Писмени испит из Анализе 1 за И смер **ЈУН 2 2020**

1. (15 поена)
Одредити тачке нагомилавања низа $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ који је задат са
$b_n = (\frac{n+1}{n-2})^{(-1)^n n} + \sin\frac{(n+1)\pi}{2}$.

2. (15 поена)
Нека је $a > 0$ и $f(x) = \begin{cases} a^{\frac{\sqrt{\sin(x^2)-x^3}}{x}} & x < 0 \\ b & x = 0 \\ x^{x^2} & x > 0 \end{cases}$

(а) Наћи $\lim_{x\to 0-} \frac{\sqrt{\sin(x^2)-x^3}}{x}$.
(б) Одредити константе a и b тако да је f непрекидна.

3. (20 поена)
Нека је $f(x) = (x+1)e^{\arctan(\frac{1}{x})}$
(а) Развити функцију $\arctan(t)$ у Маклоренов полином до трећег степена.
(б) Испитати ток и скицирати график функције f.
(в) Одредити једначину тангенте на график функције f у тачки $(1, f(1))$.

4. (10 поена)
(а) Доказати да за свако $x \in (0, +\infty)$ постоји ξ тако да је $\ln(x+1) - \ln(x) = \frac{1}{x+\xi}$
(б) Доказати да је функција $g(x) = \ln(x+1) - \ln(x) - \frac{1}{x+\frac{1}{2}}$ строго позитивна за $x \in (0, +\infty)$
(в) Доказати да за свако $x \in (0, +\infty)$ ξ дефинисано у делу (а) припада интервалу $(0, \frac{1}{2})$

(Писмени испит укупно вреди 60 поена. Време за рад је 3 сата.)

Писмени испит из Анализе 1 за И смер **ЈУН 2 2020**

1. (15 поена)
Одредити тачке нагомилавања низа $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ који је задат са
$b_n = (\frac{n+1}{n-2})^{(-1)^n n} + \sin\frac{(n+1)\pi}{2}$.

2. (15 поена)
Нека је $a > 0$ и $f(x) = \begin{cases} a^{\frac{\sqrt{\sin(x^2)-x^3}}{x}} & x < 0 \\ b & x = 0 \\ x^{x^2} & x > 0 \end{cases}$

(а) Наћи $\lim_{x\to 0-} \frac{\sqrt{\sin(x^2)-x^3}}{x}$.
(б) Одредити константе a и b тако да је f непрекидна.

3. (20 поена)
Нека је $f(x) = (x+1)e^{\arctan(\frac{1}{x})}$
(а) Развити функцију $\arctan(t)$ у Маклоренов полином до трећег степена.
(б) Испитати ток и скицирати график функције f.
(в) Одредити једначину тангенте на график функције f у тачки $(1, f(1))$.

4. (10 поена)
(а) Доказати да за свако $x \in (0, +\infty)$ постоји ξ тако да је $\ln(x+1) - \ln(x) = \frac{1}{x+\xi}$
(б) Доказати да је функција $g(x) = \ln(x+1) - \ln(x) - \frac{1}{x+\frac{1}{2}}$ строго позитивна за $x \in (0, +\infty)$
(в) Доказати да за свако $x \in (0, +\infty)$ ξ дефинисано у делу (а) припада интервалу $(0, \frac{1}{2})$

(Писмени испит укупно вреди 60 поена. Време за рад је 3 сата.)