ESTRUCTURA ESTELAR DE OBJETOS COMPACTOS CON UNA ECUACIÓN DE ESTADO NUMÉRICA

DAVID LEONARDO RAMOS SALAMANCA

ESCUELA DE FÍSICA
FACULTAD DE CIENCIAS
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
BUCARAMANGA
2018

ESTRUCTURA ESTELAR DE OBJETOS COMPACTOS CON UNA ECUACIÓN DE ESTADO NUMÉRICA

DAVID LEONARDO RAMOS SALAMANCA

PROPUESTA DE TESIS PARA OPTAR AL TÍTULO DE FÍSICO

DIRECTOR:
LUIS A. NÚÑEZ DE VILLAVICENCIO MARTÍNEZ

ESCUELA DE FÍSICA
FACULTAD DE CIENCIAS
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
BUCARAMANGA
2018

Resumen

Título: Estructura estelar de objetos compactos con una ecuación de estado numérica[1]

Autor: David Leonardo Ramos Salamanca[2]

Palabras clave: Estructura estelar, ecuación de estado numérica

The abstract should be short, stating what you did and what the most important result is. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

[1]Propuesta de trabajo de grado

[2]Facultad de Ciencias. Escuela de física. Director: Luis A. Núñez de Villavicencio Martínez

Abstract

Title: Stellar structure of compact objects with a numerical equation of state[1]

Author: David Leonardo Ramos Salamanca[2]

Keywords: Stellar structure, numerical equation of state

The abstract should be short, stating what you did and what the most important result is. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

[1]Bachellor thesis

[2]Facultad de Ciencias. Escuela de física. Adviser: Luis A. Núñez de Villavicencio Martínez

Contenido

Capítulo 1

Introducción

Remark: Quizá sea bueno introducir la clasificación de una

Los objetos compactos (también llamados estrellas compactas) son el residuo de la vida luminosa de las estrellas, llamados así porque su tamaño es significativamente más pequeño que el de una estrella normal/en la secuencia principal con una masa similar, estos objetos pueden alcanzar densidades superiores a la densidad de saturación nuclear ($\rho_0 = 2.3 \times 10^{14}\,\mathrm{g/cm^3}$) y a las que los potenciales gravitacionales son tan grandes que la relatividad general es importante para determinar su estructura (exceptuando a las enanas blancas).

Todo: Pulir justificación

Como remanentes de estrellas, vale la pena discutir a grandes rasgos el proceso de formación y evolución estelar antes de estudiar a mayor profundidad la estructura de los objetos compactos, ya que permitirá tener una idea general de los procesos que llevan a una estrella a su destino final.

1.1 Resumen de evolución estelar

Las estrellas son formadas a partir de nubes de gas interestelar, compuestas en su mayoría de hidrógeno molecular, que debido a algún tipo de perturbación (como una onda de choque) comienzan a colapsar sobre ellas mismas gravitacionalmente. La energía gravitacional es convertida en calor por la contracción y si la temperatura incrementa lo suficiente ($T \approx 10^7\,\mathrm{K}$, punto de ignición para la fusión de hidrógeno a helio), con ayuda de la contracción adicional causada por la pérdida de energía por radiación, la fusión se convierte en la fuente de energía principal y la presión termal y de radiación balancearán la gravedad, permitiendo así que la estrella se forme [1].

Todo: Revisar el orden del ciclo y por qué algunos elementos se saltan

Las reacciones nucleares pueden sostener la estrella por un gran periodo de tiempo (de millones a billones de años, dependiendo de la masa de la estrella) en lo que se conoce como su fase de secuencia principal, llamada así porque las estrellas en esta etapa forman una secuencia mono-paramétrica (ignorando la composición química), cuyo parámetro es la masa estelar, en el diagrama de Hertzsprung-Russell (ver Figura 1.1). Las estrellas pasan la mayor parte de su vida luminosa en este estado, razón por la cual la mayoría de estrellas son encontradas en la secuencia principal, hasta que después de un tiempo característico el hidrógeno es extinguido/consumido/usado casi en su totalidad dejando un núcleo de Helio y da inicio a una siguiente etapa de fusión, de Helio a Carbono, el proceso se repite a lo largo de varias etapas de combustión (carbono, neón, oxígeno, magnesio y silicio) [2].

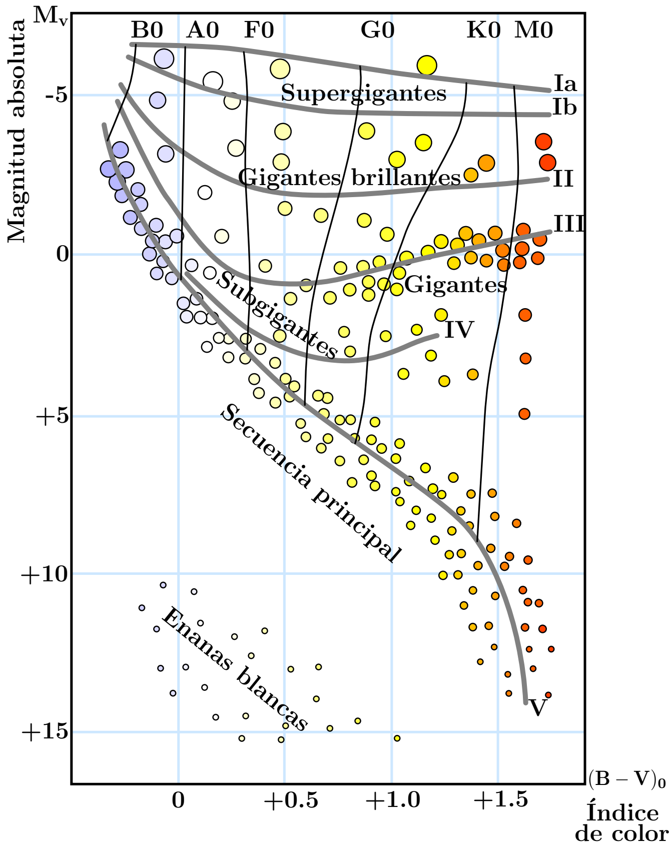

Figura 1.1: Diagrama Hertzsprung-Russell

Todo: Ajustar nomenclatura y valores del diagrama. Incluir cita.

El ciclo de combustión termina al alcanzar el hierro, debido a que la energía de enlace por nucleón tiene su valor máximo para el hierro y la fusión deja de ser exotérmica. Qué tanto avanza una estrella en este ciclo dependerá de la masa estelar, sólo estrellas masivas ($M \geq 8M_{\odot}$) llegan al hierro/final, en este punto tendrán una estructura en forma de cascarones de materia que rodean al núcleo de hierro. Sin la energía producida por la fusión nuclear la compresión de la gravedad no tiene qué la equipare y la estrella colapsa, las capas de materia caen casi libremente hacia el núcleo desencadenando, a través de mecanismos complejos y no enteramente comprendidos, una supernova de colapso de núcleo [3] [4].

El núcleo colapsado o proto-objeto compacto inicia un proceso de enfriamiento y reajustamiento estructural hasta que alcanza su composición de equilibrio de neutrones, protones, hiperones, leptones y posiblemente quarks, altamente degenerados, es decir, en un estado tal que han ocupado los niveles de energía más bajos disponibles. El objeto compacto formado será sostenido por la presión de degeneración de las partículas degeneradas que lo compongan [1]. Vale la pena aclarar que se acostumbra llamar a todos estos objetos estrellas de neutrones, aunque su composición puede ser tan variada como se mencionó antes.

Todo: Ya que se sabe qué es un objeto compacto, hablar a grandes rasgos de la estructura global de estos y la dependencia de la ecuación de estado, para darle paso a mi problema.

Todo: Papers seminales en estructura global y algunos de ecuaciones de estado.

Capítulo 2

Marco teórico

Todo: Un overview del marco teórico

2.1 Estructura estelar Newtoniana

Remark: Una de las razones para incluir el caso Newtoniano es que permite interpretar luego las ecuaciones obtenidas en relatividad general.

Se presentarán las ecuaciones de estructura estelar Newtonianas puesto que esto facilita la interpretación de las ecuaciones de estructura que se obtendrán en relatividad general.

Considerando/partiendo una distribución de materia con simetría esférica, si r denota la distancia desde el centro de la configuración, la masa $m(r)$ encerrada en una esfera/superficie esférica de radio r será:

$$m(r) = \int_0^r 4\pi r^2 \rho \mathrm{d}r = \int_0^r \mathrm{d}m(r) \quad \text{con} \quad \mathrm{d}m(r) = 4\pi r^2 \rho, \tag{2.1}$$

de donde

$$\frac{\mathrm{d}m(r)}{\mathrm{d}r} = 4\pi r^2 \rho. \tag{2.2}$$

Ahora, se considera un cilindro infinitesimal a una distancia r del centro, de altura $\mathrm{d}r$ y sección transversal unitaria, normal al vector posición $\vec{r}$ (ver Figura 2.1).

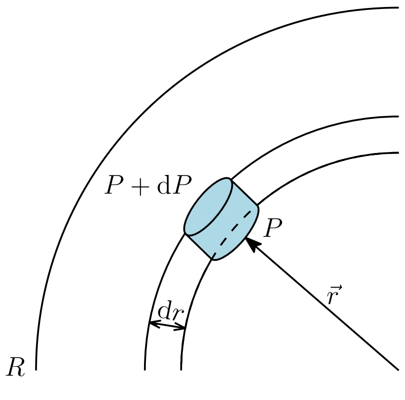

Figura 2.1: Presión sobre un elemento de masa cilíndrico.

Si la presión en $\vec{r}$ es P y su cambio al ir de $\vec{r}$ a $\vec{r} + \mathrm{d}\vec{r}$ es $\mathrm{d}P$, esta diferencia de presión representa una fuerza $-\mathrm{d}P$ (dado que la sección transversal es unitaria) actuando sobre el elemento de masa. Esta fuerza debe ser contrarrestada por la atracción gravitacional sobre el elemento de masa debido a $m(r)$ $(Gm(r)\rho\mathrm{d}r/r^2)$ para que éste se encuentre en equilibrio:

$$-\,\mathrm{d}P = \frac{Gm(r)\rho\mathrm{d}r}{r^2}, \tag{2.3}$$

o equivalentemente

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{Gm(r)}{r^2}\rho. \tag{2.4}$$

Las ecuaciones (2.2) y (2.4) son las ecuaciones de estructura estelar Newtonianas [5], si una relación entre la presión y la densidad $P(\rho)$ es dada, es decir, una ecuación de estado, el sistema puede resolverse dado un par condiciones iniciales $m(r=0)$ y $P(r=0)$. La primera de estas condiciones es evidente puesto que no hay masa encerrada en un cascarón esférico de radio nulo, $m(r=0)=0$ y la segunda estará definida por el valor de $\rho(r=0) \equiv \rho_c$ escogido, mediante la ecuación de estado, $P(r=0)=P(\rho_c)$.

El radio de la estrella R se define como el valor de r en el que la presión se anula, esto es, $P(R)=0$ y de manera similar la masa de la estrella M se define como el valor de la masa encerrada en $r=R$, esto es, $m(R)=M$.

Aunque no se van a tratar en el trabajo de grado, cabe resaltar que los objetos compactos conocidos como enanas blancas, sostenidas al igual que las estrellas de neutrones por la presión de degeneración no de neutrones sino de electrones, son bien descritas por las ecuaciones de estructura Newtonianas. Una manera, aunque no la única, de conocer la importancia de las correcciones relativistas es comparando la magnitud del potencial gravitacional con la unidad, con masas en un rango de $0.33\,M_\odot$ $1.52\,M_\odot$ y radios típicos de unos cuantos miles de kilómetros [1], para las enanas blancas se cumple

$$\frac{2GM}{R} \ll 1, \tag{2.5}$$

Todo: Pulir último párrafo, parece redundante.

por lo cual se espera que el tratamiento Newtoniano sea suficiente [6].

2.2 Estructura estelar relativista

Si bien en la teoría Newtoniana podrían existir objetos tan compactos como las estrellas de neutrones, Chandrasekhar encontró que las estrellas soportadas por presión de degeneración tienen una masa máxima, obtenida asintóticamente cuando los Fermiones son altamente relativistas, esto es, cuando tienen velocidades comparables con la velocidad de la luz. Bajo tales condiciones existirían estrellas compuestas por los quarks más pesados (charm, bottom y top), que no son realizables en relatividad general debido a que las estrellas con la máxima masa posible no son lo suficientemente densas [1].

Es por predicciones erróneas como la anterior que la relatividad general es necesaria para el estudio de objetos compactos, siendo precisamente el descubrimiento de los pulsares, estrellas de neutrones altamente magnetizadas en rotación, en 1967 [7] lo que revitalizó el estudio de la relatividad general y la llevó a la frontera de la investigación en física.

Para describir la estructura de una estrella estática en relatividad general se supone un espacio-tiempo estático e isótropo descrito de manera general por la métrica asociada al elemento de línea:

$$\mathrm{d}s^2 = e^{2\nu(r)}\mathrm{d}t^2 - e^{2\lambda(r)}\mathrm{d}r^2 - r^2\left(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2\right). \tag{2.6}$$

Además el espacio-tiempo se dividirá en dos: una región exterior a la estrella y una región interior. La *región exterior* es libre de fuentes ($T^{\nu}_{\mu} = 0$) y las ecuaciones de Einstein en esta, en unidades gravitacionales ($G = c = 1$), son

$$G^{\nu}_{\mu} = R^{\nu}_{\mu} - \frac{1}{2}g^{\nu}_{\mu}R = 8\pi T^{\nu}_{\mu} = 0, \tag{2.7}$$

de donde se obtiene

$$e^{2\nu} = 1 - \frac{2M}{r}; \qquad -e^{2\lambda} = -e^{-2\nu} = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1}, \tag{2.8}$$

donde M es una constante de integración interpretada como la masa de la estrella. Esta es la conocida solución de Schwarzschild

$$\mathrm{d}s^2 = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)\mathrm{d}t^2 - \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1}\mathrm{d}r^2 - r^2\mathrm{d}\theta^2 - r^2\sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2, \tag{2.9}$$

valida para $r > R$, donde R es el radio de la estrella, que describe la geometría del espacio-tiempo afuera de una estrella estática.

Para la *región interior* el contenido material debe ser especificado para resolver las ecuaciones de Einstein, la materia se modela considerándola un fluido perfecto, con un tensor de energía-momento dado por

$$\begin{array}{c} T^{\mu\nu} = -Pg^{\mu\nu} + (P+\rho)u^{\mu}u^{\nu}, \\ \text{con} \quad g_{\mu\nu}u^{\mu}u^{\nu} = 1 \end{array}, \tag{2.10}$$

donde $u^{\mu} = \frac{\mathrm{d}x^{\mu}}{\mathrm{d}\tau}$ es la cuadri-velocidad de un elemento del fluido. Este tensor puede ser escrito en términos de los valores locales de presión P y densidad de energía ρ gracias al Principio de Covariancia, consecuencia del Principio de Equivalencia [6], que permite escribir el tensor-energía impulso en presencia de campos gravitacionales de una manera análoga a como se escribe en relatividad especial en ausencia de gravedad.

Como se considera una estrella estática, la velocidad espacial de todos los elementos del fluido son cero:

$$u^i = 0 \quad (i = 1, 2, 3), \quad u^0 = 1/\sqrt{g_{00}} \tag{2.11}$$

con lo que las únicas componentes no nulas del tensor energía-momento, en componentes mixtas, serán

$$T^0_0 = \rho(r), \quad T^i_i = -P(r) \quad (i = 1, 2, 3). \tag{2.12}$$

Teniendo en cuenta la forma del tensor energía-momento las ecuaciones de Einstein

$$G_\mu^\nu = R_\mu^\nu - \frac{1}{2}g_\mu^\nu R = 8\pi T_\mu^\nu \tag{2.13}$$

tendrán componentes

$$\begin{array}{l} G_0^0 = e^{-2\lambda}\left(\frac{1}{r^2} - \frac{2\lambda'}{r}\right) - \frac{1}{r^2} = -8\pi\rho(r) \\ G_1^1 = e^{-2\lambda}\left(\frac{1}{r^2} + \frac{2\nu'}{r}\right) - \frac{1}{r^2} = 8\pi P(r) \\ G_2^2 = e^{-2\lambda}\left(\nu'' + \nu'^2 - \lambda'\nu' + \frac{\nu'-\lambda'}{r}\right) = 8\pi P(r) \\ G_3^3 = G_2^2 = 8\pi P(r) \end{array} . \tag{2.14}$$

Todo: Aclarar la diferencia entre la masa encerrada y la energía total.

Definiendo

$$m(r) \equiv 4\pi \int_0^r \rho(r) r^2 \mathrm{d}r, \tag{2.15}$$

como la energía total encerrada por la coordenada r, se puede eliminar las funciones métricas de (2.14), expresándolas en términos de P, ρ y m para obtener

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{[P(r) + \rho(r)]\left[m(r) + 4\pi r^3 P(r)\right]}{r[r - 2m(r)]} \tag{2.16}$$

que junto a (2.15), escrita como

$$\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}r} = 4\pi r^2 \rho(r), \tag{2.17}$$

son las ecuaciones de estructura estelar relativista y son la reducción de las ecuaciones de Einstein para el interior de una estrella esférica y estática. Este sistema es conocido como las ecuaciones de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV).

Todo: Interpretación del sistema como la versión relativista de lo estudiado en el caso Newtoniano.

Todo: Poner ν y hablar de acople con la solución exterior.

2.3 Estructura interna de objetos compactos y ecuaciones de estado

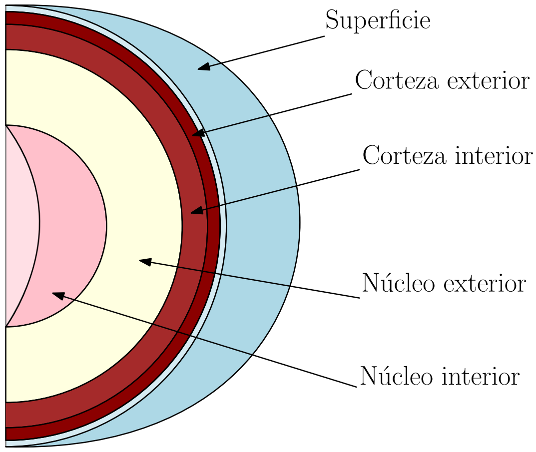

Figura 2.2: Estructura interna de una estrella de neutrones

Todo: Llenar la imagen.

2.4 Criterios de estabilidad

2.4.1 Condición de estabilidad de Harrison-Zeldovich-Novikov

$$\frac{\partial M\left(\rho_c\right)}{\partial \rho_c} > 0 \tag{2.18}$$

2.4.2 Condición de estabilidad por convección adiabática

$$\rho''(r) \leq 0 \tag{2.19}$$

Capítulo 3

Planteamiento del problema

Capítulo 4

Objetivos

Capítulo 5

Metodología

Bibliografía

[1] N. Glendenning, *Compact Stars*, 2nd ed. Springer-Verlag New York, 2000.

[2] D. Scilla, "Introduction to stellar evolution," *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 703, p. 012002, 2016. [Online]. Disponible: http://stacks.iop.org/1742-6596/703/i=1/a=012002?key=crossref.f117e18516bbec478f0c53e64f1de69d

[3] S. Woosley and T. Janka, "The Physics of Core-Collapse Supernovae," *Nature Physics*, vol. 1, pp. 147–154, 2005.

[4] H. T. Janka, "Explosion Mechanisms of Core-Collapse Supernovae," *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, pp. 1–35, 2012. [Online]. Disponible: http://arxiv.org/abs/1206.2503%0A

[5] S. Chandrasekhar, *An Introduction to the Study of Stellar Structure.* Dover, 1958.

[6] S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology.* John Wiley and Sons, 1972.

[7] A. Hewish, S. J. Bell, J. D. H. Pilkington, P. F. Scott, and R. A. Collins, "Observation of a Rapidly Pulsating Radio Source," *Nature*, vol. 217, pp. 709 – 713, 1968.

Todo: Chequear que los links generados por Mendeley funcionen