punto.

#### Ejercicio 1

Completar las siguientes tablas y hacer un gráfico aproximado de cada función:

i)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x) = 5^x$	0,0016					5			625

ii)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x) = 5^{x-2}$				0,008			1		25

iii)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x) = -5^{x-2}$				-0,008			-1	-5	

iv)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x) = -5^{x-2} + 3$	-2,9999						2		-22

**Ejercicio 2**

Hallar dominio, graficar las siguientes funciones y dar su imagen:

2.1  $g(x) = e^x + 4$

2.2  $h(x) = e^{x-2}$

2.3  $g(u) = e^{u+1} + 5$

2.4  $s(r) = -4 - e^{-r}$

2.5  $g(x) = 1 + 2 \cdot e^x$

2.6  $f(t) = 1 + e^{-t}$

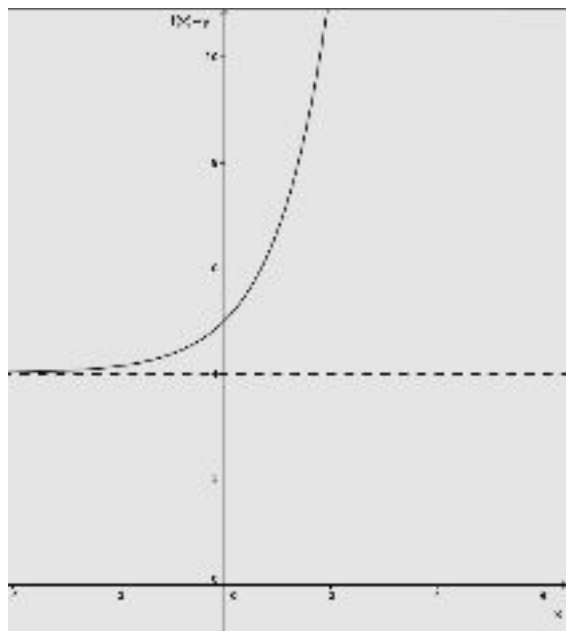
**Ejercicio 3**

Para cada gráfico conteste las siguientes preguntas:

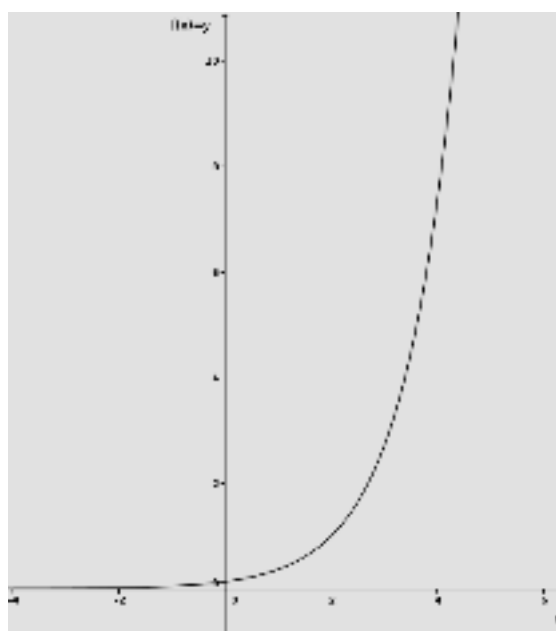
3.1) ¿A qué valor se acerca la variable “ $f(x) = y$ ” cuando la variable  $x$  se acerca a  $+\infty$ ?

3.2) ¿A qué valor se acerca la variable “ $f(x) = y$ ” cuando la variable  $x$  se acerca a  $-\infty$ ?

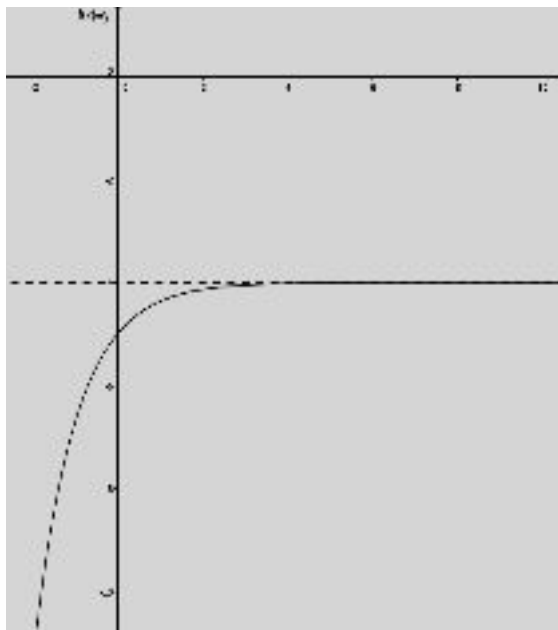
i)



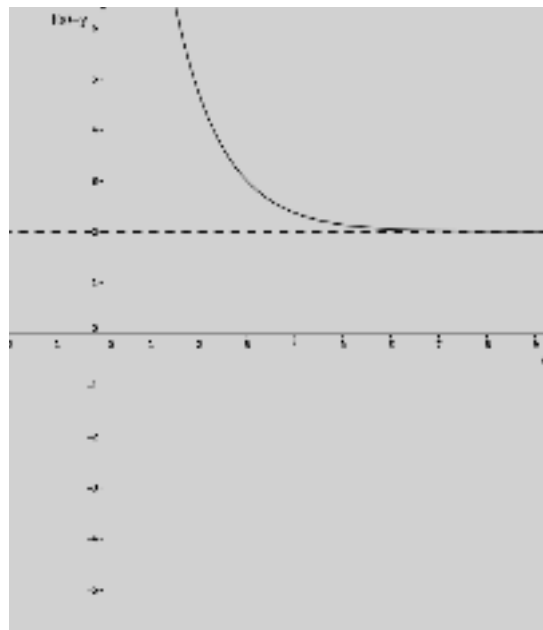
ii)



iii)



iv)

**Ejercicio 4**

Completar las siguientes tablas con valores aproximados de ser necesario y hacer un gráfico aproximado de cada función:

i)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$f(x) = \ln(x)$	#			#	#	0				1,6	

Aclaración: El símbolo “#” significa “no existe”.

ii)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$f(x) = -\ln(x)$	#			#	#	0				-1,6	

iii)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$f(x) = \ln(-x)$				0			#			#	#

iv)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$f(x) = \ln(x+2)$	#	#		0	0,69						

**Ejercicio 5**

Hallar dominio, graficar las siguientes funciones y dar su imagen:

5.1  $g(x) = \ln(-x + 3)$

5.2  $h(u) = \ln(3 - u)$

5.3  $g(u) = \ln(u) + 5$

5.4  $s(r) = \ln(r + 4) - 2$

5.5  $g(x) = -\ln(-x - 1)$

5.6  $f(t) = -\ln(-t - 1) + 1$

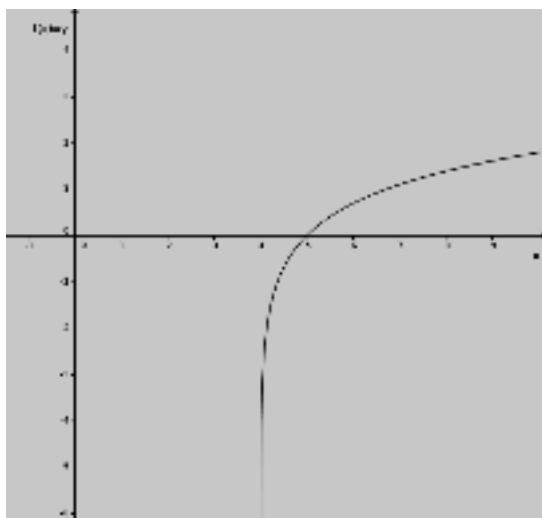
**Ejercicio 6**

Para cada gráfico conteste las siguientes preguntas:

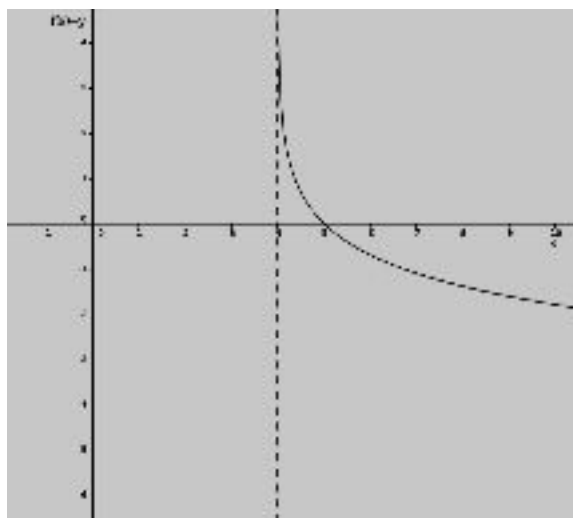
6.1 A qué valor se acerca  $f(x)=y$  cuando  $x$  se acerca por el lado derecho al número 4.

6.2 A qué valor se acerca  $f(x)=y$  cuando  $x$  se acerca a  $+\infty$ .

i)



ii)

**Ejercicio 7**

Hallar el dominio de las siguientes funciones:

7.1  $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+4}\right)$

7.2  $h(u) = \ln\left(\frac{2u-4}{4u+1}\right) + 1$

7.3  $g(t) = \ln(\sqrt{t}) + 5$

7.4  $s(r) = 5 \cdot \ln(\sqrt{r+3}) - 2$

**Ejercicio 8**

Hallar dominio e imagen de cada función dada a continuación y de su función inversa.

8.1  $f(x) = \ln(x) + 2$

8.2  $h(u) = 4 \cdot \ln(3u + 5)$

8.3  $g(t) = \frac{\ln(2t-5)}{-2}$

8.4  $s(r) = \ln\left(\frac{r+2}{r+5}\right)$

8.5  $g(x) = e^x + 4$

8.6  $h(x) = e^{x-2}$

8.7  $g(u) = e^{u+1} + 5$

8.8  $f(t) = 1 + e^{-t}$

8.9  $g(x) = 1 + 2 \cdot e^x$

**Ejercicio 9**

Hallar dominio, ceros, conjunto de positividad y negatividad de:

$$9.1 \ f(x) = \ln(x - 8) \quad 9.2 \ h(x) = 4 \cdot \ln(x^2 - 15) \quad 9.3 \ g(x) = \ln(x^2 - 3)$$

$$9.4 \ s(x) = \ln\left(\frac{x-2}{-x+8}\right) \quad 9.5 \ g(x) = 3 - 2 \cdot e^x \quad 9.6 \ h(x) = xe^x - 2x$$

**Ejercicio 10**

Determinar la función exponencial de la forma  $f(x) = k \cdot r^x$  tal que  $f(0) = 4$  y  $f(4) = 64$ .

**Ejercicio 11(Problema)**

Una muestra de piel, que inicialmente cuenta con 3 millones de células sanas por  $\text{cm}^2$ , es expuesta a los rayos UV durante 2 horas. Luego de dicha exposición solar, la cantidad de células sanas se redujo al 10 % de su valor inicial, según la relación siguiente:

$$N(t) = N_o \cdot e^{kt}$$

donde  $N(t)$  representa la cantidad total de células sanas en la muestra en un determinado tiempo  $t$  medidos en horas, “ $k$ ” la constante de proporcionalidad y  $N_o$  la cantidad inicial de células sanas de la muestra antes de la exposición. Se te pide, usando la relación dada:

- Determinar el valor de la constante “ $k$ ”.
- Determinar en qué momento la cantidad de células sanas será un 50 % del valor inicial.

**Ejercicio 12 (Problema)**

El crecimiento de una colonia de bacterias se puede modelar mediante la siguiente función:  $N(t) = 6 \cdot 10^9 e^{kt}$  donde “ $t$ ” representa el tiempo en horas y  $k$  la tasa de crecimiento. Si en 2 horas después el número de bacterias es de  $18 \cdot 10^{12}$  bacterias/ml se pide:

- Determinar la tasa de crecimiento.
- Calcular en qué momento la población de bacterias llegará a ser 12 veces mayor que la cantidad inicial.

**Ejercicio 13 (Problema)**

Un compuesto líquido es retirado del calentador cuando alcanza los  $100^\circ\text{C}$  y colocado en un recinto que se encuentra a  $15^\circ\text{C}$  de temperatura ambiente. A medida que pasan los minutos la temperatura del compuesto comienza a disminuir y dicha disminución está modelizada por la siguiente expresión:  $T(t) = 15 + 85e^{-0,39t}$ , se pide:

- Hallar la temperatura del compuesto a los 5 minutos de colocado en el recinto.
- ¿En qué momento la temperatura del compuesto habrá alcanzado los  $50^\circ\text{C}$ .

## Integrador

Complete las siguientes afirmaciones:

- 1) La función exponencial es inversa de la función.....
- 2) El dominio de la función exponencial son.....
- 3) La base de cualquier función exponencial es positiva y distinta de .....

**Determine cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuales son falsas. Justifique, en todos los casos, la elección escogida:**

- i) La función  $e^x$  crece más lento que la función  $\ln(x)$ .
- ii) El dominio de la función exponencial coincide con el dominio de su función inversa.
- iii) La imagen de la función logaritmo son todos los reales.

