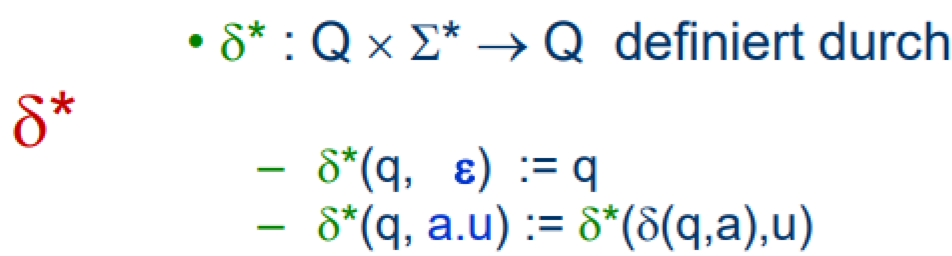
Theoretische Informatik Abgabe 4 David Riemer Relevante Aufgaben

Aufgabe 2, a)

Beweis durch Induktion:

Aus den Folien geht hervor, dass die Transitionsfunktion wie folgt definiert ist:



Für unseren Satz bedeutet das:

I.V.

$$\delta^*_{A\times B}((p,q),u) = (\delta^*_A(p,u), \delta^*_B(q,u))$$

I.A.

$$\delta^*_{A\times B}((p,q),\epsilon) = (p,q) = (\delta^*_A(p,\epsilon), \delta^*_B(q,\epsilon))$$

I.S.

Sei $w = a.u$

$$\begin{gathered}\delta^*_{A\times B}((p,q),a.u) \\ = \delta^*_{A\times B}(\delta_{A\times B}((p,q),a),u)\end{gathered}$$

Die Definition des Produktautomaten ist folgende:

$A = (P, \Sigma, \delta_A, p_0, F_A)$ und $B = (Q, \Sigma, \delta_B, q_0, F_B)$ seien Automaten

- $A \times B = (P \times Q, \Sigma, \delta_{A \times B}, (p_0, q_0), F_A \times F_B)$ // 1.Komp. in F_A, 2. in F_B

  $\delta_{A \times B}((p,q),a) := (\delta_A(p,a), \delta_B(q,a))$ // komponentenweise

$$\begin{gathered}\delta^*_{A\times B}(\delta_{A\times B}((p,q),a),u) \\ = \delta^*_{A\times B}((\delta_A(p,a),\delta_B(q,a)),u) \\ = (\delta^*_A(\delta_A(p,a),u),\delta^*_B(\delta_B(q,a)),u) \\ = (\delta^*_A(p,a.u),\delta^*_B(q,a.u))\end{gathered}$$

Aufgabe 3, a)

Aufgabe 3 (Minimalautomaten)

a) (**Hausübung, 3 Punkte**) Zeigen Sie, dass die Nichttrennbarkeitsrelation $\sim$ eine Äquivalenzrelation auf der Zustandsmenge Q ist, also reflexiv ($\forall q \in Q.\ q \sim q$), symmetrisch ($\forall p, q \in Q.\ p \sim q \implies q \sim p$) und transitiv ($\forall p, q, r \in Q.\ (p \sim q \wedge q \sim r) \implies p \sim r$).

Sei ein Automat gegeben durch

$$A = (Q, \sum, \delta, q_0, F)$$

Reflexivität

$$\forall q \in Q : \forall w \in \sum^* : \delta^*(q,w) \in F \Leftrightarrow \delta^*(q,w) \in F$$

Diese Aussage ist immer wahr.

Symmetrie:

Geht daraus hervor dass die logische Äquivalenz auch symmetrisch ist.

$$\forall w \in \sum^* : \delta^*(p, w) \in F \Leftrightarrow \delta^*(q, w) \in F$$
$$= \forall w \in \sum^* : \delta^*(q, w) \in F \Leftrightarrow \delta^*(p, w) \in F$$