

ELEKTRONIKA PRO INFORMAČNÍ TECHNOLOGIE

SEMESTRÁLNÍ PROJEKT



David Kocman

xkocma08

20. 12. 2020

Obsah:

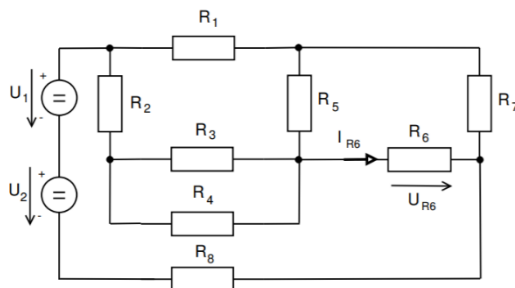
Příklad 1.: Metoda postupného zjednodušování obvodu.....	2
Příklad 2.: Théveninův teorém	6
Příklad 3.: Uzlová napětí.....	8
Příklad 4.: Komplexní čísla a smyčkové proudy	11
Shrnutí výsledků.....	14

Příklad 1.: Metoda postupného zjednodušování obvodu

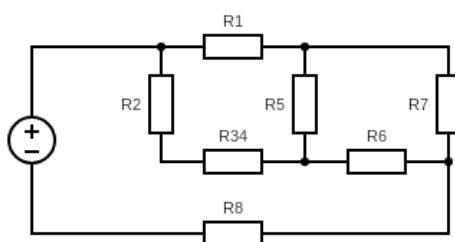
Stanovte napětí U_{R6} a proud I_{R6} .

Sk.	$U_1[V]$	$U_2[V]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$	$R_6[\Omega]$	$R_7[\Omega]$	$R_8[\Omega]$
B	95	115	650	730	340	330	410	830	340	220

Máme obvod:



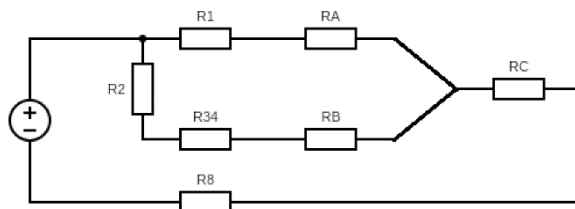
Krok 1.: Zjednodušíme sériově zapojené zdroje U_1 a U_2 a paralelně zapojené rezistory R_3 a R_4 .



$$U_{12} = U_1 + U_2 = 95 + 115 = 210 \text{ V}$$

$$R_{34} = \frac{R_3 \times R_4}{R_3 + R_4} = \frac{340 \times 330}{340 + 330} = 167,4627 \Omega$$

Krok 2.: Převod na trojúhelník -> hvězda

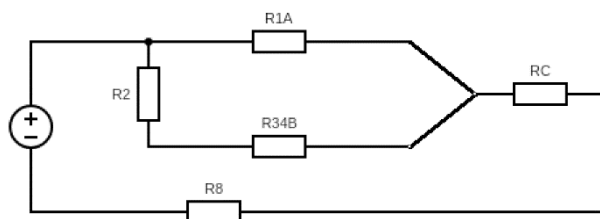


$$R_A = \frac{R_7 \times R_5}{R_7 + R_6 + R_5} = \frac{340 \times 410}{340 + 830 + 410} = 88,2278 \Omega$$

$$R_B = \frac{R_6 \times R_5}{R_7 + R_6 + R_5} = \frac{830 \times 410}{340 + 830 + 410} = 215,3797 \, \Omega$$

$$R_C = \frac{R_6 \times R_7}{R_7 + R_6 + R_5} = \frac{830 \times 340}{340 + 830 + 410} = 178,6076 \, \Omega$$

Krok 3.: Sériově sečteme odpory rezistorů $R_1 + R_A$ a $R_{34} + R_B$



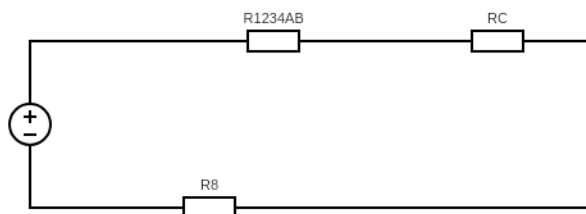
$$R_{1A} = R_1 + R_A = 650 + 88,2278 = 738,2278 \, \Omega$$

$$R_{34B} = R_{34} + R_B = 167,4627 + 215,3797 = 382,8424 \, \Omega$$

Dále sečteme sériově rezistory R_{34B} a R_2

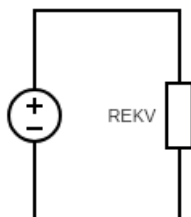
$$R_{234B} = R_{34B} + R_2 = 382,8424 + 730 = 1112,8424 \, \Omega$$

Krok 4.: Paralelně sečteme odpory R_{234B} a R_{1A}



$$R_{1234AB} = \frac{R_{234B} \times R_{1A}}{R_{234B} + R_{1A}} = \frac{1112,8424 \times 738,2278}{1112,8424 + 738,2278} = 443,8142 \, \Omega$$

Krok 5.: Sériově sečteme zbývající odpory a vznikne nám R_{EKV} , díky kterému můžeme vypočítat celkový proud I



$$R_{EKV} = R_{1234AB} + R_C + R_8 = 443,8142 + 178,6076 + 220 = 842,4218 \, \Omega$$

$$I = \frac{U_{12}}{R_{EKV}} = \frac{210}{842,4218} = 0,2493 \text{ A}$$

Krok 6.: K výpočtu napětí U_{R6} a proudu I_{R6} musíme obvod znovu „poskládat“. Začneme výpočtem napětí U_{R8} , U_{RC} a $U_{R1234AB}$.

$$U_{R8} = I \times R_8 = 0,2493 \times 220 = 54,846 \text{ V}$$

$$U_{R1234AB} = I \times R_{1234AB} = 0,2493 \times 443,8142 = 110,6429 \text{ V}$$

$$U_{RC} = I \times R_C = 0,2493 \times 178,6076 = 44,5269 \text{ V}$$

Zkouška:

$$U = U_{R8} + U_{R1234AB} + U_{RC}$$

$$210 = 54,846 + 110,6429 + 44,5269$$

$$210 \text{ V} \approx 210,0158 \text{ V}$$

Dále si vypočítáme proud, který se větví do odporů R_{1A} a R_{234B} .

$$I_{R1A} = \frac{U_{R1234AB}}{R_{1A}} = \frac{110,6429}{738,2278} = 0,1499 \text{ A}$$

$$I_{R234B} = \frac{U_{R1234AB}}{R_{234B}} = \frac{110,6429}{1112,8424} = 0,0994 \text{ A}$$

Zkouška:

$$I = I_{R1A} + I_{R234B}$$

$$0,2493 = 0,1499 + 0,0994$$

$$0,2493 = 0,2493$$

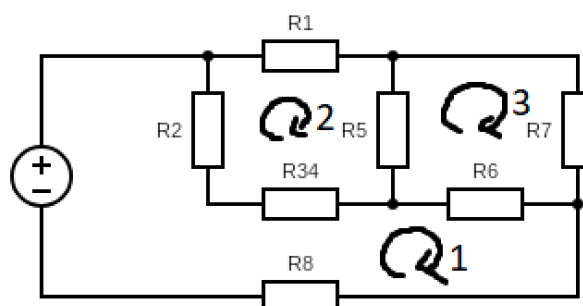
Vzhledem k vypočítaným proudům můžeme spočítat napětí U_{R1} , U_{R2} , U_{R34} .

$$U_{R1} = I_{R1A} \times R_1 = 0,1499 \times 650 = 97,435 \text{ V}$$

$$U_{R2} = I_{R234B} \times R_2 = 0,0994 \times 730 = 72,562 \text{ V}$$

$$U_{R34} = I_{R234B} \times R_{34} = 0,0994 \times 167,4627 = 16,6458 \text{ V}$$

Nyní pomocí 2. Kirchhoffova zákona si můžeme spočítat zbylá napětí.



$$1. U_{R1} + U_{R8} + U_{R7} - U_{12} = 0$$

$$U_{R1} + U_{R8} - U_{12} = -U_{R7}$$

$$97,435 + 54,846 - 210 = -U_{R7}$$

$$-57,719 = -U_{R7}$$

$$U_{R7} = 57,719 \text{ V}$$

Zkouška:

$$97,435 + 54,846 + 57,719 - 210 = 0$$

$$0 = 0$$

$$2. U_{R1} - U_{R34} - U_{R2} + U_{R5} = 0$$

$$U_{R5} = -U_{R1} + U_{R34} + U_{R2}$$

$$U_{R5} = -97,435 + 16,6458 + 72,562$$

$$U_{R5} = -8,2272 \text{ V}$$

Zkouška:

$$97,435 - 16,6450 - 72,562 - 8,2272 = 0$$

$$0,0008 \approx 0$$

$$3. -U_{R5} + U_{R7} - U_{R6} = 0$$

$$-U_{R6} = U_{R5} - U_{R7}$$

$$-U_{R6} = -8,2272 - 57,719$$

$$\mathbf{U_{R6} = 65,9462 \text{ V}}$$

Zkouška:

$$8,2272 + 57,719 - 65,9462 = 0$$

$$0 = 0$$

Z vypočítaného napětí UR6 vypočítáme hledaný proud IR6

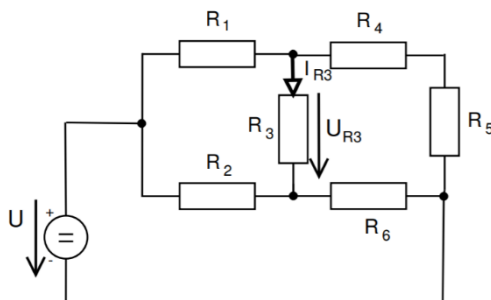
$$I_{R6} = \frac{U_{R6}}{R_6} = \frac{65,9463}{830} = \mathbf{0,0785 \text{ A}}$$

Příklad 2.: Théveninův teorém

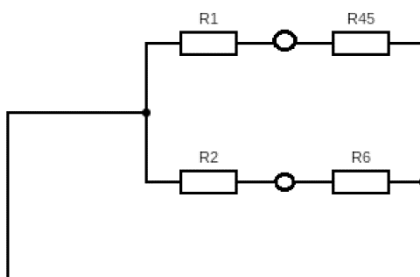
Stanovte napětí U_{R3} a proud I_{R3} .

Sk.	U[V]	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$	$R_6[\Omega]$
H	220	190	360	580	205	560	180

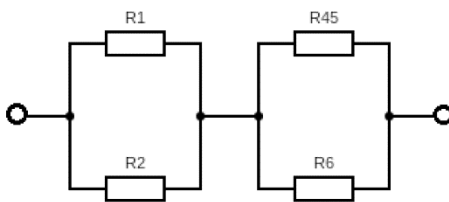
Máme obvod:



Krok 1.: Odstraníme zátěž R_3 , zkratujeme zdroj a vypočítáme vnitřní odpor R_i . Sériově sečteme odpory R_4 a R_5 .

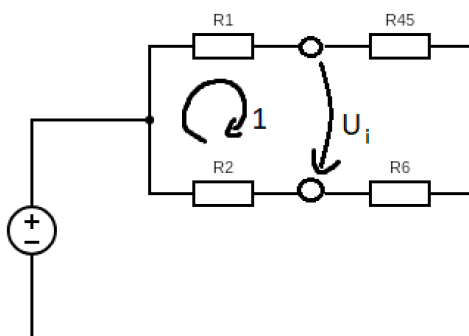


$$R_{45} = R_4 + R_5 = 205 + 560 = 765 \, \Omega$$



$$R_i = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_{45} \times R_6}{R_{45} + R_6} = \frac{190 \times 360}{190 + 360} + \frac{765 \times 180}{765 + 180} = 270,0779 \, \Omega$$

Krok 2.: Pomocí 2. Kirchhoffova zákona a napětového děliče vypočítáme hodnotu vnitřního napětí U_i



$$U_{R1} - U_{R2} + U_i = 0$$

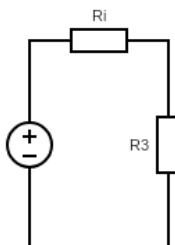
$$U_i = -U_{R1} + U_{R2}$$

$$U_i = -\left(U \times \frac{R_1}{R_1 + R_{45}}\right) + U \times \frac{R_2}{R_2 + R_6}$$

$$U_i = -\left(220 \times \frac{190}{190 + 765}\right) + 220 \times \frac{360}{360 + 180}$$

$$U_i = 102,8974 \text{ V}$$

Krok 3.: Pomocí U_i vypočítáme napětí U_{R3} a proud I_{R3} .



$$I_{R3} = \frac{U_i}{R_i + R_3} = \frac{102,8974}{270,0779 + 580} = 0,121 \text{ A}$$

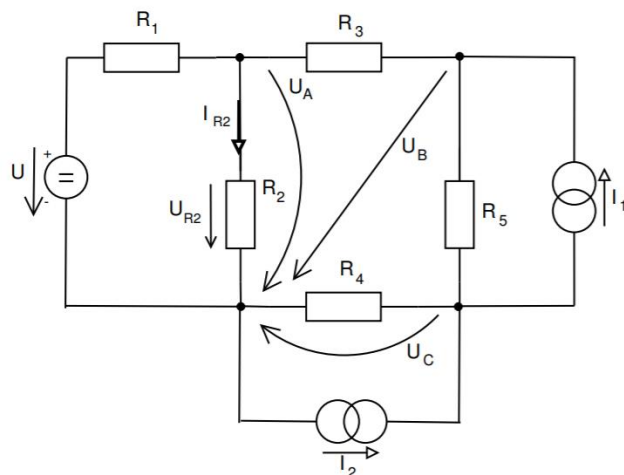
$$U_{R3} = R_3 \times I_{R3} = 580 \times 0,121 = 70,18 \text{ V}$$

Příklad 3.: Uzlová napětí

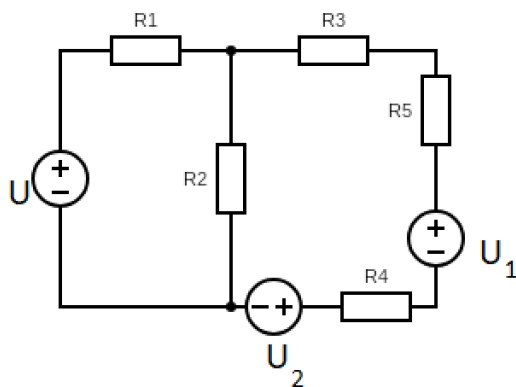
Stanovte napětí U_{R2} a proud I_{R2} .

Sk	U[V]	I_1 [A]	I_2 [A]	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$
F	145	0,75	0,85	48	44	53	36	25

Máme obvod:



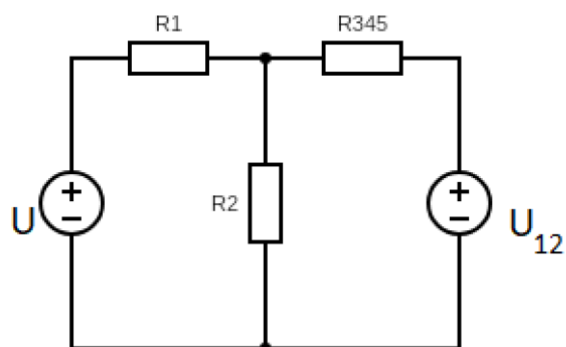
Krok 1.: Proudová napětí I_1 a I_2 přeměníme na napěťová U_1 a U_2



$$U_1 = R_5 \times I_1 = 25 \times 0,75 = 18,75 \text{ V}$$

$$U_2 = R_4 \times I_2 = 36 \times 0,85 = 30,6 \text{ V}$$

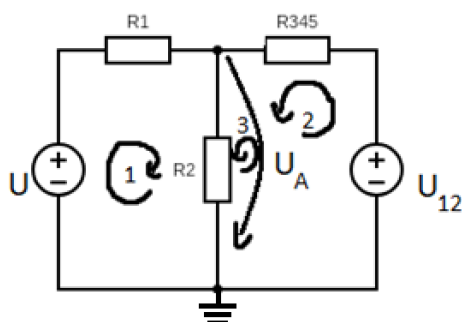
Krok 2.: Zjednodušení obvodu: Sériové sečtení zdrojových napětí U_1 a U_2 a odporů R_3 , R_4 , R_5 .



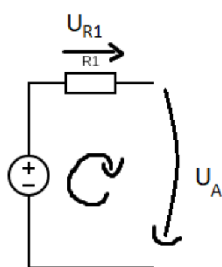
$$R_{345} = R_3 + R_4 + R_5 = 53 + 36 + 25 = 114 \, \Omega$$

$$U_{12} = U_1 + U_2 = 18,75 + 30,6 = 49,35 \, V$$

Krok 3.: Vytvoříme si referenční uzel a pomocí 1. Kirchhoffova zákona zjistíme napětí U_A pomocí proudů I .



1. smyčka:

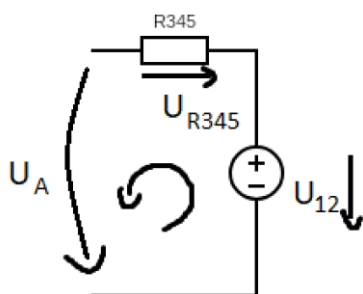


$$U_{R1} + U_A = U$$

$$I_{R1} \times R_1 = U - U_A$$

$$I_{R1} = \frac{U - U_A}{R_1}$$

2. smyčka:

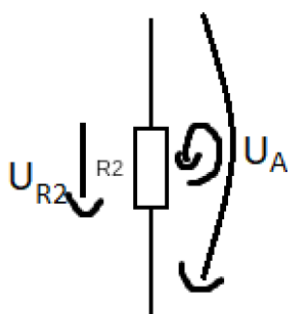


$$-U_{R345} + U_A - U_{12} = 0$$

$$I_{R345} \times R_{345} = U_A - U_{12}$$

$$I_{R345} = \frac{U_A - U_{12}}{R_{345}}$$

3. smyčka:



$$U_{R2} + U_A = 0$$

$$I_{R2} = \frac{U_A}{R_2}$$

Krok 4.: Vyjádřené proudy dosadíme do rovnice:

$$I_{R1} - I_{R345} - I_{R2} = 0$$

$$\frac{U - U_A}{R_1} - \frac{U_A - U_{12}}{R_{345}} - \frac{U_A}{R_2} = 0$$

$$R_{345}R_2(U - U_A) - R_1R_2(U_A - U_{12}) - R_1R_{345}(U_A) = 0$$

$$R_{345}R_2U - R_{345}R_2U_A - R_1R_2U_A + R_1R_2U_{12} - R_1R_{345}U_A = 0$$

$$-R_{345}R_2U_A - R_1R_2U_A - R_1R_{345}U_A = -R_{345}R_2U - R_1R_2U_{12}$$

$$-U_A(R_{345}R_2 + R_1R_2 + R_1R_{345}) = -R_{345}R_2U - R_1R_2U_{12}$$

$$U_A(R_{345}R_2 + R_1R_2 + R_1R_{345}) = R_{345}R_2U + R_1R_2U_{12}$$

$$U_A = \frac{R_{345}R_2U + R_1R_2U_{12}}{R_{345}R_2 + R_1R_2 + R_1R_{345}} = \frac{(114 \times 44 \times 145) + (48 \times 44 \times 49,35)}{(114 \times 44) + (48 \times 44) + (48 \times 114)}$$

$$U_A = 65,9958 \text{ V}$$

$$U_{R2} = U_A = 65,9958 \text{ V}$$

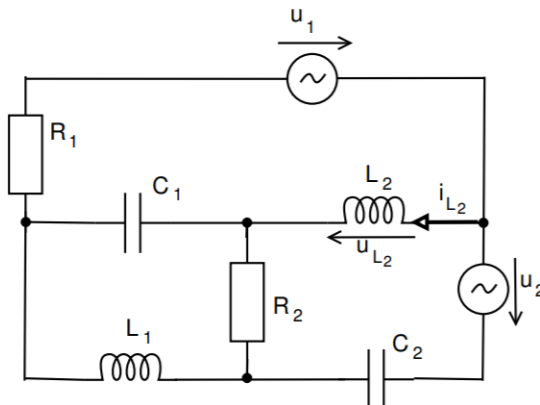
$$I_{R2} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{65,9958}{44} = 1,5 \text{ A}$$

Příklad 4.: Komplexní čísla a smyčkové proudy

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi f t)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi f t)$. Ve vztahu pro napětí $u_{L2} = U_{L2} \cdot \sin(2\pi f t + \phi_{L2})$ určete $|U_{L2}|$ a ϕ_{L2} .

Sk	$U_1[\text{V}]$	$U_2[\text{V}]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$L_1[\text{mH}]$	$L_2[\text{mH}]$	$C_1[\mu\text{F}]$	$C_2[\mu\text{F}]$	$f[\text{Hz}]$
B	25	40	11	15	100	85	220	95	80

Máme obvod:



Krok 1.: Vypočítáme si úhlovou rychlost ω , převedeme jednotky z mH na H a z μF na F

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 80 = 160\pi = 502,6548 \text{ rad} \times \text{s}^{-1}$$

$$L_1 = 0,1 \text{ H}$$

$$L_2 = 0,085 \text{ H}$$

$$C_1 = 0,00022 \text{ F}$$

$$C_2 = 0,000095 \text{ F}$$

Ted' si můžeme spočítat reaktance součástek X a díky nim impedance Z .

$$X_{L1} = \omega L_1 = 502,6548 \times 0,1 = 50,2655 \Omega$$

$$X_{L2} = \omega L_2 = 502,6548 \times 0,085 = 42,7257 \Omega$$

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{502,6548 \times 0,00022} = 9,0416 \Omega$$

$$X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{502,6548 \times 0,000095} = 20,9205 \Omega$$

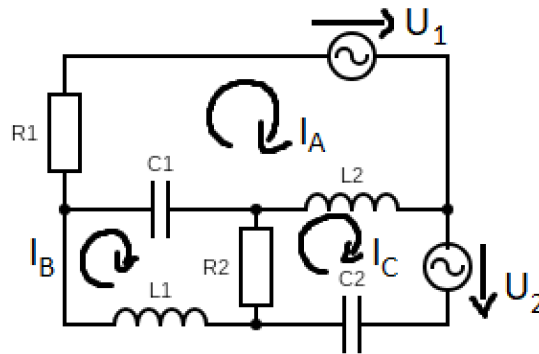
$$Z_{L1} = jX_{L1} = j50,2655$$

$$Z_{L2} = jX_{L2} = j42,7257$$

$$Z_{C1} = -jX_{C1} = -j9,0416$$

$$Z_{C2} = -jX_{C2} = -j20,9205$$

Krok 2.: Pomocí smyčkových proudů sestavíme 3 rovnice o 3 neznámých I_A , I_B a I_C a dosadíme je do matice.



$$I_A: I_A R_1 + U_1 + Z_{L2}(I_A - I_C) + Z_{C1}(I_A - I_B) = 0$$

$$I_B: Z_{L1}I_B + Z_{C1}(I_B - I_A) + R_2(I_B - I_C) = 0$$

$$I_C: Z_{C2}I_C + R_2(I_C - I_B) + Z_{L2}(I_C - I_A) + U_2 = 0$$

Rovnice roznásobíme a zdrojová napětí U předeme doprava.

$$I_A R_1 + Z_{L2} I_A - Z_{L2} I_C + Z_{C1} I_A - Z_{C1} I_B = -U_1$$

$$Z_{L1} I_B + Z_{C1} I_B - Z_{C1} I_A + R_2 I_B - R_2 I_C = 0$$

$$Z_{C2} I_C + R_2 I_C - R_2 I_B + Z_{L2} I_C - Z_{L2} I_A = -U_2$$

A poskládáme matici:

$$\begin{pmatrix} R_1 + Z_{L2} + Z_{C1} & -Z_{C1} & -Z_{L2} & -U_1 \\ -Z_{C1} & Z_{L1} + Z_{C1} + R_2 & -R_2 & 0 \\ -Z_{L2} & -R_2 & Z_{L2} + R_2 + Z_{C2} & -U_2 \end{pmatrix}$$

Dosadíme:

$$\begin{pmatrix} 11 + 42,7257j - 9,0416j & 9,0416j & -42,7257j & -25 \\ 9,0416j & 50,2655j - 9,0416j + 15 & -15 & 0 \\ -42,7257j & -15 & 42,7257j + 15 - 20,9414j & -40 \end{pmatrix}$$

Pomocí Gaussovy eliminační metody zjednodušíme na čtverec a vypočítáme kořeny I_A , I_B a I_C

$$I_A = -1,2375 - 1,0902j \text{ A}$$

$$I_B = -0,3124 + 0,6067j \text{ A}$$

$$I_C = -1,3224 - 0,9977j \text{ A}$$

Krok 3.: Pomocí vypočítaných proudů si vypočítáme proud I_{L2} , napětí u_{L2} a následně díky napětí u_{L2} amplitudu $|U_{L2}|$ a fázový posuv ϕ_{L2} .

$$I_{L2} = I_A - I_C = -1,2375 - 1,0902j - (-1,3224 - 0,9977j) = 0,0849 - 0,0926j \text{ A}$$

$$u_{L2} = I_{L2} Z_{L2} = (0,0849 - 0,0926j) \times (42,7257j) = 3,9554 + 3,62895j \text{ V}$$

$$|U_{L2}| = \sqrt{Re(u_{L2})^2 + Im(u_{L2})^2} = \sqrt{(3,9554)^2 + (3,62895)^2} = 5,3673 \text{ V}$$

$$\phi_{L2} = \arctg\left(\frac{Re(u_{L2})}{Im(u_{L2})}\right) = \arctg\left(\frac{3,9554}{3,62895}\right) = 0,8284 \text{ rad} \sim 47,46^\circ$$

Shrnutí výsledků

Příklad	Skupina	Výsledky	
1	B	$U_{R6} = 65,9462 \text{ V}$	$I_{R6} = 0,0785 \text{ A}$
2	H	$U_{R3} = 70,18 \text{ V}$	$I_{R3} = 0,121 \text{ A}$
3	F	$U_{R2} = 65,9958 \text{ V}$	$I_{R2} = 1,5 \text{ A}$
4	B	$ U_{L2} = 5,3673 \text{ V}$	$\phi_{L2} = 0,8284 \text{ rad}$
5	H	-	-