$car(A) = car(A') =$ nº pivôs (nº linhas não nulas).

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ -1 & -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}_{4\times 4} \xrightarrow[l_4 \to l_1]{l_1 \to l_4} \begin{bmatrix} -1 & -3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & -1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[l_3 \to 2l_3]{} \begin{bmatrix} -1 & -3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 6 \\ 2 & 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow[l_4 \to l_4 - l_3]{} \begin{bmatrix} -1 & -3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & -3 & -5 \end{bmatrix} \xrightarrow{l_2 \to l_2 + l_1} \begin{bmatrix} -1 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & -3 & -5 \end{bmatrix} \xrightarrow[l_3 \to l_3/2]{} \begin{bmatrix} -1 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow[l_3 \to l_2]{l_2 \to l_3} \begin{bmatrix} -1 & -3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -5 \end{bmatrix} \xrightarrow{l_2 \to l_2 + l_1} \begin{bmatrix} -1 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow[l_4 \to l_4 + l_2]{} \begin{bmatrix} -1 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow[l_4 \to l_4 - l_3]{l_3 \to 2l_3} \begin{bmatrix} -1 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow[l_3 \to l_3 - l_2]{} \begin{bmatrix} -1 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} \xrightarrow[l_4 \to l_4 + l_3]{} \begin{bmatrix} -1 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$car(A) = 3$
$(=) car(A')$

$3 < 4$, logo, não é invertível.

A tem ordem 4.

car < ordem → quando isto acontece, a Matriz não é invertível.

①

$A = 4 \times 4$; car(A) = car(A') = 2, ou seja, não é invertível;

$B = 3 \times 3$; não está escalonada;

$C = 3 \times \underline{4}$; car(C) = car(C') = 3 ; não é invertível ; não está escalonada por linhas.

nº de linhas = m;
nº de colunas = n; → ordem da matriz!

A = sim ; B = Não ; C = sim ; D = Não ; E = Não ; F = Não ;

③ 'B' e 'F'.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2k+4 & 4 \\ -1 & -2 & -k-3 \end{bmatrix} \xrightarrow[l_3 \to l_3 + l_1]{} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2k+4 & 4 \\ 0 & 0 & -k \end{bmatrix} \xrightarrow[l_2 \to l_2 - 2l_1]{} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2k & -2 \\ 0 & 0 & -k \end{bmatrix}$$

$\begin{cases} B = 3 \times 3 \\ car(B) = car(B') = 3 \end{cases}$; se $k > 0$ | $\begin{cases} B = 3 \times 3 \\ car(B) = car(B') = 2 \end{cases}$; se $k \leq 0$

$$F = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 & -2 \\ 1 & -3 & -k & 0 \\ 2 & -6 & 0 & -2m+2 \end{bmatrix} \xrightarrow[l_3 \leftrightarrow l_2]{} \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 & -2 \\ 2 & -6 & 0 & -2m+2 \\ 1 & -3 & -k & 0 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow[\substack{l_2 \to l_2/2 \\ l_3 \to l_3 + l_1}]{} \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 & -2 \\ 1 & -3 & 0 & -m+1 \\ 0 & 0 & -k & -2 \end{bmatrix} \xrightarrow[l_2 \to l_2 + l_1]{} \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -m-1 \\ 0 & 0 & -k & -2 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow[l_3 \leftrightarrow l_2]{} \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & -k & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -m-1 \end{bmatrix}$$

se $k > 0$ ou $k < 0$ e $m \neq 1$, car(F) = car(F') = 3

se $k = 0$ e $m \neq 1$; car(F) = car(F') = 2

se $k \neq 0$ e $m = 1$; car(F) = car(F') = 2

se $k = 0$ e $m = 1$; car(F) = car(F') = 2

$$E = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & -2k & -2 \\ 1 & 0 & -2+m \end{bmatrix} \xrightarrow[l_3 \to l_3 + l_1]{l_2 \to l_2 + 2l_1} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & -2k & 2 \\ 0 & 0 & -2-m \end{bmatrix}$$

se $k = 0$ e $m = -2$, $car(E) = 2$

se $k = 0$ e $m \neq -2$, $car(E) = 2$

se $k \neq 0$ e $m = -2$, $car(E) = 2$

se $k \neq 0$ e $m \neq -2$, $car(E) = 3$

Sistemas de equações:

x x x

$$\begin{cases} x - y = 2 + z \\ 3z - x - 7 = y \\ x = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y - z = 2 \\ -x - y + 3z = 7 \\ x - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x & y & z \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{array} \; ; \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \; ; \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$AX = B$$

A = Matriz dos coeficientes | B = vetor dos termos independentes

X = vetor das incógnitas