

# NEDELJA 1

**Uredjaji za prikaz:** vektoriski sistemi, rasterski sistemi, LCD ekrani, Virtuelna realnost, Prosirena realnost

Oko 30% mozga je zaduzeno za obradu vizuelnih informacija i putem oka je moguće propustiti najveću količinu informacija

Informacija koja se generise pomocu racunarske grafike ne mora biti cisto vizualna; moguće je generisati i manipulirati sa različitim senzornim informacijama. Takođe, moguće je digitalnu informaciju transformirati u fizičku materiju.

Racunarska grafika koju razmatramo se bavi pravljenjem **modela objekata i osvetljenja na sceni** i na osnovu toga pravljenjem pogleda na scenu.

Tipovi racunarske grafike na osnovu podrzane interaktivnosti:

**Interaktivna** – dvosmerna komunikacija, korisnik ima neki vid kontrole nad slikom koja se prikazuje. Interakcija covek – racunar kao zasebna oblast. Prvi sistem sketchpad, Ivan Sutherland MIT.

**Neinteraktivna** – jednosmerna komunikacija, korisnik nema kontrolu. Neinteraktivna paketna obrada se i danas koristi za specijalne efekte u finalnom videu produkcionog kvaliteta.

**Kako iscrtati 3D kocku na 2D sliku:**

Odbaciti jednu koordinatu. Preslikati 3D temena na tacke 2D slike i povezati tacke duzima.

**Perspektivna projekcija:**

Objekti izgledaju manje kako se udaljavamo. **Model tackaste kamere.**

Tacka  $p(x,y,z)$  sa objekta se slika u tacku  $q(u,v)$  na slici. Uocimo slicne trouglove:  
 $u = x/z$  i  $v = y/z$   $\rightarrow$   $u$  i  $v$  koordinata se smanjuju sa porastom vrednosti  $z$   
Ako se kamera nalazi u tacki  $c$  tada cemo za svaku ivicu kocke (ima ih 12)

ponavljati postupak. Dodatno, oduzimamo koordinate kamere  $c$  od koordinata temena  $(x,y,z)$  kako bi dobili koordinate u odnosu na kameru.

**Modelovanje** predstavlja pravljenje matematičke specifikacije objekata i njihovih vizuelnih svojstava na način na koji je moguće sačuvati na računaru.

Modelovanje prati hijerarhijski pristup. Koraci za modelovanje objekata:

Razlaganje na komponente, pravljenje hijerarhijske strukture, sastavljanje primitiva u polazni objekat.

**Vrste renderovanja:** renderovanje unapred (ka kameri) i unazad (od kamere).

# NEDELJA 2

## Vektorska grafika:

Slika je prikazana kao kolekcija geometrijskih figura.

Za svaku figuru se cuvaju njeni parametri. Memorija koju slika zauzima zavisi od njenog sadrzaja, ali je cesto manja od rasterske slike.

Skaliranje vektorske slike je jednostavno i sa savrsenom preciznoscu.

Vektorska grafika se koristi za fontove, stampani materijal velikog formata...

Nije pogodna za prikazivanje fotografija i za obradu vektorskih slika je potreban poseban softver.

## Rasterska grafika:

Ekranu je pridruzena matrica piksela koji predstavljaju najmanje graficke elemente rasterske slike sa pridruzenim vrednostima intenziteta/boje/dubine.

Bitska dubina je broj bitova koji se koristi za predstavljanje piksela.

Memorija koju slika zauzima zavisi od rezolucije i bitske dubine.

Problemi pri skaliranju slike. Koristi se za fotografije, u veb dizajnu

Slika se moze kompresovati (sa i bez gubitaka) da bi se smanjila velicina datoteke.

**JPEG** – 24-bitne boje, slike visoke rezolucije bez teksta, kompresija sa gubicima, ne podrzava transparentnu pozadinu, manja velicina datoteke u odnosu na png

**PNG** – 24-bitne boje, kompresija bez gubitaka, podrzava transparentnu pozadinu, velicina datoteke slika u visokoj rezoluciji je velika

**GIF** – 8-bitne boje, prednost je sto kompresuje digitalne slike u manje datoteke , podrzava transparentnost i kratke animacije manje velicine

Tehnike prikazivanja objekata na ekranu:

**Rasterizacija** – elementi scene se projektuju ka kameri, za svaku primitivu treba odrediti koje piksele treba osvetliti, efikasna, teže je postići fotorealizam.

**Ray tracing** – zraci se iz kamere pustaju ka sceni, za svaki piksel utvrditi koje se primitive vide, u opstem slučaju je sporija, lakše je postići fotorealizam.

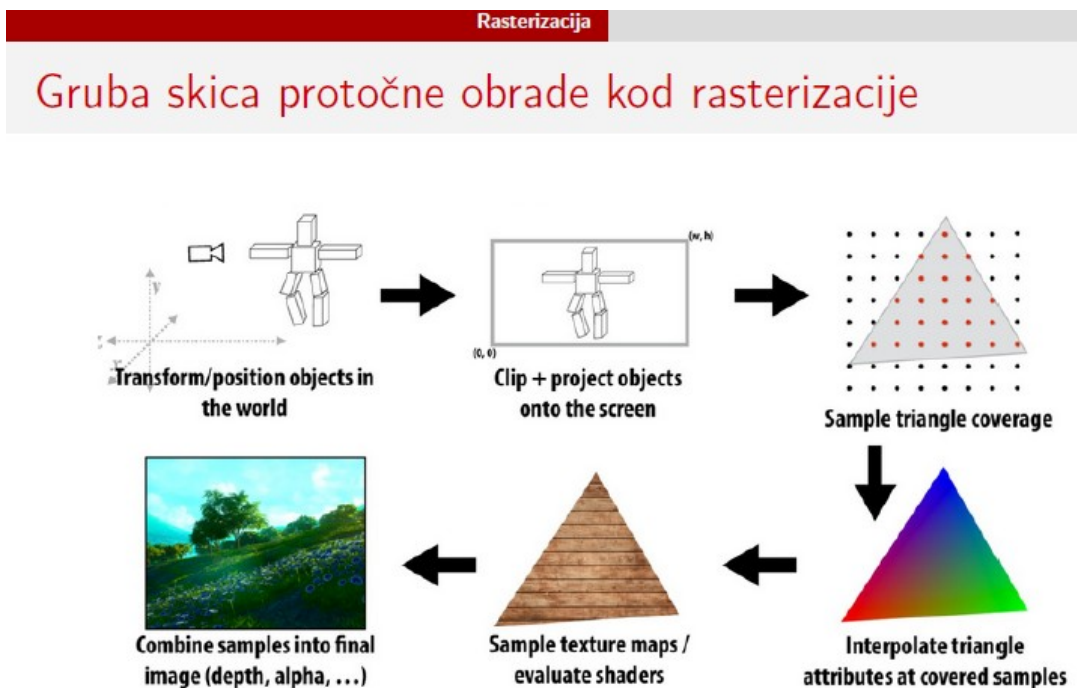
Protocna obrada za generisanje slike 3D objekta:

ulaz (slika koju crtamo), niz etapa (transformacije ulaza u izlaz), izlaz (rezultat)

Protocna obrada za proces rasterizacije:

ulaz (3D primitive), izlaz (rasterska slika, za svaki piksel boja, dubina...)

Kao primitive ćemo najčešće koristiti trouglove jer su najjednostavnije geometrijske figure koje imaju površinu. Mogu aproksimirati proizvoljni oblik. Uvek leže u ravni, normala je dobro definisana u 3D. Vrednostima u temenima se lako interpolisu tačke u unutrašnjosti.



- Odgovara standardnoj grafičkoj obradi (OpenGL, Direct3D)

## Sta znaci da je piksel prekriven trouglom?

Jedna mogucnost predstavlja odredjivanje procenta površine piksela prekrivene trouglom i obojiti piksel nijansom koja odgovara tom procentu.

Medjutim, prekrivenost postaje problematyczna kada razmatramo vise trouglova. Realisticne scene mogu biti složene pa izracunavanje tacne vrednosti prekrivenosti nije prakticno.

Razmatracemo prekrivenost kao problem uzorkovanja. Sa dovoljnim brojem i pametnim izborom tacaka mozemo dobiti dobru procenu prekrivenosti.

## Uzorkovanje u 1D:

Razmotrimo 1D signal – funkcija koja varira u vremenu i prostoru.

Uzorkovanje predstavlja merenje vrednosti signala (vrednost funkcije u tacki)

Audio fajl cuva uzorke 1D signala, najcesce 44,1kHz.

Za skup tacaka cemo rekonstruisati polazni signal  $f(x)$  preko linearne interpolacije izmedju vrednosti dva najbliza uzorka tacke  $x$ .

Dodatno cemo gusce uzorkovati signal.

## Slike kao diskretni signali:

Na slike smo navikli da gledamo kao niz piksela – diskretni signal.

Diskretni signali su funkcije  $Z^2 \rightarrow R$ , jedna vrednost za par koordinata  $(i, j)$

## Slike kao neprekidni signali:

Svaka slika pocinje svoj zivot kao neprekidni signal.

Svetlost koja ulazi u kameru je neprekidni signal u ravni 2D slike.

Uzorkovanje predstavlja transformisanje neprekidnog signala u diskretan.

Vrednosti koje se cuvaju u diskretnim pikselima slike su uzorci originalnog signala. Proces inverzan uzorkovanju je rekonstrukcija

## Uzorkovanje i rekonstrukcija u 2D:

Stvari se slicno odvijaju u 2D, vrsi se uzorkovanje vrednosti na skupu tacaka.

Primenjujemo interpolacioni/rekonstrukcioni filter da bismo aproksimirali sliku.

## Rasterizacija kao uzorkovanje:

Funkcija prekrivenost  $(x,y) = 1$  kad trougao sadrzi tacku  $(x,y)$ , 0 inace se koristi za uzorkovanje. Za tacku unutar koje vrsimo uzorkovanje uzimamo centar piksela

Kada se tacka uzorkovanja nalazi na samoj ivici trougla onda se klasifikuje kao unutrašnja jedino ako je u pitanju **leva ivica ili gornja ivica trougla**.

Svaki uzorak slike koji se salje ekranu se konvertuje u kvadratic svetlosti odgovarajuće boje – piksel.

### **Dekomponovanje 1D signala na frekvencije:**

1D signal se može izraziti kao superpozicija – suma različitih frekvencija.

Sinusni talas je određen amplitudom, frekvencijom i fazom (ofsetom)

### **Aliasing u 1D signalu:**

Nedovoljno uzorkovanje signala visoke frekvencije rezultuje aliasingom.

Visoke frekvencije u originalnom signalu deluju kao niske frekvencije nakon rekonstrukcije.

I slike je moguće dekomponovati na frekvencije

### **Temporalni aliasing, prostorni aliasing**

### **Najkvist-Senonova teorema:**

Razmotrimo signal ograničenog opsega koji nema frekvencije više od nekog praga  $w_0$ . Primer u 1D je audio signal bez visokih frekvencija, u 2D je primer zamucena slika.

Ako signal nema frekvencije veće od nekog praga  $w_0$ , on se može savršeno rekonstruisati ako se uzorkuje sa učestanoscju dvostruko većom od najviše frekvencije  $w_0$ . Umesto deo po deo linearne interpolacije koristi se sinc filter.

### **Idealni filter za prefilterovanje:**

Duži imaju beskonacno visoke frekvencije pa ih nije moguće uzorkovati na dovoljno visokoj frekvenciji. Koristimo prefilterovanje da se ograniči signal. Filterovanjem se slika zamucuje, što je bolje nego aliasing efekat.

### **Kako eliminisati aliasing efekat:**

Aliasing efekat se ne može u potpunosti eliminisati jer svaka uzorkovana reprezentacija ne uspeva uhvatiti dovoljno visoke frekvencije.

Potrebno je što bolje upariti uzorkovanje i rekonstruisanje.

Gresku rekonstrukcije signala možemo smanjiti povećavanjem frekvencije uzimanja uzoraka. Umesto jednog uzorka po pikselu možemo imati više.

### **Kako utvrditi da li je tacka unutar datog trougla:**

Proveravamo da li je tacka levo od svih pravih/stranica trougla.

Za bliske tacke provera daje slicne vrednosti, koristimo inkrementalni pristup.

Inkrementalni pristup rasterizaciji predstavlja serijsko izvorsavanje, dok moderni hardver podrazumeva paralelno izvorsavanje.

Moderne graficke kartice imaju hardver specijalne namene za efikasno testiranje da li je tacka unutar trougla.

### **U kom slucaju je paralelni pristup rasterizaciji veoma neefikasan:**

Ako imamo dugacki tanki trougao treba testirati veliki broj uzoraka na pripadnost trouglu, a skoro nijedan nece pripadati.

### **Hibridni pristup rasterizaciji trougla:**

Granicni opseg podeliti na blokove srednje velicine.

Pre provere pojedinih piksela treba za svaki blok proveriti da li sece trougao.

Ako blok ne sece trougao tada eliminisemo sve piksele iz bloka.

Ako je citav blok unutar trougla tada trougao prekriva sve piksele bloka.

Inace paralelno testiramo sve tacke bloka.

Ni ovo nije efikasno. Bolji pristup je inkrementalno hijerarhijski.

# NEDELJA 3

## Geometrijske transformacije:

U racunarskoj grafici se koriste gotovo svuda, npr. za zadavanje dimenzija i pozicioniranje objekata u prostoru, kretanje kamere u akcijama...

## Linearne transformacije:

Za f kazemo da je linearna transformacija:

- algebarski ako cuva operacije sabiranja i mnozenja skalarom
- geometrijski ako preslikava prave u prave i cuva koordinatni pocetak

**Primeri linearnih transformacija: skaliranje, rotacija i smicanje**

Linearne transformacije su znacajne jer su jeftine, mogu se predstaviti kao mnozenje matricom, kompozicija linearnih transf. je linearna transf.

## Invarijante transformacija:

linearne – cuvaju prave i koordinatni pocetak

translacija – cuva razlike izmedju parova tacaka

skaliranje – cuva prave kroz koordinatni pocetak, pravac vektora

rotacija – cuva koordinatni pocetak, rastojanja izmedju tacaka, orijentaciju

smicanje – jedna osa je fiksna, duzine se cuvaju jedino na pravcu u kom se vrši istezanje, ne cuvaju se uglovi

**Baza vektorskog prostora dimenzije 2 je skup vektora  $V_1, V_2$  za koje vazi:**

- vektori iz datog skupa su linearno nezavisni
- svaki vektor iz vektorskog prostora moze se izraziti kao linearna kombinacija vektora iz ovog skupa (generatori)

Vektore baze vektorskog prostora nazivamo baznim vektorima.

## Skaliranje u ravni u odnosu na koordinatni pocetak:

Tacke u ravni se mogu skalirati duz x i duz y ose.

Skaliranje ne mora biti uniformno, moze se skalirati po x za faktor 3, po y za 2

Ne cuvaju se uglovi izmedju pravih u ravni osim ako faktor po x i y nije jednak



Ako objekat ne pocinje u koordinatnom pocetku tada ce ga skaliranje udaljiti ili pribliziti koordinatnom pocetku

Opsti oblik matrice linearne transformacije je  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ .

Ako je njena determinanta  $ad - bc = 0$  tada se transformacija naziva singularna i nema inverz. Kod singularnih matrica kolone su linearno zavisne.

### Kompozicija transformacija:

Kompoziciju linearnih transformacija mozemo predstaviti mnozenjem matrica. Tada cemo matrice slozenijih transformacija formirati kao kompoziciju matrica osnovnih transformacija.

Vazna napomena je da se matrice primenjuju zdesna ulevo.

Kompozicija dve transformacije istog tipa je transformacija tog tipa.

Kompoziciju translacija dobijamo sabiranjem vektora translacija.

### Homogene koordinate:

Pozeljno je transformacije predstaviti kao mnozenje matricom da bismo kombinaciju transformacija izrazili kao proizvod njihovih matrica.

U homogenim koordinatama sve ove transformacije imaju formu mnozenja matrica. Uvedene su iz potrebe da se razmatra perspektiva.

Homogenim tackama u ravni odgovaraju trojke vrednosti Dekartovih koordinata

Tacka  $(x, y, 0)$  je beskonacno daleka tacka u pravcu  $(x, y)$

Ako homogenizujemo tacku, dobijamo njenu reprezentaciju  $(x/w, y/w, 1)$  koja u Dekartovom smislu pripada ravni  $W = 1$

### 2D transformacije u homogenim koordinatama:

Tacku  $(x, y, 1)$  preslikavamo u tacku  $(x', y', 1)$ .

U slucaju linearnih transformacija ugradjujemo  $2 \times 2$  matricu transformacije u gornji levi ugao  $3 \times 3$  jedinicne matrice.

U slucaju translacije potrebno je ugraditi vektor translacije u trecu kolonu  $3 \times 3$  jedinicne matrice u ciji smo gornji levi ugao ugradili  $2 \times 2$  matricu transformacije.

Koriscenjem homogenih koordinata affine transformacije u 2D mozemo predstaviti kao linearne transformacije u 3D.

### **Inverzne transformacije:**

Sve pomenute matrice transformacija su invertibilne.

Za skaliranje je matrica sa parametrima  $1/s_x$  i  $1/s_y$

Za rotaciju je matrica sa uglom suprotnog znaka

Za smicanje u pravcu neke ose je matrica sa parametrom  $a$  suprotnog znaka

Inverz kompozicija transformacija je kompozicija inverza pojedinačnih transformacija u obrnutom redosledu

### **Rotacija – transponat kao inverz:**

Rotacija preslikava vektore standardne baze  $e_1, e_2$  u vektore ortonormirane baze  $e_1', e_2'$ .

Na dijagonali se dobija skalarni proizvod vektora sa samim sobom  $\rightarrow 1$

Na ostalim mestima se dobija skalarni proizvod dva ortogonalna vektora  $\rightarrow 0$

Dakle, vazi:  $R^T * R = E$  tj  $R^{-1} = R^T$

### **Transformacije koje nisu u odnosu na koordinatni pocetak:**

Rotacija oko tacke  $P$  za ugao  $\phi$  izvodi se na sledeci nacin:

- transliraj tacku  $P$  u koordinatni pocetak
- rotacija oko koordinatnog pocetka za ugao  $\phi$
- transliraj koordinatni pocetak nazad u tacku  $P$

### **Efikasnost izracunavanja:**

Umesto da koordinate svake tacke mnozimo sa nizom matrica, racunamo matricu kompozicije i koristimo njenu specificnu formu.

Umesto mnozenja matrica i rada sa homogenim koordinatama dovoljno je gledati jednakosti koje proizvode matrice.

Za transformacije slozenih objekata u realnom vremenu potrebno je voditi racuna pri svakom mnozenju.

Ako je ugao  $\phi$  kod rotacije dovoljno mali, mozemo aproksimirati  $\cos \phi = 1$

### Izometrijske transformacije:

Izometrijske transformacije cuvaju uglove i rastojanja izmedju tacaka.

Matrica je ortogonalna ako vektori koji cine njene kolone predstavljaju ortonormiranu bazu.

Nazivaju se transformacije cvrstih tela, spadaju **translacija, rotacija, simetrije**.

Kompozicija izometrijskih transformacija je izometrijska transformacija.

Transformacija inverzna izometrijskoj je izometrijska transformacija.

### Direktne i indirektne izometrijske transformacije:

Izometrijska transformacija ravni je direktna ako cuva orijentaciju ravni, a indirektna ako svaki trougao te ravni preslikava u trougao suprotne orijentacije.

Za utvrdjivanje da li je direktna ili indirektna, dovoljno je proveriti za jedan ▲

Orijentacija trougla se racuna pomocu vektorskog proizvoda.

Rotacija i translacija spadaju u direktne izometrijske transformacije.

### Afine transformacije:

To su transformacije koje cuvaju kolinearnost, odnose rastojanja izmedju kolinearnih tacaka i paralelnost.

Ne cuvaju nuzno uglove i duzine.

Translacija, rotacija, skaliranje i smicanje su affine transformacije kao i njihov proizvoljni niz.

Svaka afina transformacija se moze predstaviti kao kompozicija jedne linearne transformacije i jedne translacije.

# NEDELJA 4

## Dimenzija 3:

Tacka u 3D prostoru se prikazuje uz pomoc 4 koordinate  $(x, y, z, W)$

Dve cetvorke predstavljaju istu tacku akko je jedna umnozak druge.

Cetvorka  $(0, 0, 0, 0)$  nije dozvoljena.

Standardna reprezentacija tacke  $(x,y,z,W)$  je  $(x/W, y/W, z/W, 1)$ .

Skupu svih cetvorki kojima odgovara jedna homogena tacka odgovara prava u 4-dimenzionom prostoru, tj sve tacke oblika  $(tx, ty, tz, tW)$ .

Transformacije u homogenim koordinatama su predstavljene matricama  $4 \times 4$ .

Vektor normale ne treba da se translira, zato treba pazljivo odabrati matricu transformacije koju cemo primeniti na trougao.

Razliku izmedju tacaka i vektora pravimo u odnosu na homogenu koordinatu  $W$

Tacke imaju nenula homogenu koordinatu  $W$ , dok vektori imaju  $W = 0$

Kako deliti homogenom koordinatom ako je jednaka 0? Na vektore mozemo gledati kao na tacke u beskonacnosti.

## Rotacije u 3D prostoru:

Rotacija cuva duzine, orijentaciju i koordinatni pocetak.

U 2D prostoru postoji samo rotacija oko proizvoljne tacke.

U 3D prostoru se objekat moze rotirati oko proizvoljnog vektora – osa rotacije.

Rotacija u 3D prostoru je odredjena sa 2 broja: geografska sirina i duzina

U 2D prostoru rotacije komutiraju, dok u 3D prostoru ne.

Proizvoljna rotacija u 3D prostoru se moze predstaviti preko 3 rotacije (Ojlerovi uglovi – pitch, yaw, roll). Prednost Ojlerovih uglova je lako razumevanje, dok je mana sto postoji konfiguracija u koju mozemo doci gde ne mozemo vrsiti rotaciju oko tri ose.

### Smicanje u 3D prostoru:

Najcesce podrazumeva iskosenje objekta u smeru paralelnom nekoj koordinatnoj ravni (duz neke koordinatne ose).

Smicanje u pravcu koordinatne ravni  $Oxz$  podrazumeva da se strana objekta nad kojim vrsimo smicanje u  $Oxz$  ravni ne menja.

Koordinatni pocetak i jedinicni vektor u smeru  $x$  i  $z$  ose se ne menjaju.

Smicanje je korisno za generisanje projekcija.

Svako kompoziciji matrica transformacija u 3D odgovara  $4 \times 4$  matrica koja u gornjem levom uglu ima  $3 \times 3$  matricu transformacije i sa desne strane ima vektor translacije. Umesto mnozenja  $4 \times 4$  matricom mnozimo  $[x \ y \ z]$  vektor sa  $3 \times 3$  matricom transformacije i dodajemo vektor translacije, sto je efikasnije.

### Preslikavanje tacaka, pravih i ravni:

Matrice transformacija odredjuju slike pojedinih tacaka.

Sliku prave dobijamo kao pravu odredjenu slikama dve tacke polazne prave.

Sliku ravni dobijamo kao ravan odredjenu slikama tri nekolinearne tacke polazne ravni, ili kao sliku jedne tacke i sliku vektora normale polazne ravni.

### Transformacije kao promena koordinatnog sistema:

Do sada su transformacije koriscene za preslikavanje skupa tacaka iz jednog koordinatnog sistema u taj isti koordinatni sistem.

Moguće je transformacije posmatrati kao promenu koordinatnog sistema, gde se objekat ne transformise, vec se racunaju njegove koordinate u drugom KS

Prvi pristup je pogodniji kada se objekat kreće, a drugi kada više objekata treba preneti u novi koordinatni sistem.

Za proizvoljnu promenu koordinatnog sistema dovoljno je imati opis svodjenja iz razlicitih koordinatnih sistema u jedan koordinatni sistem.

### Graf scene:

Graficke aplikacije cesto predstavljaju scene u vidu grafa scene.

Graf scene je struktura podataka koja se koristi za predstavljanje hijerarhijskog odnosa medju transformacijama koje se primenljuju na skup objekata u 3D.

Sastoji se iz cvorova objekata, atributa, transformacija.

Transformacije se mogu primeniti na listove i grupe objekata.

Pretpostavimo da zelimo nacrtati scenu sa velikim brojem kopija objekata:

Instanciranje – umesto da za svaki novi objekat pravimo novu primitivu, mozemo primeniti razlicite transformacije nad manjim skupom primitiva.

Najjednostavniji primer grafa scene je usmereno stablo (od oca ka sinu)

Kumulativna matrica transformacije  $M$  se gradi kako se penjemo uz stablo – transformacije na visem nivou se dodaju na pocetak niza.

Ako imamo vise slicnih komponenti na sceni moguće je ponovo iskoristiti vec definisane grupe objekata. Tada graf scene postaje usmeren aciklicki graf.

# NEDELJA 5

**Projekcija** je preslikavanje iz koordinatnog sistema dimenzije  $n$  u koordinatni sistem dimenzije manje od  $n$ .

Projekcije koje preslikavaju u ravan se nazivaju **planarne projekcije**

**Neplanarne kartografske projekcije:**

Cilindrica – projekcija na cilindar/valjak opisan oko sfere

Konusna – projekcija na kupu opisanu oko sfere

**Osnovna podela planarnih projekcija:**

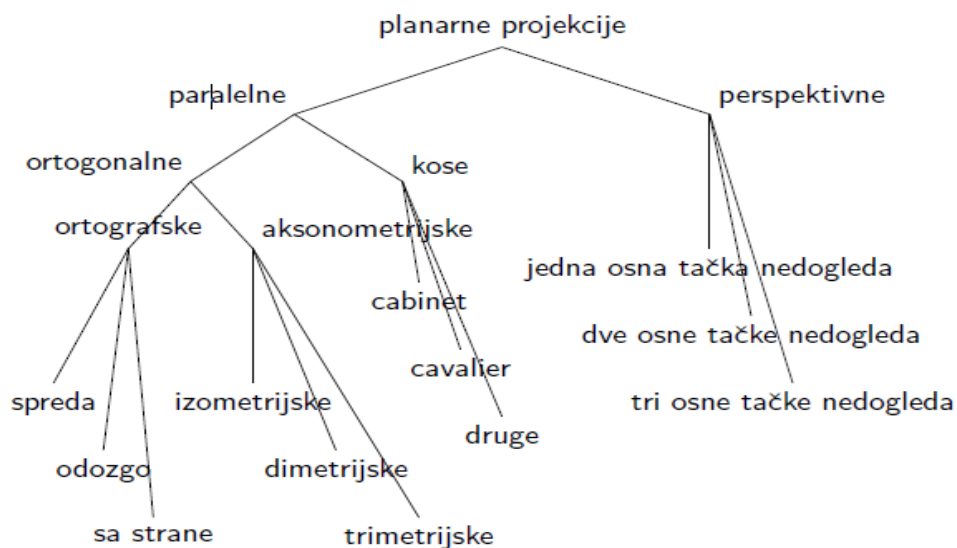
Projekcija iz 3D u 2D je određena centrom projekcije i ravni projekcije.

3D planarne projekcije mogu biti:

- **perspektivne** gde je centar projekcije na konacnom rastojanju od ravni
- **paralelne** gde je centar projekcije na beskonacnom rastojanju od ravni

Za perspektivnu projekciju eksplicitno se zadaje centar projekcije, a za paralelnu pravac projekcije.

## Podela planarnih projekcija



Kod perspektivne projekcije se javlja takozvano perspektivno skracenje – paralelne prave se mogu seci u tacki na slici.

### Istorijat koriscenja perspektive u umetnosti:

Egipatsko i srednjevekovno slikarstvo se karakterise paralelnom projekcijom. Sa pojavom renesanse javljaju se prvi pokusaji oponasanja perspektive na slikama. **Bruneleski** je jedan od prvih autora koji je ovladao perspektivom. Na sredini slike crkve u Firenci je izbusio rupu, u jednoj ruci drzao sliku, a u drugoj ogledalo i kroz rupu je gledao u ogledalo tako sto je podizao i spustao ogledalo.

Postrenesansni period odlikuje se odlicnim poznavanjem perspektive.

**Direr** je osmislio duboreznu masinu koja prikazuje proces generisanja perspektivne slike. Analogna verzija savremenog procesa renderovanja.

### Perspektivna projekcija:

Prednosti:

- realistan prikaz
- pruza osecaj trodimenzionalnosti objekta

Mane:

- ne cuva se oblik objekta
- paralelne prave se ne projektuju uvek u paralelne prave

Primene: izrada realisticnih slika, opis dizajna finalnih proizvoda, u umetnosti

Paralelne prave koje nisu paralelne ravni projekcije seku se u tacki nedogleda

Tacka nedogleda je perspektivna projekcija beskonacno daleke tacke.

Tacku nedogleda skupa pravih paralelnih sa nekom osom zovemo osnom tackom nedogleda. Postoje najvise tri osne tacke nedogleda.

Perspektivne projekcije se cesto dele u odnosu na broj osnih tacaka nedogleda



## **Paralelna projekcija:**

Prednosti:

- određivanje oblika i dimenzija je jednostavno
- paralelne prave se preslikavaju u paralelne prave

Mane:

- daje manje realističnu sliku
- uglovi se čuvaju samo na ravnima koje su paralelne ravni projekcije

Primene: u inženjerstvu i arhitekturi, za potrebe merenja

Paralelna projekcija je određena sa:

- uglom koji pravac projekcije zaklapa sa normalom ravni projekcije
- položajem ravni projekcije u odnosu na glavne ose objekta

Prema odnosu pravca projekcije i pravca ravni projekcije dele se na:

- ortogonalne projekcije kod kojih su ovi pravci jednaki
- kose projekcije kod kojih to nije slučaj

**Ortogonalne projekcije** se dele u zavisnosti od odnosa ravni projekcije i osa:

- ortografske kod kojih je ravan projekcije upravna na neku od koordinatnih osa
- aksonometrijske kod kojih ravan projekcije nije upravna na koordinatnu osu

**Ortografske projekcije:** se dele na pogled spreda, odozgo i sa strane

Prednosti: dobijaju se precizne mere jedne strane objekta koji su istih dimenzija u svim pogledima.

Mane: nema osecaja trodimenzionalnosti objekta, potrebno je istovremeno koristiti nekoliko različitih pogleda.

Primene: za izradu inženjerskih i arhitektonskih crteža, za prikaz dizajna delova koji će se proizvoditi na udaljenoj lokaciji.

### Aksonometrijske projekcije:

Primena u dizajnu, za prikaz proizvoda iz razlicitih uglova, u video igrama.

Na osnovu uglova koje normala ravni projekcije zahvata sa osama deli se na:

- izometrijsku projekciju kod koje su sva tri ugla jednaka
- dimetrijsku projekciju kod koje su dva ugla jednaka
- trimetrijsku projekciju kod koje su sva tri ugla razlicita

### Izometrijska projekcija:

Prednosti: nisu potrebni visestruki pogledi, ilustruje 3D prirodu objekta

Mane: nedostatak skracenja daje iskrivljen prikaz

Primena: ilustracija po katalogima, za objasnjenje mehanickih sistema

### Kosa projekcija:

Ravan projekcije je upravna na neku od koordinatnih osa, a pravac projekcije nije jendak normali ravni projekcije.

Akcent se stavlja na prednju stranu objekta, dok se kod izometrijske projekcije akcent stavlja na ivice objekta.

Prednosti: moze predstaviti tacan oblik jedne strane objekta

Mane: nedostatak skracenja daje nerealistican izgled

Primene: za tehnicke crteze

Najcesce korisceni tipovi kosih projekcija su cavalier i cabinet

**Cavalier** projektovanje koristi pravac projekcije koji zahvata ugao od 45 stepeni sa ravni projekcije.

**Cabinet** projektovanje koristi pravac projekcije koji zahvata ugao od  $\arctg(2) = 63$  stepeni sa ravni projekcije.

Projektovanje duzi normalnih na ravan projekcije su kod cavalier projektovanja iste duzine kao i same duzi, dok su kod cabinet projektovanja one dva puta manje duzine.

# NEDELJA 6

## Kamera i scena. Sta radi fotoapararat?

Prima kao ulaz 3D scenu i na medijum smesta 2D reprezentaciju.

Analogna kamera kao medijum koristi filmsku rolnu, a digitalna niz piksela

**Sinteticka kamera** je oponasanje procesa kojim fotoapararat projektuje 3D scenu u 2D sliku.

Vidno polje coveka je oko 180 stepeni, a bez perifernog vida oko 120.

**Zapremina pogleda** ogranicava deo 3D prostora koji se renderuje:

- zarubljena kupa simulira ljudsko oko
- zarubljena piramida aproksimira konusnu zapreminu pogleda
- paralelna zapremina pogleda simulira pogled sa veoma velike zizne daljine

Zapremina pogleda je odredjena oblikom i polozejem.

## Perspektivna zapremina pogleda:

Oblika zarubljene 4-strane piramide.

Odsecanjem se eliminisu trouglovi koji nisu u zapremini pogleda (eliminisanje pojedinacnih fragmenata je skupo – fina granularnost)

Parametri kamere: pozicija, vektor pogleda i vektor na gore, vidno polje, prednja i zadnja ravan odsecanja

Dodatni parametri realne kamere:

- zizna daljina koja predstavlja rastojanje do tacaka koje su u fokusu
- dubina vidnog polja koje predstavlja koliko daleko ispred i iza zizne daljine su objekti prihvatljivo ostri

Camera obscura (tackasta kamera) – mracna kutija sa rupom na jednoj strani kroz koju se slika projektuje na ekran. Ravan projektovanja je iza rupe i slika je obrnuta.

Sinteticka kamera – pozicija kamere predstavlja centar projekcije, kamera se nalazi iza ravni projektovanja u odnosu na objekat koji se projektuje

**Pozicija kamere** označava gde se kamera nalazi u svetskom koordinatnom sistemu. Koordinatni sistem je pozitivno orijentisan.

**Vektor pogleda** zadaje smer u kom kamera gleda, proizvoljan 3D vektor

**Vektor nagore** određuje za koji ugao je kamera zarotirana oko vektora pogleda, ne sme biti kolinearan sa vektorom pogleda, ali ne mora biti upravan. Orijentacija kamere se određuje jedinичnim vektorom upravim na vektor pogleda u ravni određenoj vektorom pogleda i vektorom nagore

**Uglovi vidnog polja** opisuju koliki deo scene će stati u zapreminu pogleda. Slika dobijena sintetičkom kamerom može biti kvadratna (zadaje se jedan ugao vidnog polja) i pravougaona (zadaju se horizontalni i vertikalni ugao). Ponekad se zadaje horizontalni ugao vidnog polja i odnos širine i visine prozora. Dobra praksa je da odnos širine i visine bude isti za prozor pogleda i oblast prikaza da ne bi došlo do suženja ili istežanja slike.

Odabir ugla vidnog polja odgovara procesu kada fotograf bira tip sočiva (širokougaoni ili teleobjektiv)

Ovim parametrom se zadaje količina perspektivnog iskrivljenja na slici

**Prednja i zadnja ravan odsecanja** su paralelne ravni projektovanja i zadaju se njihovim rastojanjem od pozicije kamere.

Isecaju zarubljenu 4-stranu piramidu pogleda.

Uvodi se iz razloga što ne želimo renderovati objekte koji su predaleko ili preblizu, kao i radi ograničenja preciznosti bafera dubine.

U industriji igara se objekti koji su predaleko renderuju sa manjim nivoom detaljnosti kako im se približavamo.

**Zapremina pogleda kod paralelnog projektovanja:**

Parametri sintetičke kamere kod paralelnog projektovanja su isti kao kod perspektivnog projektovanja, osim što umesto uglova vidnog polja zadajemo visinu i širinu zapremine pogleda.

Paralelna zapremina pogleda je paralelopiped.

Objekti se prikazuju u istoj veličini bez obzira na njihovu udaljenost od kamere jer su svi projekivni zraci međusobno paralelni.

Skracenje je uniformno i zavisi od ugla koji zraci projekcije zahvataju sa ravni projekcije.

Prednosti: jednostavnije odsecanje, testovi vidljivosti i projekcija 3D scene na 2D  
U opstem slucaju kamera i objekti na sceni se mogu nezavisno pomerati.

Na primer ako se kamera nalazi na poziciji (4,2,0) i gleda u pozitivnom smeru X ose. Treba transformisati koordinate objekata izrazene u svetskom koordinatnom sistemu u koordinatni sistem gde je kamera u koordinatnom pocetku i gleda u negativnom smeru Z ose.

Prvo cemo izvršiti translaciju objekata na sceni za vektor  $(-4, -2, 0)$  i zatim zarotirati Y osu za 90 stepeni.

**Koordinatni sistem kamere** je pozitivno orijentisani, ortonormirani koordinatni sistem koji ima koordinatni pocetak u poziciji kamere i za koji vazi:

- $w$  je jedinичni vektor suprotno orijentisan od vektora pogleda
- $v$  je komponenta vektora nagore upravna na vektor pogleda
- $u$  je jedinичni vektor upravan na vektore  $u$ ,  $w$

**Standardna (kanonska) perspektivna zapremina pogleda** je piramida koja ima granice od -1 do 1 po  $x$  i  $y$  osi i od 0 do -1 po  $z$  osi.

Pozicija kamere se nalazi u koordinatnom pocetku.

Vektor pogleda je u negativnom smeru  $z$  ose.

**Transformacija proizvoljne perspektivne zapremine pogleda u standardnu** je afina transformacija u 3D i kao takva je odredjena slikama 4 nekomplanarne tacke. Tacke zadnje ravni odsecanja se transformisu u ravan  $z = -1$ .

Tacke sa prednje ravni odsecanja se transformisu u ravan  $z = -n / f$

Na ovaj nacin je sve sto se dalje radi nezavisno od parametara kamere.

**Standardna paralelna zapremina pogleda** je pravougaoni paralelopiped cije granice idu od -1 do 1  $x$  i  $y$  osi i od 0 do -1 po  $z$  osi (isto kao kod perspektivne) Vektor pogleda je u negativnom smeru  $z$  ose.

Prednja ravan odsecanja ima jednacinu  $z=0$ , a zadnja ravan odsecanja  $z = -1$

# NEDELJA 7

Problem utvrđivanja vidljivosti se bavi utvrđivanjem za dati piksel koja je površ na sceni vidljiva.

Dva pristupa problemu:

- određivanje vidljivih površi
- odbacivanje skrivenih površi

OpenGL se bavi ovim problemom fragment po fragment, ali postoje i metode za odbacivanje skrivenih površi koje se izvršavaju pre nego što se procesom rasterizacije poligon pretvori u fragmente.

**Algoritmi prostora slika** rade nad projekcijama objekata u koordinatama ekrana. Za svaki piksel određuje se koji od objekata je vidljiv i piksel se boji odgovarajućom bojom. Složenost  $O(\text{broj piksela} * \text{broj objekata})$

**Algoritmi prostora objekta** rade direktno nad objektima u svetskom koordinatnom sistemu. Za svaki objekat se određuje deo objekta koji je vidljiv. Rezolucija uređaja za prikaz nije relevantna jer se izracunavanja izvode na nivou objekata. Složenost  $O(\text{broj objekata} * \text{broj objekata})$

Algoritmi za utvrđivanje vidljivosti na osnovu odnosa kvaliteta rezultata i brzine se mogu klasifikovati na:

- tačne (precizne) koji garantuju dobijanje tačnog rezultata
- konzervativne gde se odbacuju delovi scene koji sigurno nisu vidljivi
- približne koji su efikasniji ali mogu pogresiti u oba smera (nesto se vidi ako zapravo nije vidljivo i obrnuto)

Cesto se vrši kombinovanje prva dva pristupa.

## **Algoritmi koji garantuju tacnost:**

z buffer algoritam i rej kasting algoritam

## **Konzervativni algoritmi:**

- odbacivanje dela van zapremine pogleda
- odbacivanje zadnje strane objekta
- blokirajuće odbacivanje

## **Odbacivanje dela van zapremine pogleda:**

Zapremina pogleda je zadata jednacnama 6 ravni i potrebno je proveriti da li se dati poligon nalazi sa druge strane neke od ovih ravni.

Veoma korisno kada scena sadrzi veliki broj slozenih modela od kojih je jako mali broj vidljiv.

Unapredjenje: oko svakog modela opisujemo sferu ili kocku i proveravamo da li je ona vidljiva.

## **Odbacivanje zadnje strane objekta (face culling):**

Zadnja strana neprovidnog cvrstog objekta nije vidljiva posmatracu.

Gotovo polovina geometrije scene se moze odbaciti.

Na osnovu vektora pravca gledanja i vektora normale poligona odredjujemo da li je poligon sa prednje ili zadnje strane u odnosu na posmatraca.

## **Blokirajuće odbacivanje:**

Cilj je efikasno odrediti objekte zaklonjene nekim drugim objektima.

Kombinuju se informacije o poziciji posmatraca sa relativnim pozicijama objekata da bi se izbeglo renderovanje kompletnih objekata ili hijerarhija scene.

Najcesce se koriste namenske strukture podataka.

**Algoritmi sa listama prioriteta** implicitno resavaju problem vidljivosti tako sto renderuju objekte od najudaljenijih ka najblizim.

Zaklonjeni objekti imaju visi prioritet i kao takvi se prvi renderuju i bice naknadno sakriveni objektima koji se kasnije renderuju.

Danas se ovi algoritmi ne koriste cesto jer su razvijene bolje alternative.

**Slikarev algoritam** omogućava postrizanje zaklanjanja i vidljivosti tako sto se boje daljih piksela pregaze sa bojama blizih piksela.

Ovu ideju mozemo primeniti na pojedinačne piksele ili celokupne primitive.

**Algoritam sortiranja dubine** predstavlja modifikaciju slikarevog algoritma koja garantuje ispravno renderovanje. Sastoji se iz 4 koraka:

- Svakom poligonu treba dodeliti ključ sortiranja koji je jednak z-vrednosti temena koje je najdalje od oblasti za prikaz
- Sortirati poligone od najudaljenijih do najblizih prema vrednosti ključa
- Otkriti slučajeve kada dva poligona imaju dvosmisleno uređenje, ovakve poligone deliti sve dok delovi nemaju eksplicitno uređenje i postaviti ih na pravo mesto u sortiranoj listi
- Renderovati poligone u redosledu prioriteta, od najdaljeg ka najblizem

**Z-buffer algoritam** koristi bafer dubine (z-buffer) koji za svaki piksel sadrži skalar koji predstavlja njegovo rastojanje od centra projektovanja.

Sve vrednosti u kolor baferu se inicijalizuju na boju pozadine, a sve vrednosti u z-bufferu se inicijalizuju na z-koordinatu zadnje ravni odsecanja.

Maksimalna vrednost z-buffera je z-koordinata prednje ravni odsecanja.

Umesto opsega  $[0, -1]$  po z standardne paralelne zapremine pogleda, u hardveru se koristi opseg  $[0, 1]$  i vrednost  $-z$ , gde vrednost 1 odgovara zadnjoj, a vrednost 0 prednjoj ravni odsecanja.

Na sve trouglove koji predstavljaju scenu primenjuje se algoritam rasterizacije, u proizvoljnom poretku.

Prilikom rasterizacije za tacku  $(x,y)$  ukoliko je ta tacka bliza posmatracu od tacke koja se trenutno nalazi u baferu, onda z-koordinata te tacke zamenjuje postojeću vrednost u z-baferu i njena boja se smesta u kolor bafer na poz.  $(x,y)$

### **Uzorkovanje dubine:**

Dubinu tacke  $(x,y)$  trougla u kojoj vrsimo uzorkovanje racunamo preko interpolacije vrednosti dubine u temenima trougla koriscenjem baricentrickih koordinata. Ovo vazi i za svaki drugi atribut koji se linearno menja u trouglu.

Za ilustraciju vrednosti u z-baferu koristimo nijanse sive



Nije potrebno sortiranje objekata pre primene algoritma.  
Poligoni se na slici pojavljuju redom kojim se obradjuju.

Z-bafer algoritam ne zahteva da nuzno primitive budu poligoni.  
Z-bafer podaci mogu biti sacuvani zajedno sa generisanom slikom

**Z-bafer algoritam podrzava povrsi koje se presecaju.**

Test da li jedna primitiva zaklanja drugu se zasniva na dubini trougla u tacki unutar koje vrsimo uzorkovanje.

**Z-bafer algoritam podrzava nadsemplovanje.**

**Moguće je u z-baferu cuvati vrednosti dubina veceg broja uzoraka po pikselu.**

**Kolor bafer takodje moze sadrzati jedan ili vise uzoraka boje po pikselu.**

Vrednosti u Z baferu su predstavljene konacnim nizom bitova (0-255)

Z-vrednosti se pomeraju i kompresuju ka  $z' = -1$  u standradnoj paralelnoj zapremini pogleda. Ovaj efekat se naziva **Z-kompresija**.

**Z-konflikt** se javlja kada dve primitive imaju slicne vrednosti u Z-baferu.

Oslobadjanje od Z-konflikta vrsimo tako sto povecemo preciznost Z-bafera (24-bita umesto 8), smanjimo vrednost razlomka  $f/n$  (near far ravan) gde cemo zadnju ravan odsecanja primaci posmatracu, a prednju udaljiti.

# NEDELJA 8

**Modelovanje objekata** mozemo postici pravljenjem detaljnije geometrije objekta kroz veci broj manjih trouglova. Prednost je realisticno modelovanje osvetljenja, a mana sto se tesko generise, duze renderuje, zauzima vise memorije...

**Preslikavanje tekstura** podrazumeva da se svakoj tacki date povrsi (domen) dodeli vrednost sa slike teksture (kodomen) pretragom kroz sliku teksture.

Teksture su pogodne za prikaz grubih materijala, slozenih scena, objekata koji imaju repetitivnu strukturu. Popravljaju realisticnost prikaza.

Prednosti su sto se mogu jednom sacuvati i korsititi vise puta, renderuju se jako brzo i posebno su korisne za daleke objekte poput reljeva, neba.

Mane je sto su gruba aproksimacija stvarnog zivota, povrsi i dalje deluju glatko jer njihova geometrija i dalje nije promenjena.

Mapa teksture je najcesce slika pravougaonog oblika.

Na tacke strukture referisemo koriscenjem koordinata  $u,v$  iz opsega  $[0,1]$

**Preslikavanje tekstura se sastoji iz dve komponente:**

- parametrizacije povrsi koja predstavlja preslikavanje 3D povrsi u ravan tj trazenje funkcije  $f(x,y,z) = (u,v)$  koja opisuje povr
  - teksturisana gde se dodeljuje vrednost svakoj tacki  $(u,v)$  na ravni.
- Vrednosti mogu biti boje ili drugi vizuelni parametri.

**Teksturisanje** predstavlja preslikavanje tacke  $(u,v)$  sa jedinicnog kvadrata na teksturu sirine  $w$  i visine  $h$ . Odgovarajuca tacka sa teksture je proporcionalna svakoj osi. Nakon dobijanja koordinata sa slike teksture cesto je dovoljno procitati te vrednosti, medjutim nekad je potrebno razmatrati vise vrednosti.

**Nanosenje tekstura:**

- Skaliranje koje se koristi kao zamena za jako slozeni model
- Poplocavanje se koristi za simulaciju materijala konzistentnog izgleda

**Parametrizacija površi** podrazumeva određivanje funkcije  $f(x,y,z) = (u,v)$  kojom se opisuje površ. Ovde leži najveća težina preslikavanja tekstura. Odredjene 3D primitive se lako definišu parametarskom funkcijom  $g(u,v)=(x,y,z)$

Ukoliko imamo preslikavanje tekstura u proizvoljnu mrežu trouglova tada u opštem slučaju ovakva preslikavanja nije lako odrediti.

Za proizvoljnu mrežu trouglova nemamo pristup funkciji  $g(u,v)=f(x,y,z)$

Umesto toga, cilj je definisati  $(u,v)$  koordinate za svaku temu mreže.

Ako je objekat prilično ravanski, cilindricni ili sferni tada možemo koristiti formule za parametrizaciju ovih primitivnih figura.

Oko objekta opisujemo granicni opseg i izvodimo dvostepeno preslikavanje:

- vrši se preslikavanje teksture na granicni opseg
- zatim se vrši preslikavanje sa granicnog opsega na ciljni objekat

**Uzorkovanje boja u tacki trougla** vrši se pomoću interpolacije vrednosti boje u temenima korišćenjem baricentrickih koordinata.

### Linearna interpolacija u 1D:

Neka je data vrednost neke funkcije  $f$  u tačkama  $A_1$  i  $A_2$  i želimo naći vrednost funkcije  $f$  u nekoj tački  $Q$  između  $A_1$  i  $A_2$ . Tačku  $Q$  možemo predstaviti kao  $Q = (1-t) \cdot A_1 + t \cdot A_2$  za  $0 \leq t \leq 1$ . Drugačije rečeno  $Q = t_1 A_1 + t_2 A_2$  gde su  $t_1$  i  $t_2$  baricentricke koordinate duži  $A_1 A_2$ .

Duž je konveksna linearna kombinacija njenih krajnjih tačaka.

Parametre  $t_1$  i  $t_2$  možemo videti kao težine, pa je duž težinski prosek tačaka na krajevima duži.

Baricentricke koordinate tačke  $P$  možemo tumačiti putem:

- površine trougla gde težina uz temu  $A$  treba biti proporcionalna površini  $PBC$
- rastojanja tačke od stranica trougla gde težina uz temu  $A$  treba biti proporcionalna rastojanju tačke  $P$  do stranice  $BC$ .

Baricentricke koordinate tačke  $P$  dobijamo tako što površine trouglova  $PAB$ ,

PBC, PCA podelimo površinom trougla ABC. Slicno, tako sto rastojanja tacke P do stranica AB, BC, CA podelimo duzinama visina trouglova iz temena ABC.

Pri perspektivnoj projekciji baricentricka interpolacija vrednosti u trouglu na razlicitim dubinama ne daje dobre rezultate. Zelimo interpolisati vrednosti atributa linearno u 3D prostoru, a ne u prostoru slike.

### **Perspektivno korektna interpolacija atributa $f$ u temenima trougla:**

- Izracunati dubinu  $z$  u svakom od temena trougla
- Izracunati vrednost  $Z=1/z$  i  $g = f/z$  u svakom od temena
- Sada mozemo vrsiti interpolaciju vrednosti  $Z$  i  $g$  koriscenjem standardnih baricentrickih koordinata
- U svakom od fragmenata podeliti interpolisanu vrednost funkcije  $g$  interpolisanom vrednoscu funkcije  $Z$  da bi dobili finalnu vrednost funkcije  $f$  fragmenta.

Lokacije u kojima vrsimo uzorkovanje u prostoru ekrana su ravnomerno raspodeljene, a lokacije u kojima vrsimo uzorkovanje u prostoru struktura nisu.

### **Kako naci vrednost teksture u necelobrojnoj lokaciji $(u,v)$ :**

Uvecanjem teksture - jednostavno, npr kada je kamera preblizu sceni.

- metodom najblizeg suseda gde kupimo vrednost najblizeg piksela teksture
- bilinearnom interpolacijom gde najpre vrsimo linearnu interpolaciju po horizontali, pa po vertikali

Umanjenjem teksture je teze, npr kada je objekat jako daleko.

Cesto se javlja teksturni aliasing iz razloga sto pojedinačni piksel na ekranu pokriva veliki broj piksela teksture.

**MIP mape** – sacuvati unapred umanjenu sliku u svakoj mogucoj razmeri.

Tekseli na visem nivou cuvaju proseke tekstura sa nizeg nivoa.

Za udaljene objekte koristice mo teksture manje rezolucije.

**Troskovi skladistenja MIP mape su  $1/3$  memorije za teksturu.**

Odabir nivoa MIP mape vrsi se analizom brzine promene u  $i$  i  $v$  vrednosti po  $x$  i  $y$  osi – razlike vrednosti teksturnih koordinata susednih piksela.

Problem kod koriscenja MIP mape je sto ukoliko koristimo najblizi nivo MIP mape mozemo dobiti efekat da nivo "skoci" – od detaljnijeg ka mutnijem.

Umesto da biramo jedan nivo MIP mape koji odgovara najblizem celom broju, mozemo koristiti neprekidnu vrednost nekog nivoa d.

Potrebno je izvršiti interpolaciju izmedju dva nivoa MIP mape – trilinearna interpolacija.

### **Druge vrste preslikavanja:**

Ideja preslikavanja kodiranog slikom moze se preneti mnogo sire nego samo za dobijanje boje površi. Mnogi atributi u procesu renderovanja se mogu vezati za sliku: normale površi, transparentnost, refleksivnost, boja i intenzitet svetlosti

Preslikavanje okruzenja koristi sliku okruzenja za preslikavanje tekstura, omogucava simulaciju površi koje imaju visoku refleksiju.

Preslikavanje neravnina omogucava izmenu vektora normala tokom renderovanja.

# NEDELJA 9

Za svaki od piksela treba utvrditi koje treba boje da bude.

Faktori koji ucestvuju na simuliranje osvetljenja scene:

pozicija i tip izvora svetla, intenzitet i nijansa svetla, materijali od kojih su objekti.

## **Direktno osvetljenje:**

Vecina svetlosti koje pada na objekte dolazi direktno iz izvora svetla.

Ponekad je svetlost koja dolazi iz izvora svetla do tacke na objektu blokirana drugim objektima – tada kazemo da je tacka u senci tog izvora svetla,

## **Indirektno osvetljenje:**

Svetlost se odbija od objekata, a neki objekti propustaju deo svetlosti.

Podrazumeva svetlost koja dolazi do tacke objekta nakon reflektovanja i transmisije kroz razne povrsi.

## **Globalno osvetljenje:**

Kombinovanjem direktnog i indirektnog osvetljenja, dobija se globalno osvetljenje koje uzima u obzir interakciju svetlosti sa svih povrsi na sceni.

Problem osvetljenja predstavlja odredjivanje boja pojedinacnih tacaka sa date povrsi simuliranjem atributa svetlosti.

Problem sencenja podrazumeva primenu modela osvetljenja na odredjeni skup tacaka i bojenje kompletne povrsi.

Da bismo pojednostavili izracunavanja razmatracemo **monohromatsku svetlost**, tj u jednacinama ce biti relevantan samo intenzitet svetla.

U realnosti je svaki izvor svetla 3D objekat koji ima svoju geometriju.

U racunarskoj grafici je obicno jednostavnije koristiti pojednostavljene, idealizovane modele osvetljenja (tackasti, direkcioni, spot svetlo)

### **Tackasti izvor svetla:**

Beskonacno mala tacka u prostoru koja emituje svetlost podjednako u svim smerovima. Parametrizovana je pozicijom na sceni i intenzitetom svetlosti.

### **Spot svetlo:**

Tacka u prostoru koja emituje svetlost u smerovima ogranicenim kupom. Parametrizovano je pozicijom na sceni, intenzitetom svetlosti, smerom u koji se emituje svetlost i uglom odsecanja.

### **Direkcionni izvor svetla:**

Svetlo koje sija u odredjenom smeru. Ne postoji pozicija izvora svetla, svetlo dolazi odasvud. Odgovara tackastom izvoru svetla na beskonacnom rastojanju.

### **Reflektovanje svetlosti – funkcija raspodele dvosmerne refleksije:**

Za proizvoljni upadni zrak svetlosti funkcijom  $f$  se zadaje procenat energije koji se reflektuje duz proizvoljnog zraka svetlosti  $f: R^3 \times R^3 \rightarrow [0, 1]$

### **Uobicajeni tipovi materijala u grafici:**

- Difuzni kod koga se svetlost rasipa jednako po svim smerovima
- Spekularni kod koga se svetlost rasipa tesnje oko jednog smeru
- Savrseno reflektujuci kod koga se svetlost odbija u tacno jednom smeru

### **Difuzni materijali:**

Podrazumeva refleksiju od hrapavih, matiranih povrsi.

Povrsi izgledaju jednako osvetljene iz svih uglova posmatranja.

Osvetljenost jedino zavisi od toga koliko svetlost direktno pada na povrstinu.

Intenzitet je proizvod intenziteta izvora svetlosti, koeficijenta difuzne refleksije materijala i kosinusa ugla izmedju pravca svetla i normale na povr.

### **Ambijentalno svetlo:**

Izvor svetla koji je difuzan, bez usmerenog izvora.

Svetlost se rasprostire jednako u svim smerovima i po svim objektima.

Intenzitet svetla se racuna kao proizvod konstantnog intenziteta ambijentalnog svetla i koeficijenta ambijentalne refleksije objekta.

Svakojoj tacki sa jednog objekta je pridruzen isti intenzitet svetlosti.

Da objekti ne bi delovali kao da se nalaze u mracnoj prostoriji, dodaje se ambijentalna komponenta osvetljenja izracunata po prethodnoj formuli.

### **Slabljenje svetla:**

Objekti udaljeniji od izvora svetla se prikazuju kao tamniji.

Kolicina svetlosti koja dopire do objekta opada kao inverz kvadrata rastojanja izmedju njih. Medjutim, ako koristimo ovu formulu za slabljenje svetla tada objekti jako brzo postaju tamni. Bolji pristup je koristiti heuristiku sa konstantnim, linearnim i kvadratnim faktorom.

**Spekularna refleksija** se javlja kod glatkih i sjajnih objekata, za razliku od difuzne koja se javlja kod hrapavih objekata.

Efekat spekularne refleksije je najveći u pravcu koji je simetrican pravcu svetlosti u odnosu na normalu površi. (treba imati sliku u glavi  $\backslash/$ )

Jedan nacin da se modeluje raspodela odbojnog zraka svetlosti je da se ona grupise oko zraka simetricnog pravcu svetlosti.

### **Fongov model osvetljenja:**

Kombinuje sve ono sto znamo o modelovanju izvora svetla i modelovanju materijala da bi se dobio jednostavan, aproksimativan nacin za osvetljenje.

Ukupna svetlost je kombinacija ambijentalne, difuzne i spekularne komponente Medjutim, ne modeluje globalno osvetljenje; nema medjuobjektnih refleksija.

### **Blin-Fongov model osvetljenja:**

Varijanta Fongovog modela osvetljenja sa izmenjenom spekularnom komponentom. Koristi polovinu ugla izmedju pravca posmatranja i pravca svetla Proizvodi efekat slican Fongovom modelu, ali je efikasniji kada su posmatrac i izvor svetla dovoljno daleko.

### **Drugi modeli osvetljenja – fizicki modeli osvetljenja:**

Zasnivaju se na mikropovrsima gde se svaka površ na mikroskopskom nivou moze opisati putem malih, savrseno reflektujucih ogledala koja su poredjana na pogodan nacin. Cuvaju energiju jer izlazna energija svetlosti ne moze prevazici ulaznu svetlosnu energiju. Koriste fizicki zasnovanu funkciju raspodele dvosmerne refleksije.



### **Modeli sencenja:**

- Ravansko koje je najbrže ali daje najlošiji kvalitet
- Guroovo koje je balans brzine i kvaliteta
- Fongovo koje je najsporije, ali daje najkvalitetniji prikaz

### **Ravansko (konstantno) sencenje:**

Vrednost intenziteta svetlosti izracunata za jednu tacku poligona se koristi za sencenje celokupnog poligona. Ovaj model daje prihvatljiv prikaz ako je izvor svetla beskonacno daleka tacka, tacka posmatranja beskonacno daleka tacka ili ako poligoni odgovaraju stvarnom objektu.

### **Guroovo (interpolirano) sencenje:**

U svakom od temena se definise vektor normale i izracunava vrednost intenziteta svetlosti. Za svaku tacku poligona se vrednost intenziteta svetlosti dobija linearnom interpolacijom vrednosti u temenima.

Medjutim, mogu se propustiti oblasti istaknute spekularne refleksije.

### **Fongovo sencenje:**

Za svako teme se definisu vektori normala, a za svaku tacku poligona vektor normale se racuna interpolacijom vrednosti u temenu, a vrednost intenziteta svetlosti se dobija na osnovu Fongovog modela osvetljenja za tako interpoliran vektor normale. Daje dobre rezultate za oble i glatke objekte.

### **Senke:**

Senke cine slike realisticnijim.

Za razliku od algoritama za utvrdjivanje vidljivosti koji odredjuju koji se delovi povrsi mogu videti iz tacke posmatranja, algoritmi za senke odredjuju koji se delovi povrsi mogu/ne mogu videti iz izvora svetla.

Oni delovi povrsi koji se ne vide iz izvora svetla su u senci.

### **Projektivne senke:**

Senka tackastog izvora svetla odgovara perspektivnoj projekciji poligona na površ osnovne sa centrom projekcije u izvoru svetla.

Projektivne senke crtamo kao nezavisne, ravne i tamne objekte.

Svaki objekat se renderuje dva puta.

Ako je površ na koju se vrši projekcija složena, projekciju je potrebno odseci u odnosu na površ osnove.

To je moguće uraditi pomoću stencil bafera kojim se maskiraju pozicije na kojima treba iscrtati senku. Potencijalni problem je z-konflikt.

**Bafer senki** je z bafer renderovan iz pozicije izvora svetla.

Svaki piksel bafera senki sadrži neku meru rastojanja zraka sa početkom u izvoru svetla do prvog preseka sa nekim objektom.

Utvrđivanje da li je neka tačka P osvetljena izvorom svetla svodi se na transformisanje koordinata tačke P u prostor izvora svetla i proveru da li je ona dalja od izvora svetla nego što je odgovarajuća vrednost u mapi senki.

Prilikom renderovanja scene tačka se renderuje da nije u senci ako je vidljiva iz oka kamere i iz izvora svetla – **dvoprolazni z-buffer algoritam**.

U realnosti senka koju objekat baca čini 3D zapreminu, a ne 2D oblast.

Za svaki par izvora svetla i objekta računa se 3D oblast u kojoj objekat zaklanja svetlost i ona se naziva **zapreminom senke**.

### **Transparentnost:**

Neki objekti ili materijali propustaju deo svetlosti.

Obično se ta svetlost prelama, ali radi jednostavnosti računa se to zanemaruje.

Modeli transparentnosti koji ne razmatraju prelamanje:

- **Interpolirana transparentnost.** Neka je poligon P1 transparentan i neka se nalazi ispred neprozirnog poligona P2
- **Filtrirana transparentnost.** Poligon se tretira kao filter koji selektivno propusta različite talasne dužine.

# NEDELJA 10

Na boju objekta ne utice samo njegova boja nego i izvor svetlosti kao i svetlost iz okoline i covekov vizuelni sistem.

Covekov vizuelni sistem je deo graficke protocne obrade.

Boja je subjektivno iskustvo koje stvara nas um i predstavlja interpretaciju fizickog sveta. Percepcija boje proizilazi od dve osnovne komponente:

- **fizicka svojstva sveta oko nas** kod koga elektromagnetni talasi interaguju sa materijalima i dospevaju do oka, fotoreceptori registruju fotone.
- **fizioloska interpretacija signala** koje primaju receptori je mnogo manje razumljiva i prilicno slozena obrada viseg nivoa.

Boju unutar racunarske grafike izucavamo radi estetike, razumevanje kolor modela kojime korisnici biraju boje i razumevanja ogranicenja kolor modela.

Svetlost je oblik elektromagnetnog zracenja. Vidljiva svetlost ima talasnu duzinu izmedju 380 i 750 nanometara.

Covekovo oko nije jednako osetljivo na zracenje svih talasnih duzina.

Boje mozemo predstaviti pomocu emisijinih spektara i spektara apsorpcije.

**Emisioni spektri:** za svaku od frekvencija se zadaje koliko se svetlosti proizvelo.

**Apsorpcioni spektar:** za svaku od frekvencija se zadaje procenat apsorpcije svetlosti ako ga obasjamo belom bojom.

Dakle, boja je intenzitet ili apsorpcija kao funkcija frekvencija.

**Interakcija emisije i apsorpcije:**

Izvor svetla ima emisioni spektar, a povrso ima spektar refleksije sto je inverz spektra apsorpcije. Rezultujuci intenzitet je proizvod ova dva spektra.

**Reagovanje fotosenzora:** ulaz-svetlo, izlaz-odgovor/broj, funkcija spektralnog odgovora. Ukupan odgovor fotosenzora je integral ovih funkcija.

## Fotoreceptori oka:

- Stapicaste celije su primarni receptori u mracnim uslovima
- Kupaste celije su primarni receptori u uslovima jakog osvetljenja

Posto ima dosta vise stapicastih celija, oko mnogo bolje razlikuje intenzitet u odnosu na boje.

Najveca gustina cepica je u centralnoj jami mreznjace.

Najbolje razlikovanje boja je u centru figure koju posmatramo.

Postoje tri tipa cepica: S (4%) , M (32%), L (64%)

Covekovo oko ne moze da meri spektar dolazece svetlosti.

Oko meri vrednosti S, M, L koje su rezultat integracije dolazeceg spektra u odnosu na funkciju odziva S, M, L cepica.

**Metameri** su dva razlicita sprektra koji se integrisu u isti SML odgovor – isti fizicki odgovor oku.

Postoji veliki nacin zadavanja boja.

Prostor boja je slikarska paleta: opseg boja izmedju kojeg mozemo da biramo.

Kolor model je nacin na koji se zadaje neka konkretna boja iz prostora boja, moze nazivom ili RGB trojkom vrednosti.

Skoro svi modeli za opisivanje svetlosti su zasnovani na nekim trima nezavisnim karakteristikama. Cesto se crvena, zelena i plava nazivaju primarnim bojama jer se velika vecina ostalih boja moze dobiti pomocu njih.

Da bi se pokrile sve moguće vizuelne percepcije boja, bilo bi potrebno dodati beskonacno mnogo primarnih boja za sve moguće vrednosti monohromatske svetlosti.

Razlicito se mesa svetlost u zavisnosti od toga kako se mesaju farbe. Postoji aditivno i subtraktivno mesanje boja.

Farbe se ponasaju kao filter izmedju posmatraca i izvora svetlosti.

Za svaku talasnu duzinu se zadaje kolicina crvene, zelene i plave svetlosti koje treba pomesati. Za mnoge vrednosti talasnih duzina bar je jedan koeficijent negativan sto ukazuje na nemogucnost da se ove boje proizvedu mesanjem crvene, zelene i plave boje.

**Medjunarodna komisija o osvetljenju (CIE)** je definisala tri standardne primitive koje se nazivaju X, Y, Z sa svojstvom da trougao sa ova tri temena pokrije sve boje vidljive coveku. Ove primitive imaju negativne regione u svom spektru tj vrednosti koje ne odgovaraju fizicki stvarnim izvorima svetlosti.

Moguće je za datu boju dobiti vrednosti koje zavise samo od dominantne talasne duzine (boje) i zasicenosti, a da su nezavisne od ukupne sjajnosti.

**Skup boja nezavisnih od intenziteta se moze dobiti samo u Oxy ravni**

**CIE dijagram obojenosti** ima oblik potkovice i blizu centra se nalazi izvor svetlosti koji predstavlja standardnu referencu za belo na dnevnoj svetlosti.

Primenu ima u definisanju komplementarnih boja. Boje su komplementarne ako se njihovim kombinovanjem moze dobiti izvor svetlosti.

Zatim, primenu ima u definisanju energetske cistoce tj zasicenosti tacke kao i za utvrđivanje skala odnosno opsega.

Covekovo oko moze razlikovati oko 7 miliona razlicitih boja kada se uzorci postave jedan pored drugog.

Postoji vise kolor modela kojima se opisuju boje koje covekovo oko moze videti. Svi kolor modeli su ograniceni tj opisuju boje do odredjenog intenziteta.

**Svrha kolor modela je da omoguci jednostavno adresiranje boja iz nekog skupa.**

Konvertovanje izmedju razlicitih kolor modela u opstem slucaju ne mora imati smisla.

### **RGB kolor model:**

Jedinicna kocka sa temenima: crvena (1,0,0), zelena (0,1,0), plava (0,0,1).

Sive nijanse se nalaze duz glavne dijagonale.

RGB opsezi boja se razlikuju od ekrana do ekrana, od kompanije do komp.

RGB vrednosti treba interpretirati u zavisnosti od konkretnog uredjaja.

RGB kolor model nije najpogodniji jer individualne komponente ovog modela ne odgovaraju našim perceptivnim karakteristikama poput koliko je boja svetla, koliko je zasićena i slično.

### CMY kolor model:

Jedinica kocka sa temenima za cijan, magenta i žutu boju.

Ovaj kolor model se koristi za ink-jet stampice koji nanose pigment na papir.

Kada se pomesaju dva mastila, svetlost koja se reflektuje je ona koju ne apsorbiraju nijedna od njih (inace ne bi bila reflektovana nego apsorbirana). Boje su određene onime što se oduzima od bele svetlosti, a ne onome što se dodaje na crnu. U koordinatnom početku je bela boja umesto crne.

### HSV kolor model:

Podskup cilindričnog koordinatnog sistema oblika šestostrane piramide.

Komponente HSV modela su:

- nijansa (hue) karakterise boju
- zasićenost (saturation) karakterise koliko je boja čista
- sjajnost (value) percipiran intenzitet objekta

### HLS kolor model:

Dvostruka šestostrana piramida.

Kao komponentu ima koliko je boja svetla (lightness).

**Interpolacija boja** je potrebna npr kod Guroovog sencenja ili antialiasing tehnika. Boja dobijena kao rezultat interpolacije će zavisi od kolor modela.

Ne postoji jedinstveni sistem zadavanja boja koji je najpogodniji svim korisnicima. Mnogi programi omogućavaju korisniku da izabere boju koriscenjem razlicitih dijaloga za odabir boje (color picker).

**Monohromatska svetlost** je svetlost tačno jedne talasne duzine.

Jedino svojstvo monohromatske svetlosti je kvantitet svetlosti:

- intenzitet što je fizicki pojam energije
  - sjajnost što je psiholoski fenomen percipiranog intenziteta
- Ljudsko oko je osetljivije na odnose intenziteta, a ne na apsolutne vrednosti.

**Gama korekcija** predstavlja unapred izracunate tabele/vrednosti za odredjivanje napona tj vrednosti za jedan piksel prilikom prikazivanja intenziteta svetlosti.

## NEDELJA 11

**Rej trejsing algoritam**- interesuje nas koji ce objekat prvo pogoditi zrak svetlosti od svih objekata na sceni

U pocetku je slozenost linearna jer za svaku primitivu pustamo zrak kroz nju. Idealno bi bilo ako bi mogli eliminisati objekte koje ne obasjava zrak svetlosti.

Sudar dva objekta (lopte po ravni I kocke) mozemo prepoznati tako sto cemo za svaku kocku ispitati da li je sece krug (sudar). Slozenost je linearna, nije dobro!

Ako od skupa od  $N$  celih brojeva trazimo broj koji je najblizi nekom broju  $k$  tada cemo linearnom pretragom proci kroz ceo niz dokle god ne pronadjemo takav broj. Mozemo optimizovati sortiranjem.

Pitamo se da li primitive na sceni mozemo reorganizovati tako da prertaga bude logaritamska. Ovde se javljaju prostorne strukture podataka.

**Prostorne strukture podataka** predstavljaju visedimenziono uopstenje klasicnih uredjenih struktura podataka.

Ideja granicnih opsega je umetnuti slozene objekte u jednostavnije.

Ukoliko zrak ne sece granicni opseg onda sigurno ne sece nijedan objekat u njegovoj unutrasnjosti.

Ukoliko zrak sece granicni opseg postoji mogucnost da sece i unutrasnji objekat.

Potrebno je jednostavno odrediti granicne opsega poravnate sa koordinatnim osama. Konstrukcija je linearna jer prolazimo kroz svako teme i trazimo minimum. Medjutim, ne pravimo granicni opseg za svaki objekat na sceni.

Ogranicavacemo jedan po jedan objekat i formirati hijerarhiju granicnih opsega.

**Hijerarhija granicnih opsega** je prostorno stablo nastalo rekurzivnim ugnjezdavanjem granicnih opsega. U korenu se nalazi granicni opseg svih primitiva. Njegova deca su granicni opsezi podskupova primitiva. U listovima se nalazi mali broj primitiva.

Uzimamo dve po dve primitive i za njih pravimo granicni opseg.

Postavlja se pitanje organizacije granicnih opsega. Za koren znamo. Za njegovu decu mozemo posmatrati GO u odnosu na zrak svetlosti kroz primitive.

U opstem slucaju ih konstruisemo tako sto mozemo krenuti od listova ka korenu – za svaku primitivu nadjemo njen GO, pa onda za dve po dve itd.

Druga varijanta je da gradimo odozgo nanize - za koren znamo. Zatim je potrebno sve primitive particionisati na dva skupa.

Medjusobni presek GO nije vezan / nezavisan za konstrukciju GO.

Hijerarhija granicnih opsega je zgodna struktura podataka za dinamicne scene.

Uvek cemo gledati najblizi presek datog GO sa zrakom svetlosti.

Umesto da primitive delimo po GO kome pripadaju mozemo ih podeliti po fizickom prostoru kome pripadaju. Ukoliko primitiva sece oba potprostora onda mozemo podeliti deo primitive tako da jedan deo pripada jednom potprostoru, a ostatak drugom.



## UNIFORMNA MREZA

Prostor mozemo particionisati na celije jednake velicine i na taj nacin dobijamo uniformnu mrezu odnosno resetku.

Celije se nazivaju i vokseli (element zapremine).

Nije hijerarhijska struktura podataka, nego je linearna.

Prednosti:

- Lako se konstruise
- Pogodna je za dinamicke podatke jer operacije dodavanja i brisanja primitiva nisu zahtevne
- Upiti preseka se u proseku izracunavaju u vremenu proporcionalnom zapremini oblika upita

Da bi se odredio prvi presek zraka sa primitivom celije mreze se moraju obilaziti u poretku u kom zrak ulazi u njih. Primitive se mogu prostirati kroz vise celija mreze. Vazno je u svakoj celiji testirati samo preseke koji se javljaju u toj celiji.

Upit preseka slozenosti proporcionalnoj broju celija mreze kojima prolazi.

Cena svake iteracije je konstantna pa je algoritam koristan ako zrak ne putuje dugo. Mreza sa  $g$  podela duz  $k$  dimenzija sadrzi  $O(g^k)$  celija.

Najduzi put zraka je dijagonala mreze.

Upit preseka je linearne slozenosti u kontekstu duzine zraka

Upit preseka je linearne slozenosti u kontekstu broja primitiva unutar mreze.

Cilj nam je minimizovati broj testiranja preseka sa mrežom i primitivama

## Izgradnja BSP stabla

Beskonacno mnogo mogucnosti za odabir ravni razdvajanja

Ilustracija resavanja upita preseka koriscenjem ESPP:

Krenemo od zraka svetlosti I idemo u potprostor koji je blizi pocetku zraka svetlosti. Otili smo od korena u npr. levo dete. Ponovo idemo u blizi potprostor. Stigli smo do lista. Proveravamo da li postoji presek zraka I neke od primitiva. Setamo se po svim listovima. Zavrсило smo sa potprostorom ako nismo nasli dete. Idemo u drugi potprostor. Cim naidjemo na presek prekidamo pretragu.

Uvodimo ogranicenja na izgled potprostora BSP stabla.

**Kd stablo** je BSP stablo kod koga su svi potprostori poravnati sa koordinatnim osama. Razlicite politike podele:

- Podela po sredini opsega – jednaka je verovatnoca da zrak udje u levu ili desnu stranu. Medjutim, ako se u levom delu nalazi malo primitiva, a u desnom mnogo primitiva tada je cena posla da zrak udje u desnu polovinu mnogo veca.
- Podela sa optimalnom cenom – pokusavamo daa uravnotezimo cenu ulaska u cvor sa verovatnocom ulaska u taj cvor. Kreiraju se veliki prazni cvorovi koje se brzo mogu odbaciti tokom obilaska. Particionisemo prostor sa velikim brojem primitiva.

**SAH – surface area heuristic** je heuristika koja podrazumeva partitionisanje pomocu ravni razdvajanja tako da gledamo samo ravni razdvajanja koje sadrze neko teme primitive.

$C = P_l * c_l + P_d * c_d$  gde su  $P_l$  i  $P_d$  kolicnici površina GO levog, desnog sina i roditelja

**Upit preseka kod kd stabla:**

Cvorove kd stabla obilazimo u redosledu kojim ih sece zrak

Za razliku od hijerarhije granicnih opsega, nakon pronalaska prvog preseka pretrage se može zaustaviti

### **Oktri (u prostoru) i kuodtri (u ravni):**

Možemo izvršiti podjelu duž svih koordinatnih osa kroz središte opsega koji zauzimaju primitive u tom cvoru.

Oktri se najčešće predstavljaju korišćenjem B pokazivaca ka deci

### **Upit preseka za oktri (kuodtri):**

Ispitivanje preseka počinje u korenu oktrija.

Ako je cvor list ispituje se da li zrak seče primitive iz tog cvora.

Ako nije, iteriramo kroz sinove tog cvora u rastućem redosledu rastojanja od početka zraka i proveravamo da li zrak seče celiju koja odgovara sinu.

Ako postoji presek nastavljamo rekurzivno.

U preseku je složenosti  $O(\log n)$

Oktri nije najzgodniji za scene gde je u jednom delu velika složenost, a u drugom ne. Razlog je kada u delu imamo mnogo primitiva tada se stablo izdegenerise u listu. U današnje vreme se nećemo opredeliti za jednu strukturu podataka već za kombinaciju više njih

# 12. NEDELJA

Kako opisati geometriju jedinicnog kruga?

Implicitno:  $x^2 + y^2 = 1$

EksPLICITNO:  $(\cos t, \sin t) = (x, y)$

**Klasifikacija reprezentacija:**

Postoji veliki broj nacina da se digitalno kodira reprezentacija

**EksPLICITNA** nam odmah govori gde se nalaze tacke sa figure

**Implicitna** daje efektivni test da li tacka pripada figuri ili ne

## Implicitne

Tacke sa figure nisu direktno poznate, vec zadovoljavaju neki odnos

Npr jednačina sfere zadaje tacke  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

Pogodne su za ispitivanje da li je tacka unutar sfere i udaljenost tacke do povrsi

**Algebarske povrsi** – površ je skup nula polinoma po  $x, y, z$ .

Medjutim, složene figure je tesko opisati na ovaj nacin.

**Geometrija cvrstih tela** – od jednostavnijih oblika koriscenjem bulovskih operacija dobijemo slozenije. Moze se vrsiti nadovezivanje ovakvih operacija.

**Povrsi bez striktnog oblika** – umesto bulovskih operacija, dve povrsi se mogu postepeno mesati

**Skupovi nivoa** – Mozemo u mrezi cuvati aproksimirane vrednosti funkcije

Povrs prolazi tamo gde je interpolirana vrednost funkcije jednaka 0

Moze se javiti alijasing problem. Pogodne za simulaciju fluida. Velika prostorna slozenost reprezentacije

**Fraktali** – nema precizne definicije, geometrija koju vidimo u prirodi cesto ima puno slicnih delova, detalja u svim srazmerama. Tesko se kontrolise oblik

## Eksplicitne

Tacke sa figure se direktno zadaju ili postoji mogucnost njihovog generisanja

Npr. Jednacina sfere se moze zadati kao skup tacaka za  $u[0, 2\pi]$ ,  $v[0, \pi]$

Pogodne su za zadatke poput uzorkovanja

Komplikovano se proverava da li se tacka nalazi unutar sfere/torusa.

**Oblak tacaka** – Najjednostavnija reprezentacija. Predstavlja veliki spisak tacaka koje pripadaju obliku. Cesto prosiren informacijama o normalama, boji i slicno. Jednostavno je predstaviti proizvoljnu geometriju. Iscrtavanje je lako ako imamo gust oblak tacaka (vise od jedne tacke po pikselu). Medjutim, tesko je vrsiti interpolaciju u regionima gde nema dovoljno tacaka.

**Reprezentacija kretanjem** – Kretanje nekog objekta duz neke putanje u prostoru odredjuje telo. Najjednostavnija tela ove vrste su definisana 2D oblascu koja se krece duz linearne putanje upravne na ravan oblasti – **translaciona tela**

Tela dobijena rotacijom 2D oblasti oko ose nazivaju se **rotaciona tela**

Prosirenja ove reprezentacije dozvoljavaju da se objekat koji se krece skalira tokom kretanja.

**Mreza poligona** – skup poligona medjusobno povezanih ivicama koji formiraju povr. U prirodi se javljaju u mnogim kontekstima: molekuli, kristali, tkiva

Slozeni oblici opisani su kao kolekcije jednostavnih primitiva – **fraktali**

**Prednosti:** jednostavna reprezentacija, sve se moze predstaviti poligonima, renderovanje poligona je brzo i efikasno, svako teme zna ko su mu susedi

**Mane:** uvek predstavlja aproksimaciju zakrivljene povrsi, moze biti veoma nestrukturirana, moramo cuvati mnogo vise informacija, ne samo spisak tacaka

U racunarskoj grafici se najcesce koriste **mreze trouglova**. Njeni elementi su temena ivice i trougaone strane.

Poliedre transformisemo u mreze trouglova podelom strana na trouglove.

Figure koje ne mozemo tacno predstaviti mrezaма trouglova aproksimiramo utvrdjivanjem lokacija velikog broja tacaka na figuri i njihovim povezivanjem dobijamo mrezu trouglova.

U 3D prostoru trouglovi mogu biti okrenuti u proizvoljnom pravcu.

Pravac u kom je okrenut 3D trougao može se zadati njegovim vektorom normale

Koju mrežu smatramo dobrom?

Jednakostranični trouglovi, broj suseda blizak broju 6

Mreža je mreža mnogostrukosti ako se sve ivice i trouglovi susedni temenu  $v$  mogu predjati u ciklicnom poretku vez ponavljanja tako da je ivica  $e_i$  stranica trouglova  $t_i$  i  $t_{i+1}$ .

Drugim recima: mreža je mreža mnogostrukosti ako svaka ivica pripada tačno dvema stranama mreže i poligoni susedne jednom temenu formiraju jedan zatvoreni ciklus

U praksi su operacije nad mrežama mnogostrukosti jednostavnije.

U topologiji za 1D mnogostrukosti važi da svaka tačka ima okolinu koja izgleda kao segment prave.

U topologiji za 2D mnogostrukosti važi da svaka tačka ima okolinu koja liči na disk

**Orijentacija trouglova u mreži** – za temena trouglova  $v_i, v_j, v_k$  računamo vektor normale ravni kojoj pripada taj trougao:  $(v_j - v_i) \times (v_k - v_i)$

**Mreže mnogostrukosti sa granicom** – Dozvoljavamo da se unutar mreže mnogostrukosti javi granicno teme i granicna ivica. Za granicno teme važi da ivice i strane kojima to teme pripada ne obrazuju ciklus, već lanac.

Za prvi i poslednji trougao u ovom lancu važi da se ivice koje su granicne ne sadrže ni u jednom drugom trouglu osim u ovim.

Dakle, za mreže mnogostrukosti sa granicom važi:

Svaka ivica je sadržana u jednom ili dva trougla i svako teme je sadržano u jednom lancu trouglova povezanih stranicama.

Mreže mnogostrukosti moraju biti prostorno efikasne. Ako je potrebno promeniti topologiju mreže potrebno je efikasno odrediti sve cvorove, ivice, strane

## **Predstavljanje mreze mnogostrukosti sa granicom:**

**Supa poligona** – svaki poligon  $P$  sa  $n$  temena zadat je nizom koordinata svojih temena. Redosled temena odgovara obilasku temena poligona. Nedostatak je sto jedno teme moze odgovarati vise trouglova.

**Reprezentacija poligona listom indekas temena** – svako teme je zapisano tacno jednom u listi temena. Svaki poligon predstavljen je listom indeksa temena. Ova reprezentacija koristi manje memorije i ne postoji eksplicitna informacija o zajednickim temenima, ivicama. Cuvamo dve matrice. Prva cuva koordinate temena druga cuva topologiju mreze – trouglovi sa njihovim temenima

**Matrice incidencije** – kodiramo sve informacije o susedstvu matricaam incidencije: vrednost 1 oznacava incidenciju, a vrednost 0 da nije incidentno  
Za iole vece mreze matrice ce biti retke – cuva se veliki broj nula  
Velika prostorna slozenost, ali je trazenje suseda  $O(1)$   
Mreza ne mora biti mreza mnogostrukosti

## **Struktura podataka zasnovana na poluivicama / usmerenim ivicama -**

svaku ivicu delimo na dve poluivice usvakom od smerova.

Kljucna ideja: dve poluivice se ponasaju kao lepak izmedju elemenata mreze  
Za svako teme i ravan cuvamo jednu poluivicu

**Operacije nad mrežom trouglova** – jedna od najznacajnijih osobina mreze trouglova je homogenost. Osnovne operacije nad mrežom trouglova:

**Unapredjivanje mreze** – jedan trougao zamenjuje se sa nekoliko manjih truglova, da bi se mreza ucinila glatkijom. Uzastopne podele dovode do znacajnog povecanja broja trouglova

**Pojednostavljivanje mreze** – mreza se zamenjuje drugom mrežom koja joj je slicna, ali ima kompaktniju strukturu. Stize se do jednostavnije reprezentacije iste povrsi

**Sazimanje ivice** je standardna operacija pojednostavljivanja mreze. Ivica se saziima dok joj duzina ne postane 0

**Zamena ivice** – desava se da se mreza deformise tako da pojedinačni trouglovi postanu dugacki i uski – imaju los aspect ratio. Aspect ratio definisemo kao odnos duzine najduze i najkrace stranice trouglova

## Reprezentacija krivih u 3D

Glatke krive i povrsi su neophodne u mnogim primenama racunarske grafike.

Rasterski format nije pogodan: alijasing, nema skalabilnosti, memorijski zahtevno

Pamtimo listu kontrolnih tacaka, a izmedju njih vrsimo neki vid interpolacije: deo-po-deo linearna aproksimacija, trigonometrijske funkcije, polinomi viseg reda. Najcesce se koristi polinomska interpolacija, pri cemu su polinomi treceg stepena.

**Splajn** je parametarska kriva vodjena kontrolnim tackama ili kontrolnim vektorima. Brojne primene: za predstavljanje glatkih krivih, generisanje frejmova

### Opisivanje krivih:

**EksPLICITNA reprezentacija** –  $y = f(x)$

**Implicitna reprezentacija** –  $f(x,y,z) = 0$

**Parametarska reprezentacija** -  $x = x(t), y = y(t), z = z(t), 0 \leq t \leq 1$

Za definisanje kubnih krivih potrebno nam je 4 parametara. Najcesci nacin za predstavljanje krivih: interpolacija, Hermitova, Bezjeova kriva

**Hermitova kriva** – Za date pozicije P i Q i vektore brzina v i w odrediti funkciju g:  $[0,1] \rightarrow \mathbb{R}^2$  tako da  $g(0) = P, g(1) = Q, g'(0) = v, g'(1) = w$ .

Opsti oblik kubnog polinoma:  $y(t) = at^3 + bt^2 + ct + d, y'(t) = 3at^2 + \dots$

Zamenom uslova u jednacini se dobija resenje koje una sledeci oblik:

$$(1-t)^2 (2t+1)P + t^2 (-2t+3)Q + t(t-1)^2 v + t^2(t-1)w$$



Hermitovu krivu mozemo zapisati matricno

**Bezjeova kriva** - dat je skup kontrolnih tacaka nad kojima je potrebno kreirati glatku krivu. Povezivanje ovih tacaka duzima vodi do funkcije koja nije glatka. Izgladjujemo dobijeni poligon isecanjem ostrih uglova i dobijamo novi poligon koji je glatkiji. Ponavljanjem postupka dobijamo krivu iz klase C1