

Algebra Linear (Aula 2)

(11)

$$(p \leftrightarrow q) \vee \sim q$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \leftrightarrow q) \vee \sim q$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	F	(F)
F	F	V	V	V	V

R: Não é uma tautologia nem uma contradição.

(12)

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

p	q	$\sim p$	$p \rightarrow q$	$\sim p \vee q$
V	V	F	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

R: $(p \rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$
São equivalentes



$$(P \wedge q) \vee (P \wedge \sim q)$$

$$\equiv P \wedge (q \vee \sim q)$$

$$\equiv P \wedge V \equiv P$$

← Exemplo

• Leis de Morgan:

$$\rightarrow \sim (P \wedge q) \equiv \sim P \vee \sim q$$

$$\rightarrow \sim (P \vee q) \equiv \sim P \wedge \sim q$$

• Definição de implicação:

$$P \rightarrow q \equiv \sim P \vee q$$

Ex:

$$(\sim P \vee q) \rightarrow \sim P$$

$$\equiv \sim (\sim P \vee q) \vee \sim P$$

$$\equiv (\sim \sim P \wedge \sim q) \vee \sim P$$

$$\equiv (P \wedge \sim q) \vee \sim P$$

$$\equiv (P \wedge \sim P) \vee (\sim q \vee \sim P)$$

$$\equiv V \wedge (\sim q \vee \sim P)$$

$$\equiv \sim q \vee \sim p$$

$$\equiv \sim (q \wedge p)$$

Ex2.:

$$\sim q \rightarrow p \rightarrow$$

$$\equiv \sim (\sim q) \vee p$$

$$\equiv q \vee p$$

• Negação da implicação:

$$\sim (p \rightarrow q) \rightarrow$$

$$\equiv \sim (\sim p \vee q)$$

$$\equiv \sim (\sim p) \wedge \sim q$$

$$\equiv p \wedge \sim q$$

Exercícios:

1) a. III

b. III

c. I e III

d. —

2) —

5) a. —

6) e. —

g. —



① a) III)

$$(\pi \wedge q) \rightarrow \neg S$$

P: neva.

q: A estrada está escorregadia.

π : O meu carro tem os pneus gastos.

S: chego a tempo ao trabalho.

Se o meu carro tem os pneus gastos e a estrada está escorregadia então não chego a tempo ao trabalho.

b) III)

Se o meu carro tem os pneus gastos e a estrada está escorregadia então chego a tempo ao trabalho.

$$\neg [(\pi \wedge q) \rightarrow \neg S] \equiv \neg [\neg(\pi \wedge q) \vee \neg S]$$

$$\equiv \neg(\neg(\pi \wedge q)) \wedge \neg(\neg S)$$

$$\equiv (\pi \wedge q) \wedge S$$

$$\equiv \pi \wedge q \wedge S$$

c) i) "Se neva então não chego ao trabalho"

$$R: p \rightarrow \neg s$$

iii) "Não é verdade que, se neva ou a estrada está escorregadia então eu não chego a tempo ao trabalho."

$$\neg [(p \vee q) \rightarrow \neg s]$$

d)

$$\neg [(\neg p \vee \neg q) \vee (p \wedge \pi)]$$

$$\equiv \neg [\neg(\neg p \vee \neg q) \vee (p \wedge \pi)]$$

$$\equiv \neg(\neg p \vee \neg q) \wedge \neg(p \wedge \pi)$$

$$\equiv [\neg(\neg p) \wedge \neg(\neg q)] \wedge (\neg p \vee \neg \pi)$$

$$\equiv (p \wedge q) \wedge (\neg p \vee \neg \pi)$$

$$\equiv (p \wedge q \wedge \neg p) \vee (p \wedge q \wedge \neg \pi)$$

$$\equiv (p \wedge \neg p \wedge q) \vee (p \wedge q \wedge \neg \pi)$$

$$\equiv F \vee (p \wedge q \wedge \neg \pi)$$

$$\equiv p \wedge q \wedge \neg \pi$$

R: Neve e a estrada está escorregadia e o meu carro não tem os pneus gastos.



$$\textcircled{2} \quad a \vee \neg(\neg a \rightarrow b)$$

a) Simplificar:

$$\equiv a \vee (\neg(\neg a) \vee b)$$

$$\equiv a \vee \neg(a \vee b)$$

$$\equiv a \vee (\neg a \wedge \neg b)$$

$$\equiv (a \vee \neg a) \wedge (a \vee \neg b)$$

$$\equiv V \wedge (a \vee \neg b)$$

$$\equiv \underline{\underline{a \vee \neg b}}$$

b) $a \vee \neg b$

• Se $a \equiv V$ então: $V \wedge \neg b \equiv V$

Nota:

Verdadeiro (V) com qualquer coisa,
dá sempre verdadeiro.

$$\textcircled{5} \quad a) \quad p \wedge (p \vee q)$$

$$\equiv (p \wedge p) \vee (p \wedge q)$$

$$\equiv p \vee (p \wedge q)$$

$$p \vee (p \wedge q) \equiv (p \vee F) \wedge (p \vee q)$$

$$\equiv p \vee (F \wedge q)$$

$$\equiv p \vee F$$

$$\equiv p$$

$$\textcircled{6} \quad e) \quad \sim [(\sim p \wedge \sim q) \wedge q] \wedge [\sim (p \vee \sim p)]$$

$$\equiv \sim [\sim (\sim p \wedge \sim q) \wedge q] \wedge [\sim (p \vee \sim p)]$$

$$\equiv \sim [p \vee q \wedge q] \wedge [\sim (V)]$$

$$\equiv \sim (p \vee q \wedge q) \wedge F$$

$$\equiv \sim (p \vee q) \wedge F$$

$$\equiv F \wedge F$$

$$\equiv F$$

