

Trabajo Fin de Grado

Proyección de Figuras de Lissajous a Partir de Análisis Espectral.

Projecting Lissajous Figures from Spectral Analysis

Autor

David Martín-Sacristán Avilés

Director

David Asiain Ansorera

Escuela Universitaria Politécnica La Almunia

Febrero 2025

ESCUELA UNIVERSITARIA POLITÉCNICA 

DE LA ALMUNIA DE DOÑA GODINA (ZARAGOZA)

MEMORIA

Proyección de Figuras de Lissajous a Partir de Análisis Espectral.

Projecting Lissajous Figures from Spectral Analysis

Identificador

Autor:

Director:

Fecha:

David Martín-Sacristán Avilés

David Asiain Ansorera

11/2024

Página intencionadamente en blanco.

INDICE de contenido Breve

[1. Resumen 1](#_Toc190598643)

[2. Abstract 2](#_Toc190598644)

[3. Introducción 3](#_Toc190598645)

[4. Desarrollo. 4](#_Toc190598646)

[5. Resultados 22](#_Toc190598647)

[6. Conclusiones 23](#_Toc190598648)

[7. Objetivos de Desarrollo Sostenible 24](#_Toc190598649)

[8. Bibliografía 25](#_Toc190598650)

[9. Accesibilidad para discapacitados 26](#_Toc190598651)

[10. Ejemplos de uso de QR 29](#_Toc190598652)

INDICE de contenido

[1. Resumen 1](#_Toc190598598)

[1.1. Palabras clave 1](#_Toc190598599)

[2. Abstract 2](#_Toc190598600)

[2.1. Key words 2](#_Toc190598601)

[3. Introducción 3](#_Toc190598602)

[4. Desarrollo. 4](#_Toc190598603)

[4.1. Antecedentes. 4](#_Toc190598604)

[4.2. Marco Teórico. 5](#_Toc190598605)

[4.2.1. Curvas de Lissajous. 5](#_Toc190598606)

[4.2.2. Digitalización de Señal. 6](#_Toc190598607)

[4.2.2.1. Ancho de Banda. 6](#_Toc190598608)

[4.2.2.1.1. Error de Amplitud. 8](#_Toc190598609)

[4.2.2.1.2. Tiempo de Incremento. 9](#_Toc190598610)

[4.2.2.2. Velocidad de Muestreo. 10](#_Toc190598611)

[4.2.2.2.1. Teorema de Muestreo de Nyquist. 10](#_Toc190598612)

[4.2.2.2.2. Aliasing. 11](#_Toc190598613)

[4.2.2.2.3. Resolución. 11](#_Toc190598614)

[4.3. Análisis espectral. 12](#_Toc190598615)

[4.4. Transformada de Fourier. 12](#_Toc190598616)

[4.5. Transformada de Hilbert. 14](#_Toc190598617)

[4.6. Filtros 17](#_Toc190598618)

[4.6.1. Filtros analógicos. 17](#_Toc190598619)

[4.6.1.1. Filtros Butterworth. 17](#_Toc190598620)

[4.6.1.2. Filtros Exponenciales. 18](#_Toc190598621)

[4.6.2. Filtros Digitales. 18](#_Toc190598622)

[4.6.2.1. Filtros FIR (Finite Impulse Response). 18](#_Toc190598623)

[4.6.2.2. Filtros IIR (Infinite Impulse Response). 19](#_Toc190598624)

[4.7. Motores Eléctricos. 19](#_Toc190598625)

[4.7.1. Motores de Corriente Continua (DC). 19](#_Toc190598626)

[4.7.1.1. Motores con escobillas (Brushed DC Motor). 19](#_Toc190598627)

[4.7.1.2. Motores DC sin escobillas (Brusheless DC Motor). 20](#_Toc190598628)

[4.7.1.3. Motores paso a paso (Stepper Motor). 20](#_Toc190598629)

[4.7.1.3.1. Motores de reluctancia variable: 20](#_Toc190598630)

[4.7.1.3.2. Motores de imán permanente: 20](#_Toc190598631)

[4.7.1.3.3. Motores híbridos: 21](#_Toc190598632)

[4.7.2. Motores de corriente Alterna. 21](#_Toc190598633)

[4.7.2.1. Motores de inducción 21](#_Toc190598634)

[4.7.2.2. Motores sincrónicos 21](#_Toc190598635)

[4.8. Driver o Controlador Motores DC. 21](#_Toc190598636)

[5. Resultados 22](#_Toc190598637)

[6. Conclusiones 23](#_Toc190598638)

[7. Objetivos de Desarrollo Sostenible 24](#_Toc190598639)

[8. Bibliografía 25](#_Toc190598640)

[9. Accesibilidad para discapacitados 26](#_Toc190598641)

[10. Ejemplos de uso de QR 29](#_Toc190598642)

INDICE de ilustraciones

[Ilustración 1 Figuras Representativas en función a la relación de frecuencias 6](#_Toc188719554)

[Ilustración 2 Atenuación de una señal al 70.7% o -3dB 7](#_Toc188719555)

[Ilustración 3 Señal de entrada a 100MHz llega a -3dB 7](#_Toc188719556)

[Ilustración 4 Ancho de banda, Frecuencias de corte, Frecuencia central y punto -3dB 8](#_Toc188719557)

[Ilustración 5 Tiempo que tarda una señal en pasar del 10% al 90% de la amplitud maxima 9](#_Toc188719558)

[Ilustración 6 Diferentes casos de velocidades de muestreo. 10](#_Toc188719559)

[Ilustración 7 Aliasing de 800KHz a 200KHz 11](#_Toc188719560)

[Ilustración 8 Diferencia entre 3 bit y 16 bit de resolución 12](#_Toc188719561)

[Ilustración 9 Análisis de la señal a través de la HT 16](#_Toc188719562)

[Ilustración 10 a) Sinusoidal compuesto por frecuencias de 2 y 6 Hz; b) Frecuencia instantánea usando la transformada de Hilbert. 17](#_Toc188719563)

INDICE de tablas

**No se encuentran elementos de tabla de ilustraciones.**

Las tablas deben tener título para que figuren en esta tabla.

INDICE de Ecuaciones

[Ecuación 1 Calcular -3dB 7](#_Toc188719564)

[Ecuación 2 Frecuencia Central 8](#_Toc188719565)

[Ecuación 3 Ancho de Banda 8](#_Toc188719566)

[Ecuación 4 Error relativo de Amplitud 8](#_Toc188719567)

[Ecuación 5 Hahn (1996) 14](#_Toc188719568)

[Ecuación 6 Gabor (1946) 14](#_Toc188719569)

[Ecuación 7 Otra forma de expresar Gabor 14](#_Toc188719570)

[Ecuación 8 Definición Variables 15](#_Toc188719571)

[Ecuación 9 Feldman (2011) 15](#_Toc188719572)

Estos elementos se pueden crear con los rótulos predeterminados o con otros rótulos personalizados, por ejemplo: Fotografía, Plano, Esquema, etc

Al finalizar el documento, o en cualquier otro momento, seleccionar todo el contenido (Ctrl+E) y actualizar (F9) las referencias y tablas de contenidos. Finalmente borrar este párrafo y cualquier otro del estilo TFG\_notas de uso.

IMPORTANTE.- Los datos incluidos en la portada : “Título del trabajo” y “Nombre y Apellidos del autor”, se aplican automáticamente al encabezado/pie de página, en su posición correspondiente.

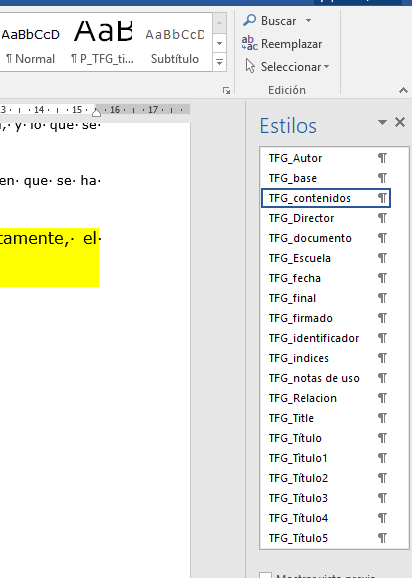
Los ESTILOS establecidos SI se pueden PERSONALIZAR.

El texto incluido en esta plantilla deberá ser sustituido según el trabajo de cada uno. Si ya se dispone de contenidos en otro documento, se copia del origen y se debe hacer un pegado sin formato.

Las páginas tienen márgenes simétricos considerando la encuadernación en papel y las numeraciones de página quedarán en la parte externa del ejemplar encuadernado. El formato de numeración en las páginas de índices es de numeración romana y en las páginas de contenidos es de numeración arábiga.

El texto general del contenido del documento tiene aplicado el estilo TFG\_contenido.

Cada capítulo comienza en una página nueva. Durante la escritura del documento tenga en cuenta que no se deben incluir párrafos vacíos para incluir separación vertical, esto está incluido ya en los estilos. Se permite personalizar estos espaciados anterior/posterior de los estilos de título.



IMPORTANTE.

Se aconseja usar y visibilizar los estilos.

Si se trabaja con los estilos correctamente, el mantenimiento del documento será muy eficiente.



1. Resumen

El párrafo anterior tiene aplicado el estilo TFG\_Título1 (incluye efectos versalitas).

Al principio del trabajo deberá incluirse un breve resumen en español y en inglés (abstract). Su extensión no será superior a dos páginas. Con este resumen se debe conocer de una forma global el trabajo expuesto; se puede incluir planteamiento y situación del problema, metodología, resultados y conclusiones.

Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos.

* 1. Palabras clave

El párrafo anterior tiene aplicado el estilo TFG\_Título2 (incluye efecto versalitas).

Tras el resumen se incluirán cinco palabras clave, que definan la temática fundamental del trabajo.

Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos.

1. Abstract

El párrafo anterior tiene aplicado el estilo TFG\_Título1.

Al principio del trabajo deberá incluirse un breve resumen en español y en inglés (abstract). Su extensión no será superior a dos páginas. Con este resumen se debe conocer de una forma global el trabajo expuesto; se puede incluir planteamiento y situación del problema, metodología, resultados y conclusiones.

Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos.

* 1. Key words

Tras el resumen se incluirán cinco palabras clave, que definan la temática fundamental del trabajo.

Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos.

1. Introducción

El párrafo anterior tiene aplicado el estilo TFG\_Título1

La lectura de este apartado ha de dar una idea clara de las razones que han llevado al estudiante a la elección y realización de este tema, su motivación, y lo que se pretendía de forma justificada como objetivo del TFG.

También conviene incluir una breve descripción de las partes en que se ha estructurado el conjunto del TFG.

Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos.

1. Desarrollo.

El párrafo anterior tiene aplicado el estilo TFG\_Título1

Dividido en epígrafes. En este apartado, el más amplio, se expondrá el cuerpo fundamental del trabajo y se argumentarán las ideas principales y secundarias del mismo.

Detalla el proceso que se ha llevado a cabo para la elaboración del TFG y la metodología adoptada dependiendo de la naturaleza del TFG escogido (contenido teórico, caso práctico, proyecto, estudio técnico, revisión bibliográfica y estado de la cuestión, justificación, resultados...), pero en todo caso debe estar dividido en capítulos homogéneos y numerados.

Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos.

* 1. Antecedentes.

Para entender bien este proyecto empezaremos explicando el principio básico de la creación de las figuras de Lissajous y como mediante tecnologías adyacentes podremos introducirlo en el videomapping.

Las figuras de lissajous son patrones que resultan por la superposición de dos oscilaciones perpendiculares con diferentes frecuencias o fases. Estas figuras fueron estudiadas inicialmente por Nathaniel Bowditch en 1815 y más tarde por Jules Antoine Lissajous en 1857. Estas curvas tienen aplicaciones en múltiples disciplinas, como la física, las matemáticas, la electrónica y el arte, debido a su capacidad para representar gráficamente relaciones entre frecuencias y fases de señales periódicas.

Los avances en tecnología, como los sistemas de proyección láser y los microcontroladores, nos han permitido explorar nuevas formas de mostrar y manipular estas figuras en tiempo real. Los espejos móviles accionados por motor, a menudo llamados galvanómetros o servomotores, son componentes clave para la proyección dinámica de patrones geométricos mediante láser. Estos sistemas se utilizan ampliamente en espectáculos de luz y sonido y en experimentos científicos que estudian la interacción de las ondas.

Por otro lado, el análisis de señales musicales ha cobrado relevancia en la última década debido al desarrollo de herramientas como en mi caso, LabVIEW (un entorno de programación gráfica que facilita el procesamiento y análisis de señales en tiempo real). Extraer las frecuencias dominantes de una señal musical puede crear una correspondencia entre las propiedades sonoras y las propiedades visuales proyectadas, lo que da como resultado una experiencia audiovisual inmersiva.

En este caso, el uso de microcontroladores como Arduino ha demostrado ser una solución eficaz y fácilmente disponible para implementar un sistema integrado de hardware y software. Arduino permite la precisión y sincronización de dispositivos electrónicos como motores y láseres, abriendo posibilidades creativas para proyectos.

Este trabajo investiga el uso de un sistema de proyección láser controlado por dos espejos móviles colocados en un plano vertical para generar figuras de Lissajous. Se utilizó LabVIEW para obtener y analizar la frecuencia dominante de la canción, la cual se utilizó para generar la señal que controla el motor responsable del movimiento del espejo. De esta forma, el sistema transforma cualidades musicales en animaciones visuales, creando una conexión entre el sonido y la luz con la ayuda de la tecnología.

* 1. Marco Teórico.

En este apartado se explicará teóricamente todas las definiciones, principios, leyes o teorías necesarias para comprender el proyecto.

* + 1. Curvas de Lissajous.

Este fenómeno se podría definir matemáticamente como la representación de un sistema de ecuaciones paramétricas cuyas ecuaciones correspondientes a los ejes x e y, son las ecuaciones de la superposición de dos movimientos armónicos simples, por lo que podríamos decir:

Siendo x e y las ecuaciones correspondientes a los ejes x e y, y la frecuencia de cada movimiento armónico, es la fase de cada movimiento, y es la diferencia de fase.

La figura que queramos dibujar va a estar definida por la relación que hay entre las frecuencias, eso quiere decir que si la relación entre va a condicionar la imagen obtenida, y la diferencia de fase.

Si la relación entre las frecuencias es uno la figura que obtendremos será una elipse, pero si ahora modificamos la fase de cualquiera de las dos haciendo que la diferencia de fase sea 90o la figura que obtendremos será un círculo, y cuando su diferencia de fase sea 0 o 180 o la figura es una línea, si su relación es un dos obtenemos un infinito, pero si es ½ es un 8. Si su relación es 3 obtenemos la figura de un caramelo.

Imagen que contiene texto, mapa

Descripción generada automáticamenteMediante este experimento se ve que una forma muy sencilla de voltear el dibujo 90 o es cambiando la relación de las frecuencias y si es 2 entonces con la relación ½ el infinito se levanta y se convierte en un ocho, por lo que se observa una relación entre las figuras, si la relación es 2/3 significara que se cortara 3 veces en el eje x y 2 en el eje y.

Ilustración 1 Figuras Representativas en función a la relación de frecuencias

* + 1. Digitalización de Señal.

Para la digitalización de una señal analógica, es necesario tener en cuenta los siguientes conceptos:

* + - 1. Ancho de Banda.

El ancho de banda se define como la capacidad del digitalizador para obtener una señal analógica y convertirla a digital perdiendo la mínima amplitud posible. El ancho de banda describe el rango de frecuencias que el digitalizador puede medir con precisión.

Diagrama

Descripción generada automáticamente con confianza mediaGráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamenteLa frecuencia quedaría definida por el 70.7% o a -3dB de su amplitud original.

Ilustración 2 Atenuación de una señal al 70.7% o -3dB

Ilustración 3 Señal de entrada a 100MHz llega a -3dB

El ancho de banda se mide entre los puntos de frecuencia inferior y superior donde la amplitud de la señal cae a -3 dB por debajo de la frecuencia de pasa banda.

Primero calculamos el valor de -3dB

Ecuación 1 Calcular -3dB

Vin.pp es el voltaje pico a pico de la señal de entrada, Vout.pp Es el voltaje pico a pico de la señal de salida.

Dado que la señal de entrada es sinusoidal, hay dos frecuencias (f1 y f2) en las que la señal alcanza ese valor, denominadas frecuencias de corte, mientras que la frecuencia central f0 es la media geométrica de dichas frecuencias de corte.

Ecuación 2 Frecuencia Central

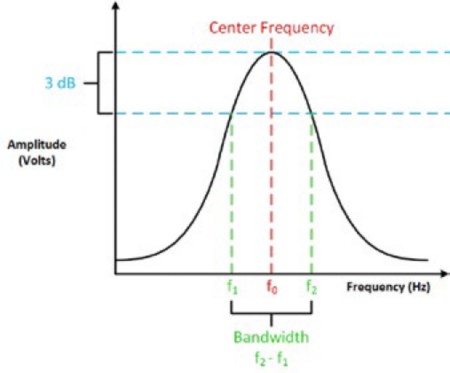
Ecuación 3 Ancho de Banda

Ilustración 4 Ancho de banda, Frecuencias de corte, Frecuencia central y punto -3dB

* + - * 1. Error de Amplitud.

Se expresa como un porcentaje.

Ecuación 4 Error relativo de Amplitud

R es la relación entre el ancho de banda y la frecuencia de la señal de entrada fin.

Se recomienda que el ancho de banda del digitalizador sea de tres a cinco veces superior que la máxima frecuencia de la señal medida. Ahora calcularemos el error para una señal de 1V a 100MHz usando un digitalizador de 100MHz, de 300MHz y 500MHz.

* + - * 1. Tiempo de Incremento.

Como hemos visto para digitalizar la señal se debe tener más ancho de banda que la frecuencia que se desea medir, pero también es necesario tener suficiente tiempo para capturar los detalles de las transiciones rápidas.

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamenteEl tiempo de incremento de una señal de entrada es el tiempo que tarda una señal en pasar del 10% al 90% de la amplitud máxima de la señal.

Ilustración 5 Tiempo que tarda una señal en pasar del 10% al 90% de la amplitud máxima

La constante k depende del digitalizador. En la mayoría de los casos con un ancho de banda superior a 1GHz suele ser k=0.4 ó 0.45, mientras que para los inferiores k=0.35.

El tiempo teórico trm, se puede calcular a partir del tiempo del digitalizador tr-d y la el de la señal de entrada tr-in.

Se recomienda que el tiempo de incremento del digitalizador será de un tercio a un quinto del tiempo de incremento de la señal medida.

* + - 1. Velocidad de Muestreo.

La velocidad de muestreo es la frecuencia a la que el ADC convierte la forma de onda de entrada analógica en datos digitales. El digitalizador muestrea la señal después que se haya aplicado cualquier modificación (atenuaciones, filtros ganancias, etc.) y convierte la señal analógica en digital, por lo tanto, cuanto más rápido muestree el digitalizador, mayor será la resolución y el detalle que se puede observar en la onda.

* + - * 1. Teorema de Muestreo de Nyquist.

Este teorema explica la relación entre la velocidad de muestreo y la frecuencia de la señal medida. Dice que la velocidad de muestreo fs debe ser mayor que el doble de la frecuencia más alta en la señal medida. Esta frecuencia se suele conocer como la frecuencia de Nyquist, fN.

Para entenderlo observaremos una onda sinusoidal en 3 casos diferentes:

* A: frecuencia de señal = frecuencia de muestreo.
* B: frecuencia de señal = 2 \* frecuencia de muestreo.
* Gráfico, Gráfico de líneas

  Descripción generada automáticamenteC: frecuencia de señal = 4/3 frecuencia de muestreo.

Ilustración 6 Diferentes casos de velocidades de muestreo.

Como podemos observar para tener una mínima similitud a la onda por lo menos en frecuencia la frecuencia de muestreo debe ser el doble que la de la señal.

* + - * 1. Aliasing.

Dibujo de un barco

Descripción generada automáticamente con confianza mediaSi muestreamos a una velocidad inferior a la velocidad de Nyquist, aparecen componentes falsos de frecuencias más bajas en los datos muestreados. Este fenómeno se conoce como Aliasing. En la siguiente figura podemos observar como una onda sinusoidal de 800KHz muestreada a 1Ms/s, la línea de puntos muestra la señal con aliasing que es la que se observaría, apareciendo con una frecuencia de 200KHz.

Ilustración 7 Aliasing de 800KHz a 200KHz

* + - * 1. Resolución.

Los bits de resolución se refieren al número de niveles verticales únicos que un digitalizador puede usar para representar una señal.

La resolución de un ADC es una función de en cuántas partes se puede dividir la señal máxima. La resolución de amplitud está limitada por el número de niveles de salida discreta que tiene un ADC. Un código binario representa cada división, como tal, el número de niveles se puede calcular de la siguiente manera:

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamente

Ilustración 8 Diferencia entre 3 bit y 16 bit de resolución

* 1. Análisis espectral.

El análisis espectral es una disciplina que estudia las propiedades de las señales en función de su frecuencia. Permite descomponer una señal compleja en sus componentes frecuenciales, proporcionando información sobre su contenido energético, patrones repetitivos y posibles ruidos.

El análisis espectral se basa en las matemáticas de las series de Fourier y la transformada de Fourier, las cuales permiten representar una señal en el dominio del tiempo como una combinación de senos y cosenos en el dominio de la frecuencia. Otros métodos avanzados, como las transformadas de Laplace y de Wavelet, también se utilizan dependiendo de la aplicación específica.

* 1. Transformada de Fourier.

El principio básico de esta transformada radica en que cualquier función de tiempo, siempre que cumpla ciertas condiciones, puede expresarse como una suma (o integral) de funciones sinusoidales con diferentes frecuencias, amplitudes y fases.

Las señales pueden clasificarse según diferentes criterios:

* Señales continuas y discretas: Una señal continua se define para todo instante de tiempo, mientras que una señal discreta está definida solo en ciertos intervalos de tiempo.
* Señales periódicas y aperiódicas: Las señales periódicas se repiten en intervalos regulares de tiempo, mientras que las señales aperiódicas no tienen un patrón de repetición.

En el dominio del tiempo, una señal describe cómo varía una magnitud en función del tiempo.

En el dominio de la frecuencia, la señal se descompone en sus componentes de frecuencia (espectro), lo que permite analizar cómo se distribuyen las diferentes frecuencias que componen la señal.

La Transformada de Fourier de una función x(t) se define como:

* X(f): Representación de la señal en el dominio de la frecuencia.
* x(t): Señal en el dominio del tiempo.
* f: Frecuencia en hercios (Hz).
* j: Unidad imaginaria ( ​).

La transformada inversa, que permite reconstruir la señal original se define como:

A su vez han aparecido variantes de la transformada de Fourier, como podrían ser:

* **Transformada Discreta de Fourier (DFT)**

La DFT se aplica a señales discretas y tiene la siguiente definición:

Donde N es el número de muestras en la señal.

* **Transformada Rápida de Fourier (FFT)**

La FFT es un algoritmo eficiente para calcular la DFT, reduciendo el costo computacional de O(N2) a O (N\*log (N)). Esto la hace ideal para aplicaciones prácticas como procesamiento de audio, video y datos en tiempo real.

* **Transformada de Fourier de Tiempo Corto (STFT)**

La STFT permite analizar señales no estacionarias dividiendo la señal en segmentos temporales pequeños y aplicando la Transformada de Fourier a cada segmento:

Donde w(t) es una ventana que define el intervalo de análisis.

* 1. Transformada de Hilbert.

Los resultados de la Transformada de Fourier se presentan como una gráfica de los valores absolutos de los coeficientes frente a sus respectivas frecuencias, esta grafica se le denomina espectro de Fourier. Sin embargo, la distribución en el tiempo del contenido de frecuencias no se puede determinar. Este es uno de los mayores problemas que presenta el análisis de Fourier. Si la señal es lineal y estacionaria este inconveniente no es muy grave, pero muchas señales no lo son, por lo que será necesario realizar un análisis en ambos dominios, tiempo y frecuencia, simultáneamente.

La transformada de Hilbert tiene el inconveniente de solo poder usarse con señales mono componentes, es decir con un solo tono de frecuencia. Pero gracias al desarrollo del método de la descomposición modal empírica que permite descomponer la señal en monocomponentes, facilita así el estudio de la señal en ambos dominios.

La transformada de Hilbert (HT) de una función real *x(t)* se define como:

Ecuación 5 Hahn (1996)

La HT es la convolución entre la función y el inverso del tiempo. La HT se utiliza sobre todo para reconstruir la señal analítica *z(t)*.

Ecuación 6 Gabor (1946)

La señal analítica es una señal compleja cuyo espectro en frecuencias negativas es nulo y en las reales es igual a la señal original.

Ecuación 7 Otra forma de expresar Gabor

Donde:

Ecuación 8 Definición Variables

Es decir, la señal analítica permite separar una señal en sus componentes de amplitud *a(t)* y fase instantánea *ϴ(t)*. Y gracias a estas ecuaciones se propuso el concepto de frecuencia instantánea *(IF)* como la derivada del tiempo de la fase.

La siguiente figura muestra el resultado del análisis usando HT de una señal sinusoidal de amplitud constante donde la frecuencia crece linealmente en el tiempo desde 0.5 Hz hasta 8 Hz (señal “chirp”). El apartado a) muestra la amplitud instantánea y podemos apreciar que la amplitud que se obtiene es la envolvente de la señal en el tiempo. En el apartado b) muestra los resultados obtenidos para la dase instantánea. Las discontinuidades que se observan son debidas al uso de la función arctan de la Ecuación 8 Definición Variables, la cual siempre va a presentar saltos entre π y –π. En el apartado c) la frecuencia instantánea es calculada directamente usando diferenciación numérica de los valores de fase instantánea, los resultados obtenidos van a exhibir discontinuidades en los mismos instantes donde la fase instantánea presenta discontinuidades. A parte la evolución de las frecuencias en el tiempo es identificada satisfactoriamente. Para resolver el problema de las discontinuidades en la fase existen diferentes técnicas. La más simple seria sumarle 2π a la fase cada vez que se completa un ciclo para suavizar las discontinuidades antes de tomar la derivada. Otra opción es calcular las fases de las diferencias en lugar de las diferencias de las fases.

Ecuación 9 Feldman (2011)

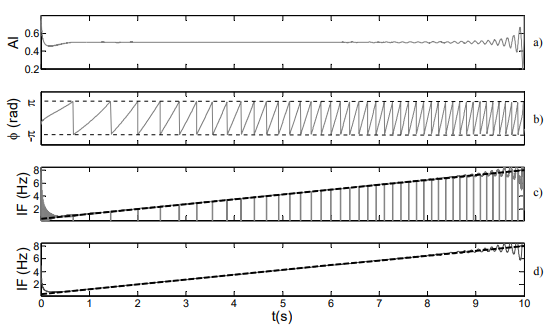
Las frecuencias instantáneas que se muestran en el apartado d) fueron obtenidas usando la Ecuación 9 Feldman (2011). Se puede apreciar que, sin necesidad de previamente desenrollar la fase, la variación de las frecuencias en el tiempo es identificado satisfactoriamente y sin discontinuidades.

Ilustración 9 Análisis de la señal a través de la HT

La determinación de frecuencias instantáneas usando la señal analítica obtenida a partir de la transformada de Hilbert solo arrojará resultados satisfactorios si la señal es mono componente. Mientras que cuando la señal presenta varias frecuencias simultáneamente, el resultado obtenido para la frecuencia instantánea será un solo valor por instante de tiempo, el valor promedio. Por ejemplo, una señal generada a partir de la suma de dos sinusoides de amplitud constante y frecuencias de 2 Hz y 6 Hz. Si la frecuencia instantánea de esta señal es analizada, el resultado que se obtiene es una frecuencia de 4 Hz. Para aplicar exitosamente la HT a señales con múltiples tonos, la señal original debe ser preprocesada para descomponerla en monocomponentes, por ejemplo, a través del uso de filtros, descomposición modal empírica (Huang, 1998), descomposición vibracional Hilbert (Feldman, 2006) o la transformada wavelet “synchrosqueezed” (Daubuchies et al., 2011).

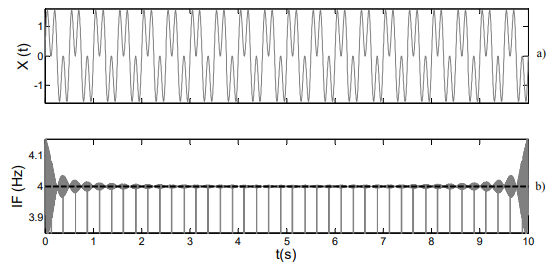
* 1. Filtros

Ilustración 10 a) Sinusoidal compuesto por frecuencias de 2 y 6 Hz; b) Frecuencia instantánea usando la transformada de Hilbert.

Los filtros son dispositivos o algoritmos diseñados para modificar ampliar o reducir características de una señal. Dependiendo de su implementación, los filtros pueden clasificarse en dos grandes categorías: digitales y analógicos.

* + 1. Filtros analógicos.

Los filtros analógicos operan directamente sobre señales continuas en el tiempo, utilizando componentes pasivos (resistencias, condensadores y bobinas) y activos (amplificadores operacionales). Son comunes en aplicaciones donde la señal no ha sido digitalizada.

Hay cuatro tipos de filtros típicos, Pasa bajos, Pasa altos, Pasa banda y, rechazo de banda. Hay que destacar dos tipos específicos de filtros analógicos:

* + - 1. Filtros Butterworth.

Están diseñados para tener una respuesta en frecuencia lo más plana posible dentro de su banda de paso. Este diseño minimiza las distorsiones en la amplitud de las señales filtradas, haciéndolos adecuados para aplicaciones donde lo que buscamos es la fidelidad en amplitud.

Estos filtros pueden ser digitalizados, manteniendo su respuesta plana y permitiendo ajustar fácilmente los parámetros en aplicaciones digitales, como el procesamiento de audio.

* + - 1. Filtros Exponenciales.

Son comunes en aplicaciones de sistemas de control y modelado, especialmente cuando se busca suavizar rápidamente los datos o atenuar componentes no deseados.

Al digitalizarse, los filtros exponenciales se convierten en algoritmos eficientes para suavizar datos en tiempo real.

El filtro EMA implica calcular un valor filtrado usando la expresión siguiente a partir de una medición.

Con An representando el valor filtrado, An-1 el valor filtrado previo, M como el valor de la señal a filtrar, y Alpha como un factor en el rango de 0 a 1.

Así, el filtro EMA proporciona información adicional a través de la medición M y también suaviza los datos utilizando la memoria del valor filtrado anterior An-1. Posteriormente, analizaremos cómo el factor Alpha afecta la cantidad de suavizado en la señal resultante de un filtro exponencial EMA.

Es evidente la ventaja en términos de facilidad y eficiencia computacional. La computación necesita una sola instrucción simple. En lo que respecta a los requisitos de memoria, solo necesitamos guardar el valor filtrado previo.

* + 1. Filtros Digitales.

Los filtros digitales operan sobre señales discretas en el tiempo, manipulando datos numéricos mediante algoritmos implementados en microprocesadores, DSPs (Procesadores Digitales de Señales) o software.

Permiten ajustes precisos y adaptativos mediante cambios en el código o en los parámetros del filtro. Habiendo dos tipos de filtros digitales principalmente:

* + - 1. Filtros FIR (Finite Impulse Response).

Tienen respuesta finita en el tiempo, por lo que su salida depende únicamente de un número limitado de valores pasados de la entrada.

Son estables, ya que no tienen polos. Permiten un control preciso de la respuesta en frecuencia gracias a los cálculos matemáticos. Y no introducen distorsión de fase si se diseñan como lineales.

Se suelen utilizar en procesamiento de imágenes, telecomunicaciones, y eliminación de ruido.

* + - 1. Filtros IIR (Infinite Impulse Response).

Tienen una respuesta infinita en el tiempo debido a la retroalimentación.

Tienen una mayor eficiencia computacional, ya que pueden lograr la respuesta en frecuencia con un orden más bajo que los FIR, por lo que los hace idóneos para aplicaciones donde los recursos computacionales son limitados.

Estos filtros introducen distorsión en fase, por lo que dependiendo de la aplicación podría suponer un problema.

Son usados en sistemas de audio, ecualización y compresión de datos.

* 1. Motores Eléctricos.

Un motor es un dispositivo que convierte la energía eléctrica en mecánica y viceversa. Para su correcto funcionamiento requieres drivers o controladores para regular su velocidad, sentido y torque.

Los motores eléctricos pueden clasificarse en dos grandes apartados:

* + 1. Motores de Corriente Continua (DC).

Se alimentan con corriente continua como su nombre indica, y a su vez estos se clasifican en tres grandes grupos:

* + - 1. Motores con escobillas (Brushed DC Motor).

Convierten la energía eléctrica en energía mecánica a través de la interacción de un campo magnético generado por el estator y un rotor con devanados eléctricos. Utilizan un conmutador mecánico y escobillas de carbón para invertir la polaridad del rotor de manera continua, asegurando así un movimiento rotativo constante.

Cuando se aplica voltaje a las escobillas, la corriente fluye a través de los devanados del rotor, generando un campo magnético que interactúa con el campo del estator. Esta interacción produce un par motor que hace girar el rotor. A medida que el rotor gira, el conmutador mecánico cambia la dirección de la corriente en los devanados, asegurando que el campo magnético siga impulsando el movimiento en la misma dirección.

Se puede regular la velocidad y el par regulando la tensión de alimentación o usando señales de modulación por pulso (PWM), son motores económicos y fácil de implementar. Pero tienen un desgaste continuo entre el conmutador y las escobillas lo que requiere un mayor mantenimiento.

* + - 1. Motores DC sin escobillas (Brusheless DC Motor).

Los motores sin escobillas utilizan un controlador electrónico para conmutar las bobinas del estator en lugar de emplear un conmutador mecánico.

Estos motores poseen un rotor con imanes permanentes y un estator con bobinas. Un sistema de sensores (como sensores Hall) detecta la posición del rotor y un controlador conmuta las bobinas del estator en la secuencia correcta, generando un campo magnético giratorio que hace rotar el rotor.

Son mas eficientes que los Brushed ya que no tienen escobillas ni fricción, no hay desgaste mecánico por lo que requieren menos mantenimiento, y se pueden controlar con mayor precisión, pero requieren un Driver más complejo y no pueden operar sin este.

* + - 1. Motores paso a paso (Stepper Motor).

Los motores paso a paso son un tipo especial de motor DC diseñado para moverse en pasos. Se controlan mediante pulsos eléctricos enviados a las bobinas del estator, lo que permite una gran precisión en el posicionamiento.

Un motor paso a paso tiene múltiples bobinas distribuidas en fases. Al inducir corriente en un orden específico, el rotor se mueve en pequeños pasos angulares. Existen diferentes tipos:

* + - * 1. Motores de reluctancia variable:

Este tipo de motor no usa imanes en el rotor. En su lugar, el rotor está compuesto por dientes de hierro que se alinean con los polos magnéticos del estator a medida que las bobinas se inducen en una secuencia determinada.

* + - * 1. Motores de imán permanente:

Estos motores utilizan un rotor con imanes permanentes y un estator con bobinas que se activan en una secuencia específica para mover el rotor en pasos

* + - * 1. Motores híbridos:

Combinan características de los motores de reluctancia variable y de imán permanente, ofreciendo mayor precisión y torque. Cuentan con un rotor dentado con imanes permanentes y un estator diseñado para mejorar la alineación magnética.

* + 1. Motores de corriente Alterna.

Los motores de AC se alimentan con corriente alterna y son ampliamente usados en aplicaciones industriales.

* + - 1. Motores de inducción

Estos motores funcionan mediante la inducción electromagnética en el rotor. El estator genera un campo magnético rotatorio que induce una corriente en el rotor, generando un campo opuesto que produce el movimiento.

* Jaula de ardilla: Simples y robustos.
* Rotor bobinado: Permiten mayor control del par.
  + - 1. Motores sincrónicos

El rotor gira a la misma velocidad que el campo magnético del estator, lo que permite una operación estable en aplicaciones de velocidad constante.

* 1. Driver o Controlador Motores DC.

Los drivers de motores son circuitos electrónicos diseñados para controlar el voltaje, corriente y frecuencia de los motores, permitiendo su operación eficiente y protegiéndolos contra sobrecargas y otros problemas eléctricos.

1. Resultados

El párrafo anterior tiene aplicado el estilo TFG\_Título1

Se muestran los diferentes resultados logrados en la realización de este TFG. Puede haber resultados ser de múltiples tipos, obtenidos en las diferentes fases del TFG: resultados documentales (Ej: Proyecto de implantación, Informe técnico de rendimiento, Comparativa entre, etc.); de producto (prototipo, base de datos, etc.); de mejora de procesos (modelado de proceso para…), etc.

La tabla siguiente tiene estilo de párrafo TFG\_contenidos y estilo de tabla TFG\_TablaProducto:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |



1. Conclusiones

El párrafo anterior tiene aplicado el estilo TFG\_Título1

Con las conclusiones, el estudiante realiza una síntesis y expresa en qué modo los objetivos se han logrado o no, basándose en la información y hechos objetivos que ha utilizado en su elaboración.

Trabajos futuros. En este apartado el estudiante planteará un escenario de futuro para su trabajo fin de grado. Puede incluir posibles soluciones a las limitaciones encontradas, desarrollo en profundidad de alguno de los conceptos tratados, análisis más completo que el planteado, puesta en práctica del material desarrollado, etc.

Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos. Este párrafo tiene aplicado el estilo TFG\_contenidos.

1. Objetivos de Desarrollo Sostenible

Los objetivos de este Trabajo Fin de Grado están alineados con los siguientes Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) y metas, de la Agenda 2030:

* Objetivo 4 - Garantizar una educación inclusiva y equitativa de calidad y promover oportunidades de aprendizaje permanente para todos
* Meta 4.4 De aquí a 2030, aumentar considerablemente el número de jóvenes y adultos que tienen las competencias necesarias, en particular técnicas y profesionales, para acceder al empleo, el trabajo decente y el emprendimiento
* Objetivo 8 - Promover el crecimiento económico sostenido, inclusivo y sostenible, el empleo pleno y productivo y el trabajo decente para todos
* Meta 8.2 Lograr niveles más elevados de productividad económica mediante la diversificación, la modernización tecnológica y la innovación, entre otras cosas centrándose en los sectores con gran valor añadido y un uso intensivo de la mano de obra

Se aconseja [consultar la Web de Naciones Unidas](https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/objetivos-de-desarrollo-sostenible/), donde se detallan las diferentes metas de cada ODS. También se pueden [descargar los logos correspondientes](https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/news/communications-material/).

1. Bibliografía

El párrafo anterior tiene aplicado el estilo TFG\_Título1

Las citas bibliográficas han de ser incluidas al final del trabajo, haciendo distinción entre referencias bibliográficas y bibliografía (otras fuentes consultadas y no citadas en el cuerpo del trabajo).

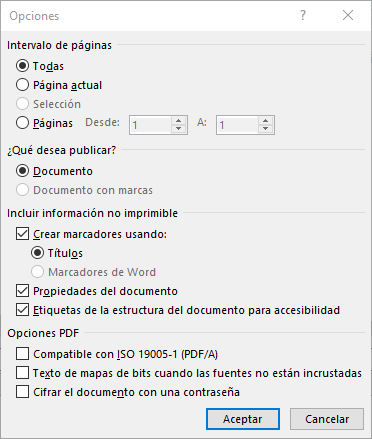
Se recomienda utilizar como norma de citación el formato APA. También se aconseja el uso de un gestor bibliográfico, por ejemplo, ZOTERO.

1. Accesibilidad para discapacitados

\*\*\* IMPORTANTE \*\*\* Todo este punto debe eliminarse \*\*\*

Para favorecer el uso y lectura de este documento, a los discapacitados visuales y aplicaciones de lectura automática, se recomienda la aplicación de las siguientes características:

* Fuente: Verdana o Arial de tamaño 12 puntos o superior.
* Párrafos con justificación izquierda y sin dividir palabras con guiones al final de las líneas.
* Uso de documentos estructurados, con párrafos configurados con el nivel de esquema correspondiente (títulos nivel 1..9). Así se permite el uso del panel de navegación, tanto en Word como en el PDF.
* Imágenes y tablas con “texto alternativo”. Para que pueda ser leído por las aplicaciones de lectura automática.
* Generación del PDF con Marcadores de navegación por títulos y sin convertir a imagen (mapa de bits) fuentes externas.



Activado

Activado

Desactivado

Desactivado

Más información en:

[Haga que los documentos de Word sean accesibles para personas con discapacidades. - Soporte de Office (microsoft.com)](https://support.microsoft.com/es-es/office/haga-que-los-documentos-de-word-sean-accesibles-para-personas-con-discapacidades-d9bf3683-87ac-47ea-b91a-78dcacb3c66d)

[Reglas del Comprobador de accesibilidad - Soporte de Office (microsoft.com)](https://support.microsoft.com/es-es/office/reglas-del-comprobador-de-accesibilidad-651e08f2-0fc3-4e10-aaca-74b4a67101c1)

Para facilitar la gestión de algunos de los puntos anteriores se ha creado el estilo de párrafo “TFG\_base”. El resto de los estilos TFG\_XXX están vinculados a este (relación jerárquica padre-hijo). Así, por ejemplo, para cambiar la fuente la cambiaremos en TFG\_base y se aplicará el cambio a todos los estilos. Es decir, todos los cambios que hacemos en el estilo padre, los heredan los estilos hijos, a no ser que en el estilo hijo se haya modificado explícitamente esa característica.

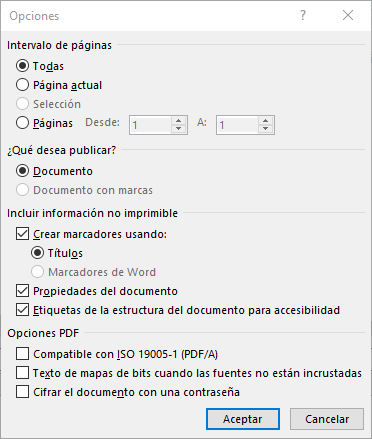
--------INDICACIONES PARA LA ENTREGA FINAL--------

Borrar los apartados 9 y 10

Generar este documento en PDF con marcadores:

\* Archivo> Guardar y enviar

\* Crear documento PDF/XPS> Crear documento PDF/A> Opciones:



Activado

Activado

Desactivado

Desactivado

1. Ejemplos de uso de QR

\*\*\*\*\*\*\*\* IMPORTANTE. \*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

Todo este punto debe eliminarse.

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

Se ha incluido para ofrecer información de uso de QR, con contenidos de diferente tipo (texto, URL, coordenadas mapas, etc.), y herramientas gratuitas para:

- la generación personalizada de QR

- la lectura desde dispositivos Android, utilizando una herramienta que tiene historial.

El que sabe no es el que todo lo sabe,

sino el que sabe dónde está lo que no sabe.

"**Me lo contaron y lo olvidé; lo vi y lo entendí;**

**lo hice y lo aprendí.**" Confucio 551-478 AC

[](https://play.google.com/store/apps/developer?id=ZXing+Team)Se pueden incluir QR con coordenadas Google-Maps para favorecer el acceso a mapas mediante dispositivos móviles.

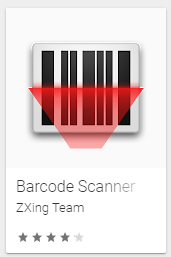


<https://www.qrcode-monkey.com/>

APLICACIÓN ONLINE GRATUITA:

Creación de QR, gratuito, admite logos y diseños personalizables:

<https://www.qrcode-monkey.com/es>



Lector gratuito de QR (para Android). Dispone de **historial**, lo que permite acceder en cualquier momento a los contenidos de los QR leídos:

Barcode Scanner [ZXing Team](https://play.google.com/store/apps/developer?id=ZXing+Team)

Relación de documentos

(X) Memoria NN páginas

(\_) Anexos NN páginas

La Almunia, a dd de mm de 202x

Firmado: David Martín-Sacristán Avilés

--------INDICACIONES PARA LA ENTREGA FINAL--------

Actualizar el número de páginas de los documentos a entregar, actualizar la fecha y después de imprimir firmar sobre el nombre de autor. Esta hoja deberá incluirse al final del documento.