

Conception et mise en œuvre de commande à temps réel

- Rapport 1 : ANALYSE THÉORIQUE -

Auteurs :

Lucien RAKOTOMALALA
David TOCAVEN

Encadrants :

Sylvain DUROLA
Frédéric GOUAISBAUT
Yann LABIT

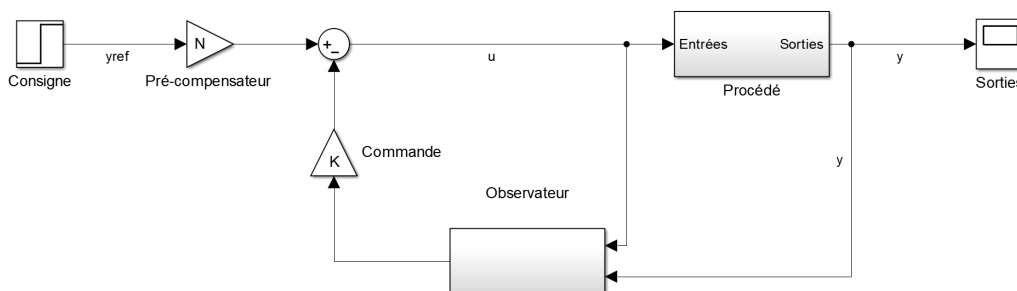


Table des matières

Introduction	1
1 Modélisation	2
1.1 Choix du formalisme et de la modélisation	2
1.2 Maquette et équations physiques	2
1.3 Modèle variant et non linéaire	4
1.4 Modèle de niveau 0, modèle EE0	4
1.5 Espace d'état d'ordre 3, modèle EE1	4
1.6 Espace d'état d'ordre 2, modèle EE2	4
2 Analyse	5
2.1 Analyses temporelles des Modèles	5
2.2 Analyses fréquentielles	5
3 Synthèse de commande	6
3.1 Commande du système EE2	6
3.1.1 Rédaction du cahier des charges et démarche de réponse	6
3.1.2 Calcul du retour d'état	6
3.1.3 Observateur ordre plein sur EE2	6
3.2 Adaptation de l'état de EE1	7
4 Planification de la suite de l'asservissement	8
Annexes	10
TITRE	10
TITRE	10
Annexe 2 - TITRE	11

Introduction

Dans cet UE, nous devons réaliser la commande d'un système temps réel du prototypage à l'implémentation sur un microcontrôleur : nous devons asservir un banc de moteurs à courant continu à l'aide d'un micro-contrôleur C167.

Ce premier rapport contient toute la partie théorique. Celle-ci est décomposée dans les trois premiers chapitres et un dernier chapitre qui détaille la suite des étapes à réaliser.

Le *chapitre 1 : Modélisation* contient l'étude physique qui nous a été donné en cours, le modèle le plus précis, non linéaire et variant, les différentes simplifications de celui-ci.

Ensuite, dans le *chapitre 2 : Analyse*, nous avons effectué une analyse de nos différents modèles afin de maîtriser l'impact de nos simplifications, étudier les performances de notre système et définir celles souhaitées. Nous avons réalisé cela grâce, autant que nous avons pu, à une approche théorique et grâce à des simulations.

Le *chapitre 3 : Synthèse de commande*, qui est le dernier chapitre de la partie théorique, contient la conception de l'asservissement et l'étude des performances de celle-ci sur les différents modèles de notre système.

Dans le *chapitre 4 : Planification de la suite de l'asservissement*, nous détaillons comment nous allons tester la validité de nos modèles par rapport au modèle physique et les différentes étapes de la mise en œuvre sur micro-contrôleur. Ce chapitre nous permettra d'organiser au mieux notre démarche afin que la commande implémentée respecte bien les contraintes temps réel, garantisse la stabilité et les performances attendues tout en étant adaptée au support d'implémentation et au moteur asservi.

Chapitre 1

Modélisation

1.1 Choix du formalisme et de la modélisation

Écriture des modèles sous forme d'espace d'état

Notre modélisation sera basée sur les modèles physiques qui décrivent les différents constituants de notre système de procédé : deux moteurs couplés l'un à l'autre par un arbre simple. L'un étant générateur de force mécanique et l'autre générateur de courant afin de faire office de charge (il dissipe son énergie sur une résistance). Il y a aussi un tachymètre couplé à l'arbre principal par un réducteur. Nos modèles seront donc des modèles de connaissances.

Nous avons choisis de faire une modélisation espace d'état pour différentes raisons. La première est que cette représentation permet de d'étudier facilement la valeur des différents états (l'étude de la stabilité asymptotique, par exemple, est simplifiée en dans un modèle espace d'état). Elle permet aussi de garder les états non observables et non commandables dans le modèle, une modélisation par fonctions de transferts ne le permet pas. Ce choix nous permet aussi, pour la suite, de concevoir un asservissement par retour d'état basé observateur, qui est l'asservissement que nous avons choisi. Le choix d'un modèle de connaissance améliore aussi l'analyse de l'influence des différents paramètres du modèle, ce qui nous permettra d'affiner notre modèle lors des tests sur le système réel.

1.2 Maquette et équations physiques

Voici, figure 1.1, un schéma électrique et physique du banc qui fait office de procédé dans notre asservissement. Le circuit électrique de gauche correspond au Moteur à Courant Continu 1 (MCC) qui délivre la puissance

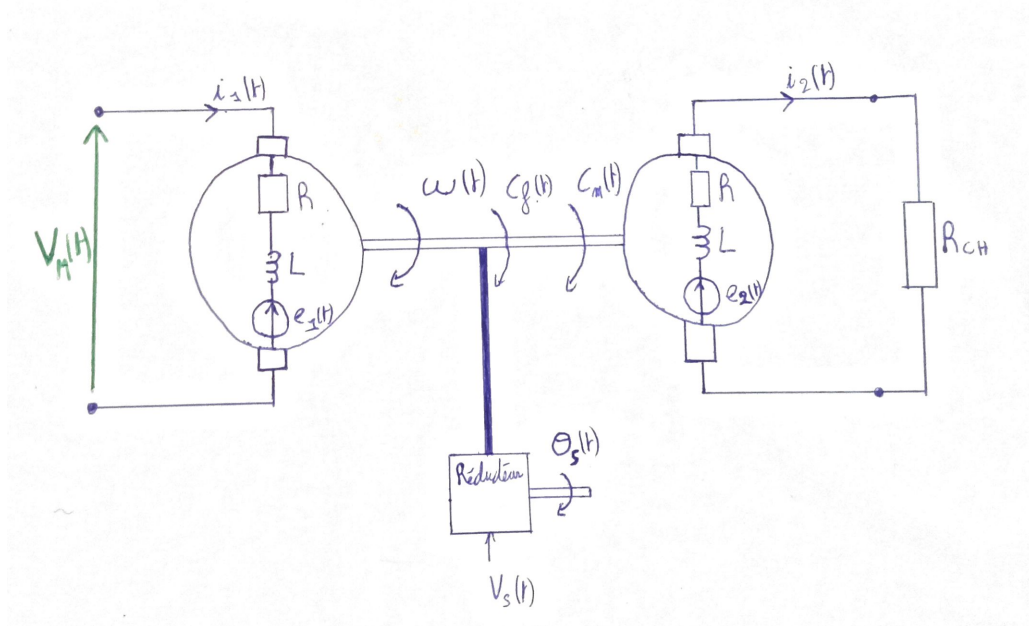


FIGURE 1.1 – Schéma électrique/physique du banc moteur

mécanique à partir d'une tension d'entrée V_M . Celle-ci est l'entrée de notre procédé. Le schéma électrique de

droite représente le MCC 2, générateur de puissance électrique qui fait office de charge en alimentant une résistance R_{CH} . Entre ces deux schémas électriques, se trouve une représentation de l'arbre, des forces qu'il subit, du réducteur et du tachymètre qui délivre une tension proportionnelle à la position du moteur, c'est le signal V_s que nous étudions en tant que sortie.

Voici les différentes équations décrivant notre procédé :

- Équations des moteurs :

$$V_m(t) = Ri_1(t) + L \frac{di_1(t)}{dt} + e_1(t) \quad (1.1)$$

$$e_2(t) = (R + R_{CH})i_2(t) + L \frac{di_2(t)}{dt} \quad (1.2)$$

- Équations banc :

$$J_2 \frac{d\omega(t)}{dt} = C_m(t) + C_f(t) \quad (1.3)$$

$$\frac{d\theta_s(t)}{dt} = \omega(t) \quad (1.4)$$

$$e_1(t) = K_e \omega(t) \quad (1.5)$$

$$e_2(t) = K_e \omega(t) \quad (1.6)$$

$$C_m(t) = K_c i_1(t) - K_c i_2(t) \quad (1.7)$$

$$C_f(t) = -\mu \omega(t) - C_0(t) \quad (1.8)$$

$$R_{CH}(t) = R_{CHn} + r R_{CH}(t) \Delta_1 \quad (1.9)$$

$$C_0(t) = -\text{sign}(C_m(t))C \quad (1.10)$$

$$V_s(t) = K_r K_s \theta_s(t) \quad (1.11)$$

$$V_g(t) = K_g \omega(t) \quad (1.12)$$

Où :

R La résistance de l'induit aux moteurs.

L L'inductance de l'induite des moteurs.

$i_1(t), i_2(t)$ Respectivement le courant dans les moteurs 1 et 2.

$e_1(t), e_2(t)$ Respectivement la force électromotrice des moteurs 1 et 2.

$R_{CH}(t)$ Résistance de charge.

J_2 Inertie totale (somme des inerties du rotor, du réducteur et de la charge).

$\omega_s(t)$ Position radiale de l'arbre.

θ_s Vitesse de rotation de l'arbre.

$C_m(t)$ Couple de l'arbre.

$C_f(t)$ Couple de frottement.

K_e Constante de force électromagnétique.

K_c Constante de couple.

μ Coefficient de frottement visqueux.

$C_0(t)$ Couple de frottement sec si rotation.

R_{CHn} Résistance de charge nominale.

$r R_{CH}$ Rayon de l'incertitude de la résistance de charge.

Δ_1 Perturbation bornée en $[-1; 1]$.

K_r Facteur de réduction.

K_s Constante du potentiomètre.

K_g Constante de la génératrice tachymétrique.

$V_g(t)$ Tension reflétant la vitesse de rotation de l'arbre. Sortie de performance non mesurée.

C Couple de frottement sec si $\omega(t)$ assez grande.

1.3 Modèle variant et non linéaire

1.4 Modèle de niveau 0, modèle EE0

- Variables d'état :

$$\begin{pmatrix} \theta_s(t) \\ \omega(t) \\ i_1(t) \\ i_2(t) \end{pmatrix} = X(t) \quad (1.13)$$

Pour commencer l'étude avec un espace d'état, nous proposons de poser un premier modèle d'état d'ordre 4. Le vecteur d'état choisit est :

$$X(t) = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \Omega_m \\ \Theta_m \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Le modèle d'ordre 4 vaut donc :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & -\frac{K_e}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{(R+R_{ch})}{L} & -\frac{K_e}{L} & 0 \\ \frac{K_e}{J_2} & \frac{K_e}{J_2} & \frac{\mu}{J_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} X(t) + \begin{pmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} V_m(t) \\ Y(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & K_g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_r K_s \end{pmatrix} X(t) \end{cases} \quad (1.15)$$

1.5 Espace d'état d'ordre 3, modèle EE1

1.6 Espace d'état d'ordre 2, modèle EE2

Pour correspondre avec un modèle de comportement, nous allons à nouveau réduire la représentation d'état (1.15) pour obtenir un modèle d'ordre 2. Pour cela, nous allons annuler l'effet des dynamiques des courants i_1 et i_2 qui sont beaucoup plus grandes que les dynamiques de ω et θ , qui sont celles que nous sommes capable de mesurer et que nous souhaitons asservir.

INVERSER BBBBBBBBBBBBBB!!

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{(K_e K_e)}{J_2 R} - \frac{\mu}{J_2} \end{pmatrix} X(t) + \begin{pmatrix} \frac{K_e}{J_2 R} \\ 0 \end{pmatrix} V_m(t) \\ Y(t) = \begin{pmatrix} 0 & K_g \\ K_r K_s & 0 \end{pmatrix} X(t) \end{cases} \quad (1.16)$$

Chapitre 2

Analyse

2.1 Analyses temporelles des Modèles

2.2 Analyses fréquentielles

Chapitre 3

Synthèse de commande

3.1 Commande du système EE2

3.1.1 Rédaction du cahier des charges et démarche de réponse

Après l'étude que nous venons de réaliser sur notre système, nous allons ici exprimer les attentes que doit réaliser la commande que nous allons implémenter. Nous souhaitons avoir :

— Erreur de position nulle.

La commande de notre système doit permettre d'asservir le système en vitesse, par rapport à une consigne. Pour respecter, nous allons réaliser un placement de valeurs propres par retour d'état.

3.1.2 Calcul du retour d'état

Pour garantir les performances dynamiques souhaitées, nous allons appliquer un placement de pôles par retour d'état. Ce réajustement des valeurs propres de la matrice dynamique du système nous permettra de répondre aux attentes du cahier de charges si le choix de celles-ci est correct. De même, nous devons choisir des valeurs propres qui ne sont pas être trop éloignées de celles du procédé, pour ne pas être trop exigeant avec la commande et le système. Nous avons avec ces spécifications choisi les valeur propres suivantes :

$$\lambda = \begin{pmatrix} -4 & -5 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

La commande par retour d'état est une technique d'asservissement qui permet de modifier le signal d'entrée du système en fonction de la sortie mesuré et une référence. Cette nouvelle loi de commande s'écrit :

$$u(t) = Ny_{ref} - Ky(t) \quad (3.2)$$

avec N un gain de pré-compensation, y_{ref} la vitesse de référence, $y(t)$ la sortie mesuré du système et K le gain de retour. Si l'on applique cette loi à notre système, on obtient :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = (A - BK)X(t) + BNy_{ref} \\ Y = CX(t) \end{cases}$$

Ainsi la nouvelle dynamique du système est donnée par la matrice $A' = (A - BK)$ et doit admettre les valeurs propres que nous désirons appliquer à notre système. A et B étant des paramètres du système, nous allons utiliser le gain K pour répondre à ce problème. Avec la fonction *place* de MATLAB, nous sommes capable de concevoir ce vecteur K .

3.1.3 Observateur ordre plein sur EE2

Pour pouvoir réaliser notre commande par retour d'état, nous devons tous d'abord reconstruire l'ensemble des états du système dont nous n'avons pas accès. Dans notre cas, nous disposons d'une mesure de la vitesse Ω avec la tension de sortie V_s mais aucune information sur la position Θ , l'implémentation d'un observateur est donc nécessaire pour au minimum reconstruire cet état.

Nous préférons reconstruire Ω et θ à partir de V_s et de l'entrée de EE2 pour simplifier les calculs nécessaire à sa construction. Il est représenté par :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + Gy(t) + Hu(t) \\ \hat{x} = Mz(t) + Ny(t) \\ \epsilon = x - \hat{x} \end{cases}$$

où x représente l'état du système, \hat{x} l'état du système reconstruit et ϵ l'erreur d'estimation à un temps t . Nous souhaitons contrôler la dynamique de ce paramètres pour pouvoir estimer correctement notre système. Pour cela, nous nous intéressons à :

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon} &= \dot{x} - \dot{\hat{x}} \\ \Leftrightarrow \dot{\epsilon} &= Ax + Bu - F\hat{x} - Gy - Hu \text{ en considérant } M = 1 \text{ et } N = 0 \\ \Leftrightarrow \dot{\epsilon} &= Ax - F\hat{x} - GCx + u(B - H) \\ \dot{\epsilon} &= (A - GC - F)x + F\epsilon + u(B - H)\end{aligned}$$

Il vient alors $F = A - GC$ et $B = H$ pour obtenir $\dot{\epsilon} = F\epsilon$. Ainsi l'erreur d'estimation est autonome et ne dépend pas des entrées et sorties du système, et il vient $\epsilon(t) = e^{Ft}\epsilon(0)$. Les valeurs propres de F vont ainsi déterminer la dynamique de l'erreur d'estimation, nous choisissons de les faire dépendre des valeurs propres désirées dans la partie 3.1.2

3.2 Adaptation de l'état de EE1

On a réorganisé les états de EE1 de façon à ce que les état observable soient en haut et les non observable en bas.

- Etats observables : Ω_m et Θ_m .
- Etat non observable : i_1
- L'espace d'état est donc :

$$\overline{X} = \begin{bmatrix} \Omega_m \\ \Theta_m \\ i_1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Pour passer de X à \overline{X} , il faut faire une matrice de passage P_X .

$$P_X \quad / \quad \overline{X} = P_X \cdot X \quad (3.4)$$

$$P_X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$(3.6)$$

Maintenant, nous devons calculer \overline{A} , \overline{B} , \overline{C} , \overline{D} pour le nouvel espace d'état lié à \overline{X} .

$$\begin{cases} \overline{A} &= P^{-1}AP \\ \overline{B} &= P^{-1}B \\ \overline{C} &= CP \end{cases} \quad (3.7)$$

Chapitre 4

Planification de la suite de l'asservissement

Annexes

Annexe 1 - TITRE

Annexe 2 - TITRE