

## Universidad de Antioquia Facultad de Ciencias Exactas y Naturales Departamento de Matemáticas Taller Nº 5 de Programación

Última actualización: 6 de junio de 2020

## **Funciones**

**Nota:** Para resolver cada uno de los problemas propuestos a continuación, escriba una función o procedimiento en Octave o Matlab.

- 1. Imprimir el cubo de cada uno de los primeros n enteros positivos.
- 2. Calcular la suma de los números impares comprendidos entre 1 y N, para un entero positivo N.
- 3. Calcular la suma de los primeros n números impares positivos.
- 4. Generar al azar N enteros en el intervalo (a,b) y contar los que sean iguales a un entero  $c \in (a,b)$ .
- 5. Calcular el producto de dos enteros a y b por medio de sumas.
- 6. Calcular  $a^b$  por medio de productos.
- 7. Contar los dígitos de un entero positivo n.
- 8. Dado un entero positivo, imprimir sus cifras, una a una, empezando por la última y mostrar cuanto suman.
- 9. Generalizar el algoritmo de la multiplicación de un número real por un entero de tres cifras, visto en clase, a cualquier número de cifras en el multiplicador.
- 10. Dos enteros positivos a y b son **números amigos** si a es igual a la suma de los divisores de b (sin incluir a b) y b es igual a la suma de divisores de a (sin incluir a a). Por ejemplo a = 220 y b = 284. Determinar si dos enteros positivos a y b son números amigos. **mejorar**
- 11. La sucesión de Fibonacci  $\{f_i\} = \{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55...\}$  se puede definir como:

$$f_1 = f_2 = 1$$
.  $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ , si  $n \ge 3$ 

Imprimir los términos de la sucesión de Fibonacci menores o iguales a un entero positivo N dado. Hacer un programa iterativo y uno recursivo. terminar

12. Imprimir los primeros n términos de la sucesión de Fibonacci.

13. La razón aúrea o número aúreo es el número irracional

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,618033988749894848204586834365638\dots$$
 (1)

La sucesión de Fibonacci posee la propiedad de que los cocientes de dos términos consecutivos se van "aproximando" a la razón aúrea:

$$\frac{f_{n+1}}{f_n} \to \varphi$$
 cuando n se hace "grande"

Calcular el cociente  $\frac{f_{n+1}}{f_n}$ , para un n dado.

14. La expresión dada a continuación es un ejemplo de una fracción continua:

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}} \tag{2}$$

el denominador de cada fracción contiene una nueva fracción cuyo denominador nuevamente contiene otra fracción y así sucesivamente. Calcule un valor aproximado de la razón aúrea, a partir de la fracción continua (2).

- 15. Dado un entero positivo M, contar todos los números primos menores a M.
- 16. (Función zeta de Riemann  $\zeta(2)$ ) Calcular

$$f(N) = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{k^2}.$$
 (3)

Cuando N tiende a infinito, la suma (3) se aproxima a  $\pi^2/6$ . Calcule un valor aproximado de  $\pi$ , a partir de la afirmación anterior.

- 17. Dado un entero positivo N mostrar todos los números perfectos menores a N.
- 18. Los primos de la forma  $2^n 1$ , con n primo, se denominan Primos de Mersenne. Imprimir los primeros primos de Mersenne, hasta donde la precisión de Matlab u Octave lo permita. **mejorar**
- 19. Euclides demostró que la fórmula  $2^{n-1}(2^n-1)$  genera un número perfecto par, siempre que  $2^n-1$  sea primo. Imprimir los primeros 6 números perfectos utilizando este criterio.
- 20. Imprimir los primeros 10 números de la forma  $2^n 1$  que no sean primos, con n primo.
- 21. Dado un valor de x, determinar la suma de los n primeros términos de la siguiente serie:

$$1 - \frac{x^3}{1 \times 2} + \frac{x^5}{3 \times 4} - \frac{x^7}{5 \times 6} + \frac{x^9}{7 \times 8} - \dots$$

22. Dado un valor x, determinar la suma de los n primeros términos de la siguiente serie:

$$\frac{x}{2!} + \frac{2x^2}{4!} + \frac{3x^3}{6!} + \frac{4x^4}{8!} + \cdots$$

- 23. Calcular la cantidad de valores enteros que hay entre un par de números reales positivos.
- 24. Calcular el factorial de todos los enteros comprendidos entre 1 y el entero positivo N.
- 25. La función tangente inversa (arctan) se puede aproximar por la suma

$$\arctan x \approx \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+1} \frac{x^{2i-1}}{2i-1}, \quad -1 < x \le 1$$
 (4)

Use el hecho de que  $\tan \pi/4 = 1$  para escribir un programa que calcule un valor aproximado de  $\pi$  por medio de la suma (4)

26. Dado un valor x, calcular la suma de los n primeros términos de la siguiente serie:

$$\frac{x}{2} + \frac{2x^2}{3} + \frac{3x^3}{4} + \frac{5x^4}{5} + \cdots$$

La suma se debe calcular hasta que el término de la serie sea menor o igual a un valor T dado por el usuario.

- 27. Imprimir todos los números de tres cifras iguales a la suma de los cubos de ellas.
- 28. Dado un entero positivo n calcular la suma

$$\sum_{i=1}^{n} a_n \qquad \text{donde} \qquad a_i = \begin{cases} i^2 & \text{si } i \text{ es impar} \\ 2 & \text{si } i \text{ es par} \end{cases}$$

- 29. Imprimir todos los números primos entre a y b (a < b).
- 30. Imprimir todos los enteros positivos menores a 500 que satisfacen las siguientes tres propiedades:
  - a) Al dividirlos por 3, el residuo es 2
  - b) Al dividirlos por 5, el residuo es 3
  - c) Al dividirlos por 7, el residuo es 2