Asignación 5

David Nogales Pérez

27 de diciembre de 2021

Problema 2: Kernel Polinómico

Considerando el kernel polinómico $k(x, x') = (\langle x, x' \rangle + c)^q, q \in \mathbb{N}, c \geq 0, x, x' \in \mathbb{R}^d$. Aplica el "Kernel Trick"para $d = 2$ y $q = 3$.

Para $c > 0$:

$$\begin{aligned} k(x, x') &= (\langle x, x' \rangle + c)^3 \\ &= (\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle + c)^3 \\ &= (x_1x_2 + y_1y_2 + c)^3 \\ &= x_1^3x_2^3 + 3x_1^2x_2^2y_1y_2 + 3x_1x_2y_1^2y_2^2 + y_1^3y_2^3 + 3cx_1^2x_2^2 + 6cx_1x_2y_1y_2 + 3cy_1^2y_2^2 + 3c^2x_1x_2 + 3c^2y_1y_2 + c^3 \end{aligned}$$

La función ϕ para este caso seria:

$$\phi(x) = \phi((x_1, y_1)) = (x_1^3, \sqrt{3}x_1^2y_1, \sqrt{3}x_1y_1^2, y_1^3, \sqrt{3c}x_1^2, \sqrt{6c}x_1y_1, \sqrt{3c}y_1^2, \sqrt{3}cx_1, \sqrt{3}cy_1, \sqrt{c^3})$$

Cuyo "feature space" pertenece a $\mathbb{R}^{10}$, pero ya que 'c'es una constante, se podría representar en $\mathbb{R}^9$.

Para $c = 0$:

$$\begin{aligned} k(x, x') &= (\langle x, x' \rangle + c)^3 \\ &= (\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle)^3 \\ &= (x_1x_2 + y_1y_2)^3 \\ &= x_1^3x_2^3 + 3x_1^2x_2^2y_1y_2 + 3x_1x_2y_1^2y_2^2 + y_1^3y_2^3 \end{aligned}$$

La función ϕ para este caso seria:

$$\phi(x) = \phi((x_1, y_1)) = (x_1^3, \sqrt{3}x_1^2y_1, \sqrt{3}x_1y_1^2, y_1^3)$$

Cuyo "feature space" pertenece a $\mathbb{R}^4$.