

Анализа 1 - И смер, Септембар 1, 18. 8. 2020.

1. Нека је низ  $(x_n)$  дефинисан са:  $x_0 \in (0, 1)$ ,  $x_{n+1} = 1 - 2x_n + 3x_n^2 - x_n^3$ ,  $n \geq 0$ .
  - (а) Доказати да  $x_n \in (0, 1)$  за све  $n \in \mathbb{N}$ .
  - (б) Показати да за све  $x \in [0, 1]$  важи:  $1 - 2x + 3x^2 - x^3 \geq x$ .
  - (в) Испитати конвергенцију низа  $(x_n)$ .
2. Дата је функција  $f(x) = \arctan \frac{(x-1)^2}{x^2-2x}$ .
  - (а) Испитати ток и скицирати график функције  $f$ .
  - (б) Одредити слику домена  $f(D_f)$  ове функције.
3. Нека је  $f(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ \ln(\lambda + x^2), & x < 0 \end{cases}$ ,  $\lambda > 0$ .
  - (а) Одредити  $\lambda$  тако да  $f$  буде непрекидна на  $\mathbb{R}$ .
  - (б) За нађено  $\lambda$  испитати диференцијабилност функције  $f$ .
4. Нека је  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  непрекидна и ограничена функција. Доказати да за свако  $n \in \mathbb{N}$  постоји  $c \in \mathbb{R}$  такво да је  $f(c) = c^{2n-1}$ .

Анализа 1 - И смер, Септембар 1, 18. 8. 2020.

1. Нека је низ  $(x_n)$  дефинисан са:  $x_0 \in (0, 1)$ ,  $x_{n+1} = 1 - 2x_n + 3x_n^2 - x_n^3$ ,  $n \geq 0$ .
  - (а) Доказати да  $x_n \in (0, 1)$  за све  $n \in \mathbb{N}$ .
  - (б) Показати да за све  $x \in [0, 1]$  важи:  $1 - 2x + 3x^2 - x^3 \geq x$ .
  - (в) Испитати конвергенцију низа  $(x_n)$ .
2. Дата је функција  $f(x) = \arctan \frac{(x-1)^2}{x^2-2x}$ .
  - (а) Испитати ток и скицирати график функције  $f$ .
  - (б) Одредити слику домена  $f(D_f)$  ове функције.
3. Нека је  $f(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ \ln(\lambda + x^2), & x < 0 \end{cases}$ ,  $\lambda > 0$ .
  - (а) Одредити  $\lambda$  тако да  $f$  буде непрекидна на  $\mathbb{R}$ .
  - (б) За нађено  $\lambda$  испитати диференцијабилност функције  $f$ .
4. Нека је  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  непрекидна и ограничена функција. Доказати да за свако  $n \in \mathbb{N}$  постоји  $c \in \mathbb{R}$  такво да је  $f(c) = c^{2n-1}$ .