⑥

b)

$$(A - A^T)^T = -(A - A^T)$$

$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ $A^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ ...

não é para fazer matrizes, é para simplificar !!!

$$(A - A^T)^T = A^T - (A^T)^T = A^T - A = -A + A^T = -(A - A^T)$$

, ou seja, $A - A^T$ é antisimétrica.

d)

B é simétrica

$B^T = B$

$(ABA^T + I)$ é simétrica

$(ABA^T + I)^T = ABA^T + I$

R: $(ABA^T + I)^T = (ABA^T)^T + I^T$

$= (A^T)^T B^T A^T + I^T$

$= ABA^T + I$

// //

Uma matriz A diz-se invertível quando existir uma matriz X tal que:

$$AX = I_n \quad e \quad XA = I_n$$

- Condição obrigatória para ser invertível:

  A ser matriz quadrada.

Se a matriz X for inversa da matriz A, designa-se A^{-1}

"Só existe 1 matriz possível de ser inversa de outra"

⑧

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -7 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} (2 \times -7) + (3 \times 5) \\ (5 \times -7) + (7 \times 5) \\ (2 \times 3) + (3 \times -2) \\ (5 \times 3) + (7 \times -2) \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} -14 + 15 = 1 \\ -35 + 35 = 0 \\ 6 - 6 = 0 \\ 15 - 14 = 1 \end{matrix}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

B é inversa de A.

⑦

Ⓐ

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = (0 \cdot 2) - (1 \cdot 1) = 0 - 1 = -1$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-1} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ⓑ

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \Leftrightarrow B = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{\det(B)} \cdot [$$

$$\det(B) = a \cdot e \cdot i = 1 \times 1 \times 4 = 1 \times 4 = 4$$

$$B^{-1} = \frac{1}{4} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

~~MAT Condensação~~

- Propriedades

- Se A é diagonal $A = diag(a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn})$ então A é invertível e $A^{-1} = diag\left(\frac{1}{a_{11}}, \frac{1}{a_{22}}, \dots, \frac{1}{a_{nn}}\right)$.

- $(A^{-1})^{-1} = A$

- $(\alpha A)^{-1} = \frac{1}{\alpha} A^{-1}$

- $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$

- $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$

9) a) b) d) f) g)

a)

$BX = A \Leftrightarrow \underbrace{B^{-1} B}X = B^{-1}A$

$\Leftrightarrow I_n X = B^{-1} A$

$\Leftrightarrow X = B^{-1} A$

b)

$X^{-1} A^{-1} = B^{-1}$

$(X^{-1} A^{-1})^{-1} = (B^{-1})^{-1} \Leftrightarrow \underbrace{(A^{-1})^{-1}}_{A} \underbrace{(X^{-1})^{-1}}_{X} = B$

$\Leftrightarrow AX = B$

$\Leftrightarrow A^{-1} AX = A^{-1} B$

$\Leftrightarrow X = A^{-1} B$

d)

$(AX^T)^{-1} = B$

$\Leftrightarrow ((AX^T)^{-1})^{-1} = (B)^{-1} \Leftrightarrow (AX)^T = B^{-1}$

$\Leftrightarrow AX^T (A^T)^{-1} = B^{-1} (A^T)^{-1}$

$\Leftrightarrow X = B^{-1} (A^T)^{-1}$

f) $(AXB)^T = BA$

$B^T X^T A^T = BA$

$\underline{(B^T)^{-1} \cdot B^T} X^T \underline{A^T \cdot (A^T)^{-1}} = (B^T)^{-1} \cdot BA \cdot (A^T)^{-1}$

$\Leftrightarrow X^T = (B^T)^{-1} \cdot BA \cdot (A^T)^{-1}$

$\Leftrightarrow X = \left((B^T)^{-1} \cdot BA \cdot (A^T)^{-1} \right)^T$

$\Leftrightarrow X = (A^T)^{-1} \cdot A^T B^T \cdot (B^T)^{-1}$

g) $(AX^{-1}B)^T = C$

$\Leftrightarrow B^T (X^{-1})^T A^T = C$

$\Leftrightarrow (B^T)^{-1} \cdot B^T (X^{-1})^T A^T \cdot (A^T)^{-1} = (B^T)^{-1} \cdot C \cdot (A^T)^{-1}$

$\Leftrightarrow (X^{-1})^T = (B^T)^{-1} \cdot C \cdot (A^T)^{-1}$

$\Leftrightarrow X^{-1} = \left((B^T)^{-1} \cdot C \cdot (A^T)^{-1} \right)^T$

$\Leftrightarrow X = \left(\left((B^T)^{-1} \cdot C \cdot (A^T)^{-1} \right)^T \right)^{-1}$

---

operações elementares.

1) troca de linhas: $l_i \leftrightarrow l_j$
2) multiplicar uma linha por um escalar não nulo: $l_i \to \alpha l_i$, $\alpha \neq 0$
3) adicionar 1 linha α vezes outra linha:

$L_i \to L_i + \alpha l_j$

Ex:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ \boxed{0 \; 0 \; 0 \; 0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{l_3 \leftrightarrow l_4} A' = \begin{bmatrix} \underline{1} & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{3} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3 pivôs

não !!

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \xleftrightarrow{l_4 \leftrightarrow -2L_3} B' = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$