

Teoremas De Circuitos En Análisis De CA (Marzo de 2021)

Correa M., Jiménez D., López D.

Resumen - Este artículo recopila de manera eficaz y breve los Teoremas de circuitos en análisis de CA, teniendo fundamentos en teoremas y sus aplicaciones. Algunas variedades de circuitos son difíciles de analizar con sólo las leyes básicas y requieren de métodos adicionales para simplificar su estudio. Aquí se aprenderá a abordar circuitos que tienen múltiples fuentes. Los diferentes teoremas pondrán a disposición algunos métodos apropiados para reducir un circuito a una forma equivalente simple con el propósito de facilitar su análisis.

Índice de Términos - ampere (A), caída de voltaje, circuito abierto, circuito cerrado, circuito equivalente, corto, divisor de corriente, divisor de voltaje, fuente, malla, nodo, paralelo, puente balanceado, resistencia, serie.

I. INTRODUCCIÓN

En este artículo se abordaron cuatro teoremas importantes con énfasis en sus aplicaciones en el análisis de circuitos cd. Este artículo es una continuación de esa cobertura con énfasis en aplicaciones en el análisis de circuitos de ca que incluyen componentes reactivos.

Los teoremas abordados en este capítulo facilitan en análisis de ciertos tipos de circuitos. Estos métodos no reemplazan a la ley de Ohm ni a las leyes de Kirchhoff, aunque normalmente se utilizan junto con dichas leyes en ciertas situaciones.

El teorema de superposición ayuda a abordar circuitos que tienen fuentes múltiples. Los teoremas de Thévenin y de Norton proporcionan métodos para reducir un circuito a una forma equivalente simple y facilitar su análisis. El teorema de transferencia de potencia máxima se utiliza en aplicaciones donde es importante que un circuito dado suministre potencia máxima a una carga.

A. Teorema de Superposición

El teorema de superposición sólo se puede utilizar en el caso de circuitos eléctricos lineales, es decir circuitos formados únicamente por componentes lineales. El teorema de superposición ayuda a encontrar: Valores de tensión, en un nodo de un circuito, que tiene más de una fuente independiente.

B. Teorema de Thévenin

El teorema de Thévenin establece que cualquier red de dos terminales puede reducirse a una fuente ideal de tensión y a una

resistencia en serie.

C. Teorema de Norton

El teorema de Norton establece que cualquier red de dos terminales puede reducirse a una fuente ideal de corriente y a una resistencia en paralelo.

D. Teorema de la máxima transferencia de potencia

El teorema de la transferencia de potencia máxima establece que, dada una fuente, se preestablece una resistencia de la fuente y la resistencia de carga que maximiza la transferencia de potencia es una resistencia cuyo valor en ohmios es igual a la resistencia de la fuente.

II. MARCO TEÓRICO

A. Teorema de Superposición

El teorema de superposición para circuitos de CA se expresa como sigue: En un circuito con fuentes múltiples, la corriente en cualquier rama dada puede calcularse al determinar las corrientes producidas en esa rama en particular por cada fuente, con todas las demás fuentes siendo reemplazadas por sus impedancias internas. La corriente total en la rama dada es la suma fasorial de las corrientes individuales que haya en dicha rama. El procedimiento para aplicar el teorema de superposición es el siguiente:

Paso 1. Dejar una de las fuentes de voltaje (corriente) en el circuito y reemplazar todas las demás con su impedancia interna. En fuentes de voltaje ideales, la impedancia interna es de cero. En fuentes de corriente ideales, la impedancia interna es infinita. A este procedimiento se le llamará poner en cero la fuente.

Paso 2. Determinar la corriente en la rama de interés producida por la fuente restante.

Paso 3. Repetir los pasos 1 y 2 para cada fuente en turno. Al terminar, se tendrán varios valores de corriente en número igual al de fuentes que haya en el circuito.

Paso 4. Sumar los valores de corriente individuales como cantidades fasoriales. El ejemplo 19-1 ilustra este procedimiento para un circuito que contiene dos fuentes de voltaje ideales, V_{s1} y V_{s2}

B. Teorema de Thévenin

El teorema de Thévenin, tal como se aplica a circuitos de ca, proporciona un método para reducir cualquier circuito a una forma equivalente compuesta por una fuente de voltaje de ca equivalente en serie con una impedancia equivalente.

Equivalencia

La forma de circuito equivalente de Thevenin se muestra en la figura 19-12. Sin importar cuán complejo sea el circuito original, siempre es posible reducirlo a esta forma equivalente. La fuente de voltaje equivalente se designa mediante V_{th} ; la impedancia equivalente se designa con Z_{th} (el subíndice en minúsculas cursivas denota la cantidad de ca). Advierta que la impedancia está representada por un bloque en el diagrama de circuito. Esto es porque la impedancia equivalente puede ser de varias formas: puramente resistiva, puramente capacitiva, puramente inductiva, o una combinación de una resistencia y una reactancia. La figura 19-13(a) muestra un diagrama de bloques que representa un circuito de ca de cualquier complejidad dada. Este circuito dispone de dos terminales de salida, A y B. Se conecta una impedancia de carga, Z_L , a las terminales. El circuito produce cierto voltaje, V_L , y cierta corriente, I_L , tal como se ilustra

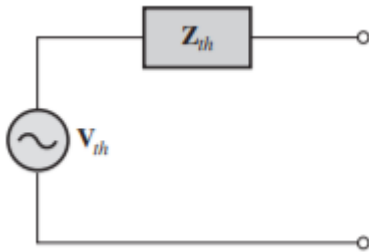


Fig1. Circuito equivalente de Thévenin

Un circuito de ca de cualquier complejidad puede ser reducido a un equivalente de Thévenin para cumplir propósitos de análisis.

De acuerdo con el teorema de Thévenin, el circuito mostrado en el bloque puede ser reducido a una forma equivalente, como se indica en el área más clara de la figura 19-13(b). El término equivalente significa que, cuando se conecta el mismo valor de carga tanto al circuito original como al circuito equivalente de Thévenin, los voltajes y las corrientes presentes en la carga son iguales en ambos circuitos. Por consiguiente, en cuanto a la carga, no hay diferencia entre el circuito original y el circuito equivalente de Thévenin. La carga “ve” la misma corriente y el mismo voltaje sin importar si está conectada al circuito original o al equivalente de Thévenin. En el caso de circuitos de ca, el circuito equivalente es para una frecuencia en particular. Cuando cambia la frecuencia, habrá que calcular de nuevo el circuito equivalente.

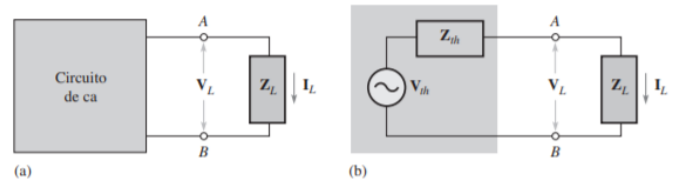


Fig2. Equivalencia teorema de Thévenin

Voltaje equivalente de Thévenin (V_{th})

Como se ha visto, el voltaje equivalente, V_{th} , es una parte del circuito equivalente de Thévenin completo. El voltaje equivalente de Thévenin se define como el voltaje de circuito abierto entre dos terminales especificadas en un circuito.

Impedancia equivalente de Thévenin (Z_{th})

Los ejemplos previos ilustraron cómo determinar V_{th} . Ahora, se determinará la impedancia equivalente de Thévenin, Z_{th} , que es la segunda parte de un circuito equivalente de Thevenin. Como la define el teorema de Thévenin, la impedancia equivalente de Thévenin es la impedancia total que aparece entre dos terminales especificadas en un circuito dado con todas las fuentes siendo reemplazadas por sus impedancias internas. Para determinar Z_{th} entre dos terminales cualesquiera en un circuito, se reemplazan todas las fuentes de voltaje por un corto (cualquier impedancia interna permanece en serie). Reemplace todas las fuentes de corriente por una abertura (cualquier impedancia interna permanece en paralelo).

C. Teorema de Norton

Igual que el teorema de Thévenin, el teorema de Norton proporciona un método útil para reducir un circuito complejo a una forma más simple y manejable con fines de análisis. La diferencia básica es que el teorema de Norton proporciona una fuente de corriente equivalente (en lugar de una fuente de voltaje) dispuesta en paralelo (en lugar de en serie) con una impedancia equivalente.

La forma de un circuito equivalente de Norton se muestra en la figura 3. Sin importar cuán complejo sea el circuito original, es posible reducirlo a esta forma equivalente. La fuente de corriente equivalente se designa mediante I_n , y la impedancia equivalente es Z_n (el subíndice en minúscula cursiva denota una cantidad de ca). El teorema de Norton muestra cómo determinar I_n y Z_n . Una vez que se determinan, simplemente se les conecta en paralelo para obtener el circuito equivalente de Norton completo.

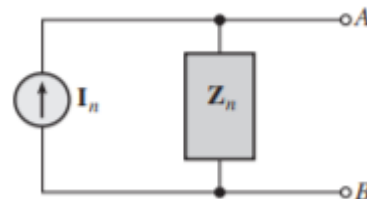


Fig3. Circuito equivalente de Norton

Fuente de corriente equivalente de Norton (I_n)

I_n es una parte del circuito equivalente de Norton; Z_n es la otra parte. La corriente equivalente de Norton se define como la corriente que aparece al poner en cortocircuito las dos terminales específicas en un circuito dado. Cualquier carga conectada entre estas dos terminales “ve” efectivamente una fuente de corriente I_n dispuesta en paralelo con Z_n .

Impedancia equivalente de Norton (Z_n)

Z_n se define igual que Z_{th} : es la impedancia total que aparece entre dos terminales específicas de un circuito dado visto desde las terminales abiertas y con todas las fuentes reemplazadas por sus impedancias internas.

D. Teorema de Máxima Potencia

Se transfiere potencia máxima a una carga conectada a un circuito cuando la impedancia total es el complejo conjugado de la impedancia de salida del circuito.

El complejo conjugado de $R + jX_C$ es $R - jX_L$ y viceversa, donde las resistencias son iguales en magnitud y las reactancias también iguales en magnitud, pero de signo opuesto. La impedancia de salida es efectivamente la impedancia equivalente de Thévenin vista desde las terminales de salida. Cuando Z_L es el complejo conjugado de Z_{sal} , se transfiere potencia máxima desde el circuito hasta la carga con un factor de potencia de 1. En la figura 4 se muestra un circuito equivalente con su carga e impedancia de salida

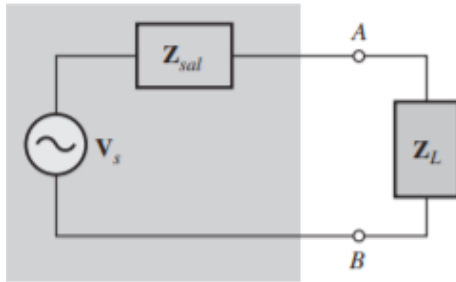
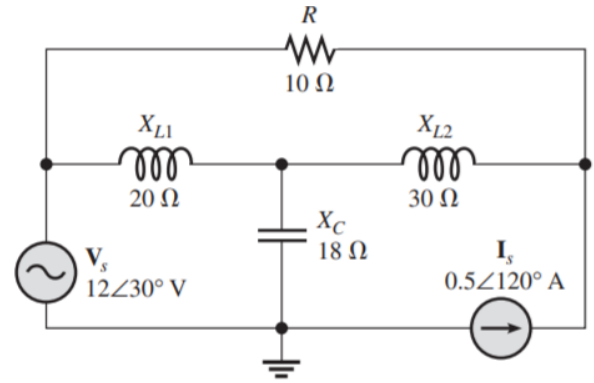


Fig6. Teorema máxima potencia

III. DESARROLLO

1. Use el teorema de superposición para determinar la corriente en el capacitor de la figura 19-48.



▲ FIGURA 19-48

Para I_s

$$Z_1 = \frac{(30 \angle 90^\circ)(18 \angle -90^\circ)}{j30 - j18} = 45 \angle -90^\circ$$

$$Z_2 = j20 - j45 = 25 \angle -90^\circ$$

$$Z_t = \frac{(25 \angle -90^\circ)(10 \angle 0^\circ)}{10 - j25} = 9.28 \angle -21.8^\circ$$

$$I_s = \frac{12 \angle 30^\circ}{9.28 \angle -21.8^\circ} = 1.3 \angle 51.8^\circ A$$

$$I_1 = \frac{10 \angle 0^\circ}{10 - j25} * 1.3 \angle 51.8^\circ = 0.48 \angle 120^\circ A$$

$$I_c = \frac{30 \angle 90^\circ}{j30 - j18} * 0.48 \angle 120^\circ = 1.2 \angle 120^\circ A$$

Para V_s

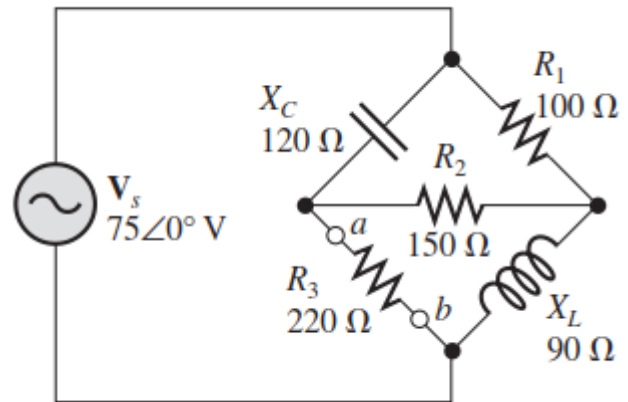
$$I_1 = \frac{10 \angle 0^\circ}{10 - j25} * 0.5 \angle 120^\circ = 0.19 \angle 188.2^\circ A$$

$$I_c = \frac{20 \angle 90^\circ}{j20 - j18} * 0.19 \angle 188.2^\circ = 1.9 \angle 188.2^\circ A$$

$$I_{tC} = 1.9 \angle 188.2^\circ + 1.2 \angle 120^\circ$$

$$I_{tC} = 2.597 \angle 162.82^\circ A$$

2. Simplifique el circuito externo a R_3 mostrado en la figura 19-52 a su equivalente de Thévenin.

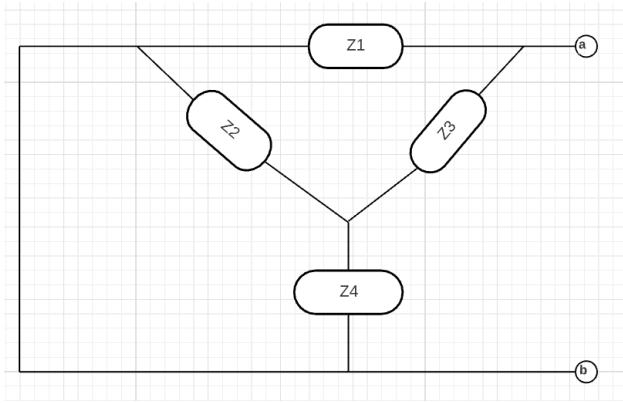


$$z_1 = -120i \Omega$$

$$z_2 = 100 \Omega$$

$$z_3 = 150 \Omega$$

$$z_4 = 90i \Omega$$

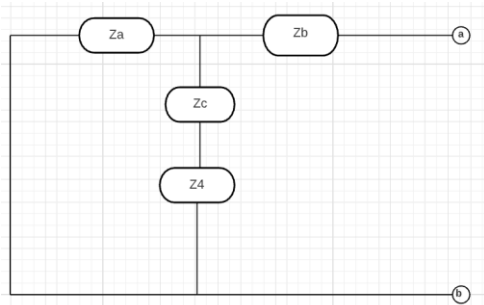


Convertimos el delta en y

$$z_a = \frac{z_1 * z_2}{z_1 + z_2 + z_3} = \frac{(-120i) * (100)}{-120i + 100 + 150} = 18,726 - 39,012i$$

$$z_b = \frac{z_1 * z_3}{z_1 + z_2 + z_3} = \frac{(-120i) * (150)}{-120i + 100 + 150} = 28,088 - 58,518i$$

$$z_c = \frac{z_2 * z_3}{z_1 + z_2 + z_3} = \frac{(100) * (150)}{-120i + 100 + 150} = 48,765 + 23,407i$$



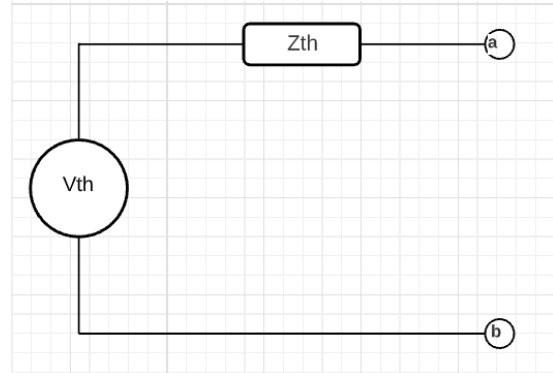
$$z_x = z_c + z_4 = 48,765 + 113,487i$$

$$z_{th} = \frac{z_a * z_x}{z_a + z_x} + z_b = 37,334 - 37,875i + 28,088 - 58,518i$$

$$z_{th} = 65,422 - 96,393i$$

$$V_{th} = \frac{z_x}{z_a + z_x} * V_s = \frac{48,765 + 113,487i}{18,726 - 39,012i + 48,765 + 113,487i} * 75$$

$$V_{th} = 1,162 + 1,399i$$



IV. CONCLUSIONES

- Se debe analizar el circuito antes de aplicar los teoremas estudiados en este capítulo.
- Si se tiene un circuito con varias fuentes de voltaje o corriente, se debe aplicar el teorema de superposición para una resolución más eficaz.
- Los teoremas de Thévenin y de Norton al ser muy parecidos pueden ser aplicados en circuitos muy complejos para reducirlos a circuitos equivalentes y facilitar su resolución.
- Cuando la impedancia de carga es el elemento más complejo conjugado de la impedancia del circuito de control se transfiere la máxima potencia.

REFERENCIAS

- [1] Floyd Thomas L, "Principios de Circuitos Eléctricos", 8 ed. 2007 .Pearson Educación de México, S.A. de C.V. México, pp. 281-333.
- [2] A. (2019, 26 octubre). Teorema de transferencia de potencia máxima. La física y química. Recuperado de: <https://lafisicayquimica.com/teorema-de-transferencia-de-potencia-maxima/>

- [3] Redes delta-estrella de resistencias (artículo). (2018). Khan Academy. Recuperado de : <https://es.khanacademy.org/science/electrical-engineering/ee-circuit-analysis-topic/ee-resistor-circuits/a/ee-delta-wye-resistor-networks>