Examen Análisis Aplicado

Sergio Iván Arroyo Giles

1.1 Búsqueda Lineal

Juguemos a la papa caliente. Necesitamos encontrar un lugar donde cada vez te encuentres más cerca de donde esté la papa (que no sabemos donde está) cada vez que nos acerquemos sonará una chicharra. Necesitamos encontrar un lugar donde estemos lo más cerca posible de ella. Para ello haremos lo siguiente.

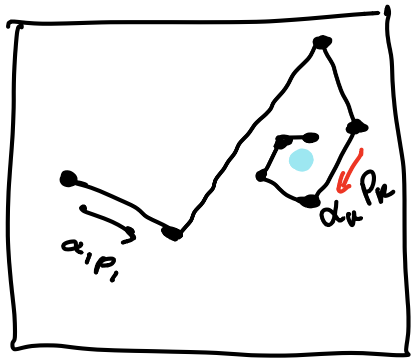
→ Escogeremos un lugar aleatorio para buscar la papa.

→ Hacemos sonar la chicharra para saber hacia donde voltear

→ Volteamos y determinamos cuantos pasos damos de tal modo que escuchemos la chicharra lo más cerca posible. y nos detenemos

→ Repetimos el paso anterior hasta que escuchemos más fuerte la chicharra.

(Podemos pensar que donde buscamos está oscuro para no ver)



1.2 Región de Confianza

Misma idea de la papa en un cuarto oscuro.
Ahora sabemos que la papa está en un cuarto de la casa en lugar de buscar por toda la casa. Pero si escogemos está opción nuestra chicharra está descompuesta. Entonces cada vez que avanzamos solo podemos hacerla sonar una vez. Jugamos así:

→ Nos colocamos dentro del cuarto
→ La hacemos sonar y nos movemos hacia donde creamos que está
→ Nos detemos y la volvemos a hacer sonar..
→ Repetimos este proceso hasta que podamos encontrar la chicharra

descompuesta.

2. Sea $f(x) = \frac{1}{2} x^T Q x - b^T x$. Demuestra que el minizador de una dimension sobre la línea $x_p + \alpha p_k$ es:

$$\alpha_k = -\frac{\nabla f_k^T p_k}{p_k^T Q p_k}$$

Dem

Sea $\phi(\alpha) = f(x_k + \alpha p_k)$ con p_k una dirección de descenso. Si α^* minimiza ϕ tal que $\phi(\alpha^*)$ es mínimo $\Rightarrow$

$$\frac{d}{d\alpha}\phi(\alpha)\Big|_{\alpha=\alpha^*} = 0$$

Pero $\frac{d}{d\alpha}\phi(\alpha) = \nabla f(x_k + \alpha p_k)^T p_k$

$$\Rightarrow \frac{d}{d\alpha}\phi(\alpha) = \nabla f_k^T p_k$$

Además, $\nabla f(x) = Qx - b$

$$\Rightarrow \frac{d}{d\alpha}\phi(\alpha)\Big|_{\alpha=\alpha^*} = 0$$

$$\Leftrightarrow \nabla f(x_k + \alpha^* p_k)^T p_k = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(Q(x_k + \alpha^* p_k) - b\right)^T p_k = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(Q x_k + \alpha^* Q p_k - b\right)^T p_k$$

$$\Leftrightarrow (Q x_k - b)^T p_k + \alpha^* (Q p_k)^T p_k = 0$$

$$\alpha^* (p_k^T Q p_k) = -\nabla f(x_k)^T p_k$$

$$\Rightarrow \alpha^* = -\frac{\nabla f(x_k)^T p_k}{p_k^T Q p_k}$$

Sea $\nabla f_k = \nabla f(x_k)$

$$\Rightarrow \alpha^* = -\frac{\nabla f_k^T p_k}{p_k^T Q p_k} \quad //$$