

1. (15 поена) Низ x_n је задат са: $x_1 = -1$, $x_{n+1} = e^{x_n} - 1$, за $n \geq 1$.
- (а) Доказати да за свако $x \in \mathbb{R}$ важи $x \leq e^x - 1$.
 - (б) Доказати да за све $n \in \mathbb{N}$ важи $x_n < 0$.
 - (в) Испитати конвергенцију низа x_n . Ако конвергира, одредити $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.
 - (г) Одредити $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot x_n$.

2. (15 поена)
- (а) Одредити константе $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ у Маклореновом развоју

$$\operatorname{tg} x = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + o(x^4), \quad x \rightarrow 0.$$

(б) Израчунати лимес: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\operatorname{tg} x}{x} + \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 - 2}{x^2 \operatorname{tg}^2 x}.$

3. (20 поена) Дата је функција $f(x) = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$.

- (а) Да ли је функција f периодична?
- (б) Испитати ток и скицирати график функције f .

4. (10 поена) (а) Доказати да постоји $x > 1$ тако да важи $xe^{\frac{x^2+1}{2x^2}} = 1555$.
- (б) Одредити тачан број решења једначине $xe^{\frac{x^2+1}{2x^2}} = 1555$ на скупу \mathbb{R} .

(Писмени испит укупно вреди 60 поена. Време за рад је 3 сата.)

1. (15 поена) Низ x_n је задат са: $x_1 = -1$, $x_{n+1} = e^{x_n} - 1$, за $n \geq 1$.
- (а) Доказати да за свако $x \in \mathbb{R}$ важи $x \leq e^x - 1$.
 - (б) Доказати да за све $n \in \mathbb{N}$ важи $x_n < 0$.
 - (в) Испитати конвергенцију низа x_n . Ако конвергира, одредити $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.
 - (г) Одредити $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot x_n$.

2. (15 поена)
- (а) Одредити константе $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ у Маклореновом развоју

$$\operatorname{tg} x = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + o(x^4), \quad x \rightarrow 0.$$

(б) Израчунати лимес: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\operatorname{tg} x}{x} + \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 - 2}{x^2 \operatorname{tg}^2 x}.$

3. (20 поена) Дата је функција $f(x) = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$.

- (а) Да ли је функција f периодична?
- (б) Испитати ток и скицирати график функције f .

4. (10 поена) (а) Доказати да постоји $x > 1$ тако да важи $xe^{\frac{x^2+1}{2x^2}} = 1555$.
- (б) Одредити тачан број решења једначине $xe^{\frac{x^2+1}{2x^2}} = 1555$ на скупу \mathbb{R} .

(Писмени испит укупно вреди 60 поена. Време за рад је 3 сата.)