Segundo Examen Parcial

Dan Jinich Fainsod 167907
Análisis Aplicado II
ITAM

29 de octubre de 2020

1. Teoría

1.1. ELI5

1. Explica el algoritmo de búsqueda lineal a un niño de 5 años.

> **Solución:** Tengo un problema con números para el que estoy buscando la mejor solución. El problema puede ser: cuántos pasteles, de que tamaño y de que sabor necesito en una fiesta con 100 niños para que todos estén felices y no sobre demasiado. Entonces si tuviera que escoger adivinaría un número, digamos 100 pasteles que miden lo mismo que tu y que cada uno es de otro sabor, pero si a cada quien le tocaría un pastel enorme sobraría mucho, entonces veo que necesito menos pasteles. Escojo un número más chico, digamos un pastel del tamaño de una uva sabor a brócoli, pero con un pastel a muchos no les va a tocar y a casi nadie le gusta el pastel de brócoli. Lo que necesito hacer es ir viendo si sobra o si falta, y ver que todos tengan pastel de su sabor favorito. Entonces, cada vez que adivino tengo que ver si me falta pastel, si necesito pasteles más grandes, o si necesito más sabores. Dependiendo de que necesito, voy a quitar o agregar pasteles, hacer mas grandes o chicos y cambiar el sabor de pasteles.

2. Explica el algoritmo de región de confianza a un niño de 5 años.

> **Solución:** Imagínate que estas buscando algo en tu cuarto que yo escondí. Tu te vas moviendo por el cuarto y si te acercas te voy a decir ”te estas calentando”, si te alejas te voy a decir ”te estas enfriandoz si no te estas acercando ni alejando te voy a decir ”sigues tibio”. Si te digo que te estas calentando, vas a seguir caminando en la misma dirección. Si te digo te estas enfriando, vas a dar una vuelta y caminar en otra dirección. Si te digo estas tibio, vas a girar a un lado para ver si te digo que estas caliente o frió.

1.2. Demostración

3. Si tenemos f una cuadratica convexa $f(x) = \frac{1}{2}x^TQx - b^Tx$. Demuestra que el minimizador de una dimension sobre la linea $x_k + ap_k$ es:
$$a_k = -\frac{\nabla f_k^T p_k}{p_k^T Q p_k}$$

Solución: Sabemos que $\nabla f(x) = Qx - b$, y el minimizador se encuentra en $Qx = b$. Tambien sabemos que Q es semidefinida positiva, ya que f es convexa. El paso a_k que minimiza $f(x_k + af_k)$ se puede encontrar derivando

$$f(x_k + ap_k) = \frac{1}{2}(x_k + ap_k)^T Q(x_k + ap_k) - b^T(x_k + ap_k)$$

en a e igualando a cero. Si hacemos un poco de algebra vemos que:

$$f(x_k + ap_k) = \frac{1}{2}(x_k^TQx_k + a(p_k^TQx_k) + a(x_k^TQp_k) + a^2(p_k^TQp_k)) - b^Tx_k - a(b^Tp_k)$$

Entonces tenemos que resolver:

$$\begin{aligned}
& & 0 &= \frac{d}{da}f(x_k + ap_k) & \\
&\iff & 0 &= \frac{1}{2}((p_k^TQx_k) + (x_k^TQp_k)) - b^Tp_k & \\
&\iff & a(p_k^TQp_k) &= -\frac{1}{2}((p_k^TQx_k) + (x_k^TQp_k)) + b^Tp_k & \\
&\iff & a(p_k^TQp_k) &= -(x_k^TQp_k)) + b^Tp_k & (Q \text{ es simétrica}) \\
&\iff & a(p_k^TQp_k) &= (b^T - x_k^TQ)p_k & \\
&\iff & a(p_k^TQp_k) &= -\nabla f_k^T p_k & (\nabla f(x) = Qx - b) \\
&\iff & a &= -\frac{\nabla f_k^T p_k}{p_k^T Q p_k} &
\end{aligned}$$

2. Code

4. En la carpeta data hay una base de datos. Que contiene datos de delitos cometidos en la Ciudad de México, para mayo referencia de cómo obtener estos datos, ver esta página.
La jefa de gobierno te dice que hubo un problema y que vamos a reinstalarlas cámaras de seguridad de los sectores que componen esta base de datos,esto implica que podemos ubicar las cámaras en mejores lugares a los que están. No tenemos certeza de cuántas cámaras serán, pero para simplicidad del problema asumamos que tenemos 8000 cámaras de seguridad. Te piden ayuda para elegir la posición óptima de las 8000 nuevas cámaras.
Establece claramente la métrica que vas a buscar optimizar y cuál es el razonamiento para resolver el problema de colocar las cámaras así como generar una función que calcule, para un conjunto de 8000 puntos, la función de costo que se optimizará.

Solución: Para cada delito d_i, tenemos una variable r_i que es su distancia a la cámara mas cercana. Tenemos que $latd_i$ es la latitud del delito i y $lond_i$ es la longitud del delito i y de la misma manera $latc_j, lonc_j$ de la cámara j. Por simplicidad, podemos definir a r_i como la distancia cuadrática. Entonces nuestra funcion a minimizar es

$$\sum_i r_i^2$$

Para resolver este problema vamos a usar el algoritmo de búsqueda lineal con modificación de Newton.

Notas:

- El código es de Julia
- Hay que cambiar el directorio en la antepenúltima linea.
- El código es multithreaded, hay que empezar julia con julia –threads 4, si se quiere tener esperanza de que termine de correr algún día.
- El vector se genera aleatoriamente para que no se tenga que dar 16000 variables.
- Para un numero mas chico de cámaras y una muestra reducida funciono.
- Aplican instrucciones similares a las del proyecto.