

文章编号:1004-4213(2011)12-1827-6

# 采用非局部主成分分析的极大似然估计图像去噪

吴锡<sup>1,2</sup>, 周激流<sup>2</sup>, 何建新<sup>1</sup>

(1 成都信息工程大学 电子工程学院, 成都 610225)

(2 四川大学 计算机学院, 成都 610065)

**摘 要:**本文提出一种采用非局部主成分分析的极大似然估计去噪方法. 首先采用非局部主成分分析算法来计算像素邻域间的灰度值和纹理结构相似性, 然后通过极大似然估计方法估计最优复原图像. 本方法使用非局部主成分分析克服现有局部性去噪方法模糊边界等缺陷, 引入极大似然估计方法来改进现有非局部均值的简单加权均值去噪处理, 从而提高对图像细节信息的复原能力. 最后分别使用本文方法、非局部均值和局部极大似然估计三种去噪方法, 在不同噪声大小和不同几何纹理复杂度的图像中进行定性和定量的去噪实验. 结果表明, 本文方法可在保持图像细节和纹理信息的情况下有效去噪, 较之现有方法效果更好.

**关键词:**图像去噪; 非局部均值; 主成分分析; 极大似然估计

中图分类号: TP391

文献标识码: A

doi: 10.3788/gzxb20114012.1827

## 0 引言

图像去噪是图像处理的经典问题之一, 其目的是从噪声图像中恢复不含噪声的原始图像. 最基本的图像去噪, 如高斯滤波和中值滤波<sup>[1]</sup>, 一般利用图像局部邻域信息相似性进行去噪. 由于灰度变化剧烈区域不满足该类去噪假设前提, 该方法无法有效保持边界信息. 各向异性滤波与其各种改进<sup>[2-3]</sup>以及马尔可夫随机场理论<sup>[4]</sup>被引入克服该缺陷, 以求在有效去噪的基础上较好地保持边界和纹理信息. 同时, 极大似然估计从统计学的角度对噪声图像进行复原, 可综合考虑噪声的统计信息等估计复原图像的最优值, 特别适合具有细微结构图像的去噪<sup>[5-6]</sup>. 变换域图像去噪如小波等也是图像去噪的一个重要研究方向<sup>[7]</sup>, 其缺点在于容易产生振铃等虚假信息, 本文主要讨论空域的图像去噪问题.

不同于基于局部邻域信息的去噪方法, 非局部均值去噪使用像素灰度级的相关性信息代替局部去噪使用的像素空间相关性信息, 并根据相关性的进行加权均值滤波<sup>[8-9]</sup>, 对于局部灰度级变化剧烈区域有明显的保持作用. 其基于片的改进使用片相似性代替像素相似性, 在降低计算量的同时增加对图像纹理特征的考虑, 提高去噪质量<sup>[10]</sup>.

本文提出一种采用非局部主成分分析的极大似

然估计图像去噪, 综合使用像素灰度值和纹理信息, 选择具有较高相似性的像素使用极大似然估计方法估计最优复原图像. 该方法有效克服现有极大似然估计以及其他局部性去噪方法模糊边界的缺陷, 同时使用加权极大似然估计方法改进非局部去噪的简单加权平均方法, 提高对于图像细节纹理信息的复原能力. 本文首先介绍了采用非局部主成分分析的极大似然估计图像去噪的基本原理, 然后在不同噪声等级和不同复杂度的图像中分别使用本文方法、非局部均值去噪方法和局部极大似然估计去噪方法进行定性和定量分析.

## 1 采用非局部主成分分析的极大似然估计去噪

噪声图像 $v$ 中的像素 $i$ 可被定义为 $v(i) = u(i) + n(i)$ , 其中 $u$ 为原始图像,  $n$ 为噪声. 令 $S_i$ 为像素 $i$ 的局部邻近区域, 则极大似然估计去噪的基本原理为<sup>[11]</sup>

$$u_{ML}(i) = \arg\{\max_{j \in S_i} \log p(v(j) | v(i))\} \quad (1)$$

式中 $p(v(j) | v(i))$ 为类条件概率密度, 当图像噪声满足均值为 0, 标准差为 $\sigma$ 的高斯分布时, 该概率密度为<sup>[12]</sup>

$$p(v(j) | v(i)) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{|v(j) - v(i)|^2}{4\sigma^2}\right) \quad (2)$$

基金项目: 国家自然科学基金(No. 41075010)和四川省教育厅重点项目(No. 09ZZ004, No. 10ZA130)资助

第一作者: 吴锡(1980—), 男, 讲师, 博士研究生, 主要研究方向为图像处理与智能计算. Email: wuxi@scu.edu.cn

导 师: 周激流(1963—), 男, 教授, 主要研究方向为模式识别与智能计算. Email: jiliu.zhou@scu.edu.cn

收稿日期: 2011-07-01; 修回日期: 2011-09-13

在实际应用中,由于经常无法获得  $S_1$  中的所有像素信息,因此一般选择局部区域内的部分像素进行计算<sup>[13]</sup>. 尽管局部极大似然估计较之其他局部去噪方法,如均值滤波等可以获得更好的细微纹理保持效果,但其去噪原理仍基于该局部邻域内像素灰度级的高相似性,因而仍无法摆脱局部性图像去噪模糊边界的缺陷. 基于此,本文引用非局部均值去噪的思想,使用非局部主成分分析获得的像素灰度及纹理相似性,取代现有局部极大似然估计去噪使用的几何距离相似性作为估计像素的选择准则,以求在有效去噪条件下更好地保持图像的边界和细微纹理信息.

采用非局部主成分分析的极大似然估计去噪可由式(1)改写得

$$u_{\text{NL-ML}}(i) = \arg\{\max_j \sum_i w_{ij} \log p(v(j)|v(i))\} \quad (3)$$

式中  $w_{ij}$  为相应非局部区域像素的权值.

令  $S_2$  为搜索窗口,  $y(j)$  是搜索窗口中像素  $j$  的灰度级,则非局部均值去噪的基本原理为<sup>[8]</sup>

$$u_{\text{NL}}(i) = \sum_{j \in S_2} \frac{1}{Z(i)} e^{-\|v(i)-y(j)\|^2/h^2} v(j) \quad (4)$$

$$Z(i) = \sum_{j \in S_2} e^{-\|v(i)-y(j)\|^2/h^2} \quad (5)$$

式中,  $Z(i)$  为归一化项,  $h$  控制平滑程度. 标准非局部均值去噪的搜索窗口一般与图像大小相同,但在实际应用中,一般根据具体应用选择合适窗口大小以降低计算量<sup>[8]</sup>. 非局部均值使用不同像素间的灰度相似性作为衡量距离取代局部性去噪方法的几何距离,可以有效地克服局部去噪方法模糊图像边界的缺陷.

非局部主成分分析将式(4)中像素相似性距离的计算  $\|v(i)-y(j)\|^2$  使用主成分分析的方法映射到低维子空间中,然后在低维子空间中计算像素非局部相似性<sup>[10]</sup>. 该方法不仅可以有效降低计算量,并利用子空间对噪声的鲁棒性提高相似性估计的准确度.

令  $\Omega$  代表图像中像素的所有集合,  $\Phi$  为  $\Omega$  中的任一子集,则  $y(i)$  的协方差矩阵为

$$C_y = \frac{1}{|\Phi|} \sum_{i \in \Phi} (y(i) - \bar{y})(y(i) - \bar{y})^T \quad (6)$$

式中  $\bar{y} = 1/|\Phi| \sum_{i \in \Phi} y(i)$  为均值,  $|\Phi|$  是集合  $\Phi$  中的像素数量,使用较小  $\Phi \subseteq \Omega$  既可有效估计该协方差矩阵继而减少计算量.  $r \times r$  邻域向量的维数是  $r^2$ ,令  $M = r^2$ ,则  $C_y$  为一  $M \times M$  矩阵. 令  $\{b_p; p=1:M\}$  为  $C_y$  的特征值,则  $d$  维主成分分析的子空间可由其映射获得

$$y_d(i) = \sum_{p=1}^d \langle y(i), b_p \rangle b_p \quad (7)$$

式中  $\langle y(i), b_p \rangle$  为两向量的内积. 令  $f_d(i) = [\langle y(i), b_1 \rangle \cdots \langle y(i), b_p \rangle]^T$  为映射参量的  $d$  维向量,由正交性可得

$$\|v_d(i) - y_d(j)\|^2 = \|f_d(i) - f_d(j)\|^2 \quad (8)$$

则非局部主成分均值去噪的相似性权值及其归一化项分别为

$$w_{ij} = \frac{1}{Z(i)} e^{-\|f_d(i) - f_d(j)\|^2/h^2} \quad (9)$$

$$Z(i) = \sum_{j \in S} e^{-\|f_d(i) - f_d(j)\|^2/h^2} \quad (10)$$

最后将式(9)和(10)非局部主成分分析获得的局部像素新权值代替式(3)的局部像素权值,以获得最优复原值.

## 2 仿真与实验结果

为验证和比较本文算法的有效性,分别使用本文算法、非局部均值去噪算法<sup>[10]</sup> (Principal Neighborhood Dictionary Non-Local Mean, PND-NLM) 和局部极大似然估计算法<sup>[6]</sup> (Local Maximum Likelihood Estimation, LMLE) 在四副  $512 \times 512$  的 8 bit 图像中 (Lena、Cameraman、Peppers 和 House) 进行不同噪声等级和不同几何纹理复杂度情况下的去噪比较,其中本文算法和非局部均值去噪算法的搜索窗口和相似性比较窗口设定同文献<sup>[10]</sup>的最优值 (分别为  $21 \times 21$  和  $7 \times 7$ ),其他参量设定同文献<sup>[8]</sup>,局部极大似然估计去噪参量设定同文献<sup>[6]</sup>. 去噪结果除定性的视觉比较之外,分别使用图像峰值信噪比 (Peak Signal Noise Ratio, PSNR) 和平均结构相似度 (Mean Structure Similarity, MSSIM)<sup>[14]</sup> 进行定量分析.

在 Lena 图像中,加入噪声标准差为 10、30 和 50 高斯噪声,并分别使用本文算法、非局部均值去噪算法和局部极大似然估计算法进行去噪,去噪结果如图 1,对上述结果分别计算 PSNR 和 MSSIM,计算结果如图 2.

由图 1 可知,图 1(a)、(e)和(i)分别为加入标准差为 10、30、50 高斯噪声后的图像,其余依次为使用本文算法、非局部均值算法和局部极大似然估计算法的去噪结果. 当信噪比较高时,如图 1(b)~(d),三种方法均能取得较好的复原去噪效果;随着信噪比逐渐降低,如图 1(f)~(h)和图 1(j)~(l),无论是在背景中灰度变化较缓慢区域还是图像细节较复杂区域(如头发及旁边装饰物),本文算法较之其他两种算法均能取得更好去噪效果. 仔细观察可知,无论信噪比高低,三种方法在局部边界较明显区域(如帽子边沿)对于边界保持均有较好效果. 但是在图像细节较复杂区域,局部极大似然估计算法结果较不理



图1 不同噪声等级本文算法、非局部均值算法和局部极大似然估计算法去噪结果

Fig. 1 Denoised results using the proposed algorithm, PND-NLM and LMLE with different noise levels

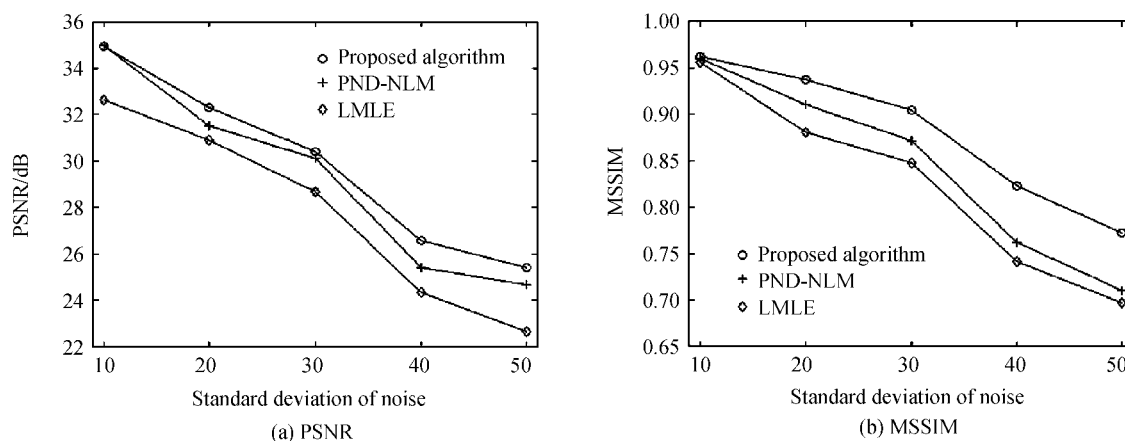


图2 不同噪声等级本文算法、非局部均值算法和局部极大似然估计算法去噪结果 PSNR 和 MSSIM 比较

Fig. 2 PSNR and MSSIM of the denoised results using proposed algorithm, PND-NLM and LMLE with different noise levels

想,出现较明显模糊.比较本文算法和非局部均值算法这两种非局部去噪算法结果可知,非局部均值使用简单加权算术平均获得的结果弱于非局部极大似然估计的最优统计获得的结果,特别是本文算法引入非局部主成分分析进一步提高统计的准确性,取得最好的去噪结果,如图1(b)、(f)和(j).

图2(a)和(b)的横坐标为加入的高斯噪声标准差,纵坐标分别为 PSNR 和 MSSIM.由图可知,本文算法在不同噪声等级下的去噪结果较之其他两种算法去噪结果均可取得较好的 PSNR 和 MSSIM 值.特别是在噪声较大情况下,如噪声标准差为 40 和 50 时,本文方法去噪图像的 MSSIM 较之非局部

均值和局部极大似然估计明显较高,达到将近 0.8 的水平,而其他两种方法仅为 0.7 左右,说明本文方法不仅可以有效去噪,对于图像细节信息和边沿结构有更好的保持和复原能力。

对 Coin、House、Cameraman 和 Lena 四副几何

纹理复杂度不同的图像加入标准差为 50 的高斯噪声,分别使用本文算法、非局部均值去噪算法和局部极大似然估计算法进行去噪,去噪结果如图 3,对上述结果分别计算 PSNR 和 MSSIM,计算结果如表 1 和表 2。

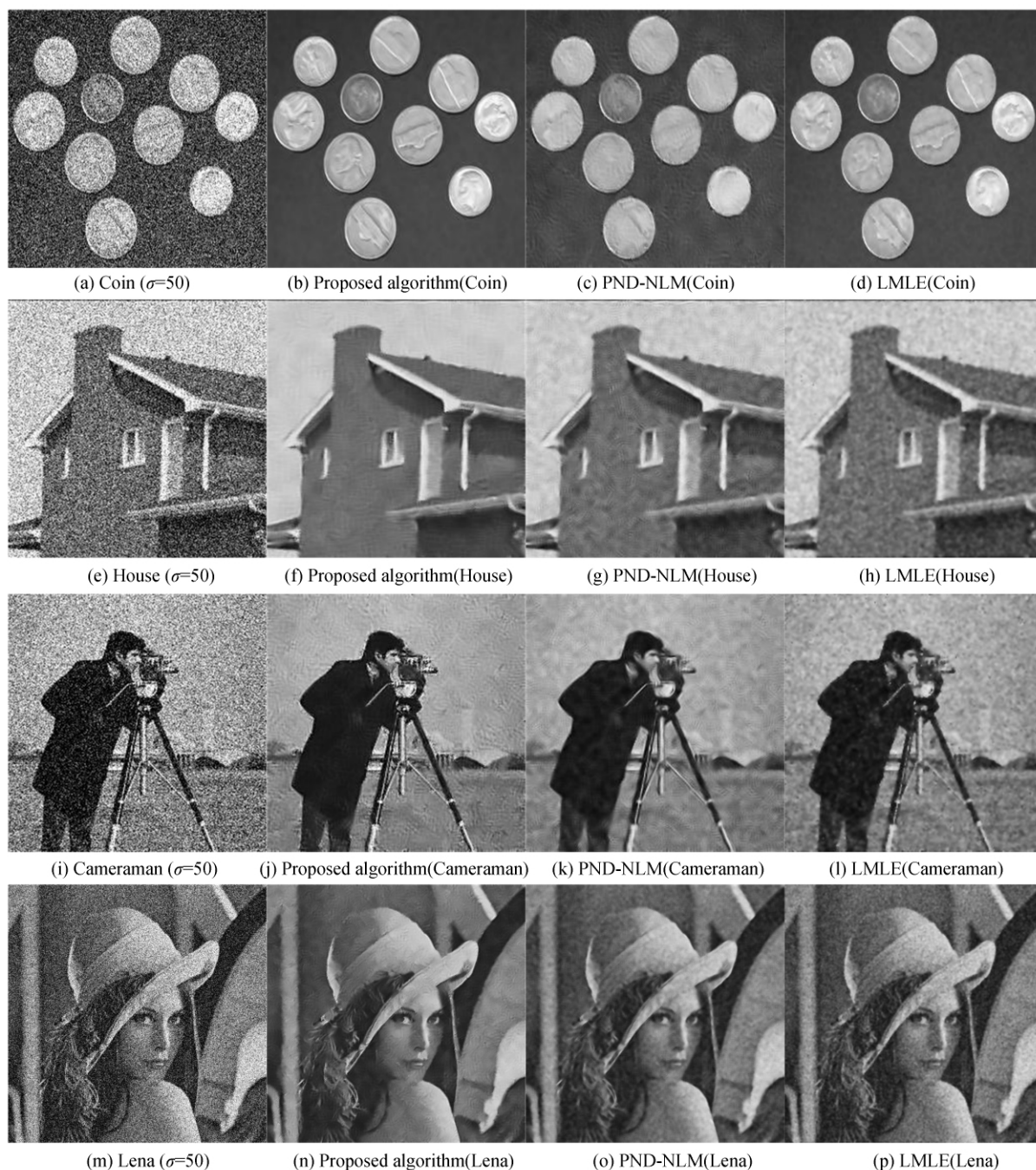


图 3 不同几何复杂度图像本文算法、非局部均值算法和局部极大似然估计算法去噪结果

Fig. 3 Denoised result using the proposed algorithm, PND-NLM and LMLE in images with different geometric complexity

图 3 为上述四副图像的去噪结果,其中图 3(a)~(d)和图 3(e)~(h)分别为复杂度较低的 Coin 和 House 图像,图 3(i)~(l)和图 3(m)~(p)分别为复杂度较高的 Cameraman 和 Lena 图像。图 3(a)、(e)、(i)和(m)分别为加入标准差为 50 的高斯噪声的四幅图像,其余依次为上述三种方法的去噪结果。

当复杂度较低的时候,如图 3(a)~(h),三种方法在较高噪声水平下仍能取得较好的去噪效果,边沿均较明显而准确。但是,当几何复杂度较高时,如图 3(i)~(p),本文方法由于同时兼顾非局部灰度纹理相似性和极大似然最优估计,去噪效果较为明显,在细节较多,结构较复杂区域,比如 Cameraman 的照

表 1 不同复杂度图像本文算法、非局部均值算法  
和局部极大似然估计算法去噪结果 PSNR 比较

Table 1 PSNR of the denoised result using the proposed  
algorithm, PND-NLM and LMLE in images with  
different geometric complexity

	Coin	House	Cameraman	Lena
Noised image	14.76	14.77	14.71	14.46
Proposed algorithm	26.83	26.56	24.38	25.49
PND-NLM	25.38	25.45	23.25	24.68
LMLE	25.63	25.36	23.02	22.63

表 2 不同复杂度图像本文算法、非局部均值算法  
和局部极大似然估计算法去噪结果 MSSIM 比较

Table 2 MSSIM of the denoised result using the proposed  
algorithm, PND-NLM and LMLE in images with  
different geometric complexity

	Coin	House	Cameraman	Lena
Noised image	0.143	0.145	0.189	0.383
Proposed algorithm	0.652	0.711	0.638	0.772
PND-NLM	0.586	0.592	0.535	0.710
LMLE	0.564	0.653	0.498	0.697

相机和 Lena 的头发及其旁边装饰,本文方法较之  
其他两种方法仍能获得较为清晰准确的复原结果.

由表 1 和表 2 可知,在不同纹理与几何复杂度  
图像中,本文方法去噪获结果无论 PSNR 还是  
MSSIM 均优于非局部均值和局部极大似然估计.  
当图像复杂度较低时(如图 Coin 和 House),三种方  
法的复原效果较为接近,但是当图像复杂度较高时  
(如图 Cameraman 和 Lena),本文方法的复原效果  
更为明显,如本文方法在 Cameraman 和 Lena 的复原  
图像 PSNR 较之局部极大似然估计提高了将近 2,而  
MSSIM 较之其余两种方法平均提高了将近 0.1.

3 结论

本文使用非局部主成分分析获取与待复原像素  
的灰度级和纹理信息具有最大相似性的像素集,并  
根据这些像素使用极大似然估计方法进行复原去  
噪.该方法将非局部主成分分析获取的灰度纹理相  
似性与保持灰度边界的优点,和极大似然估计恢复  
细微图像结构的特点有效融合.在不同噪音等级和  
不同几何复杂度的图像中,分别与非局部均值去噪  
和局部极大似然估计去噪进行定性和定量分析,实

验结果说明本文方法较之上述方法在有效保持边界  
和复原原细微结构的情况下具有更好的去噪能力.

参考文献

[1] KATKOVNIK V, FOI A, EGIAZARIAN K, *et al.* From  
local Kernel to nonlocal multiple-model image denoising[J].  
*International Journal of Computer Vision*, 2010, **86**(1): 1-  
32.

[2] PERONA P, MALIK J. Scale-space and edge detection using  
anisotropic diffusion [J]. *IEEE Transaction on Pattern  
Analysis and Machines Intelligence*, 1990, **12**(7): 629-639.

[3] TSCHUMPERLE D. Fast anisotropic smoothing of multi-  
valued images using curvature-preserving PDE' s [J].  
*International Journal of Computer Vision*, 2006, **68**(1): 65-  
82.

[4] AWATE S P, WHITAKER R T. Feature-preserving MRI  
denoising using a nonparametric, empirical-Bayes approach  
[J]. *IEEE Transaction on Medical Imaging*, 2007, **26**(9):  
1242-1255.

[5] SIJBERS J, DEKKER A J. Maximum likelihood estimation of  
signal amplitude and noise variance from MR data [J].  
*Magnetic Resonance of Medicine*, 2004, **51**(3): 586-594.

[6] RAJAN J, JEURISSEN B, VERHOYE M, *et al.* Maximum  
likelihood estimation based denoising of magnetic resonance  
images using restricted local neighborhoods[J]. *Physics in  
Medicine and Biology*, 2011, **56**: 5221-5234.

[7] PORTILLA J, STRELA V, WAINWRIGHT M, *et al.* Image  
denoising using scale mixtures of Gaussians in the wavelet  
domain[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2003,  
**12**(11): 1338-1351.

[8] BUADES A, COLL B, MOREL J M. A review of image  
denoising algorithms, with a new one[J]. *Multiscale Model  
Simulation*, 2005, **4**(2): 490-530.

[9] BUADES A, COLL B, MOREL J M. The staircasing effect in  
neighborhood filters and its solution[J]. *IEEE Transactions  
on Image Processing*, 2006, **15**(6): 1499-1505.

[10] TOLGA T. Principle neighborhood dictionaries for nonlocal  
mean image denoising [J]. *IEEE Transactions on Image  
Processing*, 2009, **18**(12): 1338-1351.

[11] DUDA R, HART P, STORK D. 模式分类[M]. 李宏东, 姚  
天翔, 译. 2 版. 北京:机械工业出版社, 2004: 68-72.

[12] DELEDALLE C A, DENIS L, TUPIN F. Iterative weighted  
maximum likelihood denoising with probabilistic patch-based  
weights[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2009,  
**18**(12): 1-12.

[13] POLZEHL J, SPOKOINY V. Propagation-separation  
approach for local likelihood estimation [J]. *Probability  
Theory and Related Fields*, 2006, **135**(3): 335-362.

[14] WANG Z, BOVIK A C, SHEIKH H R, *et al.* Image quality  
assessment: from error visibility to structural similarity[J].  
*IEEE Transactions on Image Processing*, 2004, **13**(4): 600-  
612.

## Maximum Likelihood Estimation Image Denoising Using Non-local Principle Component Analysis

WU Xi<sup>1,2</sup>, ZHOU Ji-liu<sup>2</sup>, HE Jian-xin<sup>1</sup>

(1 *Department of Electronic Engineering, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China*)

(2 *College of Computer Science, Sichuan University, Chengdu 610065, China*)

**Abstract:** A maximum likelihood estimation image denoising method is proposed using the non-local principle component analysis. Pixels with high similarity in both the gray level and the texture information are selected, and used to implement the maximum likelihood estimation. This kind of optimal restored method can overcome the drawback of the local image denoising method such as blurring edge, and improve the accuracy for restoring detail information in image using maximum likelihood estimation. Experiments using the proposed method, principal neighborhood dictionary non-local mean method and local maximum likelihood estimation method are implemented in images with different noise standard and different geometric complexity, and the performance of aboving three denoising methods are compared quantitatively and qualitatively. The results demonstrate that the proposed method can remove the noise effectively and preserve detail imformation of images compared with the currently used methods.

**Key words:** Image denoising; Non-local; Principle component analysis; Maximum likelihood estimation