2008—2009 学年第 2 学期　考试科目：高等数学 A Ⅰ

一．　**填空题**（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。将答案写在横线上）

1.微分方程 $y''+2y'+4y'=0$ 的通解为 ________________

2.设 $z=x^y$，则 $dz=$ ________________

3.设 L 是圆周 $x^2+y^2=1$，L 取逆时针方向，则 $\oint_L ydx+2xdy=$

4.设 $a+b+c=\vec{0}$，$|a|=3, |b|=1, |c|=2$，则 $a\cdot b+b\cdot c+c\cdot a=$ ________________

5.级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$ 是 __________ 级数（填绝对收敛，条件收敛或发散）。

二．　**单项选择题**（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。）

1．过点(2,-31)且垂直于平面 2x+3y+z+1=0 的直线方程是（　　　）

A. $\frac{x-2}{2}=\frac{y+3}{3}=\frac{z+1}{1}$　　　B. $\frac{x-2}{-2}=\frac{y+3}{-3}=\frac{z-1}{1}$

C. $\frac{x-2}{2}=\frac{y+3}{3}=\frac{z-1}{1}$　　　D. $\frac{x-2}{2}=\frac{y-3}{3}=\frac{z-1}{-1}$

2.设 $z=y+f(x^2-y^2)$，其中 $f(u)$ 是可微函数，则 $\frac{\partial z}{\partial y}=$（　　　）

A. $1+2yf'(x^2-y^2)$　　　B. $1-2yf'(x^2-y^2)$

C. $1+(x^2-y^2)f'(x^2-y^2)$　　　D. $1-y^2f'(x^2-y^2)$

3.下列级数中收敛的是（　　　）

A. $\sum_{n=1}^{n}\frac{1}{n\sqrt{n+1}}$　　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n+1}$

C. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2(n+1)}$　　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$

4.设 D: $1\le x^2+y^2\le 4$，f 在 D 上连续，则 $\iint_D f(\sqrt{x^2+y^2})d\sigma$ 在极坐标系中等于（　　　）

A. $2\pi\int_1^2 rf(r)\mathrm{dr}$　　　B. $2\pi\int_1^2 rf(r^2)dr$

C. $2\pi\left[\int_0^2 r^2 f(r)dr-\int_0^1 r^2 f(r)dr\right]$　D. $2\pi\left[\int_0^2 rf(r^2)dr-\int_0^1 rf(r^2)dr\right]$

5．一曲线过点 $(\sqrt{e},1)$，且在此曲线上任一点 $M(x,y)$ 的法线斜率 $k=-\dfrac{x}{y\ln x}$，则此曲线方程为(　　)

A. $y=2e^{\frac{1}{2}\ln^2 x}-\sqrt{e}$　　　B. $y=\dfrac{1}{2}(\sqrt{e}+e^{\frac{1}{2}\ln^2 x})$

C. $y=\dfrac{\sqrt{e}}{2}x+\dfrac{1}{2}e^{\frac{1}{2}\ln^2 x}$　　　D. $y=e^{\frac{1}{2}\ln^2 x-\frac{1}{8}}$

三. 计算题(本大题共 6 小题, 每小题 5 分)

1. 已知 $z=y\sin(xy)+x^2$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2. 判定级数 $\dfrac{3}{1\cdot 2}+\dfrac{3^2}{2\cdot 2^2}+\dfrac{3^3}{3\cdot 2^3}+\cdots+\dfrac{3^n}{n\cdot 2^n}+\cdots\cdots$ 的收敛性。

3. 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{(x-2)^{2n+1}}{2n+1}$ 的收敛域。

4. 计算二重积分 $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dxdy$, 其中 D 是由 $xy=1, y=x$ 及 $x=2$ 所围成的闭区域。

5. 设区域 D 为 $x^2+y^2 \le a^2 (a>0)$, 若 $\iint_D \sqrt{a^2-x^2-y^2} d\sigma = \frac{\pi}{12}$ ，求 a 的值。

6. 计算 $\mathrm{I} = \iiint_{x^2+y^2+z^2 \le R^2} (x+y+z)^2 dxdydz$ 。

四. 解答题（本大题共5小题，每小题8分，共40分）

1. 设 $\frac{x}{z} - \ln\frac{z}{y} = 0$ ，证明 $z\frac{\partial z}{\partial x} - y\frac{\partial z}{\partial y} = 0$ 。

2. 某厂要用铁板做成一个体积为 km^3 的无盖长方体水池，问长、宽、高各取怎样的尺寸时，才能使用材料最省。

3. 计算 $\mathrm{I}=\int_L (e^x \sin y+y)dx+(e^x \cos y-x)dy$，其中 L 为 $y=-\sqrt{4-x^2}$ 由 A(2,0)至 B(-2,0)的那一弧段。

4. 计算 $\mathrm{I}=\iint\limits_{\Sigma} x^2 dydz+y^2 dzdx+\mathrm{z}^2 dxdy$，其中 Σ 是 $x^2+y^2=z^2(0\le z\le a)$ 的外侧。

5. 设有连接点 $o(0,0)$ 和 $A(1,1)$ 的一段向上凸的曲线弧 OA,对于 OA 上任一点 $P(x,y)$，曲线弧 OP 与直线段 $\overline{OP}$ 所围图形的面积为 x^2，求曲线弧 OA 的方程。

华南农业大学期末考试试卷（A 卷）

2009~2010 学年第 2 学期 **考试科目：**高等数学 AⅡ

单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1．微分方程 $y'-2y-x-2=0$ 是（　　）

A．齐次方程　　B．可分离变量方程

C．一阶线性方程　　D．二阶微分方程

2．过点 $(-1,-2,3)$ 且与直线 $\frac{x}{4}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-5}{-1}$ 垂直的平面方程是（　　）

A．$4x+2y-z+5=0$　　B．$4x+2y+z-5=0$

C．$4x+2y-z+11=0$　　D．$4x+2y+z-11=0$

3．设 $f(x,y)=\ln(x+\frac{y}{2x})$，则 $f_y(1,0)=$（　　）

A．0　　B．1　　C．$\frac{1}{2}$　　D．2

4．若 $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=0$，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$（　　）

A．可能收敛，也可能发散　　B．一定条件收敛

C．一定收敛　　D．一定发散

5．下列级数中发散的是（　　）

A．$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$　　B．$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt{n}}$　　C．$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n+1}}$　　D．$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n(n+1)}}$

二、**填空题**（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1．微分方程 $y''-4y'+5y=0$ 的通解为____________________。

2．设有向量 $\vec{a}=(4,3,0),\vec{b}=(1,-2,2)$，则 $\vec{a}+2\vec{b}=$____________________。

3．设有向量 $\vec{a}=(1,1,0),\vec{b}=(1,0,-1)$，它们的夹角为 θ，则 $\cos\theta=$

____________________。

4．设 $z=y^x$，则 $dz=$____________________。

5．设 L 是圆周 $x^2+y^2=9$（按逆时针方向绕行），曲线积分

$\oint_L (2xy-2y)dx+(x^2-4x)dy$ 的值为____________________。

三、**计算题**（本大题共 7 小题，每小题 7 分，共 49 分）

1．已知 $z=\arctan\dfrac{x}{y}$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

2．计算曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} xdydz-zdxdy$，其中 Σ 是旋转抛物面 $z=x^2+y^2$ 介于平面 $z=0$ 和 $z=1$ 之间的部分的下侧。

3．求微分方程 $y'-x\cos x=\dfrac{y}{x}$ 满足初始条件 $y|_{x=\frac{\pi}{2}}=-\dfrac{\pi}{2}$ 的特解。

4．判定级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^n}{4^n\cdot n!}$ 的敛散性。

5．计算二重积分$\iint\limits_D xdxdy$，其中 D 是由直线$y=x$和圆周$x^2+(y-1)^2=1$所围成且在直线$y=x$下方的闭区域。

6．设区域 D 由$y=x, y=2x, x=\dfrac{\pi}{2}$围成，$\iint\limits_D A\sin(x+y)dxdy=1$，其中 A 为常数，试求 A 的值。

7．计算曲线积分$\oint_L xydx$，其中 L 为圆周$(x-a)^2+y^2=a^2\ (a>0)$及x轴所围成的在第一象限内的区域的整个边界（按逆时针方向绕行）。

四、解答题（本大题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分）

1．要做一个具有体积为 V_0 的有盖圆柱形铁桶，问当高 H 与底半径 R 之比 $\dfrac{H}{R}$ 的值为多少时用料最省？

2．设对任意的 x 和 y，有 $\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)^2=4$，用变量代换 $\begin{cases} x=uv \\ y=\dfrac{1}{2}(u^2-v^2) \end{cases}$ 将 $f(x,y)$ 变换成 $g(u,v)$，试求满足 $a\left(\dfrac{\partial g}{\partial u}\right)^2-b\left(\dfrac{\partial g}{\partial v}\right)^2=u^2+v^2$ 中的常数 a 和 b。

3．已知 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，而 $F(x)$ 是微分方程 $xy'+y=e^x$ 满足初始条件 $\lim\limits_{x\to 0}y(x)=1$ 的解，试将 $f(x)$ 展开成 x 的幂级数，并求 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n}{(n+1)!}$ 的和。

2010--2011 学年第 2 学期　　考试科目：高等数学 AⅡ

一、**单项选择题**（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 1 5 分）

1．与三坐标轴夹角均相等的单位向量为　　（　　）

A．$(1,1,1)$　　B．$(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3})$　　C．$(\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}})$　　D．$(-\frac{1}{3},-\frac{1}{3},-\frac{1}{3})$

2．设 $z=\ln\frac{x}{y}$，则 $dz\Big|_{\substack{x=1\\y=1}}=$　　（　　）

A．$dy-dx$　　B．$dx-dy$　　C．$dx+dy$　　D．0

3．下列级数中收敛的是　　（　　）

A．$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[n]{3}}$　　B．$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$　　C．$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n}$　　D．$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3n}$

4．当$|x|<1$时，级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}x^n$是　　（　　）

A．绝对收敛　　B．条件收敛　　C．发散　　D．敛散性不确定

5．设函数 $p(x)$，$q(x)$，$f(x)$ 都连续，$f(x)$ 不恒为零，y_1，y_2，y_3 都是 $y''+p(x)y'+q(x)y=f(x)$ 的解，则它必定有解是　　（　　）

A．$y_1+y_2+y_3$　　B．$y_1+y_2-y_3$　　C．$y_1-y_2-y_3$　　D．$-y_1-y_2-y_3$

二、**填空题**（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 1 5 分）

1．微分方程 $y''-6y'+9y=0$ 的通解为____________________.

2．设有向量$\vec{a}=(4,3,1)$，$\vec{b}=(1,-2,2)$，则$2\vec{a}-\vec{b}=$__________________.

3．过点$(-1,1,0)$且与平面$3x+2y-z-13=0$垂直的直线方程是____________.

4．设$z=\cos(xy^2)$，则$\frac{\partial z}{\partial y}=$______________.

5．设L为曲线$y=x^2$上从点$(0,0)$到点$(1,1)$的一线段，则$\int_L(2x^3+y^2)dx$ ______.

三、**计算题**（本大题共 7 小题，每小题 6 分，共 4 2 分）

1．求微分方程$x(1+2y)dx+(1+x^2)dy=0$的通解.

2．设 $z=(x^2+y^2)^{xy}$，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$．

3．判断级数 $\frac{1}{10}+\frac{1\cdot 2}{10^2}+\frac{1\cdot 2\cdot 3}{10^3}+\cdots+\frac{n!}{10^n}+\cdots$ 的敛散性.

4．设一矩形的周长为 2，现让它绕其一边旋转，求所得圆柱体体积为最大时矩形的面积及圆柱体的体积.

5．将函数 $f(x)=xe^{-\frac{x}{2}}$ 展开成 x 的幂级数，并确定其收敛域.

6．设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $x+y^2-z=e^z$ 确定的隐函数，求全微分 dz．

7．计算二重积分 $\iint\limits_D \frac{\cos y}{y}dxdy$，其中 D 是由 $y=\sqrt{x}$ 及 $y=x$ 围成的区域.

四、解答题（本大题共 4 小题，每小题 7 分，共 2 8 分）

1．计算曲线积分 $\oint_L (2xy-x^2)dx+(x+y^2)dy$，其中 L 是由曲线 $y=x^2$ 和 $y^2=x$ 所围成的区域的正向边界曲线.

2．计算二重积分 $\iint\limits_D \frac{\sqrt{1-x^2-y^2}}{\sqrt{1+x^2+y^2}}d\sigma$，其中区域 D 由 $x^2+y^2\le 1$，$x\ge 0$ 及 $y\ge 0$ 所确定.

3．设 $u=f(xyz)$，$f(0)=0$，$f'(1)=1$，且 $\dfrac{\partial^3 u}{\partial x\partial y\partial z}=x^2y^2z^2f'''(xyz)$，试求 u 的表达式.

4．计算曲面积分

$$I=\iint\limits_{\Sigma}\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,(xdydz+ydzdx+zdxdy),$$

其中 Σ 为上半球面 $z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}$ 的上侧.

2011~2012 学年第 2 学期　　　　考试科目：高等数学 AⅡ

一、**填空题**（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1．设有向量 $\vec{a}=(-1,2,2)$，$\vec{b}=(2,-1,2)$，则数量积 $(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})$ ________。

2.曲面 $z=x^2+xy+y^2$ 在点 $M(1,1,3)$ 处的切平面方程是____________。

3．设 $u=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$，则 $\mathbf{grad}\,u(1,1,1)=$ ______________。

4．幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(\frac{x}{3})^n$ 的收敛半径 $R=$ ________。

5．微分方程 $y''-4y'+3y=0$ 的通解是______________。

二、**单项选择题**（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1．已知 $A(1,1,1)$，$B(2,2,1)$，$C(2,1,2)$，则 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角 θ 是（ ）

A．$\frac{\pi}{4}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{\pi}{6}$　　D．$\frac{\pi}{2}$

2．函数 $z=xy^2$ 在点 $(1,2)$ 处的全微分是　　　（　）

A．8　　B．$4dx+dy$　　C．$y^2dx+2xydy$　　D．$4(dx+dy)$

3．设 L 为圆周 $x^2+y^2=a^2$，取逆时针方向，则 $\oint_L 2x^2ydx+x(x^2+y^2)dy=$　（　）

A．πa^2　　B．$\frac{\pi}{2}a^4$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．0

4．下列级数中收敛的是　　　（　）

A．$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[n]{4}}$　　B．$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[4]{n}}$　　C．$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4^n}$　　D．$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4n}$

5．微分方程 $y'=e^{-\frac{1}{2}x}$ 的通解是　　　（　）

A．$y=e^{-\frac{1}{2}x}+C$　　B．$y=e^{\frac{1}{2}x}+C$

C．$y=-2e^{-\frac{1}{2}x}+C$　　D．$y=Ce^{-\frac{1}{2}x}$

三、**计算题**（本大题共 7 小题，每小题 7 分，共 49 分）

1.设 $s=f\left(x^2,\frac{x}{y},xyz\right)$，且 f 具有一阶连续偏导数，求 $\frac{\partial s}{\partial x}$，$\frac{\partial s}{\partial y}$，$\frac{\partial s}{\partial z}$.

2. 设由方程$x^2+y^2+z^2+4z=0$确定隐函数$z=z(x,y)$，求全微分dz 。

3. 计算$\iint\limits_D x^2 y d\sigma$，其中$D$是由直线$x=2$，$y=\sqrt{x}$及曲线$y=\frac{1}{x}$所围成的区域。

4.计算$\iiint\limits_{\Omega} z\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是由曲面$z=x^2+y^2$与平面$z=4$所围成的闭区域。

5. 计算$\int_L (x+y)dx+(y-x)dy$，其中L是$y=x^2$上从点$(0,0)$到点$(1,1)$的一段弧。

6．判定级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n \cdot n!}{n^n}$ 的收敛性。

7．试用间接法将函数 $\ln(5+x)$ 展开成 x 的幂级数，并确定展开式成立的区间。

四、解答题（本大题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分）

1．从斜边之长为 l 的一切直角三角形中求有最大周长的直角三角形。

2．计算 $I=\iint\limits_{\Sigma}2(1-x^2)dydz+8xydzdx-4xzdxdy$，其中 Σ 是由曲线 $x=e^y(0\le y\le a)$ 绕 x 轴旋转而成的曲面，取左侧。

3．设对于半空间 $x>0$ 内任意的光滑有向封闭曲面 S，都有

$$\oiint\limits_{S}xf(x)dydz-xyf(x)dzdx-e^{2x}zdxdy=0,$$

其中函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内具有连续的一阶导数，且 $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=1$，求 $f(x)$。

2012~2013 学年第 2 学期　　　　　考试科目：高等数学 AⅡ

一、**填空题**（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1．微分方程 $y'=e^{2x-y}$ 的通解是__________。

2. 设有向量 $\vec{a}=(-1,2,2)$，$\vec{b}=(2,-1,2)$，则数量积 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$__________。

3．过点 $(3,0,-1)$ 且与平面 $3x-7y+5z-12=0$ 垂直的直线方程是____________。

4．设 $z=e^x\cos(x+y)$，则 $\frac{\partial z}{\partial y}=$__________。

5. 设 L 为直线 $x=0,\ y=0,\ x=2$ 及 $y=4$ 所围成的矩形边界，取正向，则 $\oint_L ydx=$______。

二、**单项选择题**（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1．微分方程 $y'-2xy-x-2=0$ 是　　　　（　　）

A．齐次方程　　　　B．可分离变量方程

C．一阶线性方程　　　　D．二阶线性方程

2．已知 $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=\sqrt{2}$，且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=2$，则 $|\vec{a}\times\vec{b}|=$　　　　（　　）

A．1　　B．2　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

3．若 $f(x,y)=f(-x,-y)$，且 $f(x,y)$ 处处可微，则 $df(-x,-y)=$　　　　（　　）

A．$df(x,y)$　　B．$-df(x,y)$　　C．0　　D．$\frac{\partial f}{\partial x}dx-\frac{\partial f}{\partial y}dy$

4．级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^{2p}}$　　　　（　　）

A．当 $p>\frac{1}{2}$ 时绝对收敛　　　　B．当 $p>\frac{1}{2}$ 时条件收敛

C．当 $0<p\le\frac{1}{2}$ 时绝对收敛　　　　D．当 $0<p\le\frac{1}{2}$ 时发散

5．已知 $\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$ 在 $x=-2$ 处收敛，则在 $x=\frac{3}{2}$ 处级数　　　　（　　）

A．绝对收敛　　B．发散　　C．条件收敛　　D．不能判定

三、**计算题**（本大题共 7 小题，每小题 7 分，共 49 分）

CM →

1.求微分方程 $x\frac{dy}{dx}=x-y$ 满足初始条件 $y|_{x=\sqrt{2}}=0$ 的特解。

2.设 $z=f(u)$，方程 $u=\varphi(u)+\int_y^x p(t)dt$ 确定 u 是 x,y 的函数，其中 $f(u),\varphi(u)$ 可微，$p(t),\varphi'(t)$ 连续，且 $\varphi'(t)\neq 1$，求 $p(y)\frac{\partial z}{\partial x}+p(x)\frac{\partial z}{\partial y}$。

3．设由方程 $\frac{x}{z}=\ln\frac{z}{y}$ 确定隐函数 $z=z(x,y)$，求全微分 dz。

4.求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{2^n}x^{2n-2}$ 的收敛域及和函数。

5.使用间接法将函数$\ln(a+bx)\ (a,b>0)$展开成x的幂级数，并确定展开式成立的区间。

6．计算曲线积分$\int_L (x^2-2xy)dx+(y^2-x^2)dy$，其中$L$是抛物线$y=x^2$上从点$(-1,1)$到点$(1,1)$的一段弧。

7．计算二重积分$\iint\limits_D \dfrac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}d\sigma$，其中$D$是由曲线$x^2+y^2=1, x=0$和$y=0$所围成的区域在第一象限的部分。

四、解答题（本大题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分）

1．在半径为a的半球内，内接一长方体，问长方体各边长为多少时，其体积最大？

2．计算二重积分 $\iint\limits_D e^{x^2}dxdy$ ，其中 D 是由直线 $y=x$ 和曲线 $y=x^3$ 所围成的区域在第一象限的部分。

3．设 $f(x,y)$ 在全平面上有三阶连续偏导数并满足 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=y, \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}=x+y,$ $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=x$ ，求（1） $\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y}$ 。（2） $f(x,y)$ 。

2014~2015 学年第 2 学期　　　　考试科目：<u>高等数学 AⅡ　　</u>

（估计不考或考的可能性比较小的题目已删除）

一、**填空题**（本大大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1．二元函数 $z=\ln(y^2-2x+1)$ 的定义域为__________。

2. 已知向量 $\vec{a}=(\lambda,1,5)$ 与向量 $\vec{b}=(2,7,-1)$ 垂直，则 $\lambda=$__________。

3．直线 $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-4}$ 与平面 $x+y+z=3$ 的夹角为__________________。

4．设 $z=x^{2y}$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial y}=$ __________。

5．当参数 p 满足条件_________时，级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{p+1}}$ 收敛。

二、**单项选择题**（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1．微分方程 $y'=y^2\cos x$ 的通解是　　　　　　（　　）

A．$y=-\dfrac{1}{\sin x+C}$　　　　B．$y=\dfrac{1}{\sin x+C}$

C．$y=-\dfrac{1}{\sin x}+C$　　　　D．$y=\dfrac{1}{\sin x}+C$

2．求极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,2)}\dfrac{\sin(xy)}{x}=$　　　　　　（　　）

A．1　　　B．2　　　C．不存在　　　D．y

3．通过 y 轴和点 $(-3,-2,1)$ 的平面方程为　　　　　　（　　）

A．$x+3y=0$　　　　B．$3x+z=0$

C．$x+3z=0$　　　　D．$3x+y=0$

4．D 是由曲线 $x^2+y^2=1$ 围成的闭区域，则 $\iint\limits_D 3dxdy=$　　　　　　（　　）

A．π　　　B．3π　　　C．0　　　D．2π

5．级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}10^2(\sin 10)^n$　　　　　　（　　）

A．发散　　　B．条件收敛　　　C．绝对收敛　　　D．不能判定

CM

三、**计算题**（本大题共 7 小题，每小题 7 分，共 49 分）

1.求微分方程 $y'=\dfrac{y}{x+y}$ 的通解。

2.求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n(n+1)x^n$ 的和函数。

3．设由方程 $\dfrac{y}{z}=\ln\dfrac{z}{x}$ 确定隐函数 $z=z(x,y)$，求全微分 dz 。

4.求曲线积分 $\int_L (x+y)^3 ds$ ，其中 L 为连接点 $(1,0)$ 及 $(0,1)$ 的直线段。

5.计算$\iint\limits_D e^{-x^2-y^2}dxdy$，其中$D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le a^2\}$。

6．已知级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n x^n$的收敛半径为$R$，求级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{a_n}{2^{n+1}}x^n$的收敛半径。

7．将函数$\frac{1}{3+x}$展开成x的幂级数，并求其成立的区间。

CM

四、解答题（本大题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分）

1．抛物线 $z=x^2+y^2$ 被平面 $x+y+z=4$ 截成一椭圆，求这椭圆上的点到原点的距离的最小值和最大值。

2015~2016 学年第 2 学期　　　　考试科目：高等数学 AⅡ

一、**填空题**（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1．二元函数 $z=\sqrt{y^2-2x+2}$ 的定义域为__________。

2. 已知向量 $\vec{a}=2i-3j+5k$ 与向量 $\vec{b}=3i+mj-2k$ 垂直，则 $m=$__________。

3．经过 $(1,2,0)$ 且通过 z 轴的平面方程为__________________。

4．设 $z=xy+\dfrac{x}{y}$，则 $dz=$__________。

5．正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{2+a^n}(a>0)$，当 a _________时级数收敛。

二、**单项选择题**（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1．微分方程 $y'=3x^2(1+y^2)$ 的通解是　　　　　　　　（　　）

A．$\arcsin y=x^3+C$　　　　B．$y=\tan(x^3+C)$

C．$\arccos y=x^3+C$　　　　D．$y=\tan x^3+C$

2．求极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{xy^2}{x^2+y^4}=$　　　　　　　　（　　）

A．0　　B．1　　C．不存在　　D．$\dfrac{1}{2}$

3．设有直线 $L:\begin{cases}x+3y+2z+1=0\\2x-y-10z+3=0\end{cases}$ 及平面 $\pi:4x-2y+z-2=0$，则：（　　）

A．直线 L 平行于平面 π　　　　B．直线 L 在平面 π 上

C．直线 L 垂直于平面 π　　　　D．直线 L 与平面 π 斜交

4．D 是由曲线 $x^2+y^2=4$ 围成的闭区域，则 $\iint\limits_D e^{x^2+y^2}d\sigma=$　　　　（　　）

A．$\dfrac{\pi}{2}(e^4-1)$　　B．$2\pi(e^4-1)$　　C．$\pi(e^4-1)$　　D．πe^4

5．下列级数发散的是　　　　　　　　（　　）

A．$\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{3}{2^n}$　　B．$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{1}{\sqrt{n}}$　　C．$\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{n}{3n^3+1}$　　D．$\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{\sqrt[3]{n(n+1)}}$

CM

三、**计算题**（本大题共 7 小题，每小题 7 分，共 49 分）

1.求微分方程 $y'+y\tan x=\sec x$ 的通解。

2.求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n(n+1)}$ 的和函数。

3．求由方程 $x^3+y^3+z^3+xyz-6=0$ 确定隐函数 $z=z(x,y)$ 在点 $(1,2,-1)$ 的偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial z}{\partial y}$。

4.求曲线积分 $\int_L ydx+xdy$ ，其中 L 为圆周 $x=R\cos t$， $y=R\sin t$ 上 t 从 0 到 $\frac{\pi}{2}$ 的一段弧。

5.计算 $\iint\limits_{D}\cos(x+y)dxdy$，其中 D 是由 $x=0$，$y=\pi$ 及 $y=x$ 所围成的区域。

6．已知 $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=a$，$u_n$ 及 a 都是正数，讨论级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{2}{u_n}\right)^n$ 的敛散性。

7．将函数 $\dfrac{x}{1-3x}$ 展开成 x 的幂级数，并求其成立的区间。

四、解答题（本大题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分）

1．有一上部为圆柱形、下部为圆锥形的无盖容器，容积为常数。已知圆柱的高为 H，圆柱和圆锥的底面半径为 R，圆锥的高为 h，求容器侧面积最小时 $H:R:h$。

2．计算曲线积分$\oint_{+C}(x+y)dx-(x-y)dy$，其中$C$为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\le 1$的周界。

3．设函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上连续，$f(1)=\frac{5}{2}$，对于一切的x，t满足

$\int_1^{xt} f(u)du = t\int_1^x f(u)du + x\int_1^t f(u)du$，求$f(x)$。

2016~2017 学年第 2 学期　　　　考试科目：高等数学 AⅡ

一、**填空题**（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

1．二元函数 $z=\ln(y^2-2x+1)$ 的定义域为__________。

2．设向量 $\vec{a}=(2,1,2)$，$\vec{b}=(4,-1,10)$，$\vec{c}=\vec{b}-\lambda\vec{a}$，且 $\vec{a}\perp\vec{c}$，则 $\lambda=$__________。

3．经过 $(4,0,-2)$ 和 $(5,1,7)$ 且平行于 x 轴的平面方程为__________________。

4．设 $u=x^{yz}$，则 $du=$__________。

5．级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{1}{n^p}$，当 p 满足_________条件时级数条件收敛。

二、**单项选择题**（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

1．微分方程 $2(xy+x)y'=y$ 的通解是　　　　（　　）

A．$y=Ce^{2x}$　　　　B．$y^2=Ce^{2x}$

C．$y^2e^{2y}=Cx$　　　　D．$e^{2y}=Cxy$

2．求极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{2-\sqrt{xy+4}}{xy}=$　　　　（　　）

A．$\dfrac{1}{4}$　　B．$-\dfrac{1}{2}$　　C．$-\dfrac{1}{4}$　　D．$\dfrac{1}{2}$

3．直线 $L:\dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{7}$ 和平面 $\pi:3x-2y+7z-8=0$ 的位置关系是　　　　（　　）

A．直线 L 平行于平面 π　　　　B．直线 L 在平面 π 上

C．直线 L 垂直于平面 π　　　　D．直线 L 与平面 π 斜交

4．D 是闭区域 $\{(x,y)\,|\,a^2\le x^2+y^2\le b^2\}$，则 $\iint\limits_D\sqrt{x^2+y^2}\,d\sigma=$　　　　（　　）

A．$\dfrac{\pi}{2}(b^3-a^3)$　　B．$\dfrac{2\pi}{3}(b^3-a^3)$　　C．$\dfrac{4\pi}{3}(b^3-a^3)$　　D．$\dfrac{3\pi}{2}(b^3-a^3)$

5．下列级数收敛的是　　　　（　　）

A．$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{(n+1)(n+4)}$　　B．$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+n}{n^2+1}$　　C．$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{2n-1}$　　D．$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{\sqrt[3]{n(n+1)}}$

三、**计算题**（本大题共7小题，每小题7分，共49分）

1. 求微分方程 $y'+y=e^x$ 满足初始条件 $x=0$， $y=2$ 的特解。

2. 计算二重积分 $\iint\limits_D \frac{x+y}{x^2+y^2}dxdy$，其中 $D=\{(x,y)\big|x^2+y^2\le 1, x+y\ge 1\}$。

4. 设 $z=z(x,y)$ 为方程 $2\sin(x+2y-3z)=x-4y+3z$ 确定的隐函数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial y}$。

6. 求曲线积分 $\int_L (x+y)dx+(x-y)dy$，其中 L 沿 $x^2+y^2=a^2(x\ge 0, y\ge 0)$，逆时针方向。

7.计算$\iint\limits_{D} y^5\sqrt{1+x^2-y^6}\,dxdy$，其中$D$是由$y=\sqrt[3]{x}$，$x=-1$及$y=1$所围成的区域。

8．判断级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n n}{n+1}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{n}}$的敛散性，并指出是条件收敛还是绝对收敛。

9．将函数$\dfrac{1}{(1-x)(2-x)}$展开成x的幂级数，并求其成立的区间。

CM

四、解答题（本大题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分）

4．抛物面$z=x^2+y^2$被平面$x+y+z=1$截成一椭圆，求原点到这椭圆的最长与最短距离。

2. 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n nx^n}{(n+1)!}$的和函数。

3. 设函数$f(x)$和$g(x)$有连续导数，且$f(0)=1$，$g(0)=0$，L为平面上任意简单光滑闭曲线，取逆时针方向，L围成的平面区域为D，已知

$$\oint_L xydx+[yf(x)+g(x)]dy=\iint_D yg(x)d\sigma,$$

求$f(x)$和$g(x)$。