14/10/2024 - Estudos Álgebra.

$O = (0, 0, 0)$

$\hat{e}_1 = (1, 0, 0)$ = eixo do x

$\hat{e}_2 = (0, 1, 0)$ = eixo do y

$\hat{e}_3 = (0, 0, 1)$ = eixo do z

——— // ——— // ———

$\vec{\mu} = (a, b, c) = a\hat{e}_1 + b\hat{e}_2 + c\hat{e}_3$.

$\vec{\mu} = \vec{AB} = B - A$

——— // ——— // ———

$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$. // $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$.

Soma: $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$.

diferença: $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$.

multiplicação: $\alpha\vec{a} = (\alpha a_1, \alpha a_2, \alpha a_3)$.

——— // ——— // ———

Designa-se por:

- norma de $\vec{a}$: (comprimento de $\vec{a}$)

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

// quando $\|\vec{a}\| = 1$, diz-se vetor unitário.

- versor de $\vec{a}$:

$$\hat{a} = \frac{\vec{a}}{\|\vec{a}\|} = \frac{1}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}} \cdot (a_1, a_2, a_3)$$

- paralelos ou colineares:

$\vec{a} \parallel \vec{b}$, quando $\vec{b} = \alpha \vec{a}$

- ortogonais ou perpendiculares:

$\vec{a} \perp \vec{b}$, quando $\theta = \frac{\pi}{2}$

- produto escalar ou produto interno.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{cases} \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \cos\theta \ ; & \text{se } \vec{a} \text{ e } \vec{b} \neq \vec{0}. \\ 0 \ ; & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|} \Leftrightarrow \theta = \arccos\left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|}\right)$$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, se e só se $\vec{a} \perp \vec{b}$

- Comutativo:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}, \quad \forall \vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3.$$

- Não é associativo:

$$(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} \quad \text{ou} \quad \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$$

- é associativo:

$$(\alpha \vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (\alpha \vec{b}) = \alpha \cdot (\vec{a} \cdot \vec{b})$$

- é distributivo:

D $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}, \ \forall \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$

D $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}, \ \forall \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$

- projeção ortogonal / escalar:

$$\text{proj}_{\vec{a}} \vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\|} \cdot \hat{a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\|^2} \cdot \vec{a}$$

- Comprimento da projeção:

$$\|\text{proj}_{\vec{a}} \vec{b}\| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{\|\vec{a}\|}$$

Observações:

1. $proj_{\vec{b}}\, \vec{a} \neq proj_{\vec{a}}\, \vec{b}$

2. $proj_{\vec{a}}\, \vec{b} \equiv \vec{b} \parallel \vec{a}$