



Università degli Studi di Perugia

Dipartimento di Fisica e Geologia

Diffusione Random Walk 3D

Simulazione della propagazione dei raggi cosmici nella galassia

David Nuccioni

Indice

Introduzione	1
1 Raggi Cosmici: fenomenologia e caratteristiche	2
1.1 Propagazione dei raggi cosmici	3
1.2 Propagazione diffusiva	4
1.3 Diffusione e turbolenze magnetiche	6
1.4 Isotropia dei raggi cosmici galattici	7
2 Simulazione della propagazione	9
2.1 Descrizione del sistema e dei parametri	9
2.2 Svolgimento della simulazione	10
3 Analisi dati	14
Conclusioni	16

Introduzione

Lo scopo è di simulare la propagazione dei raggi cosmici nella galassia in 3D. Tramite la simulazione si vogliono ricavare le proprietà di isotropia, calcolando il coefficiente η di isotropia. La simulazione verrà svolta su Python3.

Verrà inizialmente spiegata la parte teorica sulla propagazione dei raggi cosmici sulla quale ricavare i parametri per la simulazione e i concetti chiave teorici. Successivamente verrà spiegato come viene strutturato il codice che implementa la propagazione. In ultimo, l'analisi dati che permette di ricavare le proprietà di isotropia.

Capitolo 1

Raggi Cosmici: fenomenologia e caratteristiche

Sulla Terra viene rilevato il flusso dei raggi cosmici, ovvero il numero di particelle che arrivano sulla Terra per unità di tempo, energia, area e angolo solido:

$$J = \frac{dN}{dtdEdSd\Omega} \quad (1.1)$$

La distribuzione di particelle in funzione dell'energia è una legge di potenza:

$$J_{TOT}(E) = A \cdot E^{-\gamma} \quad (1.2)$$

Dove la costante vale circa $A \approx 2(sGeVcm^2sr)^{-1}$ e l'indice spettrale è $\gamma = 2.7$.

Lo spettro dei raggi cosmici ha la forma in figura:

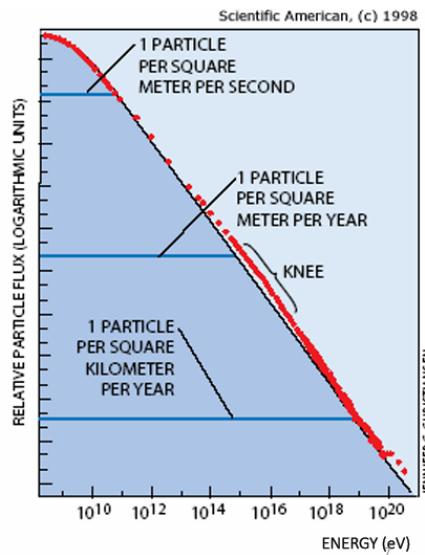


Figura 1.1: Spettro dei raggi cosmici rilevato sulla Terra

Lo spettro è suddiviso in 32 ordini di grandezza nel flusso e 13 in energia. La distribuzione è divisa in diverse regioni che evidenziano differenti caratteristiche per i raggi cosmici. Nella prima parte dello spettro, ordine dei GeV, si hanno le particelle che più occorrono, qui la distribuzione è modulata dall'attività solare. Per le energie che arrivano fino al ginocchio dello spettro, energia dell'ordine dei $10^{15} eV$, si hanno i raggi cosmici che si sono originati nella Galassia e in questa si propagano. Saranno dunque l'oggetto della simulazione. Per energie che vanno dai $10^{18} eV$ si hanno gli *UHECR*, sono i raggi cosmici più energetici e la loro origine è extragalattica.

La distribuzione a legge di potenza, ciò evidenzia che i meccanismi che accelerano le particelle alle energie osservate sono necessariamente non termici, inoltre per gli *UHECR* si pensa che i meccanismi siano diversi rispetto a quelli dei raggi cosmici galattici.

I raggi cosmici sono principalmente composti da protoni e elio, 88% e 10% rispettivamente, il restante 2% è formato da elettroni e nuclei più pesanti.

1.1 Propagazione dei raggi cosmici

I raggi cosmici con energie fino al ginocchio dello spettro vengono prodotti nella galassia nelle esplosioni di supernovae, qui grazie a meccanismi di accelerazione non termici raggiungono le elevate energie che si osservano. Dopo la fuga dal sito di accelerazione, si propagano tramite i campi magnetici nella galassia.

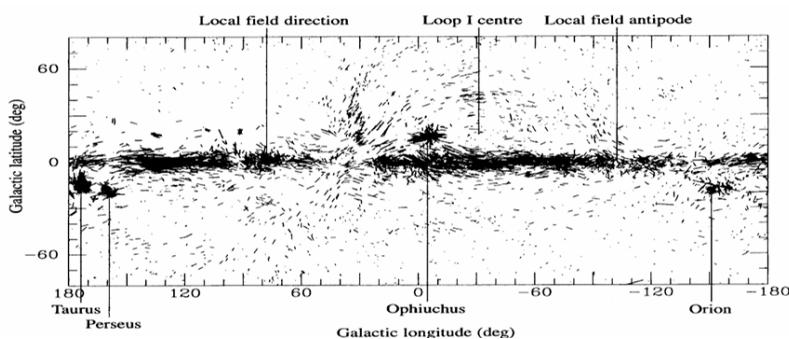


Figura 1.2: Rappresentazione del campo magnetico galattico ottenuto grazie alle osservazioni sulla polarizzazione della luce delle stelle nella galassia

Le particelle cariche si muoveranno in orbite circolari aventi raggio di Larmor dato da:

$$r_L = \frac{mv_\perp}{|q|B} \quad (1.3)$$

Considerando particelle relativistiche si può riscrivere:

$$r_L = \frac{1}{300} \frac{E}{ZeB} \quad (1.4)$$

Per energie massime di $E = 10^{18} eV$ si ha un raggio di Larmor di circa $r_L = 0.3 kpc$. Quindi le particelle fino al ginocchio dello spettro rimangono confinate all'interno della galassia che ha un diametro di circa $200 pc$. Si può anche stimare il tempo di confinamento, ovvero il tempo entro il quale i raggi cosmici si propagano all'interno della galassia prima di riuscire a fuggire. Questo è dato da:

$$\tau_c = \frac{\xi}{\rho_{ISM}} \approx 3 \cdot 10^6 y \quad (1.5)$$

Dove $\xi = 5 g cm^{-3}$ è il grammaggio cioè la quantità di materia attraversata per unità di volume dai raggi cosmici e $\rho_{ISM} = 1.67 \cdot 10^{-24} g cm^2$ è la densità dei raggi cosmici nell'*Interstellar Medium*. Queste quantità sono stimate a partire dalle osservazioni sui raggi cosmici nella galassia. Insieme al tempo di confinamento si può ricavare anche la distanza che questi percorrono prima di fuggire tramite:

$$\lambda_c = \tau_c c = 3 \cdot 10^{24} cm \approx 1 Mpc \quad (1.6)$$

Si osserva come, nonostante la distanza percorsa sia molto maggiore rispetto alla grandezza del disco galattico, i raggi cosmici si propagano per molto tempo all'interno di esso prima di fuggire percorrendo lunghe distanze. Grazie proprio a questa caratteristica che si ha isotropia nelle osservazioni dei raggi cosmici sulla Terra, infatti la direzione di arrivo dei raggi cosmici non ha informazioni sul sito di accelerazione che lo ha prodotto poiché durante la propagazione, l'interazione con il campo magnetico galattico viene isotropizzata la direzione delle particelle tramite le turbolenze magnetiche presenti nella galassia.

1.2 Propagazione diffusiva

Il processo di diffusione dei raggi cosmici può essere descritto dall'equazione del trasporto:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot [k(E, \vec{r}) \nabla n] = Q(E, \vec{r}) \quad (1.7)$$

Dove $Q(E, \vec{r})$ rappresenta una sorgente che immette istantaneamente in una zona dello spazio, delle particelle con energia E :

$$Q(E, r) = \delta(\vec{r}) \cdot \delta(t) \quad (1.8)$$

La densità è legata al flusso tramite:

$$n(E) = \frac{4\pi}{\beta c} J(E) \quad (1.9)$$

Infine k descrive il coefficiente di diffusione delle particelle e insieme al gradiente della densità si ha la corrente di particelle:

$$i = -k\nabla \quad (1.10)$$

La soluzione dell'equazione per un certo $t > t_0$ in cui avviene l'immissione di particelle, è data dalla funzione di Green:

$$G(t, \vec{r}) = \frac{1}{(4\pi k(E))^{3/2}} \exp\left[-\frac{r^2}{4kt}\right] \quad (1.11)$$

La soluzione descrive una gaussiana con larghezza $\sigma = \sqrt{kt}$.

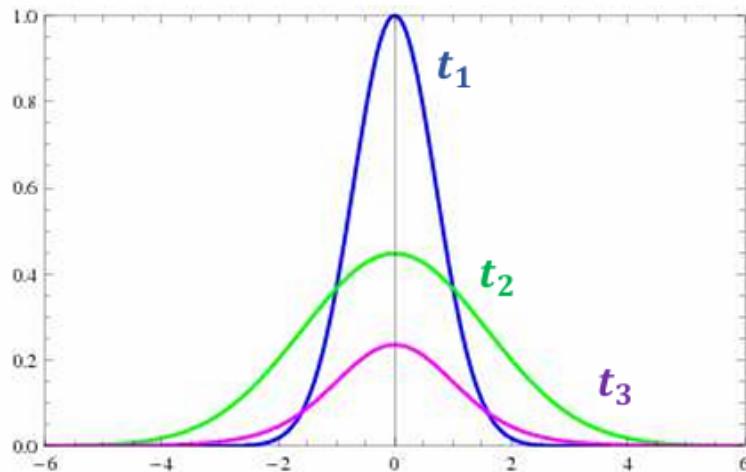


Figura 1.3: Profilo della soluzione dell'equazione del trasporto per diversi $t > t_0$

A livello microscopico, il processo di diffusione è un moto browniano dovuto alle irregolarità del campo magnetico galattico che, agendo come centri di scattering, ne randomizzano il moto. Si può considerare la distanza media percorsa dopo un certo numero N di urti sui centri di scattering posti a $\lambda \approx 1pc$ di distanza l'uno dall'altro, come:

$$\langle r^2 \rangle = N\lambda^2 \quad (1.12)$$

Considerando la trattazione macroscopica, la diffusione può anche essere descritta da:

$$r = \sqrt{kt} \rightarrow \langle r^2 \rangle \approx kt \quad (1.13)$$

Confrontando le due relazioni si può ottenere un risultato per il coefficiente di diffusione k nel caso 3D:

$$k = \frac{N\lambda^2}{t} = \frac{1}{3}\nu\lambda \quad (1.14)$$

Supponendo che $\nu = c$ e che $\lambda \approx 1pc$ si può ricavare un valore per il coefficiente di diffusione:

$$k \approx 5 - 10 \cdot 10^{28} cm^{-2}s^{-1} \quad (1.15)$$

Questo valore viene ricavato tramite le osservazioni sulle abbondanze del *Li–Be–B*, dove si ha che il tempo di diffusione in un percorso di circa $1pc$ è di $5Myr$ e il risultato è in linea con il valore stimato. Tramite la teoria del *random walk* si può descrivere anche il tempo che una particella impiega per percorrere una distanza R :

$$\tau_{diff} = \left(\frac{\lambda}{c/3}\right) \left(\frac{R}{\lambda}\right)^2 \quad (1.16)$$

Questo descrive il tempo che impiega una particella a percorrere una certa distanza R nello spazio 3D.

1.3 Diffusione e turbolenze magnetiche

I centri di scattering con i quali interagiscono le particelle non descrivono degli urti ma sono in realtà interazioni con le irregolarità del campo magnetico. Il comportamento delle particelle in prossimità delle irregolarità magnetiche, dipende dalla rigidità $R = \frac{p}{q}$ e dal campo B , queste insieme definiscono il giro-raggio delle particelle:

$$r_g = \frac{R}{B} \quad (1.17)$$

La distanza media dei centri di scattering è di circa $1pc$, come già accennato, tuttavia le turbolenze sono presenti a tutte le scale con un preciso spettro di irregolarità. A seconda della rigidità della particella, della sua energia quindi, questa interagirà con un certo tipo di irregolarità e sarà insensibile alle turbolenze di diverse grandezze. Per energie abbastanza elevate non si avrà interazione con il campo magnetico galattico e le particelle saranno dunque in grado di fuggire dalla galassia.

Il coefficiente di diffusione, utilizzato nell'equazione del trasporto, può essere collegato alla rigidità delle particelle con una forma parametrica del tipo:

$$k_R = \beta k_0 \left(\frac{R}{R_0}\right)^\delta \quad (1.18)$$

dove:

- δ è legato alla natura della turbolenza, cioè lo spettro delle irregolarità
- k_0 regola la normalizzazione in base all'intensità di B o della turbolenza
- R_0 stabilisce l'unità di misura della rigidità (es. GV)
- k può variare con la posizione dal momento che la turbolenza potrebbe cambiare

La turbolenza interstellare è generata dalle esplosioni di supernovae con scale tipiche dei $L \approx 10 - 100 pc$ e le osservazioni condotte sono consistenti con lo spettro di Kolmogorov:

$$W(k_{onda})dk_{onda} = \frac{\langle \delta B \rangle^2}{B_0} = \frac{2}{3} \frac{\eta_B}{k_{onda}^0} \left(\frac{k_{onda}}{k_{onda}^0} \right)^{-\frac{5}{3}} \quad (1.19)$$

Dove k ora rappresenta il numero d'onda, $k_{onda}^0 = L^{-1}$ e η rappresenta il livello totale di turbolenza.

Si può ricavare il coefficiente di diffusione nell'approssimazione in cui il campo B ha turbolenze piccole rispetto alla componente regolare, $\delta B \ll B$. La diffusione in questo caso origina dalla risonanza fra la frequenza del giro-raggio e quella dello specifico spettro di turbolenza: $k_{onda-res}^{-1} \sim r_g(R)$. Si ha dunque per il coefficiente di diffusione:

$$k(R) = \frac{\beta c}{r} r_g \frac{1}{k_{res} W(k)} \propto \beta R^{1/3} \quad (1.20)$$

Utilizzando i valori tipici si ricava per il coefficiente di diffusione:

$$k(R) \approx (10^{28} cm^2 s^{-1})(R/GV)^{1/3} \quad (1.21)$$

Dalle osservazioni condotte sul rapporto delle abbondanze di elementi rari, $Li - Be - B$, nei raggi cosmici e nella galassia è stato misurato un coefficiente di diffusione in linea con questa predizione teorica.

Il coefficiente di diffusione è dunque dipendente dalla rigidità della particella che interagisce con le turbolenze del campo magnetico galattico, in questo caso con spettro di Kolmogorov, scatterando le particelle e randomizzandone la direzione di propagazione. Grazie a queste interazioni si osserva isotropia dei raggi cosmici per energie fino al ginocchio dello spettro.

1.4 Isotropia dei raggi cosmici galattici

Si può calcolare il coefficiente di anisotropia della propagazione che descrive quanto un flusso di particelle è isotropo o meno in un punto dello spazio. Si considera la corrente di particelle:

$$i = k \nabla n = \frac{4\pi}{c} k \nabla J(\theta) \quad (1.22)$$

Dove $J(\theta) = J_0 + J_1 \cos(\theta)$ e integrando sull'asse z si ottiene:

$$i_z = \frac{4\pi}{3} J_1(E) \quad (1.23)$$

Utilizzando la definizione della corrente e confrontandola con quella appena ricavata si ha:

$$J_1(E) = -\frac{3}{4\pi} k \left(\frac{\partial n}{\partial z} \right) \quad (1.24)$$

Sapendo che $A = \frac{J_1}{J_0}$ e che $J_0 = \frac{\beta c}{4\pi} n$, si ottiene alla fine:

$$A_z = \frac{3k}{cn} \left| \frac{\partial n}{\partial z} \right| \quad (1.25)$$

Che più in 3D può essere scritta come:

$$A = \frac{3k}{c} \frac{|\nabla n|}{n} \quad (1.26)$$

Il coefficiente è stimato intorno a $A \sim 10^{-4}$. In generale per $A \rightarrow 0$ si ha maggiore isotropia, mentre se tende a 1 si avrà più anisotropia. Le osservazioni confermano un coefficiente $A \sim 10^{-4}$. Il fattore $\frac{|\nabla n|}{n}$ descrive quanto forte è la variazione della densità dei raggi cosmici. Si può scrivere il coefficiente di isotropia in termini di quello ricavato normalizzandolo:

$$\eta = 1 - A \quad (1.27)$$

Dunque se $\eta \rightarrow 0$ si avrà forte anisotropia, viceversa se $\eta \rightarrow 1$ si avrà isotropia. Le osservazioni e le rilevazioni sui raggi cosmici mostrano un comportamento diffusivo che indica quindi una isotropizzazione dei raggi cosmici nella galassia.

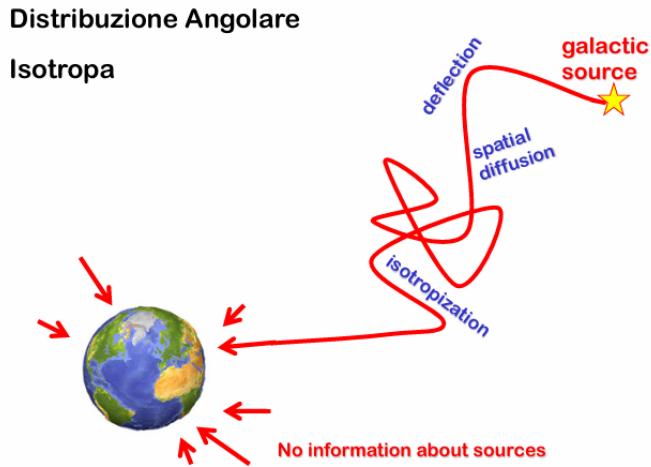


Figura 1.4: Schema sulla propagazione dei raggi cosmici che scatterano sulle turbolenze e mostra le caratteristiche di isotropia

Capitolo 2

Simulazione della propagazione

L'idea di base per la simulazione è quella di implementare la propagazione dei raggi cosmici nella galassia tramite *random walk*, per verificarne l'isotropia. Per fare questo è utile fare delle considerazioni volte a semplificare la simulazione raggiungendo comunque un risultato soddisfacente. Viene inizialmente descritto il sistema in cui si svolge la simulazione, vengono poi presentati i diversi parametri utili ad implementarla e successivamente viene rappresentato l'algoritmo utilizzato per simulare la propagazione.

2.1 Descrizione del sistema e dei parametri

Viene innanzitutto definito il volume nel quale si propagano i raggi cosmici. Si considera la galassia come un cilindro di altezza $L_g = 3kpc$ e raggio del disco $R_d = 3.5kpc$. All'interno del volume galattico così definito si ha una sorgente puntiforme e istantanea $Q(\vec{r})$ posta all'origine, che immette nel sistema un certo numero di particelle con una data energia, in un istante $t = 0$. In un caso più realistico la sorgente produrrà un certo numero di particelle con una distribuzione delle energie a legge di potenza, tuttavia considerando le particelle con energie al ginocchio dello spettro, quindi $E = 10^{15}eV$, ed osservando proprietà di isotropia nella propagazione si può concludere che lo stesso avvenga per raggi cosmici di energie inferiori. Alla luce di questo si considera l'energia iniziale delle particelle alle sorgenti di $E = 10^{15}eV$. Poiché l'abbondanza principale dei raggi cosmici è composta da protoni, verranno scelti come particelle sui quali indagare la propagazione $Z = 1$, $q = 1.602 \cdot 10^{-19}C$ e $m = 1.672 \cdot 10^{-27}kg$. La velocità dei protoni verrà considerata uguale a quella della luce, $v = c$, ma senza avere effetti relativistici. Inoltre si suppone che durante il processo di diffusione nella galassia non avvengano fenomeni di perdite energetiche e che quindi l'energia della particella resti invariata. Questo si traduce nell'equazione del trasporto, ad avere solo il termine

di diffusione che contribuisce alla variazione della densità di particelle nel tempo. Si era ricavata la soluzione per l'equazione del trasporto dei raggi cosmici nel caso di sorgente puntiforme e con solo il termine diffusione, ricavando che la soluzione era una gaussiana. La propagazione viene implementata tramite teoria del *random walk* con cammino libero medio dato da:

$$\lambda = \frac{3k}{c} \approx 10pc$$

Il cammino libero medio rappresenta la distanza che le particelle compiono prima di scatterare con le turbolenze del campo magnetico che ne randomizza la direzione. Viene inoltre definito un rilevatore, posto ad una distanza di $0.2kpc$ dal centro del disco galattico con coordinate $(0, 0, 200pc)$. Il ruolo del rilevatore è quello di catturare le particelle che si propagano salvandone il profilo di arrivo: direzione e tempo di propagazione. Risulta necessario infine definire dei parametri utili a controllare la simulazione. Si vuole fermare il processo di propagazione quando una particella esce dal bordo della galassia, quando il tempo di confinamento massimo viene raggiunto o quando la particella viene rilevata. In questo modo è possibile rendere i risultati più veritieri e semplificare il lavoro alla CPU.

In conclusione vengono riassunti i vari valori usati nella simulazione:

- $L_g = 3kpc$: Lunghezza galassia (cilindro)
- $R_d = 3.5kpc$: Lunghezza raggio del disco galattico
- $Q(\vec{r})$: Sorgente di particelle a $t = 0$ posta all'origine
- Le particelle sono protoni con $E = 10^{15}eV$, $Z = 1$, $q = 1.602 \cdot 10^{-19}C$, $m = 1.672 \cdot 10^{-27}Kg$ e $v = c$
- $\lambda = \frac{3k}{c} = 10pc$: Cammino libero medio
- Rilevatore posto a $0.2kpc$ dal centro della galassia sul piano equatoriale
- $t_{max} = 3Mys$: Tempo massimo di confinamento
- $\Delta l_{max} = 1Mpc$: Distanza massima percorsa prima della fuga

2.2 Svolgimento della simulazione

Dopo aver definito le costanti utili ad implementare la propagazione vengono inizializzate le variabili. Si creano due liste vuote che conterranno i valori di arrivo della direzione e del tempo, si inizializza anche il numero di particelle che vengono

simulate. Vengono inoltre definiti dei contatori che tengono traccia delle particelle fuggite, decadute o rilevate. Un ciclo *for* che scorre il numero di particelle permette di iniziare la propagazione, vengono qui inizializzate sia la posizione all'origine che il tempo di vita della particella, simulando così la creazione della particella alla sorgente. Un ciclo *for* annidato ne implementa il cammino randomico. Questo ciclo *for* tiene conto dei passi massimi che una particella può compiere ed è stato calcolato tenendo conto che $\Delta l_{max} = 1 Mpc$ e che $\lambda = \frac{3k}{c} = 10 pc$, per cui gli step massimi sono: $step_{max} = 10^5$. Tramite una funzione dedicata viene inizialmente definita la direzione del moto della particella. Questo avviene associando alle componenti x, y e z dei termini del versore definito su una sfera unitaria. I valori degli angoli θ e ϕ vengono generati in maniera casuale tramite *np.random.uniform*. Nello specifico la variabile ϕ viene generata in un intervallo che va da 0 a 2π , mentre invece per l'angolo polare viene randomizzato il valore del coseno in un intervallo $[-1, 1]$, il valore del seno è conseguentemente definito tramite la relazione fondamentale goniometrica. La scelta della diversa campionatura di θ è per evitare una maggiore campionatura di angoli vicino ai poli.

Una volta definita la direzione della particella in maniera casuale e dunque il versore dello spostamento nel ciclo *for* vengono calcolate le nuove componenti delle posizioni che sono moltiplicate per le opportune direzioni casuali. L'incremento della posizione è dato dal cammino libero medio, viene inoltre aggiornato il tempo di vita della particella incrementando il tempo di un fattore:

$$t_{mfp} = \frac{\lambda}{c} \quad (2.1)$$

Che è il tempo che impiega la particella a percorrere il cammino libero medio alla velocità della luce.

A questo punto per ogni step viene controllato se la particella è fuggita dalla galassia. Per fare questo si considerano due casi. La prima è che la particella ha una distanza dall'origine data da:

$$r_{xy} = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2.2)$$

che è maggiore del raggio del disco galattico. La galassia è approssimata a un cilindro, si considera dunque una condizione geometrica dove la traiettoria ha un valore maggiore del raggio R_d sul piano XY . Un'altra condizione è che il valore assoluto della variabile z sia maggiore dell'altezza del cilindro che approssima la galassia. Questa rappresenta la seconda condizione geometrica per la fuga. Se una o entrambe le condizioni sono verificate la propagazione si ferma, viene aggiornato il contatore del numero di particelle fuggite e il ciclo *for* delle particelle scorre alla particella successiva. Altrimenti si controlla se il tempo di vita della particella è minore di quello massimo consentito. Se la particella ha superato questo tempo, il

contatore apposito viene aggiornato e il ciclo degli spostamenti interrotto passando poi alla particella successiva.

Per determinare il rilevamento della particella si considera un rilevatore posto sull'asse z a $200pc$ dalla sorgente. La distanza è stata scelta per avere un numero adeguato di rilevazioni, se fosse troppo lontano il numero di particelle che venivano rilevate era minore e sarebbe stato necessario un maggior numero di particelle simulate per avere una popolazione su cui fare un'analisi statistica. Il rilevatore non è un'ente geometrico puntiforme ma esteso. Viene infatti considerato come fosse una sfera con un raggio di $15pc$. Un valore estremamente grande, tuttavia si deve considerare che lo step della particella è di $10pc$ e se si scegliesse un valore del raggio minore si avrebbero meno particelle rilevate poiché rischierebbero di attraversarlo senza venire contate. In questo modo si hanno lo stesso particelle che attraversano alcune zone del rilevatore ma una buona parte viene rilevata. A questo punto per il controllo della particella che incide sul rilevatore viene calcolata la seguente condizione:

$$\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 \leq R_{ril}^2 \quad (2.3)$$

Dove $\Delta x = x_{part} - x_{ril}$, stessa cosa per le altre componenti. Si considera dunque se la distanza della particella dal rilevatore è minore del raggio del rilevatore tramite il teorema di Pitagora. Se la condizione è verificata si aggiorna il contatore apposito e vengono inoltre salvate nelle liste la direzione della particella che viene rilevata e il tempo di vita.

Se nessuna delle tre condizioni viene soddisfatta la particella continua a propagarsi fino al termine degli step consentiti. Al termine della simulazione per tutte le particelle, i dati raccolti nelle liste vengono trasformati in un Dataframe e salvati in un file .csv attraverso un'opportuna funzione. Una volta raggiunto un numero sufficiente di dati per le particelle rilevate: circa 10^4 particelle, un'altra funzione leggerà il file, estrapolerà i dati sotto forma di array Numpy e verrà eseguita su questi un'analisi statistica per ricavare il coefficiente di isotropia. La simulazione così definita descrive il random walk di particelle in 3D per una particella che si muove in un volume cilindrico a partire da una sorgente posta all'origine del sistema. Viene mostrato di seguito la traiettoria di una particella ricavata attraverso la simulazione.

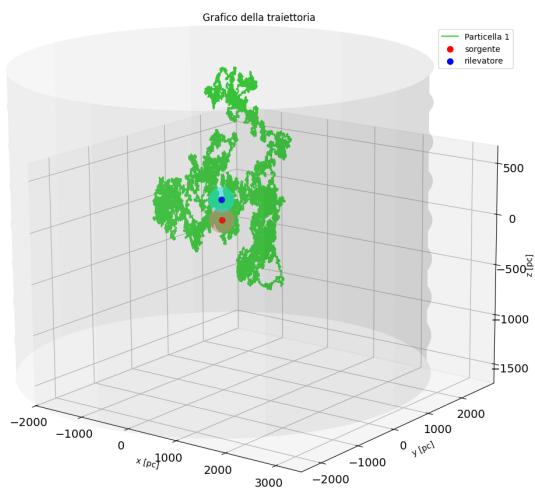


Figura 2.1: Traiettoria randomica 3D della particella ottenuta con la simulazione. In figura si notano la sorgente e il rilevatore, i bordi della galassia sono definiti dalla zona grigia. Si osserva che la particella è fuggita nella parte superiore della galassia

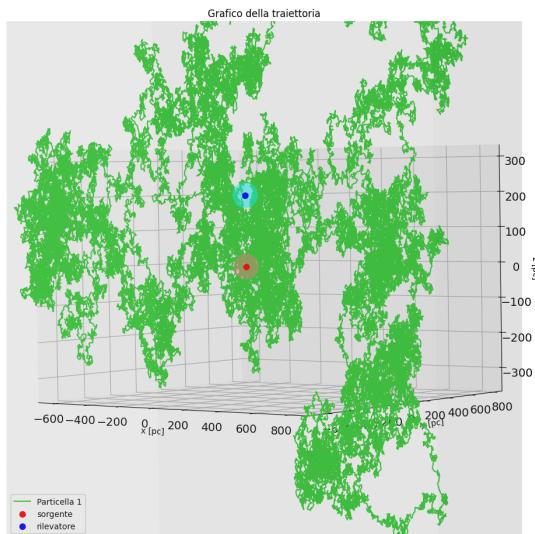


Figura 2.2: Zoom sulla figura 2.1 per mettere in luce i dettagli sul cammino randomico della particella

Capitolo 3

Analisi dati

Una volta raggiunto un numero sufficiente di particelle rilevate si può fare un'analisi statistica. Per questa simulazione il numero è stato scelto intorno a 10^4 particelle. Di queste si hanno informazioni sul tempo di vita con il quale vengono rilevate e la direzione della particella al momento della rilevazione. L'ipotesi che si vuole verificare è che la propagazione diffusiva delle particelle comporta a un isotropizzazione delle traiettorie.

Si era ricavata la soluzione dell'equazione di diffusione, osservando come la soluzione fosse descritta da una gaussiana rappresentando, dunque, una propagazione diffusiva. Si era poi descritto il moto della particella come un moto browniano tramite la teoria del random walk. Su questa teoria è stata poi basata la simulazione della propagazione per queste particelle.

Una prima verifica sulla bontà della correlazione della simulazione con il moto diffusivo della particella può essere ricavata tramite l'analisi dei tempi. Infatti considerando l'equazione 1.16, si aveva una stima del tempo che impiega una particella a percorrere una certa distanza con un moto diffusivo. Calcolando questo tempo con i valori definiti nella teoria del random walk, definita a partire da considerazioni sull'equazione di diffusione, si trova un tempo di diffusione di circa $t_{diff} = 40000\text{ys}$. Un'apposita funzione nel codice si occupa di fare l'analisi dei dati. In particolare questa calcola la media temporale dei tempi di arrivo delle particelle e a questa associa un'incertezza data dalla deviazione standard della media:

$$t_{mean} = \frac{1}{N} \sum_1^N t_i \quad (3.1)$$

$$\sigma_t = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad (3.2)$$

Dove σ rappresenta la deviazione standard. Si può calcolare quanto il valore medio si discosta da quello atteso tramite il coefficiente z :

$$z = \frac{t_{mean} - t_{diff}}{\sigma_t} \quad (3.3)$$

Per avere un buona correlazione con il moto diffusivo si vuole avere $z \leq 2 - 3$. Successivamente si vuole ricavare il coefficiente di isotropia. Per fare questo si calcola prima di tutto la media delle componenti dei versori delle particelle rilevate, ricavando così il vettore di dipolo d . La norma del vettore di dipolo rappresenta il coefficiente di anisotropia A . Tramite deviazione standard si può calcolare l'incertezza sulla media delle componenti della direzione, poi tramite propagazione degli errori si può associare al coefficiente A la deviazione standard della media. Anche qui si calcola di quanto si discosta il valore osservato da quello atteso

$$z = \frac{A - A_{obs}}{\sigma_A} \quad (3.4)$$

Per avere un buon risultato si vuole che z sia $z \leq 2 - 3$ e in generale considerando che $A \approx 10^{-4}$, si vuole ricavare un risultato quanto più vicino possibile. Il coefficiente di isotropia è legato a quello di anisotropia tramite $\eta = 1 - A$. Dunque, per avere isotropia massima, $\eta = 1$, si deve avere che $A = 0$.

Conclusioni

Grazie al codice che permette l'esecuzione in parallelo della simulazione, è stato possibile avere una presa dati più veloce. I tempi di una simulazione con 1000 particelle sono in media di 13 minuti, per ognuna delle simulazioni, in genere, il 75% delle particelle fugge dalla galassia, il 20% decade nel volume di confinamento e il restante 5% entra nel rilevatore. Le particelle rilevate sono 10072, che sono state dunque salvate nell'apposito file che contiene direzione e tempo di arrivo.

Si potrebbe aumentare la percentuale di particelle rilevate attraverso modifiche sulla dimensione e la posizione del rilevatore. Questo tuttavia comporterebbe ad avere un rilevatore troppo vicino alla sorgente e troppo grande, dunque più irrealistico. Inoltre considerando che la galassia che ospita la propagazione ha delle dimensioni ridotte rispetto alla Via Lattea, non stupisce di avere una maggiore fuga di particelle.

L'analisi dei dati sul campione di particelle rilevate ha permesso di ricavare i seguenti risultati:

Tabella 3.1: Ipotesi diffusività

Tempo Medio	223349ys
Errore della media	4119ys
z	44.51

Tabella 3.2: Ipotesi isotropia

Coefficiente A Medio	0.066
Errore della media	0.005
z	11.31

Si osserva che i tempi medi di diffusione sono 5 volte maggiori rispetto a quelli attesi. Tramite il test z si capisce che l'errore è dovuto alla fisica del sistema, infatti qui viene descritta una diffusione più lenta rispetto a quella che ci si aspetterebbe nel caso reale. In effetti nonostante venga simulata la propagazione diffusiva tramite *random walk*, non vengono presi in considerazione elementi importanti come

l’energia della particella che definisce la sua rigidità e il campo magnetico vero e proprio della galassia. Il risultato è una diffusione che viene gestita solo dai centri di scattering posti a $10pc$ ognuno, con conseguente aumento delle traiettorie nel volume di propagazione e rallentamento dei tempi di diffusione. Quindi si può prendere per buona l’ipotesi di diffusività delle particelle per come la simulazione è stata costruita, tuttavia non si può considerare questa come un caso simile alla diffusione che avviene nella galassia.

Riguardo all’isotropia si osserva che il coefficiente di anisotropia è circa il 6%, dunque si ricava che effettivamente si ha isotropia nella propagazione delle particelle. Il fattore di isotropia corrisponderebbe, al limite superiore, a circa $\eta \approx 0.94$. Tuttavia anche in questo caso tramite il test z si nota che il risultato è molto lontano dal caso fisico della galassia, questo ancora perché la diffusività che viene descritta dalla simulazione è diversa dal caso reale, troppo semplificata e in un volume diverso da quello della Via Lattea.

In conclusione la simulazione ha riprodotto la diffusione di raggi cosmici ricavando che, nel solo caso di diffusione, si ritrova un indice di isotropia molto vicino a $\eta = 1$. Tuttavia le semplificazioni utilizzate nella costruzione della simulazione si discostano molto dal caso fisico reale. Si può concludere comunque dicendo che la diffusività, generata dallo scattering di particelle ad una certa distanza l’una dall’altra permette l’isotropizzazione delle particelle che si propagano in una galassia. Si devono però considerare anche gli effetti dovuti alle perdite energetiche, che diminuiscono la rigidità, le diverse energie con le quali le particelle vengono prodotte e il campo magnetico galattico con il suo spettro di turbolenze a varie scale di grandezza. Questi ed altri effetti sulla propagazione possono rendere i risultati più simili al caso reale, complicando notevolmente la struttura della simulazione e il costo computazionale.