g) $[[\sim(p \wedge q) \vee q] \wedge \sim r] \rightarrow (r \wedge \sim p)$

$\Leftrightarrow [[\sim p \vee \underbrace{\sim q \vee q}_{V}] \wedge \sim r] \rightarrow (r \wedge \sim p)$

$\Leftrightarrow [\underbrace{(\sim p \vee V)}_{V} \wedge \sim r] \rightarrow (r \wedge \sim p)$

$\Leftrightarrow \sim r \rightarrow (r \wedge \sim p)$

$\Leftrightarrow \sim(\sim r) \vee (r \wedge \sim p)$

$\Leftrightarrow r \vee (r \wedge \sim p)$

$\Leftrightarrow (r \wedge V) \vee (r \wedge \sim p)$

$\Leftrightarrow r \wedge (V \vee \sim p)$

$\Leftrightarrow r \wedge V$

$\Leftrightarrow r$

---

ficha 3...

① $q,\ p \rightarrow q \vdash p$

$q \equiv V$

$p \rightarrow q \equiv V$

$p \equiv V$ ou F] neste caso não é válido | apenas é válido se for verdadeiro

Hipóteses

p	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

O raciocínio não é válido.

$$[q \wedge (p \to q)] \to p \equiv V$$

$$\underbrace{V \wedge V}_{\underline{V}} \longrightarrow \underline{V} \quad \equiv V$$

Se "$[q \wedge (p \to q)] \to p$" fosse uma tautologia, o argumento $q, p \to q \vdash p$ seria válido, como não é o argumento, não é válido.

---

② a) $p \wedge (p \to q) \wedge (\sim q \vee r) \to r$

p	q	r	~q	(p → q)	(~q ∨ r)	$p \wedge (p \to q) \wedge (\sim q \wedge$
V	V	V	F	V	V	V
V	V	F	F	V	F	F
V	F	V	V	F	V	F
V	F	F	V	F	V	F
F	V	V	F	V	V	F
F	V	F	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V	F
F	F	F	V	V	V	F

$p \land (p \to q) \land (\sim q \lor r) \to r$
V
V
V
V
V
V
V
V

Deu tudo "verdadeiro" logo, é uma tautologia.

---

a) "De outra maneira".

$$p \land (p \to q) \land (\sim q \land r) \to r$$

$$\equiv \sim[p \land (p \to q) \land (\sim q \land r)] \lor r$$

$$\equiv \sim[p \land (\sim p \lor q) \land (\sim q \lor r)] \lor r$$

$$\equiv \sim[(p \land \sim p) \lor (p \land q) \land (\sim q \lor r)] \lor r$$

$$\equiv \sim[(p \land q) \land (\sim q \lor r)] \lor r$$

$$\equiv [\sim(p \land q) \lor \sim(q \lor r)] \lor r$$

$$\equiv [(\sim p \lor \sim q) \lor (q \land \sim r)] \lor r$$

$$\equiv [(\sim p \lor \sim q \lor q) \land (\sim p \lor \sim q \lor \sim r)] \lor r$$

$$\equiv (\sim p \lor \sim q \lor \sim r) \lor r$$

$$\equiv \sim p \lor \sim q \lor (\sim r \lor r)$$

$$\equiv V$$

b) $p, p \to q, q \to r \vdash r$ é válido?

Nota:

$\neg q \vee r \equiv q \to r$ (são lógicamente equivalentes.)

- Nós vamos à tabela e verificamos nas posições corretos se tudo é verdadeiro.

(linha toda com argumentos específicos "V")

Ex: função proposicional:

$P(x) = x + 2 \geq 5$

$P(7) = 7 + 2 \geq 5 \to$ V

$P(0) = 0 + 2 \geq 5 \to$ F

$\forall x \geq 3 : x + 2 \geq 5$ V

$\exists x \in \mathbb{N} : x + 2 \geq 5$ V

$\forall x \in \mathbb{N} : x + 2 \geq 5$ F

Ex: Negação:

$\exists x \geq 3 : x + 2 < 5$ F

$\forall x \in \mathbb{N} : x + 2 < 5$ F

$\exists x \in \mathbb{N} : x + 2 < 5$ V

(7)

$A = \{2, 4, 6\}$; $B = \{10, 20, 30\}$

i) $\forall x \in A \ \exists y \in B : y$ é div. por x.

$$\frac{10}{2} = 5 ; \quad \frac{20}{4} = 5 \checkmark ; \quad \frac{30}{6} = 5 \checkmark$$

$$\frac{10}{4} = 2 \checkmark ; \quad \frac{20}{2} = 10 \checkmark ; \quad \frac{30}{2} = 15 \checkmark$$

$$\frac{10}{6} = \times ; \quad \frac{20}{6} = \times ; \quad \frac{30}{4} = \times$$

(V)

ii) $\forall x \in A \ \forall y \in B : x + y$ é impar

$2 + 10 = 12$; $4 + 10 = 14$; $6 + 10 = 16$

$2 + 20 = 22$; $4 + 20 = 24$; $6 + 20 = 26$

$2 + 30 = 32$; $4 + 30 = 34$; $6 + 30 = 36$

(F)

iii)

$\exists x \in A \ \forall y \in A : x + y \geq 36$

(F)

$$\boxed{\begin{array}{c} 2 + 4 = 6 \\ 2 + 6 = 8 \\ 6 + 4 = 10 \end{array}}$$

iv) $\exists x \in A \ \exists y \in B \ \forall z \in A : x + y + z = 24$

(F)

$$2 + 30 + z = \underline{32 + z > 24}$$

i) $\exists x \in A \ \forall y \in B : y$ m é div. por x.

ii) $\exists x \in A \ \exists y \in B : x + y$ é par.

iii) $\forall x \in A \ \forall y \in A : x + y < 36$.

iv) $\forall x \in A \ \forall y \in B \ \exists z \in A : x + y + z \neq 24$

11

a) $\underbrace{\exists x \in \mathbb{Q} : 3x - 6 = 2}_{V}$

b) $\underbrace{\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 + 3 > 0 \wedge x \leq -5}_{F}$

"$x^2 + 3 > 0$" é verdade

"$x \leq -5$" é Falso

c) $\exists x \in \mathbb{N} : |x| \geq 3$

V

d) $\exists x \in \mathbb{R} : \frac{2}{x} = -1$

V

e) $\exists y \in \mathbb{Q} : y$ é primo.

F