

Análisis Aplicado, Examen Parcial

Oscar Alejandro Aguilar Castillo - 173718

29 de octubre de 2020

1. Teoría

Explícame como si tuviera 5 años. Es un subreddit muy popular donde se explican conceptos muy interesantes de maneras muy sencillas. Richard Feynman tenía una metodología de aprendizaje que involucra explicar conceptos complejos a un niño. Por ende para esta parte del examen tenemos lo siguiente:

1.1. Búsqueda lineal

Imagina que estás buscando un tesoro y sólo sabes 2 cosas:

1. Tienes que viajar en la dirección de la estrella más brillante (la cual puede cambiar mientras más te acercas).
2. Como estás lejos del tesoro, las flores a tu alrededor son rojas, pero mientras más te acercas, sabemos que las flores serán cada vez más blancas.

Podrías agarrar una flor a tu alrededor a cada paso y ver cual es más clara y avanzar así, pero sería muy cansado recoger flor tras flor cada paso que des. También podrías caminar en la dirección de la estrella más brillante, pero conforme avanzas puede que sea otra estrella la que brille más. Por lo tanto lo ideal es combinar ambas opciones. Observas cual es la estrella más brillante, y después de avanzar un rato, recoges una flor y ves si es más clara. Si sí lo es, vuelves a mirar al cielo y ver de nuevo cuál estrella es la más brillante y continuar en esa dirección. Si no notaste que bajó el tono de la flor, entonces la próxima vez puedes avanzar más para tomar la flor y comparar si bajó el tono y así hacer menos paradas.

Va a llegar un punto en que no vas a notar exactamente cuál es la flor más blanca, pero será lo suficientemente blanca que, con alzar la cabeza, verás el tesoro y no tuviste que encontrar justo la flor más blanca que estaba justo encima del tesoro.

1.2. Región de Confianza

Imagina que quieres practicar tiros de penales que suman puntos. Tu objetivo es llegar a 100 puntos (x^*). Puedes decidir entre qué tan lejos lo tiras (Radio de la región) y el tamaño del balón que usas (Tamaño del paso). Si usas balones más pequeños, es más fácil que metas gol, pero ganas poquitos puntos y necesitarías muchos puntos para poder ganar. Pasa lo mismo con la distancia desde donde lo tiras. Puedes probar desde donde creas que puedes meterlo, y si logras hacerlo, entonces puedes irte un poco más lejos para poder ganar más puntos y lograr llegar más rápido al premio. Si te alejas mucho y no los metes, es mejor que regreses a acercate. Una vez que encuentras una buena distancia desde donde hacer el tiro y el tamaño de la bola, será más rápido llegar a los 100 puntos, pero conviene que mejores tus decisiones para que llegues a los 100 puntos en los menores tiros posibles para no cansarte.

pero no sabes ni el tamaño de la portería, ni la distancia desde donde hay que tirarlos. Comienzas entonces con una distancia y un tamaño de portería que creas que se parece a lo que sería. No puedes

2. Demostración

Si tenemos f una cuadrática convexa $f(x) = \frac{1}{2}x^T Qx - b^T x$. Demuestra que el minimizador de una dimensión sobre la línea $x_k + \alpha p_k$ es:

$$\alpha_k = -\frac{\nabla f_k^T p_k}{p_k^T Q p_k}$$

2) Tenemos que $f(x) = \frac{1}{2}x^T Qx - b^T x$ es una función cuadrática convexa. Para obtener el minimizador sobre la línea $g(x) = f(x_k + \alpha p_k)$ primero obtenemos la función sobre dicha recta:

$$f(x_k + \alpha p_k) = \frac{1}{2}(x_k + \alpha p_k)^T Q(x_k + \alpha p_k) - b^T(x_k + \alpha p_k)$$

\Rightarrow Si derivamos a g , por regla de la cadena se tiene que:

$$g'(x) = \nabla f(x_k + \alpha p_k) \cdot p_k$$

Pero sabemos que $\nabla f = Qx - b \Rightarrow g'(x) = (Q(x_k + \alpha p_k) - b)^T \cdot p_k =$
 $= (Qx_k - b + \alpha Q p_k)^T \cdot p_k =$
 $= (Qx_k - b)^T + \alpha p_k^T Q p_k =$
 $\stackrel{Q \text{ sim}}{=} (Qx_k - b)^T p_k + \alpha p_k^T Q p_k$

Pero como queremos que sea minimizador la derivada tiene que ser igual a cero

$$\Leftrightarrow (Qx_k - b)^T p_k = -\alpha p_k^T Q p_k, \text{ despejando...}$$

$$\Leftrightarrow \alpha = -\frac{\nabla f^T \cdot p_k}{p_k^T Q p_k}$$



3. Código

En la carpeta data hay una base de datos. Que contiene datos de delitos cometidos en la Ciudad de México.

La jefa de gobierno te dice que hubo un problema y que vamos a reinstalar las cámaras de seguridad de los sectores que componen esta base de datos, esto implica que podemos ubicar las cámaras en mejores lugares a los que están. No tenemos certeza de cuántas cámaras serán, pero para simplicidad del problema asumamos que tenemos 8000 cámaras de seguridad. Te piden ayuda para elegir la posición óptima de las 8000 nuevas cámaras.

Establece claramente la métrica que vas a buscar optimizar y cuál es el razonamiento para resolver el problema de colocar las cámaras así como generar una función que calcule, para un conjunto de 8000 puntos, la función de costo que se optimizará.