

UNIVERSITÉ PAUL SABATIER

Conception et mise en œuvre de commande à temps réel

- Rapport final -

Auteurs :

Lucien RAKOTOMALALA
David TOCAVEN

Encadrants :

Sylvain DUROLA
Frédéric GOUAISBAUT
Yann LABIT



Table des matières

Introduction	1
1 Modélisation	3
1.1 Choix du formalisme et de la modélisation	3
1.2 Maquette et équations physiques	3
1.2.1 Maquette :	3
1.2.2 Équations physique	4
1.2.3 Linéarisation	5
1.2.4 Invariance	5
1.3 Modèle de niveau 0, modèle EE0	5
1.4 Espace d'état d'ordre 3, modèle EE1	5
1.5 Espace d'état d'ordre 2, modèle EE2	6
2 Analyse	7
2.1 Analyse des modèles	7
2.1.1 Stabilité	7
2.1.2 Commandabilité	7
2.1.3 Observabilité	8
2.2 Analyse temporelle et fréquentielle	8
2.2.1 Performances Statiques	9
2.2.2 Performances dynamiques	9
2.2.3 Analyse fréquentielle	10
3 Synthèse de commande	11
3.1 Commande du système d'ordre 2	11
3.1.1 Rédaction du cahier des charges et démarche de réponse	11
3.1.2 Calcul du retour d'état	11
3.1.3 Observateur ordre plein sur modèle d'ordre 2	11
3.1.4 Construction de l'asservissement	12
3.2 Validation de la commande	12
3.2.1 Validation théorique	12
3.2.2 Simulation SIMULINK	12
3.2.3 Analyse boucle fermé du modèle d'ordre 3	13
3.3 Validation sur les modèles d'ordre supérieur	13
3.3.1 Changement de base du modèle d'ordre 4 et intégration de la commande	15
3.3.2 Simulation SIMULINK	15
4 Validation de la commande en temps continue sur le modèle non linéaire	17
4.1 Protocoles MIL/SIL	17
4.1.1 Model in the loop (MIL)	17
4.1.2 SIL	17
4.2 Test des prototypes des commande à temps continue	17
4.2.1 Simulation sur Modèle Non linéaire	17
4.2.1.1 Adaptation modèle	18
4.2.1.2 Simulation et étude de performances	18
4.2.1.3 Conclusion et Validation	19
4.2.2 Simulation sur moteur Réel	19
4.2.2.1 Adaptation du modèle	19
4.2.2.2 Test et étude de performances	19

4.2.2.3	Conclusion et Validation	19
5	Commande temps discret	20
5.1	Contraintes hardware	20
5.1.1	Micro-contrôleur C167	20
5.1.2	CAN / CNA	21
5.1.3	Conclusion	22
5.2	Discrétisation de la commande	22
5.2.1	Espace d'état à temps discret de la commande	22
5.2.2	Équation récurrente	23
6	Implémentation	24
6.1	Transformation CAN/CNA	24
6.2	Implémentation	25
6.2.1	Description des tâches	25
6.2.2	implémentation	25
6.2.3	Validation et correction	25
7	Bilan	26
	Annexes	28
	Codes Matlab	28
	Modèles et analyses	28
	Observateur et Asservissement	29
	Modèles SIMULINK	33
	Modèle Global	33
	Sous-système de commande	33
	Sous-système d'observateur	33
	Simulation <i>SIMULINK</i>	35
	Modèles Non linéaire	35

Introduction

Le rapport final inclura une hiérarchisation des émulations et des validations expérimentales, des justifications pour les choix matériels et logiciels, la prise en compte des informations à traiter sur une chaîne d'acquisition, un raisonnement construit pour les protocoles expérimentaux, un bilan sur le projet.

A RÉÉCRIRE. Plan

intro a refaire

Les 2 chapitres de théories

1. Validation de la commande TC sur modèle NL

1.1. Protocoles MIL/SIL

1.1.1. MIL

1.1.2. SIL

1.2. Commande temps continue

1.2.1 Simulation

1.2.1.1. Adaptation modèle (avec nl)

1.2.1.2. Simulation et étude de perf

1.2.1.3. Conclusion et Validation

1.2.1 Sur moteur Réel (proto rapide)

1.2.1.1. Adaptation modèle (avec nl)

1.2.1.2. test et étude de perf

1.2.1.3. Conclusion et Validation

2. Commande temps discret

2.1. Contraintes hardware

2.1.1. CAN / CNA (protocole correction, temps conversion, échantillonnage bits)

2.1.2. C167 (ordo,taches,validation TR,temps calcul, fréquence fonctionnement)

2.2.3. Conclusion (contraintes tempo, squelette code correcteur)

2.2. Transformation commande en TD

2.1.1. Fonctions de transferts (observateur + retour état = 2 ft)

2.1.2. Transformée en z

3. Implémentation

3.1. Correction CAN/CNA

3.1.1. Implémentation prog récupération lu/écrite

3.1.2. Correction

3.1.3. Validation

3.2. Implémentation

3.2.1. Description taches

3.2.2. implémentation

3.3. Validation et correction

4. Bilan Dans cet UE, nous devons réaliser la commande d'un système temps réel du prototypage à l'implémentation sur un microcontrôleur : nous devons asservir un banc de moteurs à courant continu à l'aide d'un micro-contrôleur C167.

Ce premier rapport contient toute la partie théorique. Celle-ci est décomposée dans les trois premiers chapitres et un dernier chapitre qui détaille la suite des étapes à réaliser.

Le *chapitre 1 : Modélisation* contient l'étude physique qui nous a été donné en cours, le modèle le plus précis, non linéaire et variant, les différentes simplifications de celui-ci.

Ensuite, dans le *chapitre 2 : Analyse*, nous avons effectué une analyse de nos différents modèles afin de maîtriser l'impact de nos simplifications, étudier les performances de notre systèmes et définir celles souhaitées. Nous avons réalisé cela grâce, autant que nous avons pu, a une approche théorique et grâce à des simulations.

Le *chapitre 3 : Synthèse de commande*, qui est le dernier chapitre de la partie théorique, contient la conception de l'asservissement et l'étude des performances de celle-ci sur les différents modèles de notre système.

Dans le *chapitre ?? : Planification de la suite de l'asservissement*, nous détaillons comment nous allons tester la validité de nos modèles par rapport au modèle physique et les différentes étapes de la mise en œuvre sur micro-contrôleur. Ce chapitre nous permettra d'organiser au mieux notre démarche afin que la commande implémentée respecte bien les contraintes temps réel, garantisse la stabilité et les performances attendues tout en étant adaptée au support d'implémentation et au moteur asservi.

Chapitre 1

Modélisation

1.1 Choix du formalisme et de la modélisation

Notre modélisation sera basée sur les modèles physiques qui décrivent les différents constituants de notre système de procédé : deux moteurs couplés l'un à l'autre par un arbre simple. L'un étant générateur de force mécanique et l'autre générateur de courant afin de faire office de charge (il dissipe son énergie sur une résistance). Il y a aussi un tachymètre couplé à l'arbre principal par un réducteur. Nos modèles seront donc des modèles de connaissances.

Nous avons choisis de faire une modélisation espace d'état pour différentes raisons. La première est que cette représentation permet d'étudier facilement la valeur des différents états (l'étude de la stabilité asymptotique, par exemple, en est simplifiée dans un modèle espace d'état). Elle permet aussi de garder les états non observables et non commandables dans le modèle, une modélisation par fonctions de transferts ne le permet pas. Ce choix nous permet aussi, pour la suite, de concevoir un asservissement par retour d'état basé observateur, qui est l'asservissement que nous avons choisis. Le choix d'un modèle de connaissance améliore aussi l'analyse de l'influence des différents paramètres du modèle, ce qui nous permettra d'affiner notre modèle lors des tests sur le système réel.

1.2 Maquette et équations physiques

1.2.1 Maquette :

Voici, figure 1.1, un schéma électrique et physique du banc qui fait office de procédé dans notre asservissement. Le circuit électrique de gauche correspond au Moteur à Courant Continu 1 (MCC) qui délivre la puissance



FIGURE 1.1 – Schéma électrique/physique du banc moteur

mécanique à partir d'une tension d'entrée V_M . Celle-ci est l'entrée de notre procédé. Le schéma électrique de droite représente le MCC 2, générateur de puissance électrique qui fait office de charge en alimentant une résistance R_{CH} . Entre ces deux schémas électriques, se trouve une représentation de l'arbre, des forces qu'il subit, du réducteur et du tachymètre qui délivre une tension proportionnelle à la position du moteur, c'est le signal V_s , nous l'étudierons en tant que sortie.

1.2.2 Équations physique

Voici les différentes équations décrivant notre procédé :

- Équations des moteurs :

$$V_m(t) = Ri_1(t) + L \frac{di_1(t)}{dt} + e_1(t) \quad (1.1)$$

$$e_2(t) = (R + R_{CH})i_2(t) + L \frac{di_2(t)}{dt} \quad (1.2)$$

- Équations banc :

$$J_2 \frac{d\omega(t)}{dt} = C_m(t) + C_f(t) \quad (1.3)$$

$$\frac{d\theta_s(t)}{dt} = \omega(t) \quad (1.4)$$

$$e_1(t) = K_e \omega(t) \quad (1.5)$$

$$e_2(t) = K_e \omega(t) \quad (1.6)$$

$$C_m(t) = K_c i_1(t) - K_c i_2(t) \quad (1.7)$$

$$C_f(t) = -\mu \omega(t) - C_0(t) \quad (1.8)$$

$$R_{CH}(t) = R_{CHn} + r R_{CH}(t) \Delta_1 \quad (1.9)$$

$$C_0(t) = -\text{sign}(C_m(t))C \quad (1.10)$$

$$V_s(t) = K_r K_s \theta_s(t) \quad (1.11)$$

$$V_g(t) = K_g \omega(t) \quad (1.12)$$

Où :

R La résistance de l'induit aux moteurs.

L L'inductance de l'induite des moteurs.

$i_1(t), i_2(t)$ Respectivement le courant dans les moteurs 1 et 2.

$e_1(t), e_2(t)$ Respectivement la force électromotrice des moteurs 1 et 2.

$R_{CH}(t)$ Résistance de charge.

J_2 Inertie totale (somme des inerties du rotor, du réducteur et de la charge).

$\omega_s(t)$ Vitesse radiale de l'arbre.

θ_s Position de rotation de l'arbre.

$C_m(t)$ Couple de l'arbre.

$C_f(t)$ Couple de frottement.

K_e Constante de force électromagnétique.

K_c Constante de couple.

μ Coefficient de frottement visqueux.

$C_0(t)$ Couple de frottement sec si rotation.

R_{CHn} Résistance de charge nominale.

$r R_{CH}$ Rayon de l'incertitude de la résistance de charge.

Δ_1 Perturbation de la résistance de charge bornée en $[-1; 1]$.

K_r Facteur de réduction.

K_s Constante du potentiomètre.

K_g Constante de la génératrice tachymétrique.

$V_g(t)$ Tension reflétant la vitesse de rotation de l'arbre. Sortie de performance non mesurée.

C Couple de frottement sec si $\omega(t)$ assez grande.

1.2.3 Linéarisation

Les équations ci-dessous permettent de former un modèle du procédé. Néanmoins, l'équation 1.10 exprime une non linéarité sur les frottements secs du banc moteur. Afin d'avoir un modèle linéaire du moteur, nous avons transformé cette non linéarité en incertitude. Ainsi nous exprimons :

$$C_0(t) = C_{0n} + rC_0\Delta_2 \quad (1.13)$$

Où :

C_{0n} Couple de frottement sec nominal.

rR_{CH} Rayon d'incertitude du couple de frottement sec.

Δ_1 Perturbation du couple de frottement sec bornée en $[-1; 1]$.

Nous avons maintenant des équations linéaires mais deux équations présentent des incertitudes dues aux perturbations Δ_1 et Δ_2 respectivement liés à la température de la résistance de charge et à la non linéarité du couple de frottement sec.

1.2.4 Invariance

Nous souhaitons exprimer le modèle du procédé sous la forme d'un espace d'état linéaire et invariant, donc il faut rendre invariant nos équations. Pour cela, nous allons considérer que la résistance de charge $R_{CH}(t)$, exprimée dans l'équation 1.9 et $C_0(t)$, dans l'équation 1.13 valent leurs valeurs nominales.

$$R_{CH}(t) = R_{CHn} \quad (1.14)$$

$$C_0(t) = C_{0n} \quad (1.15)$$

Nous pouvons maintenant former un modèle linéaire et invariant.

1.3 Modèle de niveau 0, modèle EE0

Notre modèle présente 4 dynamiques, nous avons donc 4 états dans notre vecteur d'état.

Le vecteur d'état choisit est :

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \Omega_m \\ \Theta_m \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

L'entrée $u(t)$ du modèle est $u(t) = V_m(t)$.

Les sorties sont $y(t) = \begin{bmatrix} V_g(t) \\ V_s(t) \end{bmatrix}$.

Le modèle d'ordre 4 vaut donc :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & 0 & -\frac{K_e}{L} \\ 0 & -\frac{(R+R_{ch})}{L} & 0 & -\frac{K_e}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_c}{J_2} & \frac{K_c}{J_2} & 0 & \frac{\mu}{J_2} \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & K_g \\ 0 & 0 & K_r K_s & 0 \end{pmatrix} x(t) \end{cases} \quad (1.17)$$

1.4 Espace d'état d'ordre 3, modèle EE1

Afin de faciliter la création d'une commande, nous avons retiré l'état $i_2(t)$ de l'état de la modélisation. Il permettra une validation intermédiaire.

L'état vaut maintenant

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_1 \\ \Omega_m \\ \Theta_m \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

L'entrée et les sorties n'ont pas changées.

L'espace d'état, d'ordre 3, vaut :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & -\frac{K_e}{L} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_c}{J_2} & 0 & \frac{\mu}{J_2} \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & K_g \\ 0 & K_r K_s & 0 \end{pmatrix} x(t) \end{cases} \quad (1.19)$$

1.5 Espace d'état d'ordre 2, modèle EE2

Pour correspondre avec un modèle de comportement, nous allons à nouveau réduire la représentation d'état (1.19) pour obtenir un modèle d'ordre 2. Pour cela, nous allons annuler l'effet des dynamiques des courants i_1 et i_2 qui sont beaucoup plus grandes que les dynamiques de ω et θ , qui sont celles que nous sommes capable de mesurer et que nous souhaitons asservir. Ainsi nous avons un espace d'état où il sera plus facile de concevoir un retour d'état. Le système d'ordre 3 servira donc de modèle permettant une validation intermédiaire entre celui d'ordre 2 et celui d'ordre 4.

Le vecteur d'état vaut maintenant :

$$x(t) = \begin{bmatrix} \Omega_m \\ \Theta_m \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

Le modèle espace d'état d'ordre 2 vaut :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{(K_c K_e)}{J_2 R} - \frac{\mu}{J_2} \end{pmatrix} X(t) + \begin{pmatrix} \frac{K_c}{J_2 R} \\ 0 \end{pmatrix} V_m(t) \\ Y(t) = \begin{pmatrix} 0 & K_g \\ K_r K_s & 0 \end{pmatrix} X(t) \end{cases} \quad (1.21)$$

Chapitre 2

Analyse

Dans ce chapitre, nous allons dans une première partie, étudier la stabilité de nos différentes modélisations (espace d'état d'ordre 4, 3 et 2), puis leurs commandabilités et observabilités. Dans une seconde partie, nous étudierons les performances dynamiques des différents modèles à travers une analyse temporelles et fréquentielle. Dans l'ensemble du chapitre sera abordé l'impact des simplifications effectués sur les modèles espace d'état d'ordre 3 et 2. Comme nous souhaitons asservir le procédé en vitesse et non en position, nous étudierons la sortie de performance $V_g(t)$ des modèles et non $V_s(t)$.

2.1 Analyse des modèles

2.1.1 Stabilité

Nous avons décidé d'étudier la stabilité asymptotique afin de savoir si l'ensemble des états de nos modèles sont stables et non uniquement ceux qui sont observables comme en stabilité BIBO.

Les valeurs propres de notre système d'ordre 4 sont : (calculé à l'aide de matlab)

$$0; -132749,8861; -4,0655; -7748,0483 \quad (2.1)$$

Nous remarquons que les valeurs propres sont toutes à partie réelle négatives, le système d'ordre 4 est donc asymptotiquement stable.

Les valeurs propres de notre système d'ordre 3 sont : (calculé à l'aide de matlab)

$$0; -7748,0484; -3,9516 \quad (2.2)$$

Nous remarquons que les valeurs propres sont toutes à parties réelles négatives, le système d'ordre 3 est donc asymptotiquement stable.

C'était prévisible car le modèle d'ordre 3 est une simplification du modèle d'ordre 4, qui est stable. Nous remarquons aussi que la troisième valeur propre du système d'ordre 3, qui normalement doit être similaire à la troisième valeur propre du système d'ordre 4 a légèrement variée. Cette différence est une première conséquence de la perte d'une dynamique engendrée par la simplification.

Les valeurs propres de notre système d'ordre 2 sont : (calculé à l'aide de matlab)

$$0; -3,9506 \quad (2.3)$$

Nous remarquons que les valeurs propres sont toutes à parties réelles négatives, le système d'ordre 2 est donc asymptotiquement stable.

Comme précédemment, cette conclusion était prévisible, néanmoins on remarque une autre conséquence de la simplification sur la seconde valeur propre qui est légèrement différente de celle du modèle d'ordre 3.

2.1.2 Commandabilité

L'étude de la commandabilité d'un système nous permettra de savoir quels états sont commandables, c'est à dire qu'il sera possible de modifier la dynamique qu'ils représentent par un asservissement. Cette étude se fera uniquement sur l'espace d'état d'ordre 4 car les deux autres modèles découlent de celui-ci. Un système (sous forme d'espace d'état) est commandable, d'après le critère de Kalman, si la matrice de commandabilité C_m est de rang plein donc égale à la dimension de A.

Où, $C_m = \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$ Nous avons étudié la commandabilité sur matlab et le résultat est que :

$$\text{rang}(C_m) = n = 4$$

Donc le système est commandable. Cela nous permet de mettre en place un retour d'état.

2.1.3 Observabilité

L'étude de l'observabilité d'un système nous permettra de savoir quels états sont observables, c'est à dire s'il est possible de déterminer la valeur des états à partir de mesures de la sortie. Cette étude se fera uniquement sur l'espace d'état d'ordre 4 car les deux autres modèles découlent de celui-ci. Un système (sous forme d'espace d'état) est observable, d'après le critère de Kalman, si la matrice d'observabilité \mathcal{O} est de rang plein donc égale à la dimension de A.

$$\text{Où, } \mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad \text{Nous avons étudié l'observabilité sur matlab et le résultat est que :}$$

$$\text{rang}(\mathcal{O}) = \dim(A) = 4$$

Donc le système est observable, néanmoins intuitivement ce résultat semble faux.

2.2 Analyse temporelle et fréquentielle

Nous avons étudié les performances de nos modèles grâce à deux types de réponses :

- Une réponse à un échelon unité (voir figure 2.1).
- Une réponse fréquentielle représentée par un diagramme de Bode (voir figure 2.2).

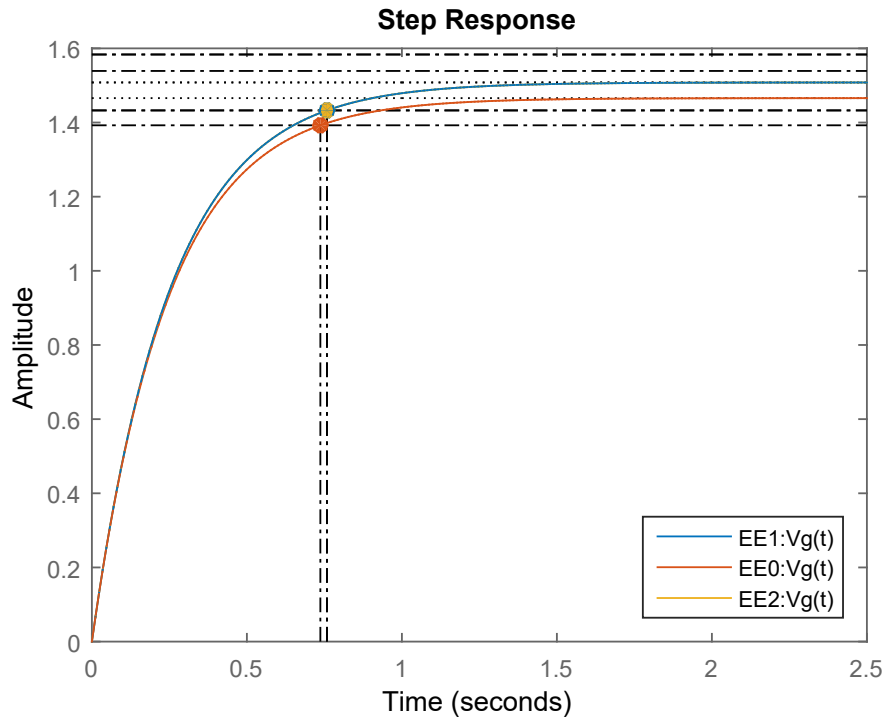


FIGURE 2.1 – Réponse à un échelon unité de $V_g(t)$ des modèles EE0, EE1 et EE2.



FIGURE 2.2 – Diagramme de Bode sur $V_g(t)$ des modèles EE0, EE1 et EE2.

2.2.1 Performances Statiques

Nous étudions $V_g(t)$ en temps que sortie de performance (figure 2.1).

Nos modèles présentent des gains statiques qui varient d'un modèle à l'autre, à cause des simplifications :

Gain statique de EE0 : 1,4658

Gain statique de EE1 : 1.5080

Gain statique de EE2 : 1.5080

On peut constater qu'entre le modèle EE0 et le modèle EE1, il y a une erreur de 0.0423 et qu'en le modèle EE1 et le modèle EE2 l'erreur vaut 2.0241×10^{-8} . La première simplification engendre une erreur d'environ 2% et la suivante de l'ordre de $10^{-8}\%$. L'asservissement risquera donc de présenter une erreur statique causée par ces simplifications.

2.2.2 Performances dynamiques

Nous étudions $V_g(t)$ en temps que sortie de performance (figure 2.1).

Nous avons choisis d'étudier le temps de montée, le temps de réponse et le dépassement car ce sont des paramètres précis et déterminants en terme de performances.

Temps de montées :

Sur EE0 : 0.5404s

Sur EE1 : 0.5560s

Sur EE2 : 0.5561s

Erreur de EE0 à EE1 : 0.0156 s (2.8826%)

Erreur de EE1 à EE2 : 1.3830×10^{-4} s (0.0249%)

Nous pouvons remarquer que le temps de montée est aux alentours d'une demie seconde. Les différences entre les temps de montées des différents modèles risquent de créer une erreur sur l'asservissement, en effet elle témoigne d'une différence dans les dynamiques des modèles (ce qui est une conséquence logique de la simplification). Le test de la commande sur EE0 risque de démontrer une erreur dynamique.

Temps de réponses à 5% :

Sur EE0 : 0.7370 s

Sur EE1 : 0.7582 s

Sur EE2 : 0.7583 s

Erreur de EE0 à EE1 : 0.0212 s (2.8821%)

Erreur de EE1 à EE2 : 5.9211e-05 s (7.8089e-05%)

Comme pour la performance précédente , la valeur du temps de réponse varie et cela entrainera de potentielles erreurs d'asservissement.

Dépassements :

Le modèle en boucle ouverte ne présente pas de dépassement.

2.2.3 Analyse fréquentielle

On peut remarquer sur le diagramme de Bode, figure 2.2, qu'il y a une compensation pôle zéro dans le modèle EE0 car nous avons uniquement trois changements d'allures. Cela se confirme sur une vue des pôles et des zéros sur un plan complexe (voir figure 2.3) ou une fonction de transfert. Cette figure met en évidence la compensation d'un pôle électrique qui agit à haute fréquence. Sur le diagramme de Bode, nous pouvons aussi constater que les modèles semblent avoir des réponses fréquentielles assez similaires. On peut aussi voir l'absence de la dernière dynamique de EE2 due à la simplification.

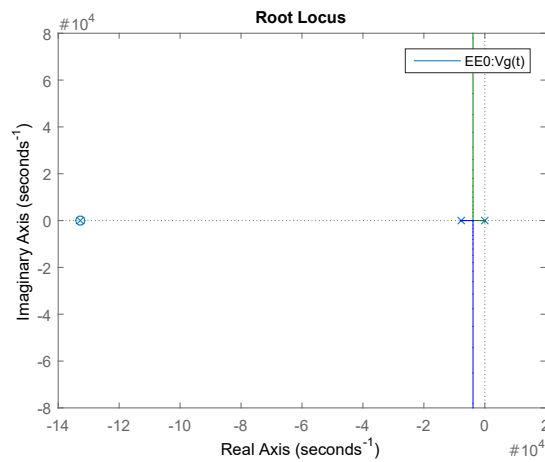


FIGURE 2.3 – Pôles et zéros dans le plan complexe du transfert vers $V_g(t)$ du modèles EE0.

Chapitre 3

Synthèse de commande

3.1 Commande du système d'ordre 2

3.1.1 Rédaction du cahier des charges et démarche de réponse

Après l'étude que nous venons de réaliser sur notre système, nous allons ici exprimer les attentes que doit réaliser la commande que nous allons implémenter. Nous souhaitons avoir :

- Erreur de position nulle.
- Pas d'oscillations
- Temps de réponse inférieur à 1 seconde.

La commande de notre système doit permettre d'asservir le système en vitesse, par rapport à une consigne. Pour respecter, nous allons réaliser un placement de valeurs propres par retour d'état.

3.1.2 Calcul du retour d'état

Pour garantir les performances dynamiques souhaitées, nous allons appliquer un placement de pôles par retour d'état. Ce réajustement des valeurs propres de la matrice dynamique du système nous permettra de répondre aux attentes du cahier des charges si le choix de celles-ci est correct. De même, nous devons choisir des valeurs propres qui ne sont pas être trop éloignées de celles du procédé, pour ne pas être trop exigeant avec la commande et le système. Nous avons avec ces spécifications choisi les valeurs propres suivantes :

$$\lambda = \begin{pmatrix} -4 & -5 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

La commande par retour d'état est une technique d'asservissement qui permet de modifier le signal d'entrée du système en fonction de la sortie mesurée et une référence. Cette nouvelle loi de commande s'écrit :

$$u(t) = Ny_{ref} - Ky(t) \quad (3.2)$$

avec N un gain de pré-compensation, y_{ref} la vitesse de référence, $y(t)$ la sortie mesurée du système et K le gain de retour. Si l'on applique cette loi à notre système en espace d'état, on obtient :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = (A - BK)X(t) + BNy_{ref} \\ Y = CX(t) \end{cases}$$

Ainsi la nouvelle dynamique du système est donnée par la matrice $A' = (A - BK)$ et doit admettre les valeurs propres que nous désirons appliquer à notre système. A et B étant des paramètres du système, nous allons utiliser le gain K pour répondre à ce problème. Avec la fonction *place* de MATLAB, nous sommes capable de concevoir ce vecteur K .

3.1.3 Observateur ordre plein sur modèle d'ordre 2

Pour pouvoir réaliser notre commande par retour d'état, nous devons tous d'abord reconstruire l'ensemble des états du système dont nous n'avons pas accès. Dans notre cas, nous disposons d'une mesure de la vitesse Ω avec la tension de sortie V_s mais aucune information sur la position Θ , l'implémentation d'un observateur est donc nécessaire pour au minimum reconstruire cet état.

Nous préférons reconstruire Ω et θ à partir de V_s et de l'entrée du modèle d'ordre 2 pour simplifier les calculs nécessaire à sa construction. Il est représenté par :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + Gy(t) + Hu(t) \\ \hat{x} = Mz(t) + Ny(t) \\ \epsilon = x - \hat{x} \end{cases} \quad (3.3)$$

où x représente l'état du système, \hat{x} l'état du système reconstruit et ϵ l'erreur d'estimation à un temps t . Nous souhaitons contrôler la dynamique de ce paramètres pour pouvoir estimer correctement notre système. Pour cela, nous nous intéressons à :

$$\dot{\epsilon} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} \quad (3.4)$$

$$\Leftrightarrow \dot{\epsilon} = Ax + Bu - F\hat{x} - Gy - Hu \text{ en considérant } M = 1 \text{ et } N = 0 \quad (3.5)$$

$$\Leftrightarrow \dot{\epsilon} = Ax - F\hat{x} - GCx + u(B - H) \quad (3.6)$$

$$\Leftrightarrow \dot{\epsilon} = (A - GC - F)x + F\epsilon + u(B - H) \quad (3.7)$$

Il vient alors $F = A - GC$ et $B = H$ pour obtenir $\dot{\epsilon} = F\epsilon$. Ainsi l'erreur d'estimation est autonome et ne dépend pas des entrées et sorties du système, et il vient $\epsilon(t) = e^{Ft}\epsilon(0)$. Les valeurs propres de F vont ainsi déterminer la dynamique de l'erreur d'estimation, nous choisissons de les faire dépendre des valeurs propres désirées dans la partie 3.1.2 en les multipliant par 3, pour une convergence encore plus rapide.

3.1.4 Construction de l'asservissement

Maintenant que l'observateur et le gain du retour d'état sont construits, nous allons les assembler ensemble pour commander notre système. Pour ce modèle du système bouclé, nous prenons comme vecteur d'état $X = \begin{pmatrix} X \\ \epsilon \end{pmatrix}^T$ et nous obtenons par construction :

$$\begin{cases} \dot{X} = \begin{pmatrix} (A - BK) & -BK \\ 0 & F \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix} y_{ref} \\ y(t) = \begin{pmatrix} C & 0 \end{pmatrix} X \end{cases}$$

Cependant, nous souhaitons asservir le système avec la vitesse ω , et la description de ce système bouclé va asservir le système en position à cause du changement de dynamiques de la position θ . Pour prévenir à cette mauvaise commande, nous avons annulé le retour de la mesure de position dans le système bouclé.

Le gain de pré-compensation N peut maintenant être calculé à partir gain statique du transfert entre Vg et y_{ref} noté $G_{Vg/y_{ref}}$:

$$N = \frac{1}{G_{Vg/y_{ref}}} \quad (3.8)$$

A partir de ce modèle, nous allons être capable d'éprouver la commande obtenu de manière théorique et avec une simulation SIMULINK.

3.2 Validation de la commande

3.2.1 Validation théorique

Pour commencer, nous allons identifier les valeurs propres de notre système ?? afin de de connaître les effets de l'observateur sur le retour d'état, même si a priori celui ci est autonome. Nous obtenons les λ_i valeurs propres suivantes : -5 , -4 , -15 et -12 . Nous remarquons que les λ_i n'ont pas été modifiées : nous avons les valeurs propres désirées par la commande et nous avons celles désirées pour l'erreur d'estimation de l'observateur.

3.2.2 Simulation SIMULINK

Pour compléter la validation de la commande, nous avons crée un prototype avec SIMULINK pour pouvoir simuler une réponse temporelle de la commande de notre système. La description du fichier se trouve en annexe 7. Nous observons sur les figures suivantes la réponse temporelle à une référence $y_{ref} = 1$: La réponse du système V_s simulé correspond aux changement de dynamique que nous avons espéré. De plus, après une observation de la commande $u(t)$ appliquée sur le système, nous voyons que la tension maximale envoyée est borné dans l'ordre de grandeur des valeurs admises par le système physique.



FIGURE 3.1 – Réponse du système asservi

3.2.3 Analyse boucle fermé du modèle d'ordre 3

Nous commande respecte le cahier des charges, nous validons ainsi la commande pour notre modèle d'ordre 2. Nous allons maintenant valider cette même commande sur des modèles supérieur et plus complexes pour compléter sa validation. En effet, notre modèle a été très simplifié pour permettre la création du commande facilement. Si nous arrivons à prouver que cette commande marche sur des systèmes plus complexes, alors nous aurons prouvé que les dynamiques que nous avons simplifiées ne vont pas perturber notre commande.

3.3 Validation sur les modèles d'ordre supérieur

Dans un premier temps, nous regarderons les effets de l'implantation de l'observateur d'ordre 2 sur les modèles d'ordre supérieur et plus précisément l'erreur d'estimation et le placement des valeurs propres, puis nous simulerons la commande obtenue pour observer les modifications des réponses.

Pour intégrer l'observateur dans un espace d'état d'ordre supérieur, nous avons dû réorganiser les états du modèle, ici le modèle d'ordre 1, de façon à ce que les états reconstruits avec l'observateur soient en haut, x_1 , et les non observable en bas x_2 .

- Etats observables : Ω_m et Θ_m .
- Etat non observable : i_1
- L'espace d'état est donc :

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

donc $x_1 = \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \end{bmatrix}$ et $x_2 = i_1$. Pour passer de X à \bar{X} , il faut utiliser une matrice de passage P_X défini par :

$$P_X \quad / \quad \bar{X} = P_X \cdot X \quad (3.10)$$

$$P_X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$(3.12)$$

Maintenant, nous devons calculer \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} , \bar{D} pour le nouvel espace d'état lié à \bar{X} .

$$\begin{cases} \bar{A} &= P^{-1}AP \\ \bar{B} &= P^{-1}B \\ \bar{C} &= CP \end{cases} \quad (3.13)$$

Avec les résultats obtenus pendant les séances de TD et de cours, nous avons

$$\dot{\epsilon} = F\epsilon - A_2x_2 \quad (3.14)$$

avec A_2 la partie qui lie les états x_1 et x_2 dans la nouvelle base. Cet élément modifie les résultats que nous avons obtenu pour le modèle d'ordre 2. Nous allons étudier les nouvelles valeurs propres du système bouclé pour vérifier si celles-ci correspondent toujours au cahier des charges, en modélisant un espace d'état qui admet comme vecteur d'état $x = \begin{pmatrix} \bar{X} & \epsilon \end{pmatrix}^T$. Nous obtenons : -7748 , -20.61 , -3.832 ± 6.931 et -2.784 , la stabilité asymptotique en boucle fermée est respectée.

Les réponses temporelles du système en boucle fermée ont les caractéristiques suivantes :

- Le gain statique n'est plus respecté
- Le système oscille à cause des valeurs propres complexes
- le temps de réponse reste dans la clause du cahier des charges

Pour terminer l'analyse de la boucle fermée, nous allons étudier le transfert de \bar{X} avec la consigne et le comparer avec celui du modèle d'ordre 2. Cette analyse fréquentielle ne va pas utiliser le système bouclé utilisé pour calculer les valeurs propres dans le paragraphe précédent car nous allons ici prendre en compte que nous commandons le système en vitesse et non en position. Nous obtenons le diagramme de Bode suivant : Le résultat

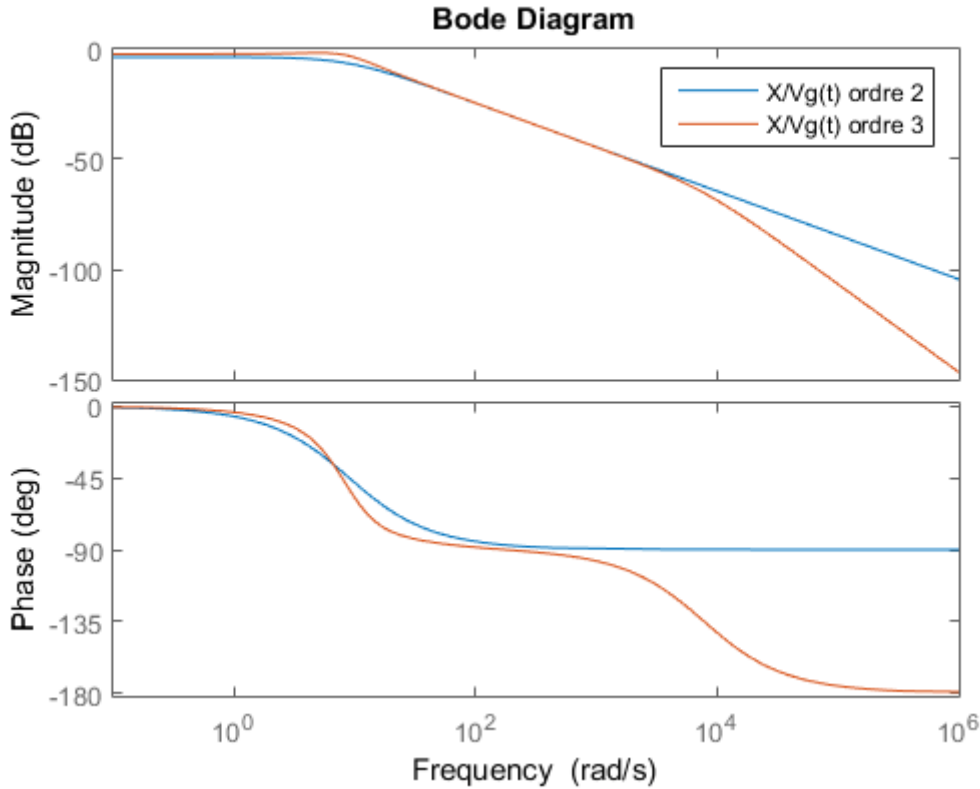


FIGURE 3.2 – Transfert des boucles fermées

que nous obtenons confirme la stabilité asymptotique établie précédemment, cependant les différences notables avec le transfert du modèle d'ordre 2 en basse fréquence expliquent pourquoi nous n'avons pas pu respecter exactement le cahier des charges.

3.3.1 Changement de base du modèle d'ordre 4 et intégration de la commande

De la même manière que pour le modèle d'ordre 3, nous effectuons un changement de base avec la matrice de passage :

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Les performances du système bouclé ont les mêmes problèmes que pour le modèle d'ordre supérieur. Avec le même résultat pour l'erreur d'estimation que pour le modèle d'ordre 3, ces résultats étaient prévisibles.

De plus, les approximations de modélisation ont montré dans l'analyse des modèles une erreur statique que nous ne pouvons pas corriger avec une commande construite sur le modèle d'ordre 2. Nous avons toutefois voulu analyser le transfert entre Vg et la consigne et obtenons : Nous avons de plus amples écarts en basse fréquence

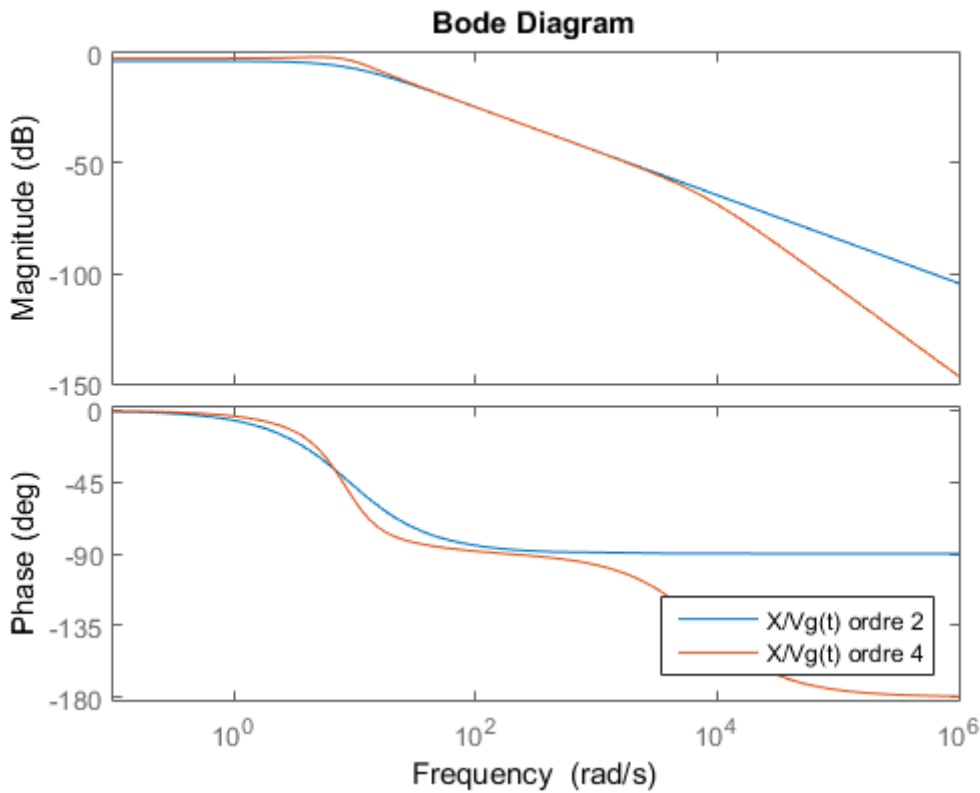


FIGURE 3.3 – Transfert des boucles fermées

avec un dépassement encore plus grand que pour le modèle d'ordre 3. Ce dépassement joue beaucoup sur les oscillations du système en boucle fermée. Le cahier des charges n'est encore une fois pas respecté pour ce modèle mais admet un temps de réponse proche de celui du modèle d'ordre 2.

En sachant ceci, nous savons que les dynamiques qui ont été simplifiées ne sont pas l'origine des écarts que nous venons d'exposer, il s'agit de la dynamique de l'observateur qui n'est pas très optimale.

3.3.2 Simulation SIMULINK

Nous avons réutilisé la commande simulée précédemment pour l'implanter dans les modèles d'ordre 3 et 4. Ce prototypage rapide a eu les résultats suivants : Ces résultats nous permettent de regarder une simulation des signaux de $Vg(t)$. D'après ces résultats, la commande que nous souhaitons appliquer respecte beaucoup mieux le cahier des charges que d'après l'analyse précédente. Cependant, nous ne pouvons en tirer aucune conclusion, il reste encore d'autres modèles plus complexes sur lequel notre commande doit être testée.

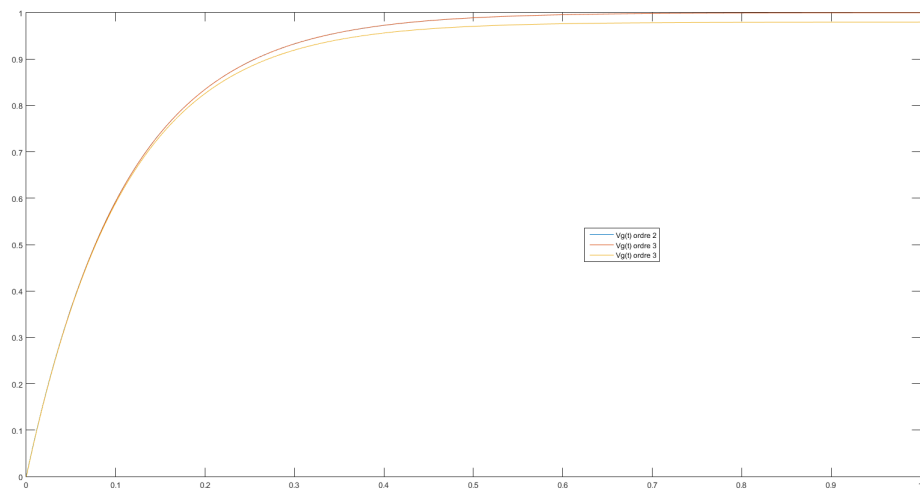


FIGURE 3.4 – Réponses temporelles des boucles fermées sous SIMULINK

Chapitre 4

Validation de la commande en temps continu sur le modèle non linéaire

Maintenant que les étapes de démonstration et d'émulation de la commande sont terminés, nous allons étudier notre premier prototype, que nous nommerons prototype 0, et qui correspondra notre solution 0. Nous allons d'abord effectuer ce que nous appelons un *Model in the loop* où nous allons chercher à améliorer ce premier prototype en utilisant uniquement des simulations. Par la suite, nous améliorerons le prototype en utilisation une technique d'émulation dite *Software in the loop*.

4.1 Protocoles MIL/SIL

Dans cette partie, nous allons expliquer les démarches que nous utiliserons pour valider nos prototypes.

4.1.1 Model in the loop (MIL)

Pour faire une validation MIL, nous allons utiliser le modèle non linéaire pour simuler la correction. Toute cette opération sera effectuée sous MATLAB à l'aide d'un bloc *SIMULINK* qui simule le modèle non linéaire. Pour valider le prototype de commande du correcteur, celui-ci devra respecter la ou les condition que nous lui imposerons. S'il ce n'est pas le cas, une amélioration de ce prototype sera nécessaire et elle nous permettra de créer un prototype N (pour N itérations de cette boucle). Nous devons d'abord fixer une marge d'erreur par rapport au cahier des charges défini en 3 :

$$M_{\epsilon} < 1\% \quad (4.1)$$

Tant que notre prototype ne sera pas en dessous de cette marge, nous devons le modifier et refaire le test.

4.1.2 SIL

4.2 Test des prototypes des commande à temps continu

A présent, nous pouvons commencer à tester les prototypes de commandes du moteur sur des modèles plus complexe : nous disposons pour cela d'un modèle non linéaire ainsi que d'un banc moteur. Nous suivront les consignes que nous venons de présenter en 4.1, en commençant par présenter le moyen utilisé pour adapter la simulation. Comme il est évoqué dans le titre de cette section, nous sommes ici en temps continu. Les hypothèses pour la discrétisation ne sont pas traités dans cette partie, nous avons choisi de construire le prototype de commande à temps discret quand nous aurons d'abord validé complètement la commande en temps continu, et que nous auront présenté toutes les contraintes que la discrétisation devra surmonter.

4.2.1 Simulation sur Modèle Non linéaire

Nous disposons de la démarche que nous allons utiliser pour valider notre simulation. Pour cette partie, nous utiliserons un bloc *SIMULINK* qui nous permettra de simuler un modèle très proche du banc moteur. Ce modèle n'a pas reçu les simplifications que posent les hypothèses faites en 1.2.3 et en 1.2.4. Un bloc *SIMULINK* est disponible à cet effet, sous forme de *S-Function*. Il utilise la modélisation et les paramètres utilisés en 1.2.2 pour créer un système Entrées/Sorties beaucoup plus proche que le modèle linéaire d'ordre 4.

4.2.1.1 Adaptation modèle

Pour permettre l'utilisation de ce modèle, nous devons d'abord lancer une compilation de la *S-function*. Cette opération est nécessaire car la *S-function* est un code en langage C qui s'adapte à la simulation *SIMULINK*, et permet ainsi d'obtenir des performances en temps de calcul plus élevées qu'en bloc de simulation classique. Nous avons choisi d'en-capsuler tout le bloc de commande (Gain du retour d'état et reconstruction d'état) dans un bloc *sub-system* que nous détaillons en annexe 7. Ce sous bloc prend en entrée 2 signaux : la consigne de référence y_{ref} et la sortie mesurée du système $y_m = V_s$ (Position du moteur, cf chapitre 1), et calcule la commande qu'il émet sur le connecteur nommé u .

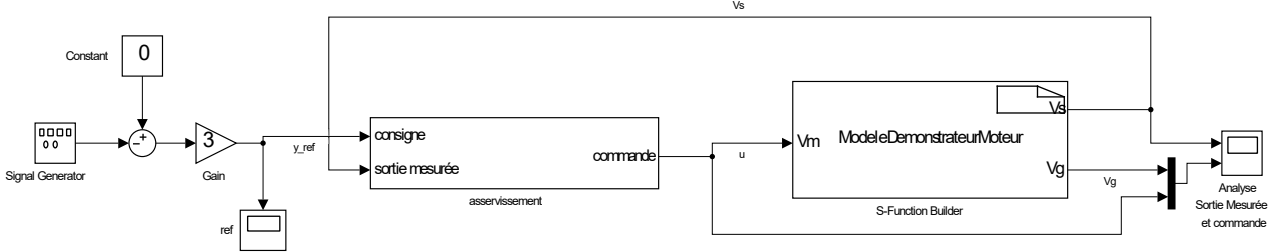


FIGURE 4.1 – Schéma *SIMULINK* complet de l'asservissement du modèle du moteur Non linéaire

Nous avons placé des points de mesure au sur le signal de référence ainsi qu'en sortie du système. Nous obtenons ainsi une réponse temporelle que nous allons étudier dans la sous section suivante.

4.2.1.2 Simulation et étude de performances

Utilisons maintenant la simulation précédente pour étudier les performances de notre commande. Nous avons dans un premier temps observer la reconstruction d'état du système et nous avons pu noter un problème. Ce problème apparaît sur la reconstruction des états, nous avons un nouveau paramètre que nous n'avons pas modélisé dans les parties 1 et 2.

Cette nouvelle dynamique correspond à la mesure de la position du moteur : elle se retrouve être borné entre $[-5V; +5V]$ qui correspond aux limites des tensions générés par le banc moteur. Si elle dépasse un seuil, elle est immédiatement retranscrit sur le seuil opposé. Nous pouvons représenter ce phénomène avec le système d'équation suivant :

$$V_s(t) = \begin{cases} K_r K_s \theta_s & \text{si } \theta_s \in \left[\frac{-5}{K_r K_s}; \frac{+5}{K_r K_s} \right] \\ -5 & \text{si } \theta_s < \frac{-5}{K_r K_s} \\ +5 & \text{si } \theta_s > \frac{+5}{K_r K_s} \end{cases}$$

La non linéarité de cette dynamique a été enlevé lors de la modélisation du système en modèle linéaire. Cela pose un problème pour la reconstruction de la vitesse par rapport à la position : nous avons remarqué en 3.3.1 et en 3.14. Dans ce paragraphes, nous mettions en avant que l'observateur implémenté sur des modèle d'ordre supérieur, il ajoutait une dynamique supplémentaire à la reconstruction de l'état du système.

Une nouvelle simulation faite sur ce nouveau prototype nous donne les résultats montré dans la figure 4.2. Nous pouvons voir une erreur sur le régime permanent qui subsiste toujours. Ce léger décalage devrait pouvoir être corrigé sur un modèle linéaire avec un ajout d'un gain pur compenser ce manque. Or, nous sommes sur un modèle non linéaire et cette méthode ne peut pas fonctionner.

Un zoom sur l'erreur du régime permanent, disponible en annexe 7 - figures 7.3 et 7.4, nous indique que pour une consigne $y_{ref} = 3$, nous obtenons $V_m(t_f) \approx 2.85$. Nous avons donc une erreur en régime statique

$$\epsilon = \frac{y_{ref}}{V_m(t_f)} = 5\%$$

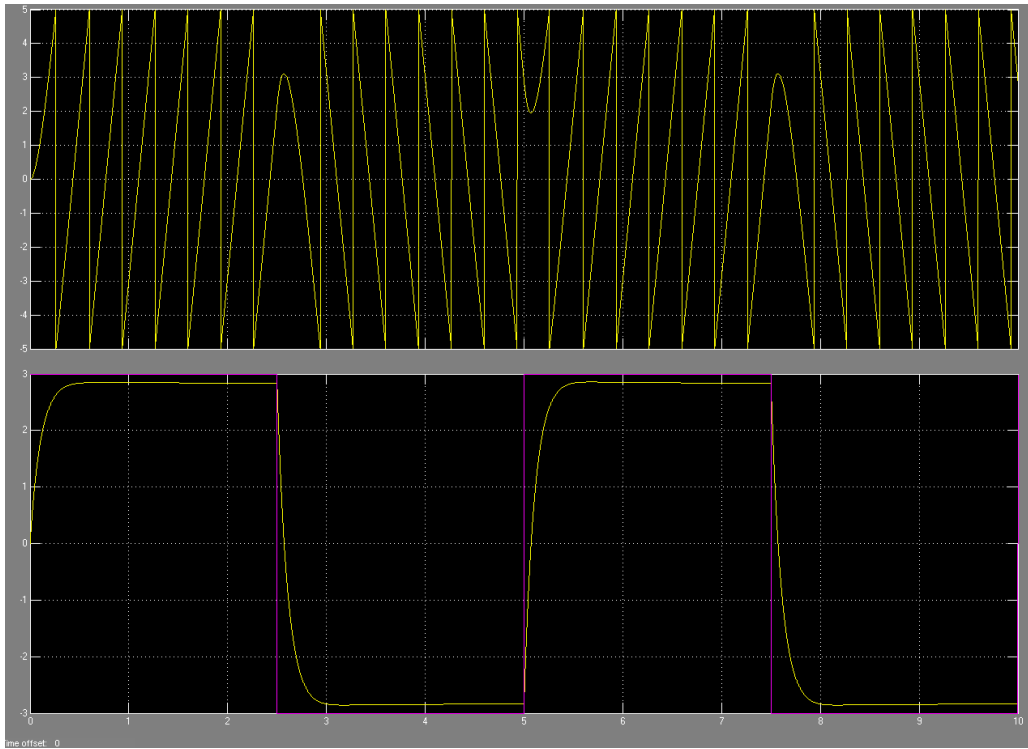


FIGURE 4.2 – Simulation des signaux V_s (Bloc du haut), de y_{ref} (Bloc du bas/courbe violet) et de V_m (Bloc du bas/courbe jaune)

4.2.1.3 Conclusion et Validation

4.2.2 Simulation sur moteur Réel

Nous souhaitons maintenant améliorer notre prototype avec le banc moteur directement. En utilisant la fonction de prototypage rapide de MATLAB, nous sommes capables de générer une émulation du micro contrôleur. Celui ci va s'occuper de récupérer les sorties mesurées du banc moteur, calculer la commande correspondantes et la générer sur l'entrée de commande du moteur.

4.2.2.1 Adaptation du modèle

4.2.2.2 Test et étude de performances

4.2.2.3 Conclusion et Validation

Chapitre 5

Commande temps discret

Afin d'implémenter la commande, nous avons dans un premier temps évalué les contraintes liées au support d'implémentation et dans un second temps nous allons adapter la commande de façon à ce qu'elle soit implémentable sur le micro-contrôleur. Ensuite, nous évaluerons cette transformation. Voici, ci-dessous figure 5.1, le schéma général des différents éléments. On remarque qu'il y a 4 composants et le détail, non exhaustif, des éléments

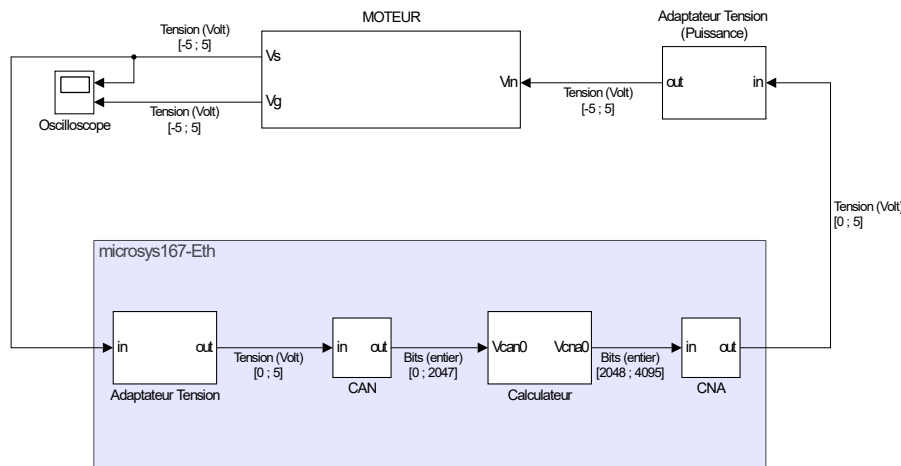


FIGURE 5.1 – Schéma des différents composants du montage.

utiles de la carte *microsys167-Eth*. Le bloc nommé moteur correspond au banc moteur présent en salle de TP. Le bloc adaptateur de tension (Puissance) est la carte qui permet de passer de la tension de commande (0 à 5 Volt) vers une tension adaptée au moteur (−5 à 5 Volt).

5.1 Contraintes hardware

Nous allons, dans cette partie, nous consacrer à une étude des contraintes matérielles. Dans un premier temps nous verrons quels sont les spécificités du micro-contrôleur. Puis, nous verrons les convertisseurs analogique/numérique et numérique/analogique et nous conclurons sur le choix du micro-contrôleur.

5.1.1 Micro-contrôleur C167

Pour ce projet, nous disposons d'un micro-contrôleur *C167* fabriqué par Siemens. Il est dans une carte *microsys167-Eth* qui lui ajoute des interfaces, des fonctionnalités et de la mémoire. La carte cadence le micro-contrôleur à 20 MHz, ajoute un 1 Mo de RAM et 512 Ko de Flash-EPROM. Nous disposons aussi d'adaptateurs de tension ([−5; 5] Volt vers [0; 5] Volt). Le *C167* offre différentes fonctionnalités, dont les interruptions matérielles, les tâches, les timers périodiques et un débogueur. Nous avons également des outils de développement permettant depuis un ordinateur, de créer un programme en C, le compiler pour le *C167*, l'envoyer sur celui-ci et si besoin de le déboguer et récupérer des valeurs sur un terminal. La fréquence de fonctionnement du *C167* est de 20 MHz et un cycle instruction faut 4 cycle CPU, donc la fréquence d'instruction est de 5 MHz. Le *C167* a également des entrées et des sorties numériques et analogiques. Nous allons maintenant vous parler des problématiques de conversions.

5.1.2 CAN / CNA

Nous allons détailler deux types de conversions nécessaires à ce projet.

CAN : (Conversion Analogique Numérique.) Durant cette opération, le convertisseur échantillonne grâce à un bloqueur (discrétisation temporelle) puis quantifie (discrétisation de l'amplitude) le signal analogique. Il restitue un signal numérique après un temps de conversion t_{CAN} . Nous avons besoin de ce type de convertisseur pour la lecture des entrées dans notre cas, V_D . La qualité de notre conversion dépend de plusieurs éléments :

- Le nombre de bits de sortie (la sortie ne pouvant prendre que $2^{n_{br}Bit}$ valeurs différentes). Nous avons des CAN 11 bits.
- La fréquence de conversion du signal analogique f_e par rapport à la fréquence utile maximale du signal à convertir f_{max} . Le théorème de Shannon préconise d'avoir au moins le rapport de l'équation 5.1, en pratique nous respecterons le rapport de l'équation 5.2. Cela évite le repliement.

$$f_e > 2 * f_{max} \quad (5.1)$$

$$f_e \approx 10 * f_{max} \quad (5.2)$$

Nous avons considéré que la fréquence utile maximale de la position d'un moteur à courant continu est d'environ $f_{max} = 100Hz$. Nous avons donc prendre :

$$f_e = 1kHz \quad (5.3)$$

$$T_e = 1ms \quad (5.4)$$

$$(5.5)$$

- La conversion doit être linéaire. En effet, il existe différentes erreurs possibles. Il peut y avoir un offset, une erreur de gain ou une non-linéarité intégrale ou différentielle (voir figure 5.2).

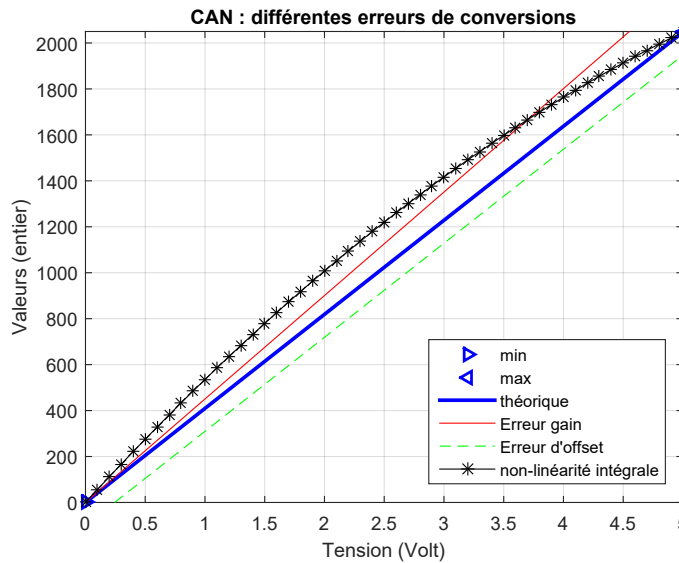


FIGURE 5.2 – Erreurs de conversions possibles sur le CAN

CNA : (Conversion Numérique Analogique.) Ici, le convertisseur transforme le signal numérique en un signal analogique après un temps de conversion t_{CNA} . Nous avons besoin de ce type de convertisseur pour la génération de la sortie dans notre cas, V_s . La qualité de notre conversion dépend de plusieurs éléments similaires au CAN. L'entrée du CNA est un entier codé sur 12 bits et il génère une tension comprise entre -5 et 5 Volts.

Par manque de temps, nous n'avons pas eu le temps mettre en place un protocole complet d'étude des erreurs de conversions, nous avons uniquement vérifié que les valeurs mesurées et générées correspondent à celles désirées. Nous avons fait ceci pour quelques valeurs (min, max et milieu).

Un protocole de test complet aurait été :

- Pour le CAN :
 - Générer, à partir d'un générateur de basse tension, un signal triangle de 0 à 5 Volt de fréquence faible.
 - Lire toutes les valeurs et les faire afficher sur un terminal par le micro-contrôleur.

- Les comparer (à l'aide d'un tableur ou de Matlab) et vérifier la linéarité de la conversion.
- À partir des ces résultats, créer une fonction qui corrige les erreurs, si possible.
- Pour le CNA :
 - Générer, à partir du micro-contrôleur un signal triangle de -5 à 5 Volt de fréquence faible.
 - Récupérer les valeurs à partir d'un CAN déjà corrigé (carte d'acquisition Matlab, ou le CAN précédemment si la correction donne de très bons résultats).
 - Les comparer (à l'aide d'un tableur ou de Matlab) et vérifier la linéarité de la conversion.
 - À partir des ces résultats, créer une fonction qui corrige les erreurs, si possible.

$$T_{CAN} = 14 * t_{cc} + 2 * t_{sc} + 4 * TLC \quad (5.6)$$

$$= 9,7\mu s \quad (5.7)$$

5.1.3 Conclusion

(contraintes tempo, squelette code correcteur)

5.2 Discrétisation de la commande

Nous allons à présent transformer la commande en temps continue en une forme qui permet l'implémentation sur un micro-contrôleur. Nous avons choisi de l'implémenter sous la forme d'une équation récurrente. Pour cela, dans un premier temps, nous avons transformé la commande (composée d'un observateur, d'un retour d'état et d'un pré-compensateur) en une forme espace d'états puis nous la discrétiserons. Ensuite, nous allons la transformer en une fonction de transfert pour finalement la transformer en équation récurrente.

5.2.1 Espace d'état à temps discret de la commande

La commande est de la forme suivante (figure 5.3) :

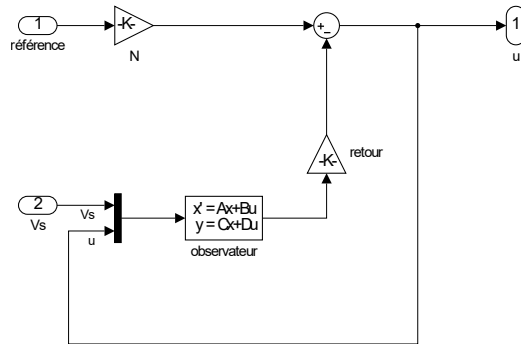


FIGURE 5.3 – Schéma de la commande par retour d'état à temps continue.

Voici, issue des équations 3.3 et 3.5, l'observateur simplifié (équation 5.8).

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + GV_S(t) + Bu(t) \\ \hat{x}(t) = z(t) \end{cases} \quad (5.8)$$

Ainsi que le retour d'état :

$$u(t) = -K\hat{x}(t) + NV_{ref}(t) \quad (5.9)$$

Nous allons rassembler ces équations afin de créer un nouvel espace d'état :

$$\begin{aligned} \begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + GV_S(t) + Bu(t) \\ u(t) = -Kz(t) + NV_{ref}(t) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \dot{z}(t) = (F - KB)z(t) + GV_S(t) + BN V_{ref}(t) \\ u(t) = -Kz(t) + NV_{ref}(t) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \dot{z}(t) = (F - KB)z(t) + \begin{bmatrix} G & BN \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_S(t) \\ V_{ref}(t) \end{bmatrix} \\ u(t) = -Kz(t) + \begin{bmatrix} N & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_S(t) \\ V_{ref}(t) \end{bmatrix} \end{cases} \end{aligned} \quad (5.10)$$

Maintenant que nous avons exprimé la commande sous la forme d'un espace d'état, avec pour entrées $V_{ref}(t)$ la consigne et $V_S(t)$, la sortie de position mesurée, nous pouvons discrétiser la commande. Nous avons choisi de discrétiser la commande grâce à matlab, avec l'option *tustin* afin d'avoir une commande la plus fidèle possible à celle en temps continue. Cela donne la commande à temps discret suivante :

$$\begin{cases} z(z-1) = Az(z) + B \begin{bmatrix} V_S(t) \\ V_{ref}(t) \end{bmatrix} \\ u(z) = Cz(z) + D \begin{bmatrix} V_S(t) \\ V_{ref}(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (5.11)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z(z-1) = \begin{bmatrix} 0.7679 & 0.03725 \\ -0.00193 & 0.6207 \end{bmatrix} z(z) + \begin{bmatrix} 0.08301 & 0.2089 \\ 3.612 & 0.001737 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_S(t) \\ V_{ref}(t) \end{bmatrix} \\ u(z) = \begin{bmatrix} 8.589 * 10^{-05} & -0.07211 \end{bmatrix} z(z) + \begin{bmatrix} 1.35 & -7.73 * 10^{-05} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_S(t) \\ V_{ref}(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

5.2.2 Équation récurrente

Nous allons maintenant transformer l'espace d'état de l'équation 5.11 en fonctions de transferts, à l'aide de matlab :

$$\frac{u(z)}{V_s(z)} = \frac{1.35z^2 - 2.135z + 0.8435}{z^2 - 1.389z + 0.4767} \quad (5.12)$$

$$\frac{u(z)}{V_{ref}(z)} = \frac{-7.73 * 10^{-05}z^2 - 8.582 * 10^{-21}z + 7.73 * 10^{-05}}{z^2 - 1.389z + 0.4767} \quad (5.13)$$

Afin d'avoir une commande causale, nous avons passer les fonctions de transferts en z^{-1} :

$$\frac{u(z^{-1})}{V_s(z^{-1})} = \frac{1.35 - 2.135z^{-1} + 0.8435z^{-2}}{1 - 1.389z^{-1} + 0.4767z^{-2}} \quad (5.14)$$

$$\frac{u(z^{-1})}{V_{ref}(z^{-1})} = \frac{-7.73 * 10^{-05} - 8.582 * 10^{-21}z^{-1} + 7.73 * 10^{-05}z^{-2}}{1 - 1.389z^{-1} + 0.4767z^{-2}} \quad (5.15)$$

Nous avons ensuite, à partir des équations 5.14 et 5.15, créer une seule équation :

$$\begin{aligned} u(z^{-1})(1 - 1.389z^{-1} + 0.4767z^{-2}) &= (1.35 - 2.135z^{-1} + 0.8435z^{-2})V_s(z^{-1}) \\ &\quad + (-7.73 * 10^{-05} - 8.582 * 10^{-21}z^{-1} + 7.73 * 10^{-05}z^{-2})V_{ref}(z^{-1}) \end{aligned} \quad (5.16)$$

Nous avons maintenant une seule équation pour représenter la commande à temps discret. Il faut maintenant la transformée en équation récurrente, pour cela nous allons utiliser la propriété suivante :

$$f(z)z^n = f_{k+n} \quad (5.17)$$

Cela donne, une fois réorganiser de façon à isoler la sortie u_k et à partir de l'équation 5.16 :

$$\begin{aligned} u_k &= 1.389u_{k-1} - 0.4767u_{k-2} + 1.35V_{s_k} - 2.135V_{s_{k-1}} + 0.8435V_{s_{k-2}} \\ &\quad - 7.73 * 10^{-05}V_{r_k} - 8.582 * 10^{-21}V_{r_{k-1}} + 7.73 * 10^{-05}V_{r_{k-2}} \end{aligned} \quad (5.18)$$

Où, par soucis de lisibilité, $V_s = V_s$ et $V_r = V_{ref}$. Le coût temporel de ce calcul est au minimum de $8 * 400ns = 3,2ms$. Maintenant que nous avons une équation implémentable sur micro contrôleur, il faut créer un code le permettant, à partir de celui fourni.

Chapitre 6

Implémentation

6.1 Transformation CAN/CNA

Afin de réaliser notre commande, nous avons dû transformer la valeur entière lue pour V_S par le CAN en un équivalent de la tension de type nombre à virgule flottante. Figure 6.1, nous pouvons observer les valeurs que peut convertir le CAN et les valeurs dont nous avons besoins. Nous n'utilisons ici que la moitié de la valeur lue par le convertisseur car nous n'avons besoin de convertir que des valeurs comprises entre 0 et 5 Volt. Ici, la plage de conversion est donc à moitié utilisée. Dans un premier temps, nous avons décaler la valeur lue (avec un et bit a bit) afin d'avoir la valeur sur $[0, 1023]$ (équation 6.1) puis nous avons réalisé la conversion en tension avec l'équation 6.2.

$$V_{CANr} = V_{CAN} \&_{bb} 1023 \quad (6.1)$$

$$V_{volt} = \frac{5}{2^{10} - 1} V_{CANr} \quad (6.2)$$

La génération de la sortie V_M nécessite aussi une conversion du CNA depuis la tension calculée par la commande (nombre à virgule flottante) vers un entier compris entre -5 et 5 Volts. Néanmoins, la commande calcule une valeur comprise entre -5 et 5 Volts, mais la carte de puissance branchée sur la sortie du CNA nécessite en entrée une tension comprise entre 0 et 5 Volt. Il faut donc, dans un premier temps, redresser la valeur calculée V_{com} par la sortie sur une intervalle $[0; 5]$ V_{redr} , puis le convertir en entier V_{CNA} . Pour cela nous utilisons les équations suivantes :

$$\begin{aligned} V_{red} &= \frac{1}{2} V_{com} + 2,5 \\ V_{CNA} &= \frac{10}{2^{12} - 1} V_{red} - 5 \\ V_{CNA} &= \frac{V_{com}}{819} - \frac{4090}{819} \end{aligned} \quad (6.3)$$

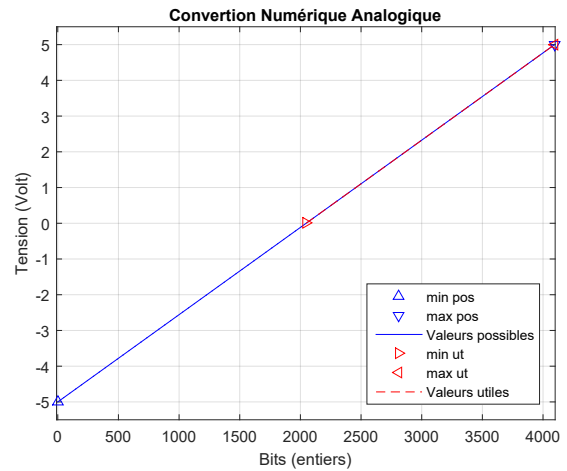
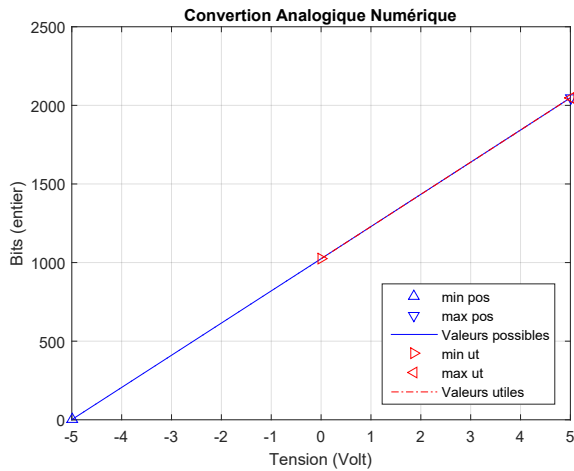


FIGURE 6.1 – Valeurs possibles et possibles du CAN

FIGURE 6.2 – Valeurs possibles et possibles du CNA

6.2 Implémentation

6.2.1 Description des taches

6.2.2 implémentation

6.2.3 Validation et correction

Chapitre 7

Bilan

Annexes

Annexe 1 - Scripts Matlab

Modèles et analyses

```
1 clear
2 close all
3 MoteurScript
4 %% Modele Niveau 0 - Ordre 4 - EE
5 %%% Modele espace d'etat LINEAIRE
6 % etat      = [ i1 ; i2 ; theta ; omega ]
7 % entree    = [ Vm ]
8 % sorties   = [ Vg ; Vs]
9
10 % Matrices EE
11
12 EE0.a      =[-R/L,      0,      0,      -Ke/L;
13             0,      -(R+Rchn)/L,      0,      -Ke/L;
14             0,      0,      0,      1;
15             Kc/J2,      Kc/J2,      0,      -mu/J2];
16
17 EE0.b      =[1/L;
18             0;
19             0;
20             0];
21
22 EE0.c      =[0, 0, 0,      Kg;
23             0, 0, Kr*Ks, 0 ];
24
25 EE0.d      =[0;
26             0];
27 % EE
28 EE0.ee= ss(EE0.a,EE0.b,EE0.c,EE0.d);
29 % Valeurs propres
30 EE0.vp = eig(EE0.ee);
31
32 % gain statique
33 EE0.gain = dcgain(EE0.ee(1));
34 %% Modele Niveau 1 - Ordre 3 - EE
35 %%% Modele espace d'etat LINEAIRE
36 % etat      = [ i1 ; omega ; theta ]
37 % entree    = [ Vm ]
38 % sorties   = [ Vg ; Vs]
39
40 % Matrices EE
41 EE1.a = EE0.a([1,3,4],[1,3,4]);
42 EE1.b = EE0.b([1, 3, 4]);
43 EE1.c = EE0.c(:, [1, 3, 4]);
44 EE1.d = EE0.d;
45
46 % Espace Etat
47 EE1.ee= ss(EE1.a,EE1.b,EE1.c,EE1.d);
```



```

48 % Valeurs propres
49 EE1.vp = eig(EE1.aa);
50
51 % gain statique
52 EE1.gain = dcgain(EE1.aa(1));
53 %% Modele Niveau 2 - Ordre 2 - EE
54 %%% Modele espace d'etat LINEAIRE
55 % etat      = [ theta ; omega ]
56 % entree    = [ Vm ]
57 % sorties   = [ Vg ; Vs]
58
59 % Matrices EE
60 % EE2.a = [ -(Ks*Ke)/(J2*R) , 0 ;
61 %          1 , 0 ]; % ca marche pas...
62 EE2.a = [ 0 , 1 ;
63           0 , -(Kc*Ke)/(R*J2)-(mu/J2) ];
64 EE2.b = [ 0 ;
65           Kc/(J2*R) ];
66
67 EE2.c = EE1.c(:, [2, 3]);
68 %EE2.c = [];
69 EE2.d = EE1.d;
70
71 % EE
72 EE2.aa = ss(EE2.a, EE2.b, EE2.c, EE2.d);
73 % Valeurs propres
74
75 EE2.vp = eig(EE2.aa);
76
77 % gain statique
78 EE2.gain = dcgain(EE2.aa(1));
79
80 % Commandabilitee
81 Controlabilite = ctrb(EE0.a, EE0.b);
82 disp('Controlable ?')
83 disp(rank(Controlabilite) == size(EE0.a, 1))
84
85 % Observabilite
86
87 [ABAR, BBAR, CBAR, T, K] = obsvf(EE0.a, EE0.b, EE0.c)
88
89 % etude de performance temporelle
90 EE0.stepChar = stepinfo(EE0.aa(1), 'SettingTime', 0.05)
91 EE1.stepChar = stepinfo(EE1.aa(1), 'SettingTime', 0.05)
92 EE2.stepChar = stepinfo(EE2.aa(1), 'SettingTime', 0.05)

```

Observateur et Asservissement

```

1 %% Creation de notre observateur
2 % reconstruction de tous les etats :
3 espaceEtat1
4
5 %% Cahier des charges
6 vp_desire = [-8; -5];
7 %% observateur
8 obsver.H = EE2.aa.b;
9 obsver.M = eye(size(EE2.aa.a));
10 obsver.vp = vp_desire*3; %*3
11 obsver.G = place(EE2.aa.a', EE2.aa.c(2,:), obsver.vp)'; % Ne pas utiliser
    acker
12

```

```

13 obsver.F = EE2.ee.a - obsver.G*EE2.ee.c(2,:);
14           %      a      b      c      D
15 obsver.ee = ss(obsver.F, [obsver.G obsver.H], obsver.M, 0);
16
17 %% commande
18
19 K = place(EE2.ee.a, EE2.ee.b, vp_desire);
20 K = [0 K(2)];
21 EE2_bf.a = [EE2.ee.a-EE2.ee.b*K      -EE2.ee.b*K;
22            [0 0; 0 0]                obsver.F];
23
24 EE2_bf.b = [EE2.ee.b; 0;0];
25
26 EE2_bf.c = [EE2.ee.c [0 0;0 0]];
27 EE2_bf.ee = ss(EE2_bf.a, EE2_bf.b, EE2_bf.c, EE2.ee.d);
28
29 EE2_bf.gain = dcgain(EE2_bf.ee(1));
30 %% Analyse du retour d'etat base observateur
31 % Pour EE1 :
32 % Changement de base de EE1
33 P = [0      0      1;
34      1      0      0;
35      0      1      0];
36 EE1_c.a = inv(P)*EE1.ee.a*P;
37 EE1_c.b = inv(P)*EE1.ee.b;
38 EE1_c.c = EE1.ee.c*P;
39
40 EE1_c.ee = ss(EE1_c.a,EE1_c.b,EE1_c.c,EE1.ee.d);
41
42 % Partitionnement de l'EE
43 EE1.A1 = EE1_c.ee.a(1:2,1:2);
44 EE1.A2 = EE1_c.ee.a(1:2,3);
45 EE1.A3 = EE1_c.ee.a(3,1:2);
46 EE1.A4 = EE1_c.ee.a(3,3);
47
48 EE1.B1 = EE1_c.ee.b(1:2);
49 EE1.B2 = EE1_c.ee.b(3);
50
51 EE1.C = [EE1_c.ee.c];
52
53
54 % Construction des matrices
55 EE1_obsver.A = [EE1.A1      EE1.A2      [0 0;0 0]      ;
56               EE1.A3      EE1.A4      [0 0 ]      ;
57               [0 0;0 0]      -EE1.A2      obsver.F];
58 EE1_obsver.B = [EE1.B1; EE1.B2; [0;0]];
59 EE1_obsver.C = [EE1.C [0 0;0 0];
60               [0 0 0 0 1]]; % Pour affiche de l'erreur
61                           % de reconstrction de la
62
63 % Espace d'etat
64 EE1_obsver.ee = ss(EE1_obsver.A ,EE1_obsver.B, EE1_obsver.C, [0;0;0]);
65
66
67 % gain statique
68 EE1_obsver.gain = dcgain(EE1_obsver.ee(1));
69 % comparaison de gain statique
70
71 err_gain_stat=EE2.gain - EE1_obsver.gain;
72
73 % Analyse pour EE0

```

```

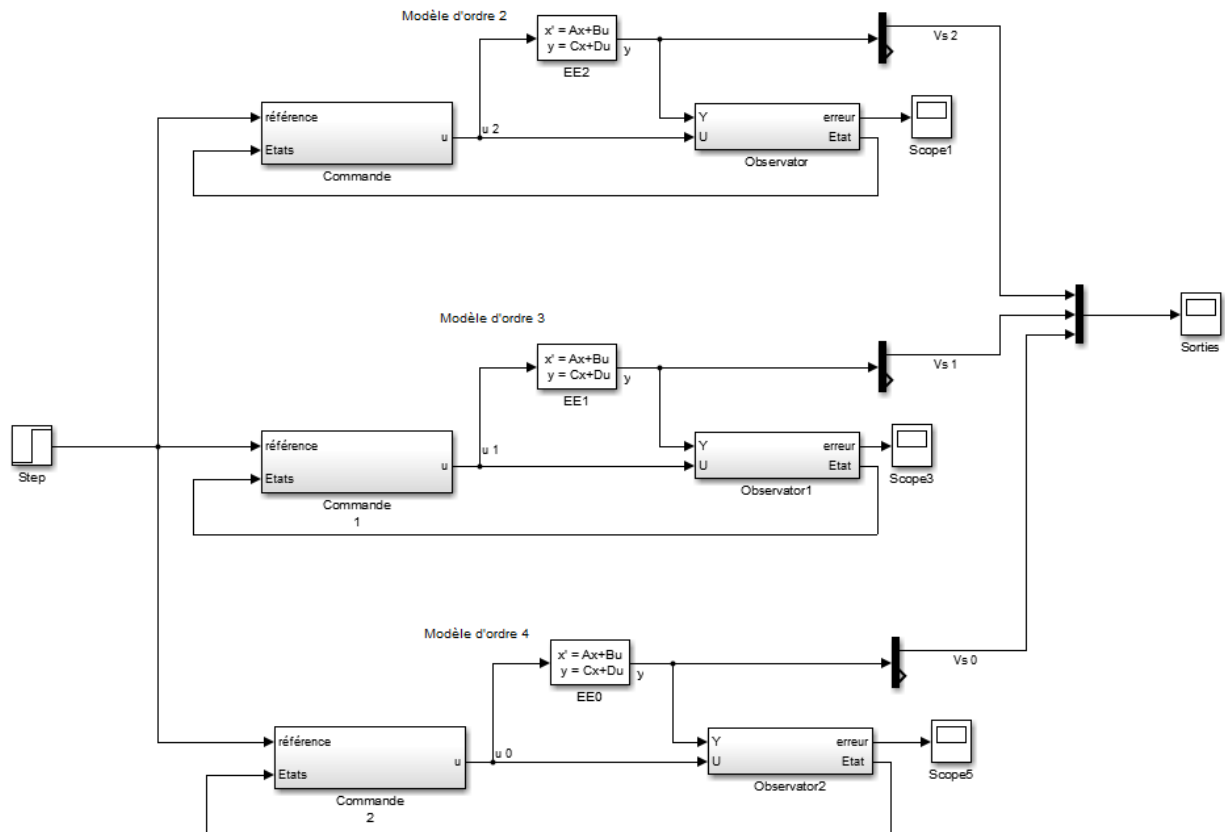
74 % Changement de base [theta, omega, i1, i2]
75 P_0 = [0 0 1 0; 0 0 0 1; 1 0 0 0; 0 1 0 0];
76
77 EE0_c.a = inv(P_0)*EE0.ee.a*P_0;
78 EE0_c.b = inv(P_0)*EE0.ee.b;
79 EE0_c.c = EE0.ee.c*P_0;
80
81 EE0_c.ee = ss(EE0_c.a,EE0_c.b,EE0_c.c, EE0.d);
82 % Partitionnement de l'EE
83 EE0.A1 = EE0_c.ee.a(1:2,1:2);
84 EE0.A2 = EE0_c.ee.a(1:2,3:4);
85 EE0.A3 = EE0_c.ee.a(3:4,1:2);
86 EE0.A4 = EE0_c.ee.a(3:4,3:4);
87
88 EE0.B1 = EE0_c.ee.b(1:2);
89 EE0.B2 = EE0_c.ee.b(3:4);
90
91 EE0.C = [EE0_c.ee.c];
92
93
94 % Construction des matrices
95 EE0_obsver.A = [EE0.A1      EE0.A2      [0 0;0 0]    ;
96                EE0.A3      EE0.A4      [0 0;0 0]    ;
97                [0 0;0 0]    -EE0.A2      obsver.F];
98 EE0_obsver.B = [EE0.B1; EE0.B2; [0;0]];
99 EE0_obsver.C = [EE0.C [0 0;0 0]]; % Pour affiche de l'erreur
100                                % de reconstrcution de la
101
102 EE0_obsver.ee = ss(EE0_obsver.A, EE0_obsver.B, EE0_obsver.C, EE0_c.ee.d);
103
104 % Analyse du trasfert de epsilon
105 EE0_obsver.vp = eig(EE0_obsver.ee);
106 % bodemag(EE1.ee(1), EE1_obsver.ee(1))
107
108 %%
109
110
111 %% Calcul du systeme en boucle ferme base observateur de EE1
112 %      cf Cours de GOUAISBAULT
113 % Etat EE0 : x = [ i1      ; i2      ; theta ; omega ]
114 % Etat EE1 : x = [ i1      ; theta ; omega ]
115 % Etat EE2 : x = [ theta ; omega ]
116
117 % EE1
118
119 EE1_bf.a = [EE1.A1-EE1.B1*K      EE1.A2      -EE1.B1*K      ;
120            EE1.A3-EE1.B2*K      EE1.A4      -EE1.B2*K;
121            [0 0;0 0]      -EE1.A2      obsver.F];
122 EE1_bf.b = EE1_obsver.B;
123 EE1_bf.c = EE1_obsver.C;
124
125 EE1_bf.ee = ss(EE1_bf.a, EE1_bf.b, EE1_bf.c, EE1_obsver.ee.d);
126 EE1_bf.vp = eig(EE1_bf.ee);
127
128 % EE0
129
130
131 EE0_bf.a = [EE0.A1-EE0.B1*K      EE0.A2      -EE0.B1*K      ;
132            EE0.A3-EE0.B2*K      EE0.A4      -EE0.B2*K;
133            [0 0;0 0]      -EE0.A2      obsver.F];
134 EE0_bf.b = EE0_obsver.B;

```

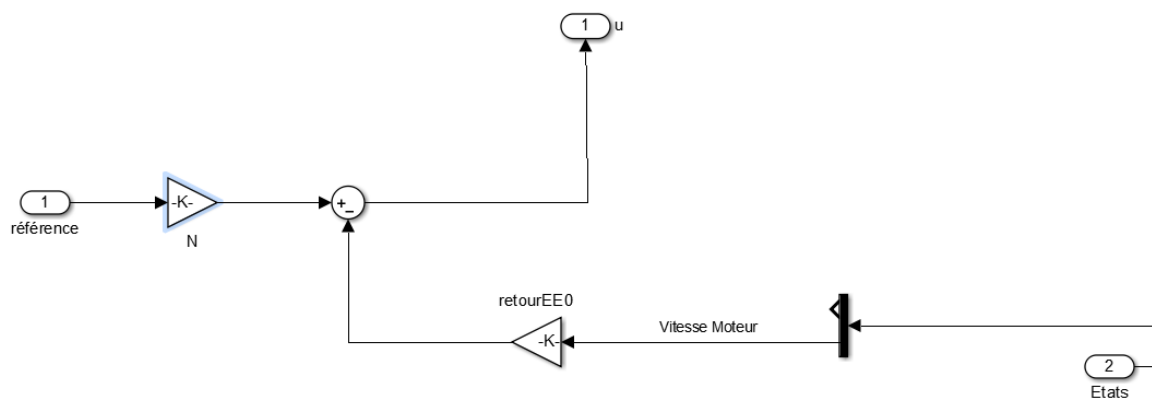
```
135 EEO_bf.c = EEO_obsver.C;  
136  
137 EEO_bf. ee = ss(EEO_bf.a, EEO_bf.b, EEO_bf.c, EEO_obsver.ee.d);  
138 EEO_bf.vp = eig(EEO_bf.ee);
```

Annexe 2 - Modèles SIMULINK

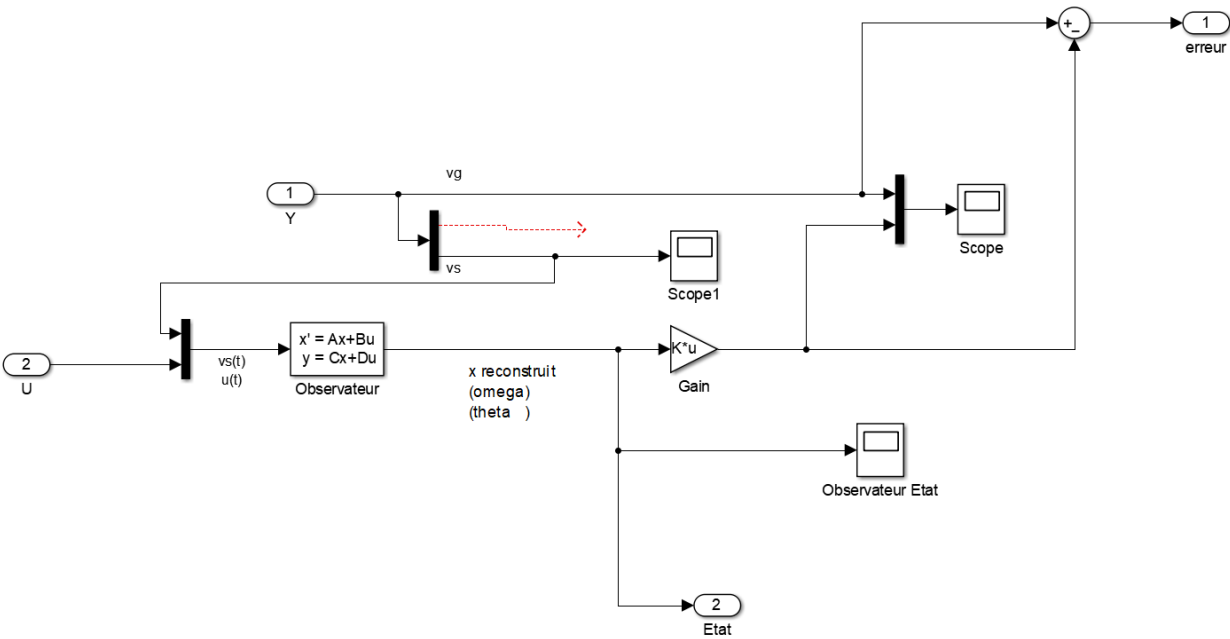
Modèle Global



Sous-système de commande



Sous-système d'observateur



Annexe 3 - Simulation *SIMULINK*

Modèles Non linéaire

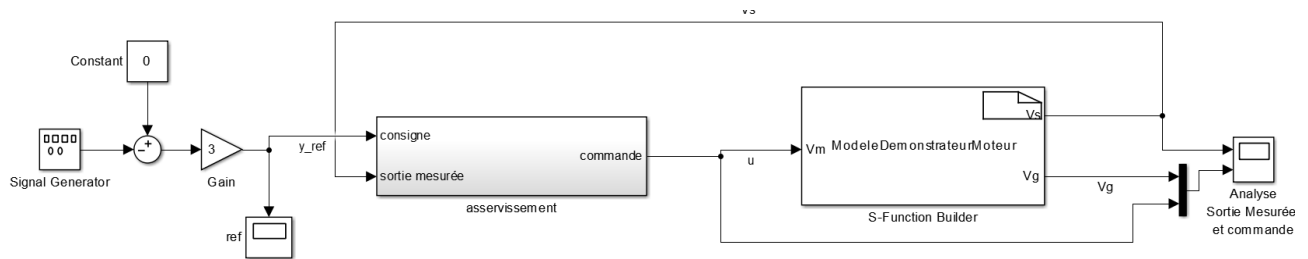


FIGURE 7.1 – Schéma *SIMULINK* complet de l'asservissement du modèle du moteur Non linéaire

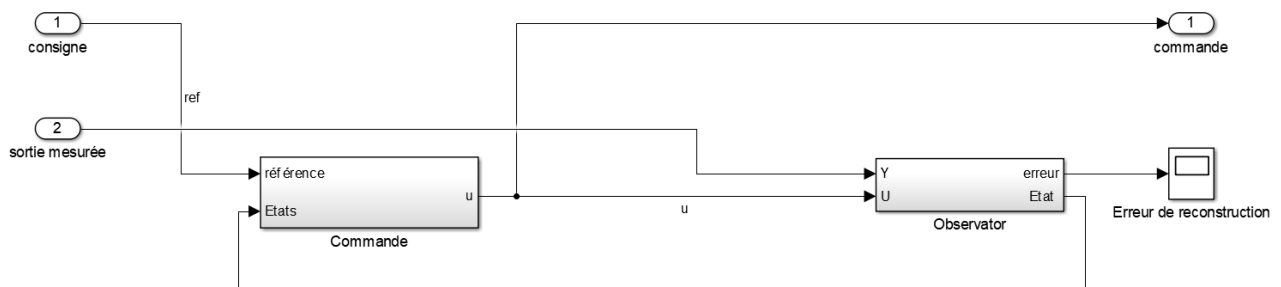


FIGURE 7.2 – Schéma *SIMULINK* du *sub-system* de commande

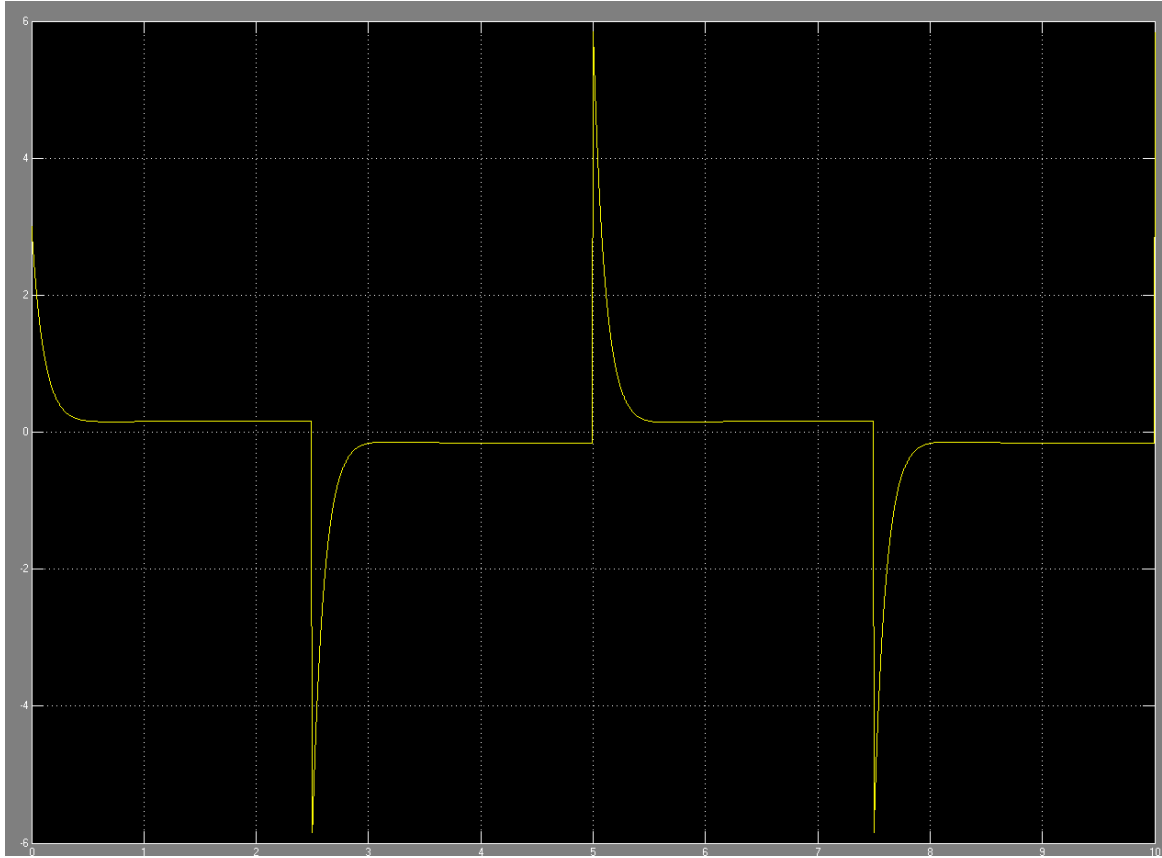


FIGURE 7.3 – Mesure de simulation de l'erreur ϵ entre la référence et la sortie V_s du modèle Non linéaire

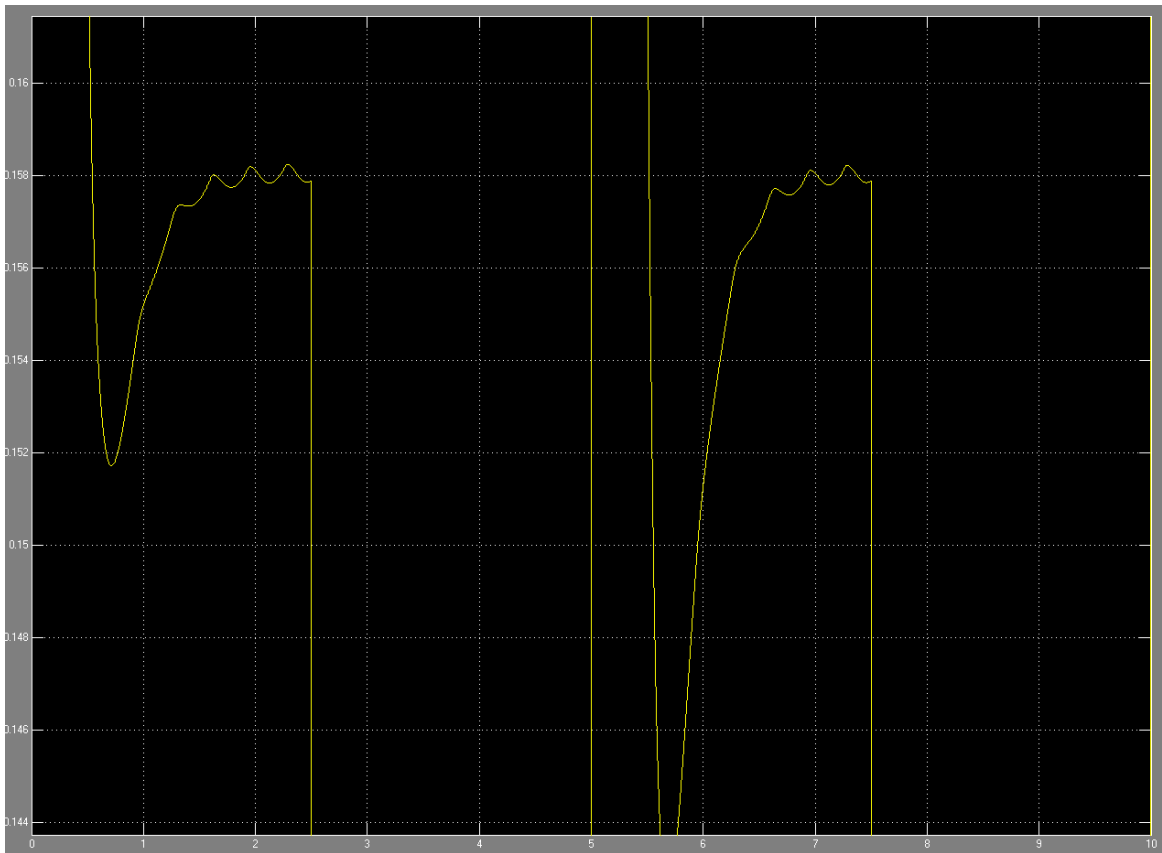


FIGURE 7.4 – Mesure de simulation de l'erreur ϵ du modèle Non linéaire centré sur l'axe des ordonnées en $[0.144; 0.16]$.