(Breve) Cálculo de errores y Técnicas Montecarlo

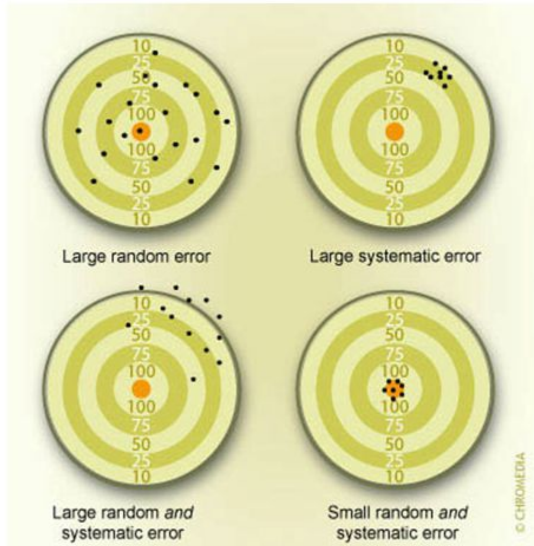
Daniel Manzano

Abril 2017

Errores Sistemáticos y Aleatorios

Impreciso, pero no sesgado

Impreciso y sesgado



Preciso y sesgado

Preciso y valido!

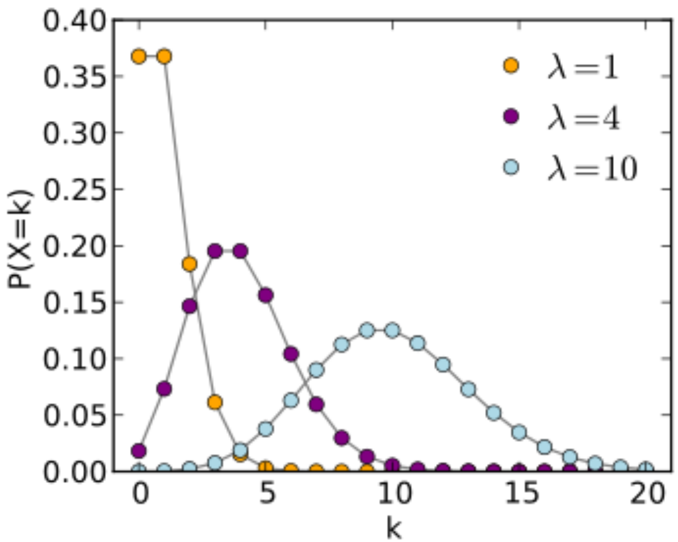
International Agency for Research on Cancer

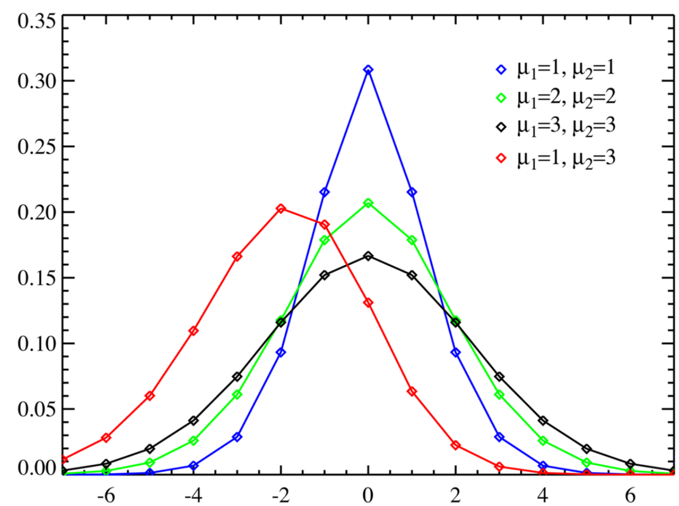
World Health Organization

- Los errores sistemáticos no son fáciles de analizar
- Los errores estadísticos (o aleatorios) se pueden compensar con estadística y un correcto análisis de errores.

Cálculo de errores de una variable

- Cuando calculamos una variable queremos calcular un valor medio.
- Las mediciones se pueden distribuir acorde a cualquier distribución.
- La estimación del error nos debe decir cómo de probable es que el valor medio real se encuentre dentro de en un cierto intervalo





Ley de los Grandes Números

Sea $\{X_i\}_{i=1}^{N}$ es una sucesión de variables aleatorias que cumplen

- Independientes
- Que pertenecen a la misma f.d.p. de media $\mu < \infty$

Entonces se cumple $P\left(\lim_{N\to\infty} \bar{X}_N = \mu\right) = 1$

Siendo $\bar{X}_N = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_N$

Teorema del Límite Central

Sea $\{X_i\}_{i=1}^{N}$ es una sucesión de variables aleatorias que cumplen

- Independientes
- Que pertenecen a la misma f.d.p.

de media $\mu < \infty$ y varianza $\sigma^2 < \infty$

Entonces para $n \to \infty$ la variable aleatoria $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$

pertenece a una f.d.p. gaussiana con $\mu_{\bar{X}} = \mu$ y $\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$

Aplicación al cálculo de errores

Si hacemos un experimento/simulación N veces

podemos calcular el valor medio de una variable $\bar{X} = \sum_{i=1}^{N} X_i$.

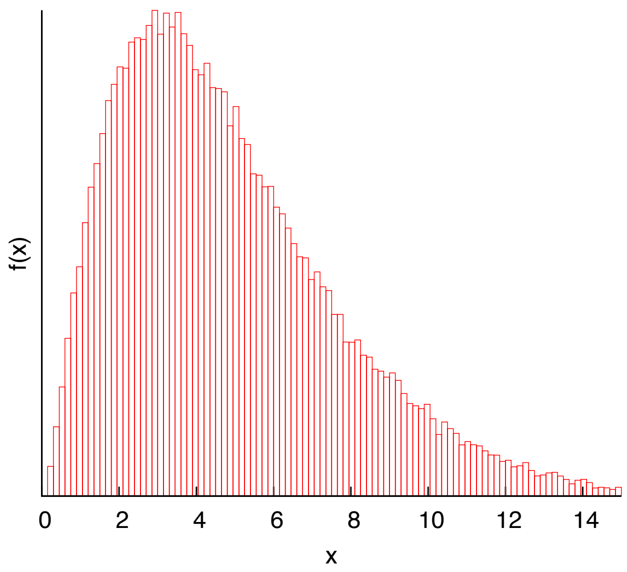
Estimamos $\mu \simeq \bar{X}$, $\sigma^2 \simeq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left(X_i - \bar{X}\right)^2$

Entonces podemos estimar que el valor real se encuentra en

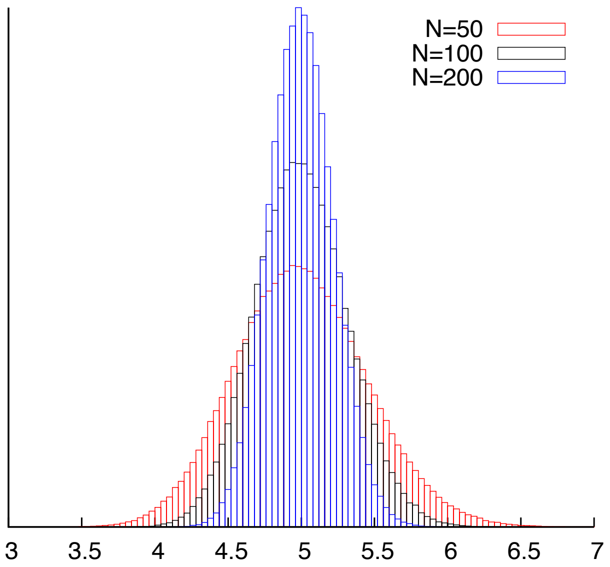
- $\left[\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{N}}, \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right]$ con un 68,26% de probabilidad
- $\left[\bar{X} - 2\frac{\sigma}{\sqrt{N}}, \bar{X} + 2\frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right]$ con un 95,44% de probabilidad
- $\left[\bar{X} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{N}}, \bar{X} + 3\frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right]$ con un 99,74% de probabilidad

Ejemplo

PDF



Mean Distribution



Resumen

Barras de Error:

Entonces podemos estimar que el valor real se encuentra en

- $\left[\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{N}}, \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right]$ con un 68,26% de probabilidad
- $\left[\bar{X} - 2\frac{\sigma}{\sqrt{N}}, \bar{X} + 2\frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right]$ con un 95,44% de probabilidad
- $\left[\bar{X} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{N}}, \bar{X} + 3\frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right]$ con un 99,74% de probabilidad

Suposiciones:

- Independientes
- Que pertenecen a la misma f.d.p.

  de media $\mu < \infty$ y varianza $\sigma^2 < \infty$