装

订

线

华南农业大学期末考试试卷（A 卷）

2014~2015 学年第 1 学期　　　　**考试科目：高等数学 AⅠ**

考试类型：（闭卷）考试　　　　**考试时间：120 分钟**

学号________姓名________年级专业____________

题号	一	二	三	四	总分
得分					
评阅人					

得分	

一、**填空题**（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

1．函数 $y=\dfrac{1}{x}-\sqrt{3x+2}$ 的定义域是__________。

2．设 $y=\ln(\cos x)$，则 $dy=$__________。

3．$\lim\limits_{x\to\infty}(1+\dfrac{2}{x})^{x}=$__________。

4．不定积分 $\int\dfrac{1}{3+2x}dx=$__________。

5．反常积分 $\int_{0}^{+\infty}\dfrac{1}{1+x^{2}}dx=$__________。

得分	

二、**单项选择题**（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

1．设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x|}{x}, & x\neq 0\\ 1, & x=0\end{cases}$，则 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处　　　　（　　　）

A．$\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ 不存在　　　B．$f(x)$ 在点 $x=0$ 处连续，但不可导

C．$f'(0)$ 存在　　　D．$\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ 存在，但 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处不连续

2． $f(x)$ 在点 $x=0$ 的某领域内连续，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=1$，则 $f(x)$ 在 $x=0$ （　　　）

A．可导且 $f'(0)=1$　　　　B．可导且 $f'(0)=0$

C．取得极小值　　　　　　　　　　D．取得极大值

3．设 $f(x)=\int_0^x e^{-t^2}dt$，则 $f''(1)=$　　　　　　　　（　　）

A．0　　　　B．$-\frac{1}{e}$　　　　C．$-\frac{2}{e}$　　　　D．$\frac{2}{e}$

4．设 $\int f(x)dx=2\sin\frac{x}{2}+C$，则 $f(x)=$　　　　　　　　（　　）

A．$\cos\frac{x}{2}+C$　　　　B．$\cos\frac{x}{2}$　　　　C．$2\cos\frac{x}{2}+C$　　　　D．$2\cos\frac{x}{2}$

5．函数 $f(x)=x^2-2x$ 在区间 $(0,4)$ 上满足拉格朗日中值定理条件的 ξ 是（　　）

A．1　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．$\frac{5}{2}$

得分	

三、**计算题**（本大题共7小题，每小题7分，共49分）

1. 求极限 $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-3x+2}{x^3-x^2-x+1}$。

2. 讨论 $f(x)=\begin{cases} x^3\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0 \\ 1, & x=0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处的连续性和可导性。

3. 设参数方程 $\begin{cases} x=\ln(1+t^3) \\ y=t-\arctan t \end{cases}$ 确定 y 是 x 的函数，求 $\frac{dy}{dx}$。

4．计算不定积分$\int xe^{2x}dx$。

装

5．设方程$\sin(xy)+\ln(y-x)=x$确定隐函数$y=y(x)$，求$y'\big|_{x=0}$。

订

线

6．已知$(2,4)$是曲线$y=x^3+ax^2+bx+c$的拐点，且曲线在点$x=3$处取得极值，求a,b,c。

7．计算定积分$\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{\sqrt{1-x^2}}{1+x}dx$。

得分	

四、解答题（本大题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分）

1．证明不等式：当 $x>0$ 时，$\ln(1+x)>x-\dfrac{x^2}{2}$。

2．已知 $\int xf(x)dx=\arcsin x+C$，求 $\int\dfrac{dx}{f(x)}$。

3．一抛物线的轴平行于 x 轴，开口向左且通过原点和点 $(2,1)$，求当它与 y 轴所围的面积最小时的方程。

装

1.5CM

订

线

华南农业大学期末考试试卷（A 卷）

2014~2015 学年第 1 学期 **考试科目：高等数学 A Ⅰ参考答案**

一、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

1. $[-\frac{2}{3},0)\cup(0,+\infty]$　2. $-\tan x dx$　3. e^2　4. $\frac{1}{2}\ln|3+2x|+C$　**5.** $\frac{\pi}{2}$

二、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

1. A　2. A　3. C　4. B　5. B

三、计算题（本大题共7小题，每小题7分，共49分）

1. 求极限 $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^3-3x+2}{x^3-x^2-x+1}$。

解： $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^3-3x+2}{x^3-x^2-x+1}=\lim\limits_{x\to1}\frac{3x^2-3}{3x^2-2x-1}$ .... **3 分**

$=\lim\limits_{x\to1}\frac{6x}{6x-2}$ .... 5 分

$=\frac{3}{2}$ .... 7 分

2. 讨论 $f(x)=\begin{cases} x^3\sin\frac{1}{x}, & x\neq0 \\ 1, & x=0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处的连续性和可导性。

解：因为

$\lim\limits_{x\to0}f(x)=\lim\limits_{x\to0}x^3\sin\frac{1}{x}=0$ .... 2 分

而 $f(0)=1$ .... 3 分

$\lim\limits_{x\to0}f(x)\neq f(0)$，故 $f(x)$ 在 $x=0$ 处不连续。................. 5 分

从而不可导。................. 7 分

3. 设参数方程 $\begin{cases} x=\ln(1+t^3) \\ y=t-\arctan t \end{cases}$ 确定 y 是 x 的函数，求 $\frac{dy}{dx}$。

解：$\frac{dy}{dx}=\frac{1-\frac{1}{1+t^2}}{\frac{2t}{1+t^2}}$ .... 5 分

$=\frac{t}{2}$ .... 7 分

4．计算不定积分$\int xe^{2x}dx$。

解：$\int xe^{2x}dx=\frac{1}{2}\int xde^{2x}$ .... 2 分

$=\frac{1}{2}xe^{2x}-\frac{1}{2}\int e^{2x}dx$ .... 5 分

$=\frac{1}{2}xe^{2x}-\frac{1}{4}e^{2x}+C$ .... 7 分

5．设方程$\sin(xy)+\ln(y-x)=x$确定隐函数$y=y(x)$，求$y'|_{x=0}$。

解：方程两边对x求导，得

$(y+xy')\cos(xy)+\frac{y'-1}{y-x}=1$ .... 4 分

$\therefore \quad y'=\frac{y-x+1-(y-x)y\cos(xy)}{1+x(y-x)\cos(xy)}$ .... 5 分

令$x=0$，得$y=1$, ... 6 分

代入得

$y'|_{x=0}=1$ .... 7 分

6．已知$(2,4)$是曲线$y=x^3+ax^2+bx+c$的拐点，且曲线在点$x=3$处取得极值，

求a,b,c。

解：$y'=3x^2+2ax+b,$ .... 1 分

$y''=6x+2a,$ .... 2 分

由题意得

$$\begin{cases} y|_{x=2}=4 \\ y'|_{x=3}=0 \\ y''|_{x=2}=0 \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} 8+4a+2b+c=4 \\ 27+6a+b=0 \\ 12+2a=0 \end{cases}$$ .... 5 分

解得$a=-6,\quad b=9,\quad c=2$ .... 7 分

装

订

线

1.5CM

7．计算定积分$\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{\sqrt{1-x^2}}{1+x}dx$。

解：令$x=\sin t$，则$dx=\cos tdt$ . . . . 1 分

$\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{\sqrt{1-x^2}}{1+x}dx=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\cos^2 t}{1+\sin t}dt$ . . . . 3 分

$=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{1-\sin^2 t}{1+\sin t}dt$ . . . . 4 分

$=\int_0^{\frac{\pi}{6}}(1-\sin t)dt$ . . . . 5 分

$=(t+\cos t)\Big|_0^{\frac{\pi}{6}}$ . . . . 6 分

$=\frac{\pi+3\sqrt{3}-6}{6}$ . . . . 7 分

四、解答题（本大题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分）

1．证明不等式：当$x>0$时，$\ln(1+x)>x-\frac{x^2}{2}$。

证明：设$f(x)=\ln(1+x)-x+\frac{1}{2}x^2\quad(x>0)$ . . . . 1 分

$f'(x)=\frac{1}{1+x}-1+x=\frac{x^2}{1+x}$ . . . . 3 分

当$x>0$时，$f'(x)>0$，$f(x)$在$[0,+\infty)$上单调增加. . . . . 4 分

所以当$x>0$时，$f(x)>f(0)$ . . . . 5 分

即$\ln(1+x)-x+\frac{1}{2}x^2>0$ . . . . 6 分

所以$\ln(1+x)>x-\frac{x^2}{2}$ . . . . 7 分

2．已知$\int xf(x)dx=\arcsin x+C$，求$\int\frac{dx}{f(x)}$。

解：因为$\int xf(x)dx=\arcsin x+C$

所以 $xf(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ .... 2 分

所以 $\frac{1}{f(x)}=x\sqrt{1-x^2}$ .... 4 分

$\int\frac{dx}{f(x)}=\int x\sqrt{1-x^2}dx=-\frac{1}{3}(1-x^2)^{\frac{3}{2}}+C$ .... 7 分

3．一抛物线的轴平行于 x 轴，开口向左且通过原点和点 $(2,1)$，求当它与 y 轴所围的面积最小时的方程。

解：因抛物线平行于 x 轴，故设其方程为 $x=ay^2+by+c$

它通过原点，因而 $c=0$

又它通过点 $(2,1)$，所以点 $a+b=2$

所以抛物线方程为 $x=ay^2+(2-a)y$，其中 $a<0$ .... 3 分

该抛物线与 y 轴的另一交点为 $(0,1-\frac{2}{a})$

所以它与 y 轴所围的面积为

$S=\int_0^{1-\frac{2}{a}}[ay^2+(2-a)y]dy$

$=\frac{4}{3a^2}-\frac{2}{a}+1-\frac{a}{6}$ .... 5 分

令 $S'(a)=-\frac{8}{3a^3}+\frac{2}{a^2}-\frac{1}{6}=0$，得 $a=-4$，$a=2$（舍去）

所以当 $a=-4$ 时面积最小，抛物线方程为 $x=-4y^2+6y$ .... 7 分