

基于自由运动一维标定物的多摄像机参数标定方法与实验

付强^{1†}, 全权^{1,2}, 蔡开元¹

(1. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191;

2. 北京航空航天大学 虚拟现实技术与系统国家重点实验室, 北京 100191)

摘要: 一维标定方法易于实现且标定效率高。为了克服现有一维标定方法的一些不足, 本文提出一种用一维标定物标定多摄像机内外参数的方法。首先进行两两标定。在此过程中, 假定主点坐标近似已知而仅考虑畸变、焦距、旋转和平移等参数, 接着利用基本矩阵及一维标定物上特征点之间的几何约束, 估计两摄像机的内外参数。两两标定完成后, 采用Dijkstra最短路径法和捆绑调整对多摄像机系统进行全局标定(含主点坐标)。仿真和真实实验表明本文的方法是切实有效的。

关键词: 多摄像机; 内外参数; 标定; 一维标定物; 自由运动

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Calibration method and experiments of multi-camera's parameters based on freely moving one-dimensional calibration object

FU Qiang^{1†}, QUAN Quan^{1,2}, CAI Kai-yuan¹

(1. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

2. State Key Laboratory of Virtual Reality Technology and Systems, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: The one-dimensional (1D) calibration method is of easy implementation and with high efficiency. In order to overcome deficiencies of existing 1D calibration methods, a new method is proposed in this paper to calibrate the internal and external parameters of multiple cameras by using a 1D calibration object. Firstly, the pair-wise calibration is carried out, where the positions of principal points are assumed to be approximately known and only those parameters such as the distortion, focal length, relative rotation and translation are needed to be taken into consideration. Then, with the fundamental matrix and geometry constraints of feature points on the calibration wand, the internal and external parameters of binocular cameras can be determined. After the pair-wise calibration, all parameters (including the positions of principal points) of the multicamera system are refined by using Dijkstra's shortest path algorithm and the bundle adjustment method. The simulation and real experiments demonstrated the effectiveness of the proposed method.

Key words: multi-camera; internal and external parameters; calibration; 1D calibration object; free motion

1 引言(Introduction)

随着计算机技术的发展和摄像机成本的下降, 多摄像机系统开始出现在视觉控制(vision-based control)领域^[1-3]。然而, 摄像机标定是视觉控制系统设计的一项关键技术^[4], 在使用多摄像机系统时, 往往要先进行多摄像机标定。一般来说, 人们期望能同时完成多摄像机的内参数和外参数标定, 因为这样既可以节省时间又可以消除分开标定带来的累积误差。根据使用的标定物的不同, 可将目前的标定方法大致分成4类: 点标定^[5]、一维标定^[6-10]、介于一维与二维之间的标定^[11]和二维标定^[12]。与其他3种方法相比, 一维标定的优点是标定物结构简单、制作容易、不易遮

挡、使用方便等; 难点在于既要最大程度地方便人使用, 又要尽可能地提高算法的鲁棒性和标定精度。

文献[8]针对多摄像机的标定问题, 提出了一种一维标定方法, 即先进行两两标定, 然后再统一求解多摄像机的内外参数, 但由于没有考虑到实际应用中摄像机镜头(尤其是广角镜头)存在畸变, 以及没有对多摄像机系统的所有参数进行整体优化, 因此算法在实际应用中的标定精度较低(各摄像机的重投影误差一般为3~6像素), 不能满足自动装配^[13]、计量应用^[14]等场合对标定精度的要求。

为了提高实际应用中算法的标定精度, 本文在文献[8]的基础上进行了扩展, 新增的主要内容有: 1) 考

收稿日期: 2013-11-12; 录用日期: 2014-03-23.

[†]通信作者. E-mail: fq_buaa@asee.buaa.edu.cn; Tel.: +86 10-82338464.

基金项目: 国家“973”计划资助项目(2010CB327904); 国家自然科学基金资助项目(61104012).

虑了实际应用中存在的摄像机镜头畸变(对应于第2.2节和第3.1节); 2) 采用捆绑调整方法对多摄像机系统的所有参数(包括畸变系数)进行整体优化(对应于第3.3节), 将各摄像机的重投影误差由几个像素减少为0.5个像素左右, 较大地提高了标定精度; 3) 增加了真实图像实验验证(对应于第4.2节). 在本文的方法中, 假定各摄像机的主点位于像面中心(该假设的合理性见文献[8]), 根据多摄像机拍摄的一维标定物图像, 先进行两两标定, 然后再统一优化求解多摄像机的内外参数. 本文方法与文献[8]中方法的本质区别在于计算中引入了摄像机镜头的畸变模型和捆绑调整优化算法, 将各摄像机的重投影误差由3~6个像素减少为0.5个像素左右, 大幅地提高了标定精度. 本文方法的主要特点为: 1) 不需要所有摄像机之间有公共视场, 仅需要其中若干两两摄像机有公共视场; 2) 算法的自动化程度高, 方便人使用.

相比文献[7], 本文方法不需限制一维标定物要在所有摄像机的公共视场内运动, 且双目标定时非线性优化目标函数中用到了图像上所有点的信息, 算法的鲁棒性更好. 相比文献[9], 本文先是假设各摄像机主点位于像面中心, 然后在捆绑调整阶段对各摄像机的主点坐标也进行优化, 这样更贴近实际情况. 相比文献[10], 本文同时标定多摄像机的内外参数, 并且在统一求解多摄像机的外参数时, 不是以某一摄像机坐标系为世界坐标系, 而是把世界坐标系放在多摄像机环绕区域内部的L型靶标上, 这样更容易找到水平位置.

2 多摄像机成像模型(Multi-camera imaging model)

2.1 针孔成像模型(Pinhole imaging model)

本文先来回顾一下文献[8]中的多摄像机针孔成像模型. 如图1所示, 假设三维空间中任意一点 A_j (A 点第 j 次运动后的位置, B_j 和 C_j 同理, $j = 1, 2, \dots, n$)的世界坐标为 $[X_j \ Y_j \ Z_j]^T$, 它在第 i 号($i = 0, 1, \dots, m$)摄像机图像平面上的投影点为 a_{ij} , 设二维图像点 a_{ij} 的坐标为 $[u_{ij} \ v_{ij}]^T$, 记

$$\tilde{m}_{ij} = [u_{ij} \ v_{ij} \ 1]^T, \tilde{M}_j = [X_j \ Y_j \ Z_j \ 1]^T.$$

根据摄像机的针孔成像模型有

$$s_{ij}\tilde{m}_{ij} = K_i[R_i \ t_i]\tilde{M}_j, K_i = \begin{bmatrix} f_{xi} & 0 & u_{0i} \\ 0 & f_{yi} & v_{0i} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中: s_{ij} 为不为0的比例因子, K_i 为第 i 号摄像机的内参数矩阵, (u_{0i}, v_{0i}) 为第 i 号摄像机的主点坐标, f_{xi}, f_{yi} 分别为第 i 号摄像机 u, v 轴上的有效焦距, $[R_i \ t_i]$ 为外参数矩阵, R_i, t_i 分别为世界坐标系到第 i 号摄像机坐标系的旋转矩阵和平移向量. 另外, $P_i = K_i[R_i \ t_i]$ 称为第 i 号摄像机的投影矩阵, 一维标定物由3个共

线的特征点 A, B, C 组成, 并且有

$$\|A - C\| = L, \|A - B\| = L_1, \|B - C\| = L_2.$$

2.2 畸变模型(Distortion model)

实际上, 针孔成像模型并不能准确地描述成像几何关系, 尤其是在使用广角镜头时, 在远离图像中心处会有较大的畸变. 若只考虑一阶径向畸变, 设第 i 号($i = 0, 1, \dots, m$)摄像机的畸变系数为 k_i , 三维空间某一点在第 i 号摄像机上的理想图像坐标为 (x_{ui}, y_{ui}) , 畸变图像坐标为 (x_{di}, y_{di}) , 则有畸变模型^[15]:

$$\begin{cases} x_{ui} = x_{di}(1 + k_i r_{di}^2), \\ y_{ui} = y_{di}(1 + k_i r_{di}^2), \end{cases} \quad (2)$$

其中: $r_{di} = \sqrt{x_{di}^2 + y_{di}^2}$, (x_{ui}, y_{ui}) 和 (x_{di}, y_{di}) 是以毫米为单位的图像坐标系的坐标. 这样, $f_{xi}, f_{yi}, k_i, u_{0i}, v_{0i}$ 一起构成了第 i 号摄像机的内参数.

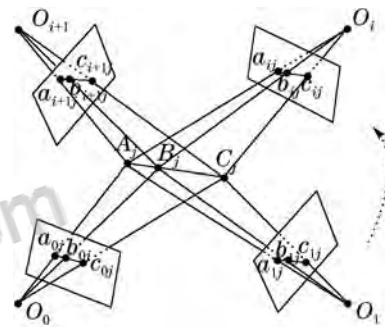


图1 一维标定物在各摄像机图像平面上的成像

Fig. 1 Projections of 1D calibration wand on multi-camera's image planes

3 标定原理(Calibration principle)

本文所提的标定算法的流程如图2所示, 其中求解多摄像机内外参数的初始值部分基本采用文献[8]中的方法, 而其他部分都是本文新增的内容. 下面将对每一个环节进行详细说明.

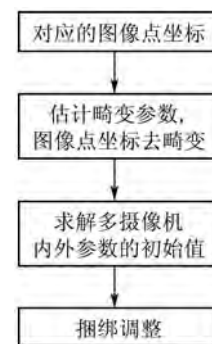


图2 标定算法的流程图

Fig. 2 Flow chart of the proposed calibration algorithm

3.1 求解畸变系数(Solution of the distortion coefficient)

本文利用文献[15]中的方法,根据直线的透视投影不变性,建立镜头畸变参数标定的优化目标函数求解镜头的畸变参数.具体来说,若 A_j, B_j, C_j 在第 i 号摄像机上对应的无畸变图像坐标分别为 $a_{u,ij}, b_{u,ij}, c_{u,ij}$,拟合这3点得到一条直线 l_j .记点 $a_{u,ij}(b_{u,ij}, c_{u,ij})$ 同理)到直线 l_j 的距离为 $\|a_{u,ij} - l_j\|$,求解第 i 号摄像机镜头畸变参数 k_i 等价于求解如下的优化问题:

$$\min_{k_i} \sum_{j=1}^{N_i} (\|a_{u,ij} - l_j\|^2 + \|b_{u,ij} - l_j\|^2 + \|c_{u,ij} - l_j\|^2), \quad (3)$$

其中 N_i 为第 i 号摄像机视场内的一维标定物的运动次数.得到畸变系数 k_i 之后,由式(2)即可得到无畸变的图像点坐标.

3.2 求解多摄像机内外参数的初始值(Solution of initial values of multi-camera's internal and external parameters)

本文基本上采用文献[8]中的方法计算多摄像机内外参数的初始值,总结成如下若干步骤(具体内容见文献[8]),其中两两标定时假定每个摄像机的主点均位于像面中心, u, v 轴上的有效焦距均相等(即 $f_{xi} = f_{yi}$,均等于 f_i),并以第0号和第1号摄像机为例进行说明.

步骤1 求解有效焦距.

将图像坐标系的原点平移到主点,则内参数矩阵简化成为对角矩阵: $\tilde{K}_0 = \text{diag}\{f_0, f_0, 1\}$ 和 $\tilde{K}_1 = \text{diag}\{f_1, f_1, 1\}$.针对平移后的去畸变图像点坐标,利用归一化8点法^[16]求解出基本矩阵,然后通过旋转变换使得两极点坐标分别为

$$\hat{e}_0 = [\hat{e}_{01} \ 0 \ \hat{e}_{03}]^T, \hat{e}_1 = [\hat{e}_{11} \ 0 \ \hat{e}_{13}]^T,$$

这时的基本矩阵 F_e 可表示为如下简化形式:

$$F_e \approx \begin{bmatrix} \hat{e}_{13} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{e}_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_1 \\ c_3 & c_4 & c_3 \\ c_1 & c_2 & c_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_{03} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{e}_{03} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

则由下式可以计算出两摄像机有效焦距的初始值:

$$f_0 = \sqrt{\frac{-c_1 c_3 \hat{e}_{01}^2}{c_1 c_3 \hat{e}_{03}^2 + c_2 c_4}}, f_1 = \sqrt{\frac{-c_1 c_2 \hat{e}_{11}^2}{c_1 c_2 \hat{e}_{13}^2 + c_3 c_4}}. \quad (5)$$

步骤2 求解两摄像机之间的外参数.

若以第0号摄像机为基准,两摄像机的内参数矩阵 \tilde{K}_0, \tilde{K}_1 暂定后,可以求解出本质矩阵 E .对本质矩阵进行奇异值分解,就可以得到外参数 R_1, \tilde{t}_1 有4种可能解^[17].

判断出正确组合的方法为:一维标定物上的特征点在空间中必然位于两摄像机的前方,即重建出来的空间点的 Z 坐标恒为正.注意:根据旋转矩阵的定义,

旋转矩阵的特征值为1.

前面求解的结果中 $\|\tilde{t}_1\| = 1$,这样求出来的平移向量 \tilde{t}_1 与真实的平移向量 t_1 差一个比例因子 λ ,其计算方法为

$$\lambda = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{L}{\tilde{L}_k}, \quad (6)$$

其中: N 为图像组数, L 为一维标定物两端特征点之间的真实距离, \tilde{L}_k 为由第 k 组图像重建出的一维标定物两端特征点之间的距离.最终有

$$t_1 = [t_{1x} \ t_{1y} \ t_{1z}]^T = \lambda \tilde{t}_1. \quad (7)$$

步骤3 两摄像机内外参数的非线性优化.

由于噪声等因素的影响,3个特征点间存在距离误差以及图像点对之间存在共面误差(共面误差以点 A 为例, B, C 同理):

$$g_1(x) = |L_1 - d_1(A_k^r, B_k^r)|, \quad (8)$$

$$g_2(x) = |L_2 - d_2(B_k^r, C_k^r)|, \quad (9)$$

$$g_3(x) = |L - d(A_k^r, C_k^r)|, \quad (10)$$

$$g_4(x) = |d(A_k^r, C_k^r) - d_1(A_k^r, B_k^r) - d_2(B_k^r, C_k^r)|, \quad (11)$$

$$g_5(x) = |a_1^{kT} K_1^{-T} [t_1]_{\times} R_1 K_0^{-1} a_0^k|, \quad (12)$$

其中:参数向量

$$x = (f_0, f_1, k_0, k_1, r_{1x}, r_{1y}, r_{1z}, t_{1x}, t_{1y}, t_{1z})^T,$$

r_{1x}, r_{1y}, r_{1z} 为旋转矩阵 R_1 的Rodrigues表示形式^[16], A_k^r, B_k^r, C_k^r 分别为利用第 k 组图像得到的 A, B, C 空间重建点坐标, d_1 为点 A_k^r, B_k^r 之间的重建距离, d_2 为点 B_k^r, C_k^r 之间的重建距离, d 为点 A_k^r, C_k^r 之间的重建距离, $[t_1]_{\times}$ 为由 t_1 定义的反对称矩阵,它的形式为

$$[t_1]_{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -t_{1z} & t_{1y} \\ t_{1z} & 0 & -t_{1x} \\ -t_{1y} & t_{1x} & 0 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

因此,根据式(8)–(12)可得到最终的优化问题为

$$\min_x (\rho_1 \sum_{k=1}^N (g_1(x)^2 + g_2(x)^2 + g_3(x)^2) + \rho_2 \sum_{k=1}^N g_4(x)^2 + \rho_2 \sum_{k=1}^{3N} g_5(x)^2), \quad (14)$$

其中: ρ_1 和 ρ_2 为权重系数,取 $\rho_1 = 1000, \rho_2 = 1$.以前面得到的内外参数值作为初值,利用Levenberg-Marquardt方法^[18]求解此非线性优化问题,就可以得到双目视觉内、外参数的最优解.

步骤4 多摄像机内外参数初始值的统一.

内参数统一原则:在确定某一摄像机的有效焦距时,选择那些与其有关,且图像之间特征点对最多的两两标定结果,作为这个摄像机的最终内参数初始值.

外参数统一原则:以第0号摄像机(一般选择与其

他摄像机有较多公共视场的摄像机为0号)为基准, 采用图论里Dijkstra最短路径法^[19]寻找每个摄像机到第0号摄像机的最短路径, 即把整个多摄像机系统用一个无向图表示, 每一个顶点代表一个摄像机, 若第*i*号和第*j*号摄像机公共视场内空间点的个数为 M_{ij} , 则连接相应两顶点边的权重为 $1/M_{ij}$ (如果 $M_{ij} = 0$, 则相应的两顶点之间没有连线). 最短路径确定以后, 就可以求出这个摄像机相对于第0号摄像机的旋转矩阵和平移向量.

进一步, 若已知世界坐标系到第0号摄像机坐标系的旋转矩阵和平移向量, 则可以求得每个摄像机在世界坐标系下的外参数.

3.3 多摄像机内外参数的整体优化——捆绑调整 (Overall optimization of multi-camera's internal and external parameters—bundle adjustment)

上述多摄像机内外参数统一算法给出的结果, 往往还存在着较大的误差. 因此, 本文需要利用捆绑调整(bundle adjustment)算法^[16]来对第3.2节中的结果进行整体优化. 一般地, 捆绑调整是一个以摄像机矩阵和空间点为优化变量、以最小化重投影误差为优化目标的非线性优化过程. 但是考虑到实际应用中的摄像机镜头大都存在畸变, 本文还引入畸变系数进行捆绑调整, 所要求解的非线性优化问题如式(15)所示:

$$\min_{\{P_i, k_i, A_j, B_j, C_j\}} \sum_{i=0}^m \sum_{j=1}^n (\|a_{ij} - f(P_i, k_i, A_j)\|^2 + \|b_{ij} - f(P_i, k_i, B_j)\|^2 + \|c_{ij} - f(P_i, k_i, C_j)\|^2). \quad (15)$$

由于 A_j, B_j 和 C_j 3点是共线的, 则有^[16]

$$B_j = A_j + L_1 [\sin \phi_j \cos \theta_j, \sin \phi_j \sin \theta_j, \cos \phi_j]^T,$$

$$C_j = A_j + L [\sin \phi_j \cos \theta_j, \sin \phi_j \sin \theta_j, \cos \phi_j]^T,$$

其中球面坐标 ϕ_j 和 θ_j 表示线段的方向. 这样, 式(15)就可以改写成式(16):

$$\min_{\{P_i, k_i, A_j, \phi_j, \theta_j\}} \sum_{i=0}^m \sum_{j=1}^n (\|a_{ij} - f(P_i, k_i, A_j)\|^2 + \|b_{ij} - f(P_i, k_i, A_j, \phi_j, \theta_j)\|^2 + \|c_{ij} - f(P_i, k_i, A_j, \phi_j, \theta_j)\|^2), \quad (16)$$

其中: 优化变量 k_i, P_i (包含主点坐标)以第3.3节得到的结果作为初始值, 空间点 $A_j(B_j, C_j$ 同理)坐标的初始值获取方法如下^[10]: 针对能同时看到 A_j 点的所有两两摄像机组合, 每种组合下通过三角法^[16]计算得到一组 A_j 点的三维坐标, 然后取平均数作为 A_j 点坐标的初始值. 为了去除误匹配点等异常点, 设置计算得到的 A_j, C_j 点距离误差的阈值为1%.

各优化变量的初始值确定以后, 直接利用Levenberg-Marquardt算法求解最小化问题(16)计算量很大,

因为待优化变量的个数 M 很大, 计算复杂度为 $O(M^3)$. 然而由于不同的三维点和相机参数相互之间关联较小, 该问题具有稀疏特性. 本文参照文献[10]采用Sparse Levenberg-Marquardt算法^[20]来求解最小化问题(16), 计算复杂度降为 $O(M)$, 极大地提高了优化效率. 在Intel四核处理器、主频2.13 GHz的台式机上, XP系统和VS2005环境下, 优化变量个数 $M = 778$ 时, 最小化问题(16)仅需29.7 s.

4 实验结果(Experimental results)

4.1 仿真实验(Simulation experiments)

仿真实验中, 假定4个摄像机的有效焦距都是800 pixel, 图像分辨率均为1024 pixel × 768 pixel, 一维标定物上A, C两点间的距离为210 mm, A, B两点间的距离为70 mm. 各摄像机坐标系到世界坐标系的旋转矩阵 R (以绕*x, y, z*轴的旋转角形式表示)分别为

$$[51.57, 51.57, 51.57]^T, [24.46, 52.27, 54.97]^T,$$

$$[42.16, 21.97, -11.50]^T, [39.42, -22.69, -1.77]^T;$$

平移向量 t 分别为

$$[-100.0, 300.0, -600.0]^T, [-908.6, 291.1, 630.4]^T,$$

$$[-347.6, 294.8, 473.5]^T, [691.4, -115.2, -340.4]^T.$$

一维标定物在多摄像机环绕的区域中随机挥舞400次, 在得到的图像点上叠加均值为0, 标准差 σ 从0到1.0, 每隔0.1像素变化的高斯噪声. 每个噪声水平下做10次实验, 取平均值作为该噪声水平下的实验结果. 标定结果如图3所示, 其中0_unopti(1_unopti, 2_unopti, 3_unopti 同理)表示捆绑调整前空间点在第0号摄像机上的重投影均方根误差, 0_opti(1_opti, 2_opti, 3_opti同理)表示捆绑调整后空间点在第0号摄像机上的重投影均方根误差.

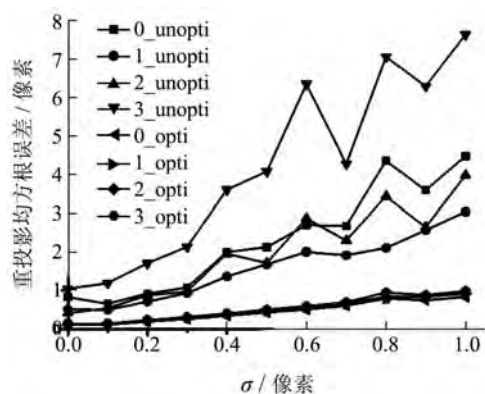


图3 多摄像机的标定误差随噪声变化曲线

Fig. 3 Multi-camera's calibration errors with respect to noise level

由图3可知, 误差曲线随噪声等级的变化基本上呈递增变化, 捆绑调整算法能改进多摄像机内外参数统一阶段给出的结果, 得到更好的估计结果 (图中下面

的4条线为捆绑调整后的结果). 在1.0个像素的噪声等级下, 捆绑调整前空间点在第3号摄像机上的重投影均方根误差约为7.64 pixel, 而经过捆绑调整后为0.98 pixel. 这说明算法具有较好的鲁棒性和标定精度.

4.2 真实实验(Real experiments)

真实实验中, 笔者选用4个相同型号的摄像机(Basler scA640-120gm/gc)和广角镜头(Pentax C60402KP, 视场角86.77°), 图像分辨率均为658 pixel \times 492 pixel. 如图4(a)所示, 一维标定物由共线的3个发光的LED灯组成, 其中A, C两点之间的距离为600 mm, A, B两点之间的距离为200 mm. 本文在4个摄像机前的3 m \times 3 m \times 3 m的区域内挥舞一维标定杆, 并通过一定的图像处理算法记录下它在各摄像机平面上的图像成像点坐标, 然后按照所提出的算法对4个摄像机进行标定.

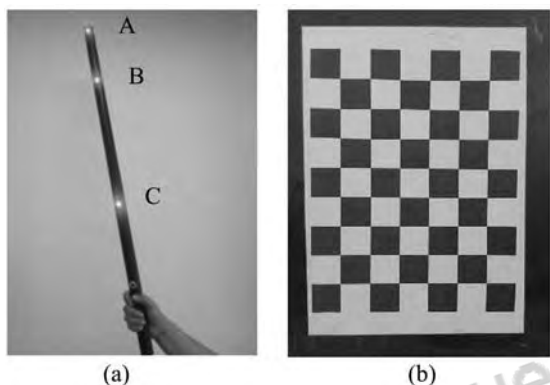


图4 标定物的图像(依次对应1D, 2D标定物).

Fig. 4 Sample images of the calibration object (two images correspond to the 1D and 2D calibration object respectively).

两两标定完成后, 多摄像机系统可以用一个无向图(图5)表示, 边上的数为两摄像机公共视场内空间点的个数和该边的权重. 由图5可知, 第0号摄像机和第1号摄像机公共视场内的空间点个数较少, 根据Dijkstra最短路径法, 容易找到它们之间的最短路径为1-3-0. 图5中的实线表示各摄像机到第0号摄像机的最短路径. 图5中世界坐标系 $O_w X_w Y_w Z_w$ 的确定方法为: 把由4个LED灯组成的L型靶标, 水平地放置于多摄像机系统环绕区域的内部(见图6), 分别以这4个LED灯组成的两条直角边为 $O_w X_w$ 轴和 $O_w Y_w$ 轴, $O_w Z_w$ 轴的正方向为竖直向上. 一旦完成多摄像机的标定, 容易求得世界坐标系 $O_w X_w Y_w Z_w$ 到第0号摄像机坐标系的旋转矩阵和平移向量, 随后可以得到 $O_w X_w Y_w Z_w$ 到所有摄像机的旋转矩阵和平移向量.

最终的标定结果(见图7)以每个相机的重投影均方根误差表示. 从图7可以看出, 所有摄像机平面上的重投影均方根误差均小于0.5 pixel, 而且第1号摄像机(最短路径为1-3-0)的重投影均方根误差与第2, 3号

(最短路径分别为2-0, 3-0)的差别不大.

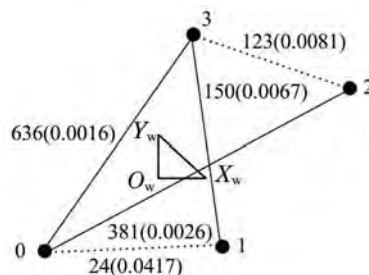


图5 多摄像机系统的无向图表示

Fig. 5 Undirected graph representation of multi-camera system



图6 用于确定世界坐标系的长方形泡沫板的图像(依次对应第0, 3号摄像机)

Fig. 6 Sample images of a rectangular foam board used for determining the reference coordinate system (two images correspond to the zero and third camera respectively)

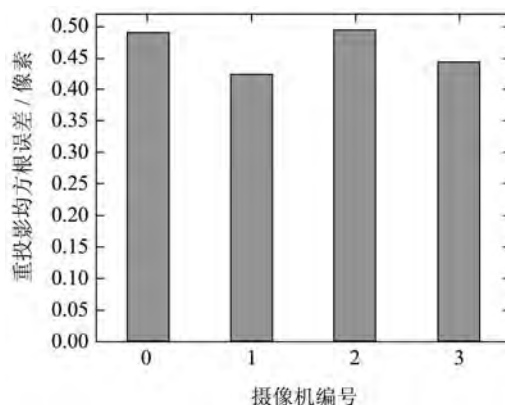


图7 实际实验中多摄像机系统的标定误差

Fig. 7 Calibration errors of multi-camera system in a real experiment

为了进行比较, 本文还对实验中用到的4个摄像机的内参数进行了2D标定^[21], 实现过程中采用的是文献[22]提供的标定工具箱. 由于2D平面模板(见图4(b))存在遮挡无法同时完成标定, 实际实验中对4个摄像机分别进行标定. 表1-4的第1行为基于本文提出的1D标定方法的标定结果, 第2行为基于2D平面模板的标定结果, 第3行为1D标定结果和2D标定结果的相对误差(以2D标定结果的 f_x 为基准). 从上述表中可以看出, 两种标定方法的相对误差在2%左右. 注意: 由

于本文和文献[22]采用的畸变模型不同, 因此求取的畸变系数也不相同, 表中没有对畸变系数求取结果进行比较。

表 1 第0号摄像机内参数标定结果
Table 1 The calibration results of camera 0

	f_x	f_y	u_0	v_0
1D标定	782.81	788.20	329.61	244.03
2D标定	771.62	774.09	326.73	216.56
相对误差	1.45%	1.83%	0.37%	3.56%

表 2 第1号摄像机内参数标定结果
Table 2 The calibration results of camera 1

	f_x	f_y	u_0	v_0
1D标定	788.18	788.55	353.82	257.03
2D标定	770.73	769.65	336.26	263.72
相对误差	2.26%	2.45%	2.28%	0.87%

表 3 第2号摄像机内参数标定结果
Table 3 The calibration results of camera 2

	f_x	f_y	u_0	v_0
1D标定	782.84	785.84	339.79	256.32
2D标定	764.02	766.04	347.21	266.98
相对误差	2.46%	2.59%	0.97%	1.40%

表 4 第3号摄像机内参数标定结果
Table 4 The calibration results of camera 3

	f_x	f_y	u_0	v_0
1D标定	786.20	789.56	354.48	251.95
2D标定	770.41	772.67	351.03	251.91
相对误差	2.05%	2.19%	0.45%	0.01%

另外, 本文还尝试了用2D平面模板来标定多摄像机的外参数。由于2D平面模板存在遮挡以及多摄像机之间可能没有公共视场或公共视场有限, 不能同时标定多摄像机的外参数。因此, 本文采用的是先两两标定, 再统一多摄像机外参数的策略。实验中发现两个摄像机外参数标定精度与它们之间的距离(基线)有关: 基线窄时, 外参数标定精度较高; 基线宽时, 外参数标定精度较低。原因可能是当基线宽时, 公共视场中的2D平面模板离每个摄像机的距离也比较远, 这样2D平面模板在每个摄像机中占的总像素数相对较少, 造成角点提取精度的下降, 进而影响两摄像机外参数的标定精度。

考虑到上述问题, 下面本文仅给出基于1D标定结果的三维重建效果。把一维标定物随机放在多摄像机环绕区域内的10个位置处, 手动点取一维标定物上A和C两端点的成像点坐标, 两端点重建长度的均

值为605.06 mm, 均方差为2.19 mm。相对于真实值来说, 重建误差在1%左右。

重建误差来源主要有: 1D标定物上各特征点的共线误差和距离误差; 标定过程中特征点提取误差; 三维重建时一维标定物上A和C两端点的成像点坐标是手动提取的, 存在一定误差。尽管如此, 1D内参数标定结果和2D内参数标定结果是可比较的, 基于1D标定结果的三维重建相对于真实值来说误差也是比较小的, 这表明本文的算法可以在实际中得到应用。

5 结论(Conclusions)

本文提出了一种基于一维标定物的多摄像机标定方法。利用已知长度的一维标定物在多摄像机的视场空间中自由运动, 根据拍摄的一维标定物的图像, 先由双目标标定方法进行两两标定, 然后再统一标定多摄像机的内、外参数, 最后利用捆绑调整对所有参数进行整体优化。在统一求解各摄像机的内、外参数时, 应用图论里的最短路径法能有效地解决这个问题。实验结果表明本文的方法具有较好的鲁棒性和标定精度。当所有摄像机之间不存在公共视场时, 传统的三维、二维以及部分一维标定算法通常不能同时标定出多摄像机的内、外参数; 而本文的方法可以很好地解决这一难题。另外, 本文所提算法的自动化程度高, 实际操作非常方便。

参考文献(References):

- [1] HASHIMOTO K. A review on vision-based control of robot manipulators [J]. *Advanced Robotics*, 2003, 17(10): 969 – 991.
- [2] LIPPIELLO V, SICILIANO B, VILLANI L. Eye-in-Hand/Eye-to-Hand multi-camera visual servoing [C] // *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference*. Seville: IEEE, 2005: 5354 – 5359.
- [3] OH H, WON D, HUH S, et al. Indoor UAV control using multi-camera visual feedback [J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2011, 61(1/4): 57 – 84.
- [4] 方勇纯, 刘玺, 李宝全, 等. 一种全局指数收敛的摄像机内参数观测器 [J]. *控制理论与应用*, 2011, 28(9): 1082 – 1090. (FANG Yongchun, LIU Xi, LI Baoquan, et al. A global exponential observer for camera calibration [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(9): 1082 – 1090.)
- [5] SVOBODA T, MARTINEC D, PAJDLA T. A convenient multi-camera self-calibration for virtual environments [J]. *Presence: Teleoperators and Virtual Environments*, 2005, 14(4): 407 – 422.
- [6] 王亮, 吴福朝. 基于一维标定物的多摄像机标定 [J]. *自动化学报*, 2007, 33(3): 225 – 231. (WANG Liang, WU Fuchao. Multi-camera calibration based on 1D calibration object [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(3): 225 – 231.)
- [7] 张灵飞, 陈刚, 叶东, 等. 用自由移动的刚性球杆校准多摄像机内外参数 [J]. *光学精密工程*, 2009, 17(8): 1942 – 1952. (ZHANG Lingfei, CHEN Gang, YE Dong, et al. Calibrating internal and external parameters of multi-cameras by moving freely rigid ball bar [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2009, 17(8): 1942 – 1952.)
- [8] 付强, 全权, 蔡开元. 基于自由运动的一维标定物的多摄像机标定 [C] // 第30届中国控制会议论文集. 烟台: IEEE, 2011: 5023 –

5028.
(FU Qiang, QUAN Quan, CAI Kaiyuan. Multi-camera calibration based on freely moving one dimensional object [C] // *Proceedings of the 30th Chinese Control Conference*. Yantai: IEEE, 2011: 5023 – 5028.)
- [9] MITCHELSON J. *Multiple camera studio methods for visual capture of human motion* [D]. Guildford: University of Surrey, 2003.
- [10] KURILLO G, ZEYU L, BAJCSY R. Wide-area external multi-camera calibration using vision graphs and virtual calibration object [C] // *Proceedings of the Second ACM/IEEE International Conference on Distributed Smart Cameras*. Stanford: ACM/IEEE, 2008, 9: 1 – 9.
- [11] SUN B, HE Q, HU C, et al. A new camera calibration method for multi-camera localization [C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Automation and Logistics*. Hong Kong/Macau: IEEE, 2010, 8: 7 – 12.
- [12] UESHIBA T, TOMITA F. Plane-based calibration algorithm for multi-camera systems via factorization of homography matrices [C] // *Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Computer Vision*. Nice: IEEE, 2003, 10: 966 – 973.
- [13] KING F, PUSKORIUS G, YUAN F, et al. Vision guided robots for automated assembly [C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Philadelphia: IEEE, 1988, 3: 1611 – 1616.
- [14] LI L, FENG Z, FENG Y. Accurate calibration of stereo calibration for machine vision [J]. *Journal of Computer Science & Technology*, 2004, 4(3): 147 – 151.
- [15] 周富强, 胡坤, 张广军. 基于共线特征点的摄像机镜头畸变校正 [J]. *机械工程学报*, 2006, 42(9): 174 – 177.
(ZHOU Fuqiang, HU Kun, ZHANG Guangjun. Correcting distortion of camera lens with collinear points [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2006, 42(9): 174 – 177.)
- [16] HARTLEY R, ZISSERMAN A. *Multiple View Geometry in Computer Vision* [M]. 2nd edition. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- [17] NISTÉR D. An efficient solution to the five-point relative pose problem [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, 26(6): 756 – 770.
- [18] MORE J J. The levenberg-marquardt algorithm, implementation and theory [C] // *Proceedings of the Biennial Conference on Numerical Analysis*. Dundee: Springer-Verlag, 1977, 6: 105 – 116.
- [19] CHEN J. Dijkstra's shortest path algorithm [J]. *Formalized Mathematics*, 2003, 11(3): 237 – 247.
- [20] LOURAKIS M. Sparse non-linear least squares optimization for geometric vision [C] // *Proceedings of the 11th European Conference on Computer Vision*. Crete: Springer-Verlag, 2010, 9: 43 – 56.
- [21] ZHANG Z. A flexible new technique for camera calibration [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(11): 1330 – 1334.
- [22] BOUGUET J Y. Camera calibration toolbox for matlab. Online available at: http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc.

作者简介:

- 付 强** (1987–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为视觉导航技术, E-mail: fq_buaa@asee.buaa.edu.cn;
- 全 权** (1981–), 男, 副教授, 目前研究方向包括可靠飞行控制、视觉导航、重复学习控制、时滞系统等, E-mail: qq_buaa@buaa.edu.cn;
- 蔡开元** (1965–), 男, 长江学者特聘教授, 博士生导师, 目前研究方向包括软件可靠性与测试、可靠飞行控制、软件控制论, E-mail: kycai@buaa.edu.cn.



论文写作，论文降重，
论文格式排版，论文发表，
专业硕博团队，十年论文服务经验



SCI期刊发表，论文润色，
英文翻译，提供全流程发表支持
全程美籍资深编辑顾问贴心服务

免费论文查重：<http://free.paperyy.com>

3亿免费文献下载：<http://www.ixueshu.com>

超值论文自动降重：http://www.paperyy.com/reduce_repetition

PPT免费模版下载：<http://ppt.ixueshu.com>

阅读此文的还阅读了：

- [1. 基于标定物的相机标定及三维重建](#)
- [2. 机构运动参数测定实验探讨](#)
- [3. 大庆原油混兑俄罗斯原油加工的可行性分析](#)
- [4. 延长东部油田长6油层采收率标定方法研究](#)
- [5. 美国炮制“自由中国运动”始末](#)
- [6. 浅谈矿井测量中应用经纬仪标定腰线的方法](#)
- [7. 旋转型灌装机运动方案设计](#)
- [8. 三个医生的商业实验](#)
- [9. 分布式环境下的多摄像机标定](#)
- [10. 计算机视觉中基于平面标定物体的摄像机标定](#)
- [11. 参数识别技术在三相感应电动机实验中的应用](#)
- [12. DR—200数字化地震记录器应用情况](#)
- [13. 电子技术基础实验中集成运算放大器的代换](#)
- [14. 大庆原油混兑俄罗斯原油加工可行性分析](#)
- [15. 6/6型并联运动装置标定实验研究](#)
- [16. 基于距离误差的机器人运动学参数标定方法](#)

- [17. 滑板上的日子](#)
- [18. 西安城铁二号线导向信息设计的视认度方法与技术参数研究](#)
- [19. FLAIR主要技术参数的实验性研究](#)
- [20. 初夏，让心脏自由“呼吸”](#)
- [21. 基于虚拟标定场的数码相机内参数标定方法](#)
- [22. 汽油发动机管理系统稳态工况参数标定方法研究](#)
- [23. 直流电机实验的新方法](#)
- [24. 基于一维标定物的多摄像机标定](#)
- [25. 七彩阳光，诗意生活——杭州市东新实验幼托园“七彩阳光运动”园本特色简介](#)
- [26. 阳加速器水传输线D-dot的设计、标定和实验](#)
- [27. 机构运动参数测定实验探讨](#)
- [28. 一种基于基础矩阵的摄像机自标定技术](#)
- [29. 基于遗传算法的VISSIM人车参数标定方法](#)
- [30. 自由驰骋 尽致淋漓——雷克萨斯IS 300仲夏夜品玩运动真谛](#)
- [31. 提高《机械基础》课程教学效果的思考](#)
- [32. 6自由度绳牵引并联机构的运动学参数标定](#)
- [33. 基于数据迭代的FOG误差参数闭环标定方法](#)
- [34. 靖安油田长6储层敏感性参数与测井方法的相关性分析](#)
- [35. 基于像对基础矩阵的多像一维标定方法](#)
- [36. 单车运动的新生活时代](#)
- [37. 镉对大鼠精子运动参数的影响](#)
- [38. 电解质溶液在磁场中的运动](#)
- [39. 立式悬辊磨主轴系统运动分析](#)
- [40. 基于一维标定物的多摄像机标定](#)
- [41. 光电测距法标定球形金属罐容量的可行性](#)
- [42. 基于图像获取的运动参数测试系统现场标定方法](#)
- [43. 用自由移动的刚性球杆校准多摄像机内外参数](#)
- [44. Two-Mode Wave Solutions to the Degasperis-Procesi Equation](#)
- [45. 靖边气田复配MDEA溶液脱硫及脱碳技术研究](#)
- [46. 煤机参数测量传感器静态、动态特性分析及标定方法的研究](#)
- [47. 越野者的自由王国——浅谈林道穿越运动的方法与技巧](#)
- [48. 电磁信息观测仪的标定](#)
- [49. 多媒汽车的特性参数](#)
- [50. 浅谈游戏在幼儿发展中的重要性](#)