

THEORETISCHE INFORMATIK – WS 2025/26

Übung 03

Hausübung: Aufgaben 1f) und 2b).

Abgabe der bearbeiteten Aufgaben via Ilias bis zum **5.11. 23:59 Uhr**

Aufgabe 1 (Reguläre Ausdrücke für Sprachen)

Wir betrachten das Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$. Geben Sie für die folgenden Sprachen über Σ jeweils einen regulären Ausdruck an, der genau diese Sprache beschreibt.

Für $w \in \Sigma^*$ und $a \in \Sigma$ definieren wir $|w|_a$ als die Anzahl der Vorkommen des Zeichens a im Wort w . Zum Beispiel: $|001|_0 = 2, |001|_1 = 1, |000|_1 = 0$.

- a) $L_1 = \{u \in \Sigma^* \mid 010 \text{ ist Präfix von } u\}$
- b) $L_2 = \{u \in \Sigma^* \mid |u|_1 \geq 1\}$
- c) $L_3 = \{u \in \Sigma^* \mid |u|_1 \leq 1\}$
- d) $L_4 = \{u \in \Sigma^* \mid |u|_0 \text{ ist ungerade}\}$
- *e) $L_5 = \Sigma^* - L_1$
(1e) ist etwas komplexer. Vergessen Sie beim Knobeln die anderen Aufgaben nicht.)
- f) (**Hausübung, 2 Punkte**) $L_6 = \{u \in \Sigma^* \mid |u|_0 \text{ ist ungerade und } |u|_1 = 2\}$

Hinweis: Es empfiehlt sich hier, zusätzliche reguläre Ausdrücke als Abkürzung zu definieren, um wiederkehrende Muster zu beschreiben.

Aufgabe 2 (Syntaxdiagramme)

- a) Wir betrachten das Syntaxdiagramm in Abbildung 1. Geben Sie den zugehörigen regulären Ausdruck an.

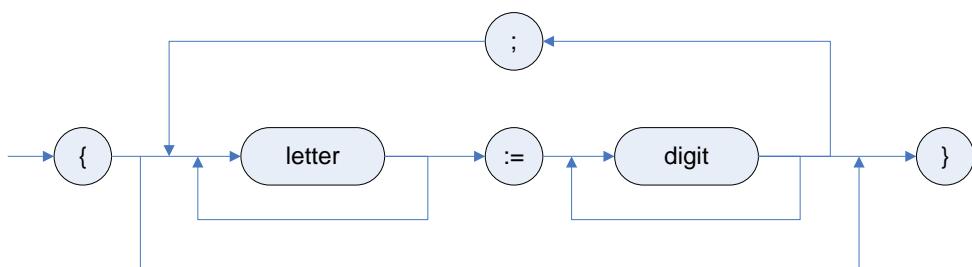


Abbildung 1: Syntaxdiagramm zu 2a))

b) (**Hausübung, 3 Punkte**) Gegeben sei der folgende reguläre Ausdruck R über dem Alphabet $\Sigma = \{d, e, f, p, s\}$:

$$R = d^+pd^*(esd^+)?f? + pd^+(esd^+)?f? + d^+esd^+f? + d^+(esd^+)?f \quad (1)$$

$$= d^+pd^*(esd^+)?f? \mid pd^+(esd^+)?f? \mid d^+esd^+f? \mid d^+(esd^+)?f \quad (2)$$

wobei wir in (2) einfach die alternative Notation \mid für den Operator $+$ verwendet haben (falls Sie diese Notation bevorzugen).

Erstellen Sie das Syntaxdiagramm zu dem Ausdruck. Vereinfachen Sie sofern möglich.

Aufgabe 3 (Endliche Automaten für Sprachen)

Gegeben sei das Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Skizzieren Sie jeweils das Zustandsdiagramm eines deterministischen Automaten, der genau die nachfolgend beschriebenen Sprachen über Σ erkennt. Die Automaten sollten möglichst klein sein.

- a) Worte, in denen die Anzahl von b 's ungerade ist.
- b) Worte, in denen nach jedem a (falls vorhanden) irgendwann ein b folgt.
- c) Worte, welche mindestens drei b enthalten.

Aufgabe 4 (Äquivalenz regulärer Ausdrücke)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Zeigen Sie, dass die folgenden Gleichungen für reguläre Ausdrücke über Σ gelten, die jeweiligen regulären Ausdrücke also die gleiche Sprache beschreiben.

- a) $(a + b^*)^* \equiv (a + b)^*$
- b) $(a + b)^* \equiv a^*(ba^*)^*$