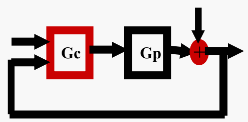


CONTROL PREDICTIVO
Model Predictive Control MPC

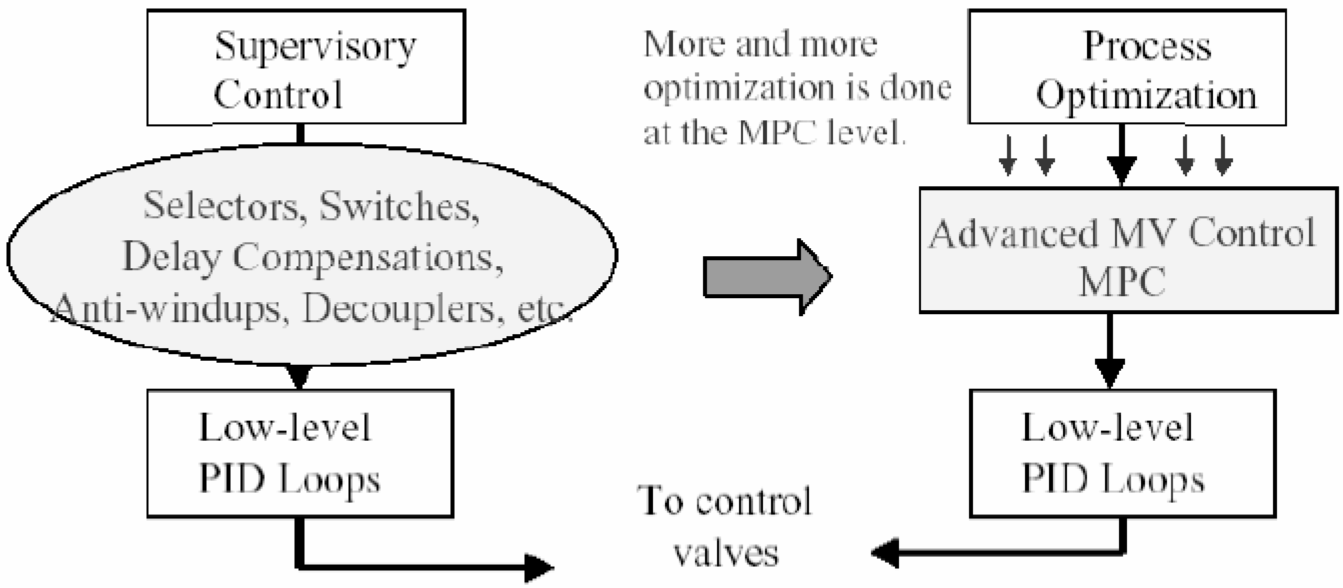
INTRODUCCIÓN:

- Los algoritmos de control predictivos **MPC** (Model Predictive Control), son los únicos desarrollos de los denominados controladores avanzados que tienen una exitosa trayectoria en el campo industrial.
- En la actualidad existen 5 licencias comerciales y más de 2200 aplicaciones en uso incluyendo petroquímica, minería, industria alimentaria y otras. Los primeros desarrollos fueron:
  - IDCOM, Richalet 1976.
  - DMC, Cutler & Ramaker 1979.
  - QDMC, Shell Oil 1983.

Application by 5 major MPC vendors in North America / Europe (Badgwell, 1996)

Area	DMC Coop.	Setpoint Inc.	Honeywell Profimatics	Adersa	Treiber Controls	Total
Refining	360	320	290	280	250	1500
Petrochemicals	210	40	40	-	-	290
Chemicals	10	20	10	3	150	193
Pulp and Paper	10	-	30	-	5	45
Gas	-	-	5	-	-	5
Utility	-	-	2	-	-	2
Air Separation	-	-	-	-	5	5
Mining/Metallurgy	-	2	-	7	6	15
Food Processing	-	-	-	41	-	41
Furnaces	-	-	-	42	-	42
Aerospace/Defence	-	-	-	13	-	13
Automotive	-	-	-	7	-	7
Other	10	20	-	45	-	75
Total	600	402	377	438	416	2233
First App	DMC:1985	IDCOM-M:1987 SMCA:1993	PCT:1984 RMPCT:1991	IDCOM:1973 HIECON:1986	OPC:1987	
Largest App	603×283	35×28	28 ×20	-	24×19	

- **MPC provides a systematic, consistent, and integrated solution to process control problems with complex features:**
  - **Delays, inverse responses and other complex dynamics.**
  - **Strong interactions (e.g., large RGA)**
  - **Constraints (e.g., actuator limits, output limits)**



- MPC es la solución para sistemas multivariables, altamente acoplados, con excesos de grados de libertad, con dinámica relativamente lenta y respuestas lineales o levemente no-lineales

- En general, un algoritmo de control predictivo **MPC** puede ser formulado como un problema de optimización donde se determina una secuencia optima de **M** movimientos de la variable manipulada ***u*** tal de minimizar una función objetivo que se calcula sobre la base de **N** predicciones de salidas del proceso.

- Solucionado el problema, solo el primer movimiento de la variable manipulada se implementa en el proceso ***u***(k), y el problema de optimización se calcula nuevamente para el próximo instante.

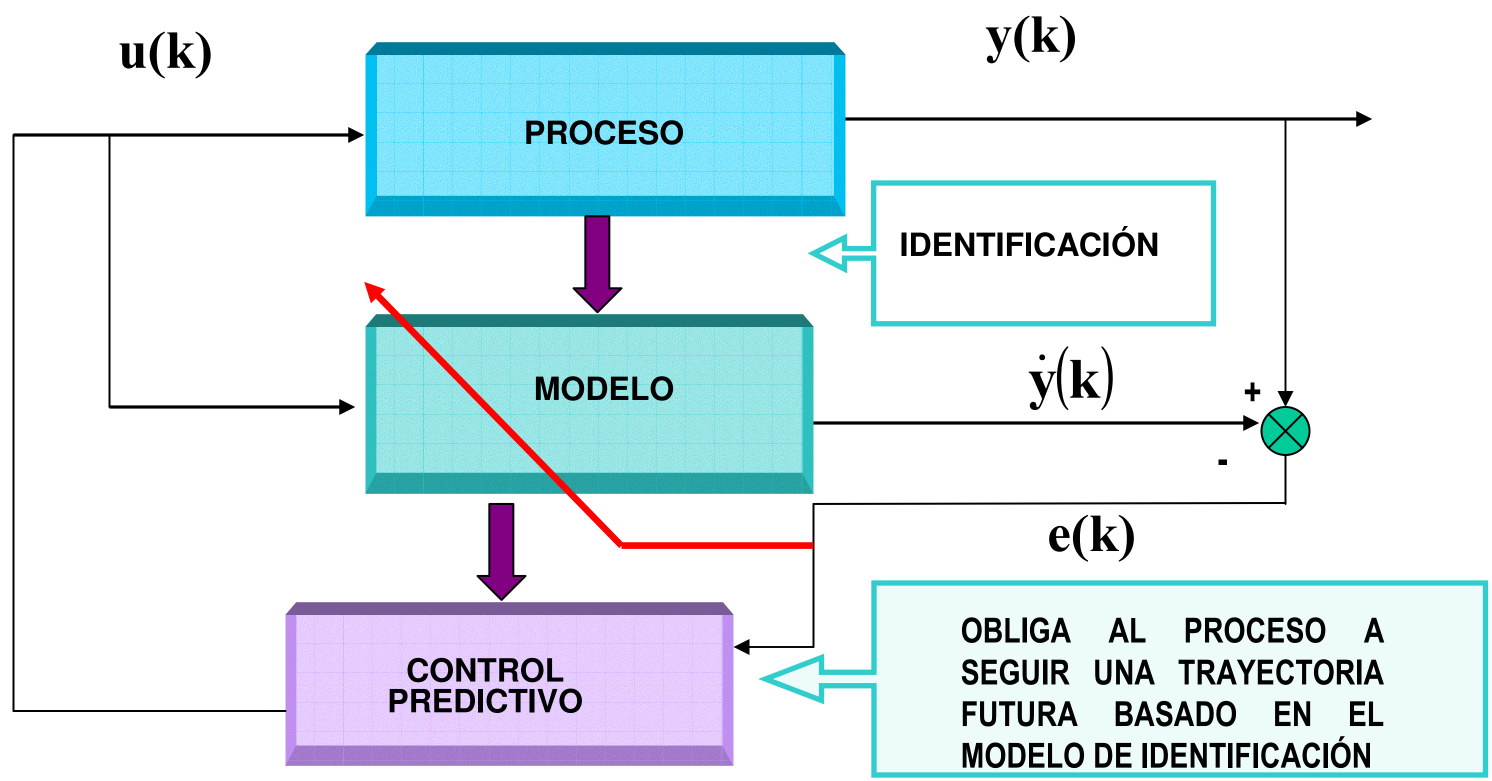
COMPONENTES

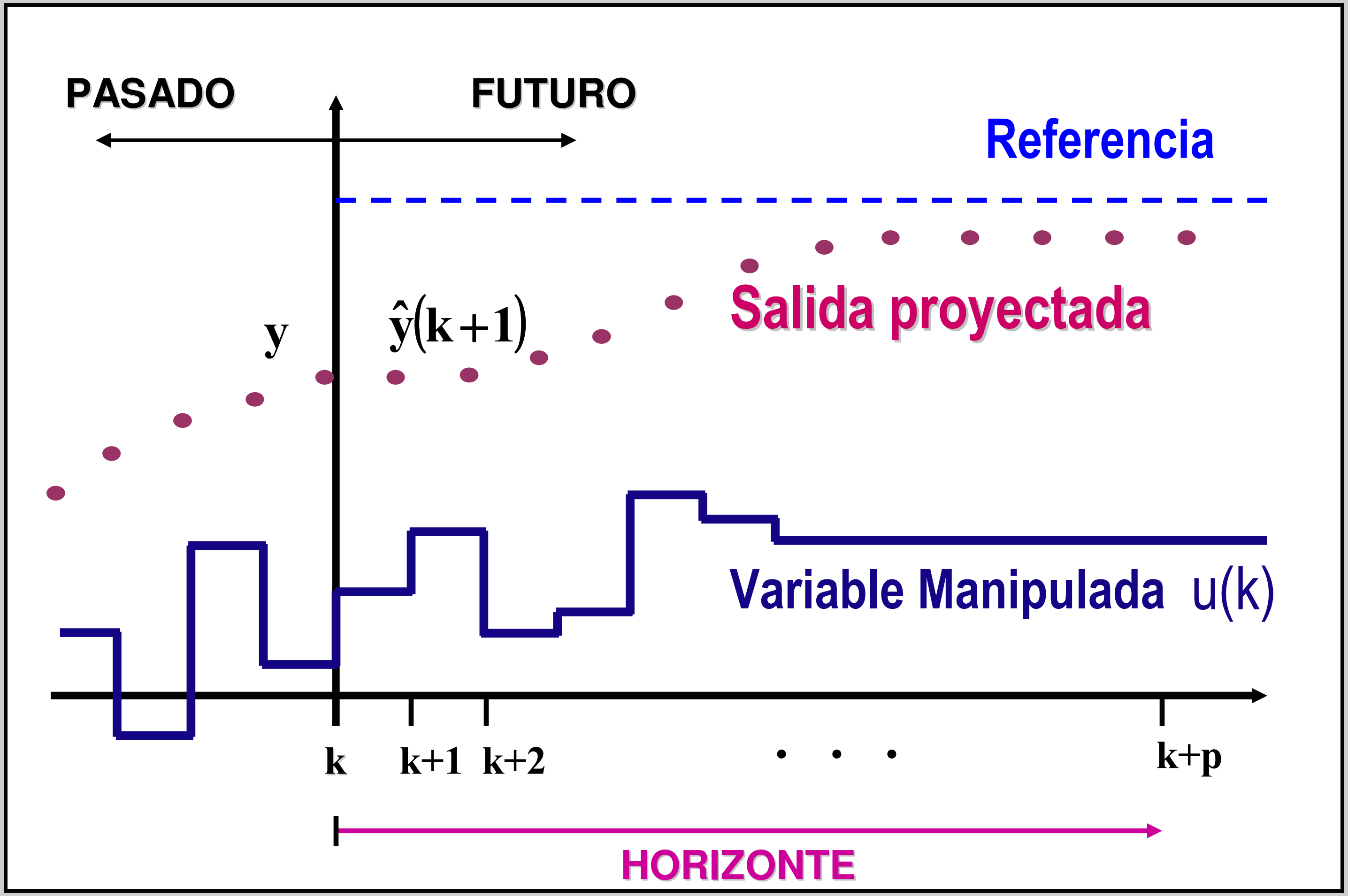
- Modelo interno. (FT – FIR –Step- SS) _
- Trayectoria de referencia. (Cte – Filtrada)
- Algoritmo de Solución. (QP, NLP, AG)
- Compensación de errores (medido, adaptivo)

- En las formulaciones el tiempo presente es k.

  Tomando como punto de referencia el tiempo presente, el algoritmo usa la información pasada, (y(k-1), y(k-2) ,...,u(k-1), u(k-2),...),y el valor medido en el tiempo presente y(k), para calcular a través de un modelo una secuencia de controles futuros tal que siga una trayectoria deseada

- Para una mejor comprensión vamos a analizar el siguiente diagrama que resume la estrategia del control predictivo.


u(k)
PROCESO
y(k)
IDENTIFICACIÓN
MODELO
ẏ(k)
+
-
e(k)
CONTROL PREDICTIVO
OBLIGA AL PROCESO A SEGUIR UNA TRAYECTORIA FUTURA BASADO EN EL MODELO DE IDENTIFICACIÓN


PASADO
FUTURO
Referencia
Salida proyectada
y
$\hat{y}(k+1)$
Variable Manipulada u(k)
k
k+1
k+2
. . .
k+p
HORIZONTE

- Matemáticamente un controlador predictivo puede ser formulado de la siguiente manera:

$$\min_{\Delta u(\text{FUTURO})} \sum_{i=1}^{N} \Gamma_i \cdot \left(\vec{y}_S - \hat{y}(k+i)\right)^2 + \sum_{j=1}^{M} \lambda_i \Delta u(\text{FUTURO})$$

Sujeto a:

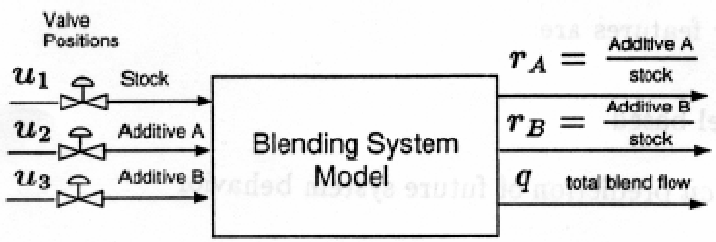
i) Movimiento de v. Manipuladas $\Delta u_{min} < \Delta u(k+i) < \Delta u_{max}$

ii) Límite de v. Manipuladas $u_{min} \leq u(k+i) \leq u_{max}$

iii) Movimiento de Predicción $\Delta \hat{y}_{min} \leq \Delta \hat{y}(k+i) \leq \Delta \hat{y}_{max}$

iv) Límite de Predicción $\hat{y}_{min} \leq \hat{y}(k+i) \leq \hat{y}_{max}$

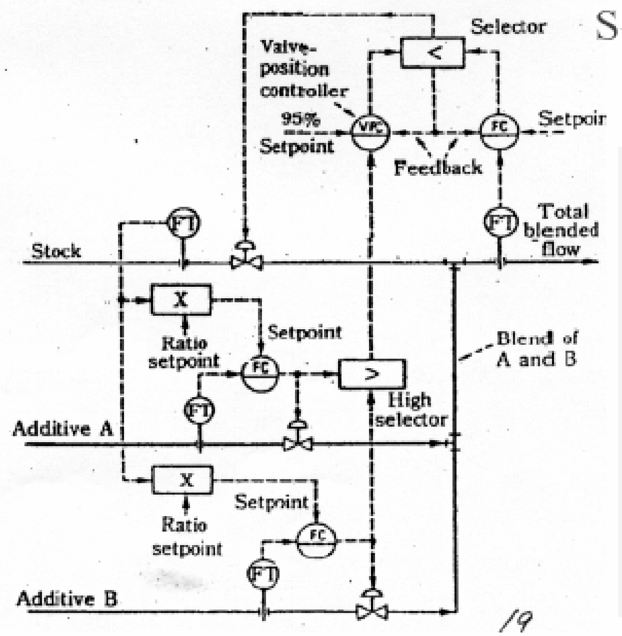
• Example 1: Blending control system



•Control r_A and r_B.
•Control q if possible.
•Flowrates of additives are limited.

Classical Solution

MPC: Solve at each time k



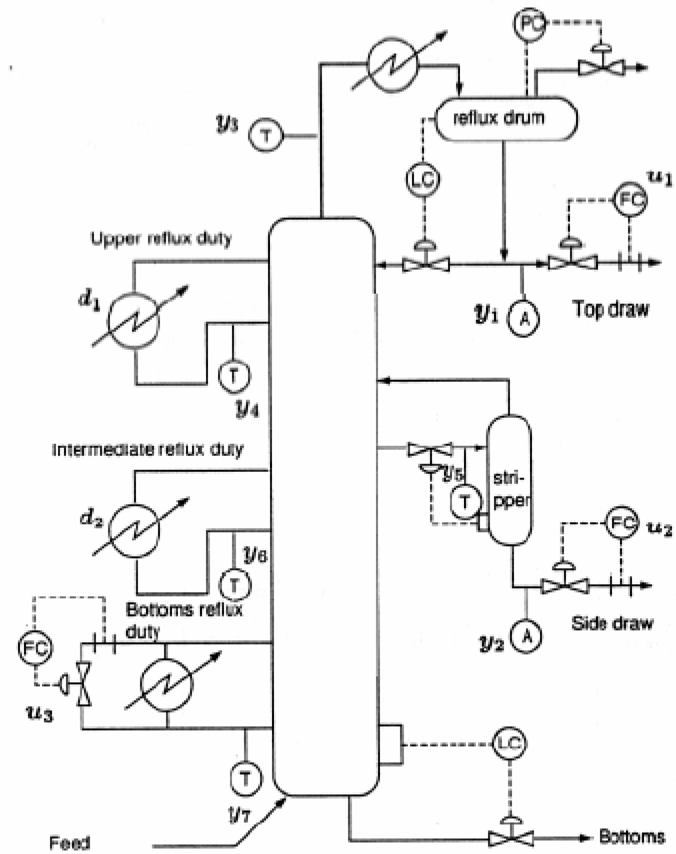
p=Size of prediction window

$$\min_{\substack{u_1(j),u_2(j),u_3(j)\\ j=k,\cdots,k+p-1}} \sum_{i=1}^{p} \left(r_A(k+i\,|\,k)-r_A{}^*\right)^2 + \left(r_B(k+i\,|\,k)-r_B{}^*\right)^2 + \gamma\left(q(k+i\,|\,k)-q^*\right)^2$$

$$(u_i)_{\min} \le u_i(j) \le (u_i)_{\max},\ i=1,\cdots,3,$$

$$\gamma << 1$$

Ejemplo 2 Fraccionador FuelOil



- Keep $y_7 \geq T_{min}$
- Control the two compositions y_1 and y_2
- Minmize u_3 to maximize the heat recovery.

Solution using the classical tools will be very complicated and a satisfactory solution is not known.

It is fairly easy to translate the above objective (as well as the valve limits) as a minimization function and inequality constraints as required by MPC.

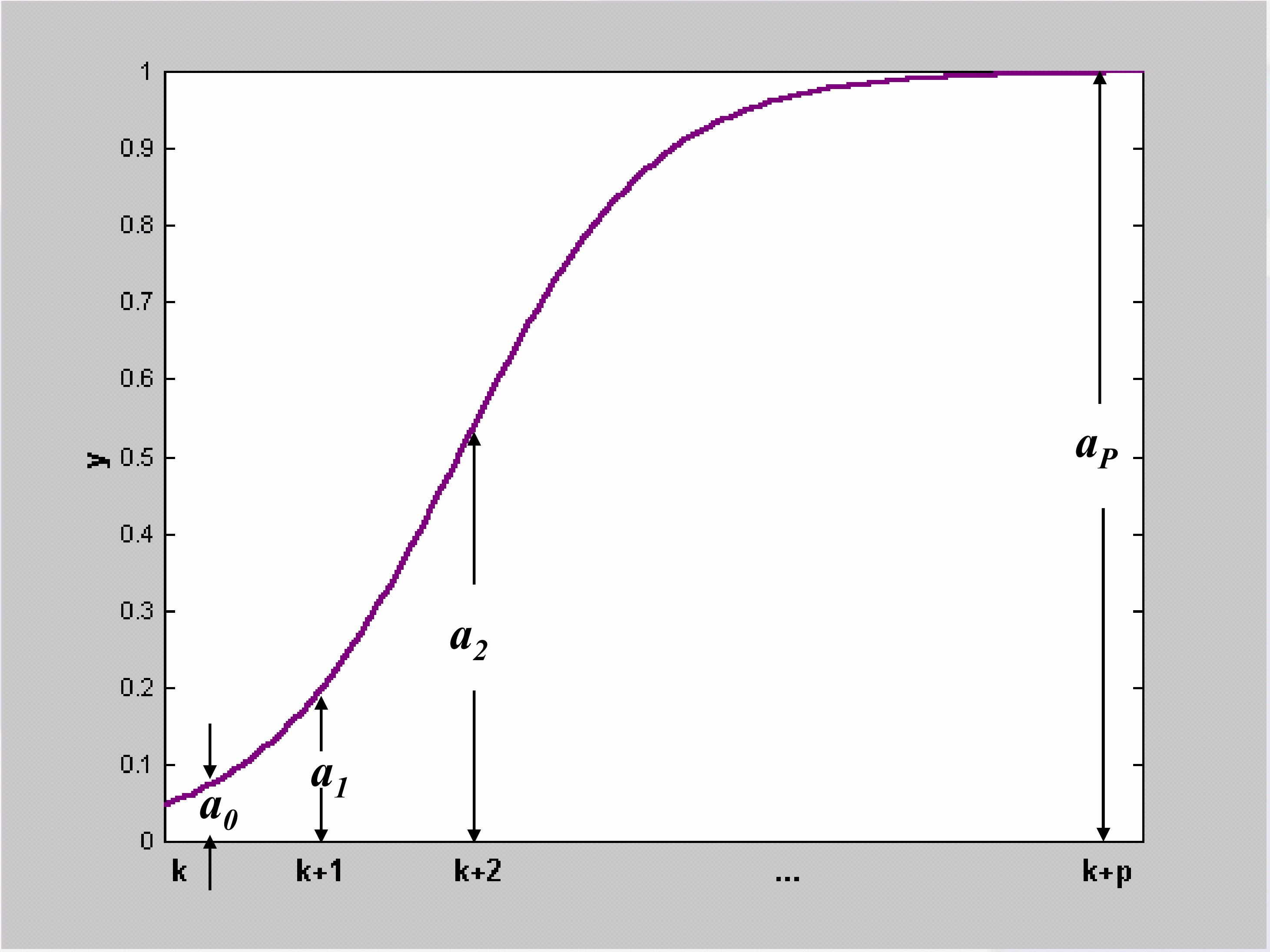
Algoritmo de Control, Dynamic Matrix Control:

- El algoritmo Dynamic Matrix Control (DMC) fue uno de los primeros en ser implementado con éxito en la industria de procesos.

- Las principales características de DMC son:
  - Modelo de planta lineal basado en coeficientes de respuesta.
  - Función objetivo cuadrática sobre un horizonte de predicción finito.
  - El problema de control es solucionado mediante mínimos cuadrados.

- El modelo de predicción está basado en los coeficientes de respuesta $\boldsymbol{a_i}$ en lazo abierto frente a un escalón unitario en las variables manipuladas según se muestra en la figura:

Coeficientes de respuesta



- Basado en este modelo, la predicción para el próximo instante de muestreo está dada por.

$$\hat{y}(k+1) = a_1 \cdot \Delta u(k) + a_2 \cdot \Delta u(k-1) + \ldots + a_N \cdot \Delta u(k-N+1) \qquad (1)$$

usando la ecuación anterior, la predicción para un horizonte ***l***, tiene la siguiente forma:

- Predicción de un horizonte *l*:

$$\hat{y}(k+l) = \sum_{i=l+1}^{N} a_i \cdot \Delta u(k+l-i) \longrightarrow \textbf{PASADO}$$

$$+ \sum_{i=1}^{l} a_i \cdot \Delta u(k+l-i) \longrightarrow \textbf{FUTURO} \qquad (2)$$

$$+ d(k+l) \longrightarrow \textbf{EFECTOS NO MODELADOS} \qquad i = 1 \ldots P$$

- **d** representa los errores de modelación. A falta de información se asumen constantes e igual al error actual, es decir:

$$\mathbf{d}(\mathbf{k}+l) \approx \mathbf{d}(\mathbf{k}) = \mathbf{y}(\mathbf{k}) - \hat{\mathbf{y}}(\mathbf{k}) \qquad (3)$$

donde la predicción en el instante actual está dada por:

$$\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{k}) = \sum_{i=1}^{N} a_i \cdot \Delta \mathbf{u}(\mathbf{k}-\mathbf{i}) \longrightarrow \textbf{PREDICCIÓN PARA } l = 0 \qquad (4)$$

N = Número de coeficientes para la predicción

P = Horizonte de predicción

M = Horizonte de control, N° de movimientos en la variable u

- En forma matricial, la predicción puede ser puesta como:

$$\left[\vec{\hat{y}}(k+l)\right]_{Px1} = [P]_{PxN} \cdot \Delta\vec{u}(\text{PASADO}) + [A]_{PxM} \cdot \Delta\vec{u}(\text{FUTURO}) + \left[\vec{d}(k)\right]_{Px1} \qquad (5)$$

donde:

Matriz Dinámica:

$$[A] = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2 & a_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ a_M & a_{M-1} & \cdots & a_1 \\ a_{M+1} & & & a_2 \\ \vdots & & & \vdots \\ a_P & & \cdots & a_{P-M+1} \end{bmatrix}_{PxM}$$

Matriz de Proyección

$$[P] = \begin{bmatrix} a_2 & a_3 & & \cdots & a_N \\ a_3 & a_4 & \cdots & a_N & a_N \\ \vdots & & & & \vdots \\ a_P & & & & \\ a_{P+1} & & & & a_N \end{bmatrix}_{PxN}$$

$$\Delta\vec{u}(\text{PASADO}) = [\Delta u(k-1), \Delta u(k-2), \cdots, \Delta u(k-N+1)]^T$$

$$\Delta\vec{u}(\text{FUTURO}) = [\Delta u(k), \Delta u(k+1), \cdots, \Delta u(k+M-1)]^T$$

Si se desea que el proceso siga una trayectoria $\vec{\mathbf{y}}_S$, P instantes futuros:

$$\left[\bar{\mathbf{y}}_S(\mathbf{k}+l)\right]_{\mathbf{Px1}} = \left[\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{k}+l)\right]_{\mathbf{Px1}} \qquad (6)$$

Igualando con ecuación (5), se tiene:

$$\left[\bar{\mathbf{y}}_S(\mathbf{k}+l)\right] - \left[\vec{\mathbf{d}}(\mathbf{k})\right] - [\mathbf{P}]\cdot\Delta\vec{\mathbf{u}}(\mathrm{PASADO}) = [\mathbf{A}]\cdot\Delta\vec{\mathbf{u}}(\mathrm{FUTURO})$$

o más resumido:

$$\vec{\mathbf{e}}(\mathbf{k}+\mathbf{1}) = [\mathbf{A}]\cdot\Delta\vec{\mathbf{u}}(\mathrm{FUTURO}) \qquad (7)$$

El vector $\vec{\mathbf{e}}(\mathbf{k}+\mathbf{1})$ puede ser determinado en el instante (k).

Conociendo $\vec{\mathbf{e}}(\mathbf{k}+1)$ y $[\mathbf{A}]$ el sistema se puede resolver analíticamente según:

$$\Delta\vec{\mathbf{u}}(\text{FUTURO}) = \left[\mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{A}\right]^{-1} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \vec{\mathbf{e}}(\mathbf{k}+\mathbf{1}) \qquad (8)$$

- La ecuación (8) representa la solución del problema de control. La implementación se realiza de acuerdo a la siguiente secuencia:

1. Obtención de la matriz dinámica A.
2. Inicialización del algoritmo.
3. Calculo de $\left[\mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{A}\right]^{-1} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}}$.
4. Ciclo de Control

- En cada instante de muestreo se calcula $\vec{\mathbf{e}}(\mathbf{k}+1)$ y se soluciona para $\Delta\vec{\mathbf{u}}(\text{FUTURO})$.
- Conocido $\Delta\vec{\mathbf{u}}(\text{FUTURO})$, sólo $\Delta\mathbf{u}(\mathbf{k})$ se implementa en el proceso.
- El algoritmo se aplica para el próximo instante de muestreo.

Extensiones:

Para procesos multivariables es posible incorporar parámetros de sintonía destinados a privilegiar las acciones de control sobre las variables de salida.

- Parámetros de Atenuación de Movimientos

La solución DMC equivale a un problema de mínimos cuadrados según:

$$\min_{\Delta u(\text{FUTURO})} \sum_{i=1}^{P} \left(\vec{y}_S - \hat{y}(k+i)\right)^2 \qquad (9)$$

Así, la formulación se puede poner en un marco general MPC según:

$$\min_{\Delta u(\text{FUTURO})} \sum_{i=1}^{N} \Gamma_i \cdot \left(\vec{y}_S - \hat{y}(k+i)\right)^2 + \sum_{j=1}^{M} \lambda_i \Delta u(\text{FUTURO}) \qquad (10)$$

En este caso, la solución DMC es:

$$\Delta\vec{\mathbf{u}}(\mathrm{FUTURO}) = \left[\mathbf{A}^{T}\cdot\Gamma^{T}\cdot\Gamma\cdot\mathbf{A}+\lambda^{T}\cdot\lambda\right]^{-1}\cdot\mathbf{A}^{T}\cdot\Gamma^{T}\cdot\Gamma\cdot\vec{\mathbf{e}}(\mathbf{k}+\mathbf{1}) \qquad (11)$$

Con Γ y λ matrices de pesos dadas por:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \mathit{\Gamma}_{i} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathit{\Gamma}_{i} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \mathit{\Gamma}_{i} \end{bmatrix}_{PxP} \qquad \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{i} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_{i} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_{i} \end{bmatrix}_{MxM}$$

Algoritmo DMC con Restricciones:

- Introduciendo restricciones explícitas a la formulación general (10), tenemos el siguiente problema de optimización.

$$\min_{\Delta u(\text{FUTURO})} \sum_{i=1}^{N} \Gamma_i \cdot \left(\vec{y}_S - \hat{y}(k+i)\right)^2 + \sum_{j=1}^{M} \lambda_i \Delta u(\text{FUTURO})$$

Sujeto a:

i) Movimiento de v. Manipuladas $\Delta u_{min} < \Delta u(k+i) < \Delta u_{max}$

ii) Límite de v. Manipuladas $u_{min} \leq u(k+i) \leq u_{max}$

iii) Movimiento de Predicción $\Delta\hat{y}_{min} \leq \Delta\hat{y}(k+i) \leq \Delta\hat{y}_{max}$

iv) Límite de Predicción $\hat{y}_{min} \leq \hat{y}(k+i) \leq \hat{y}_{max}$

Introduciendo el modelo de predicción lineal se puede demostrar que el problema puede ser puesto como:

$$\min_{\Delta \mathbf{u}(\text{FUTURO})} \left[\Delta \mathbf{u}(\text{FUTURO}) \cdot \boldsymbol{H} \cdot \Delta \mathbf{u}(\text{FUTURO}) - \vec{\boldsymbol{g}}^{\,T} \cdot \Delta \mathbf{u}(\text{FUTURO}) \right] \qquad (12)$$

Sujeto a:

$$[\boldsymbol{R}] \cdot \Delta \mathbf{u}(\text{FUTURO}) \leq \vec{\boldsymbol{S}}^{\,T}$$

Con:

Matriz Hessiana (***H***:): $\boldsymbol{H} = \left[\mathbf{A}^T \cdot \Gamma^T \cdot \Gamma \cdot \mathbf{A} + \lambda^T \cdot \lambda \right]$

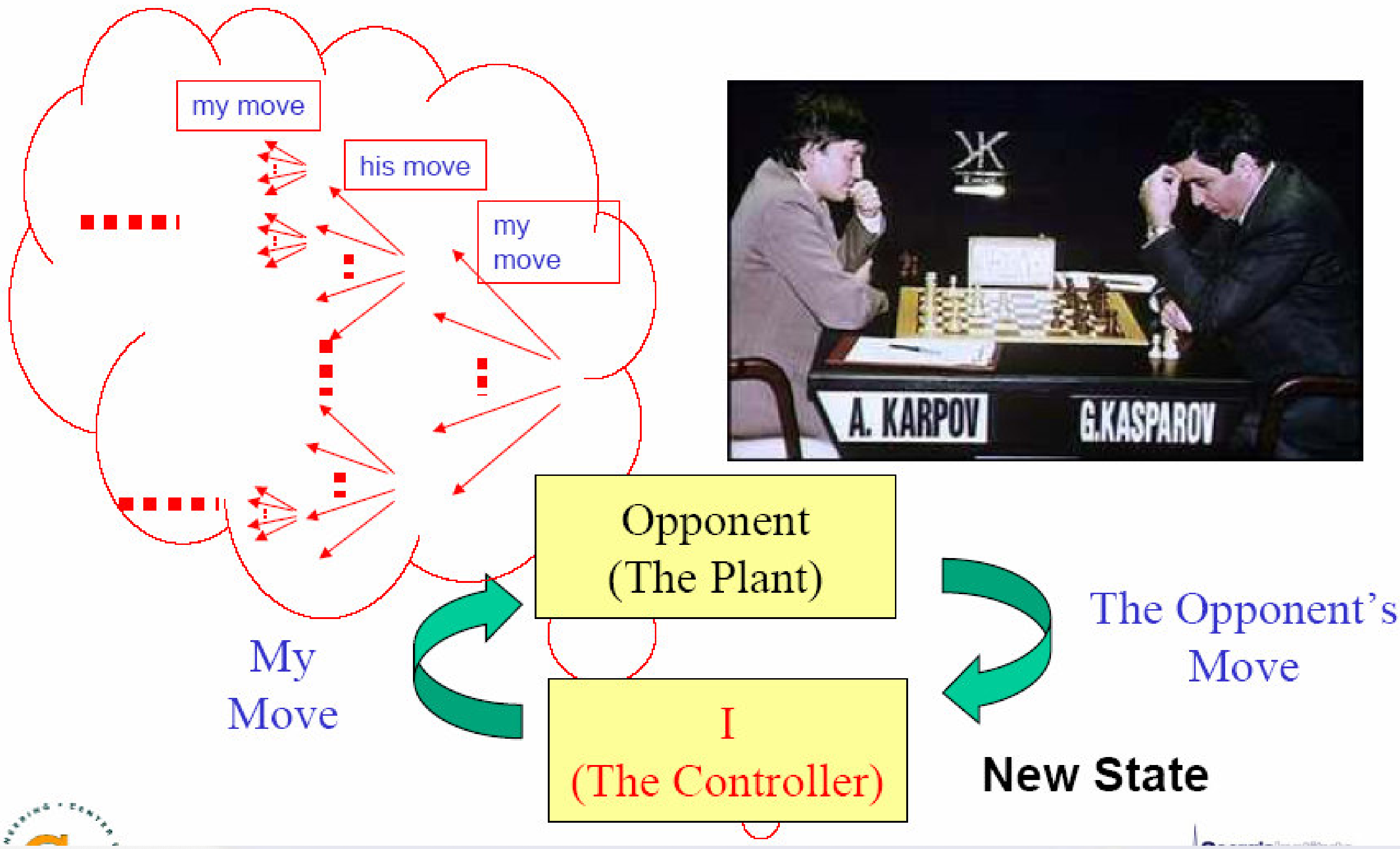
Vector Gradiente ($\vec{\boldsymbol{g}}$): $\vec{\boldsymbol{g}} = 2 \cdot \mathbf{A}^T \cdot \Gamma^T \cdot \Gamma \cdot \vec{\mathbf{e}}(\mathbf{k}+1)$

***R* =** Matriz de Restricciones

***S* =** Vector Lado Derecho

Esta corresponde a un problema de programación cuadrática, es decir, un problema de minimización con función objetivo cuadrática y restricciones lineales.

Esta formulación es llamada **QDMC**, (Quadratic Dynamic Matrix Control, patentada por SHELL).


my move
his move
my move
A. KARPOV
G.KASPAROV
Opponent
(The Plant)
The Opponent's
Move
My
Move
I
(The Controller)
New State

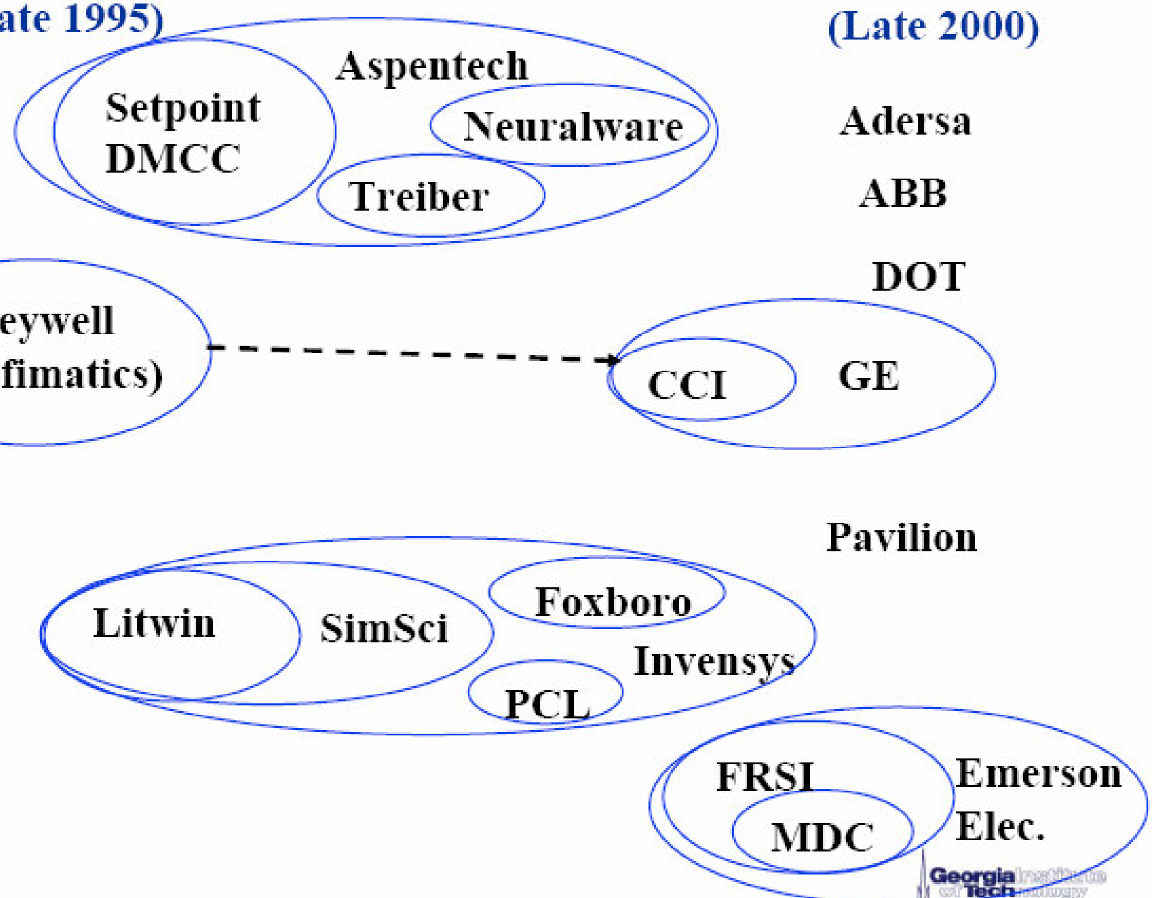
DESARROLLO DE CONTROLADORES MPC

- Código programado en lenguaje SDK – link DCS
- Asociado a plataformas de simulación (Matlab – HYSYS)
- Programado en lenguaje DCS
- Configurable como sistema a nivel de usuario (DeltaV)

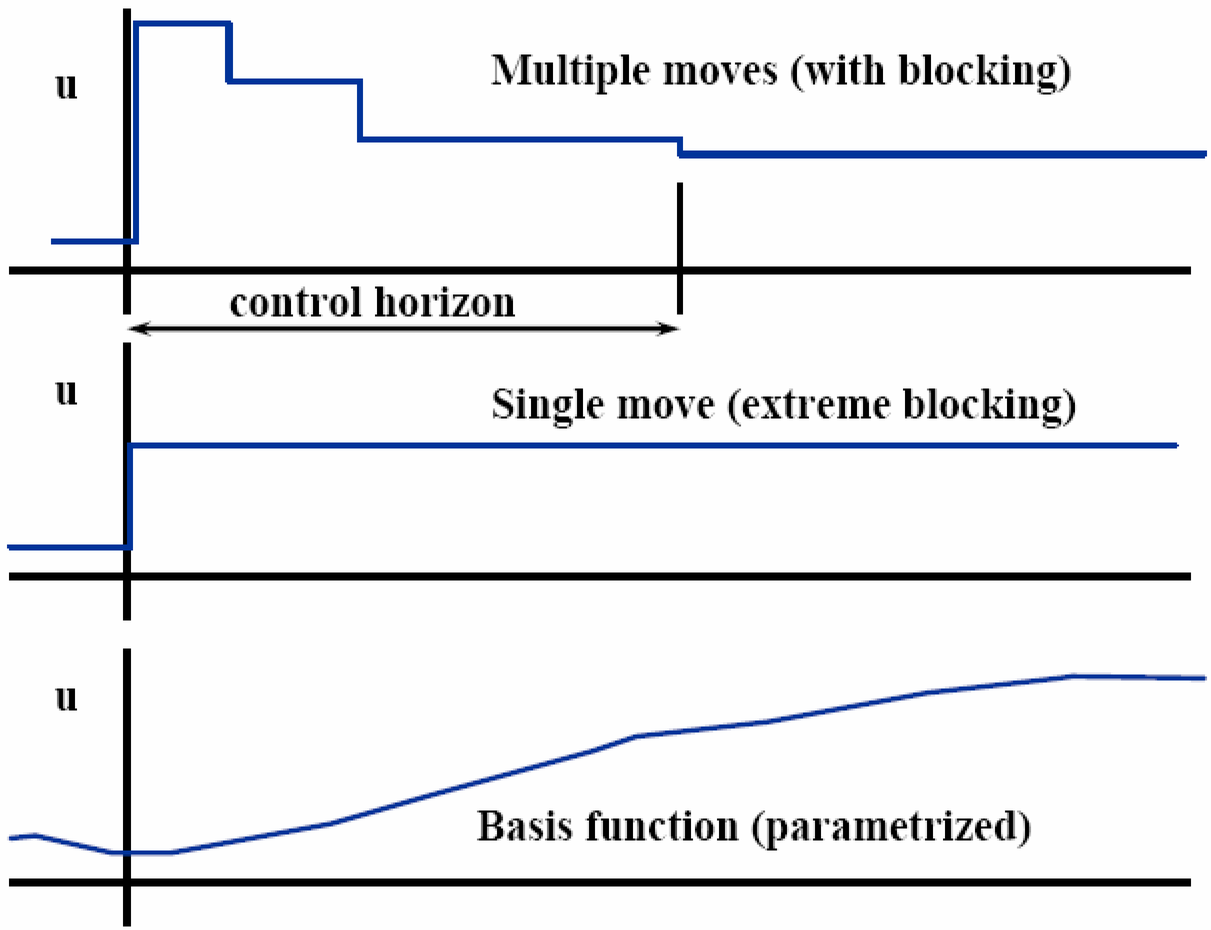
(late 1995)

Adersa
CCI
DMCC
DOT Products
Honeywell
Litwin
Neuralware
Pavilion
Predictive Controls
Profimatics
Setpoint
Treiber Control
MDC Technology

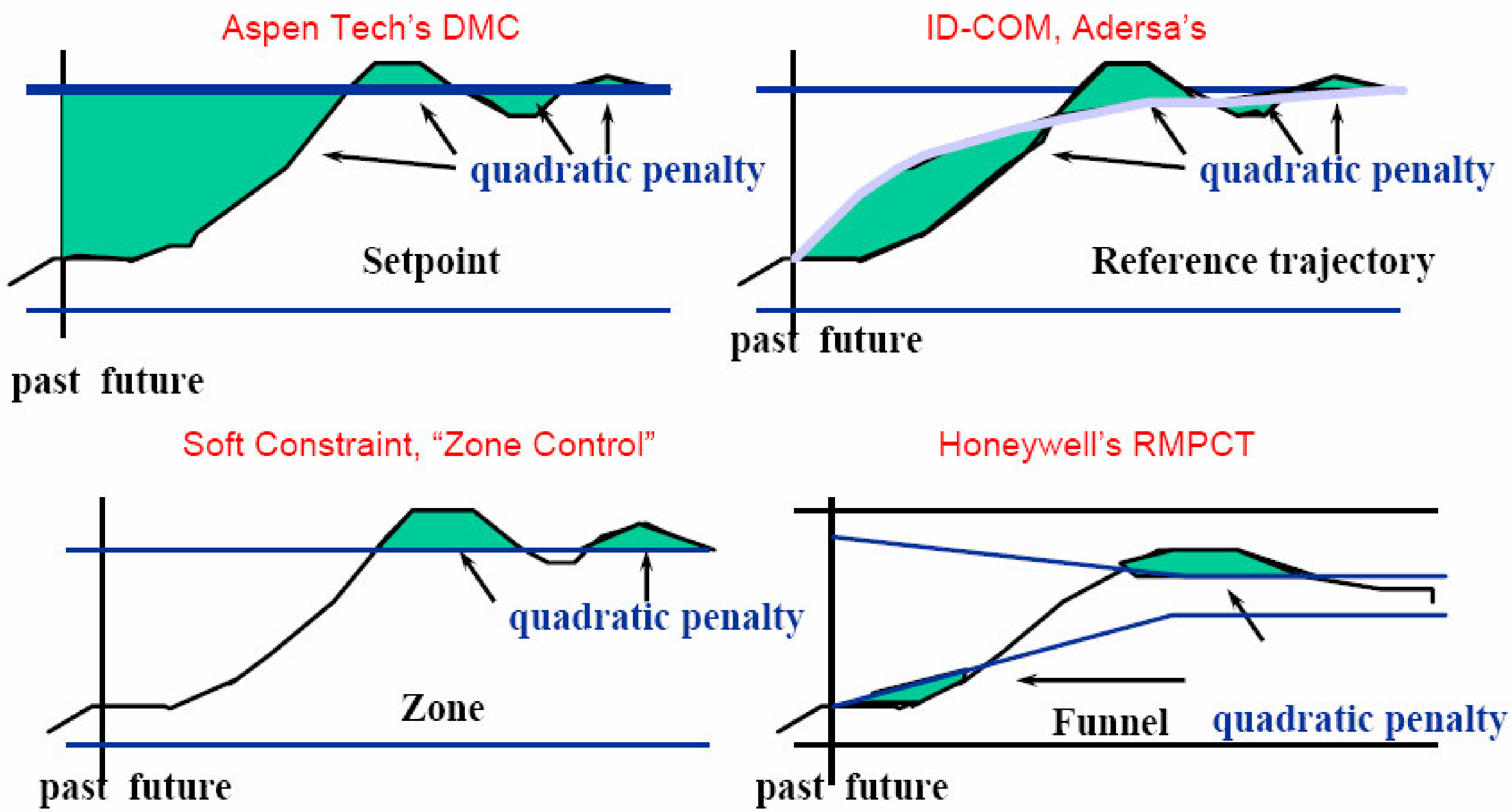
(Late 2000)



- Aspentech
  - **DMCplus**
  - **DMCplus-Model**
- Honeywell
  - **Robust MPC Technology (RMPCT)**
- Adersa
  - **Predictive Functional Control (PFC)**
  - **Hierarchical Constraint Control (HIECON)**
  - **GLIDE (Identification package)**
- MDC Technology (Emerson)
  - **SMOC (licensed from Shell)**
  - **Delta V Predict**
- Predictive Control Limited (Invensys)
  - **Connoisseur**
- ABB
  - **3d MPC**

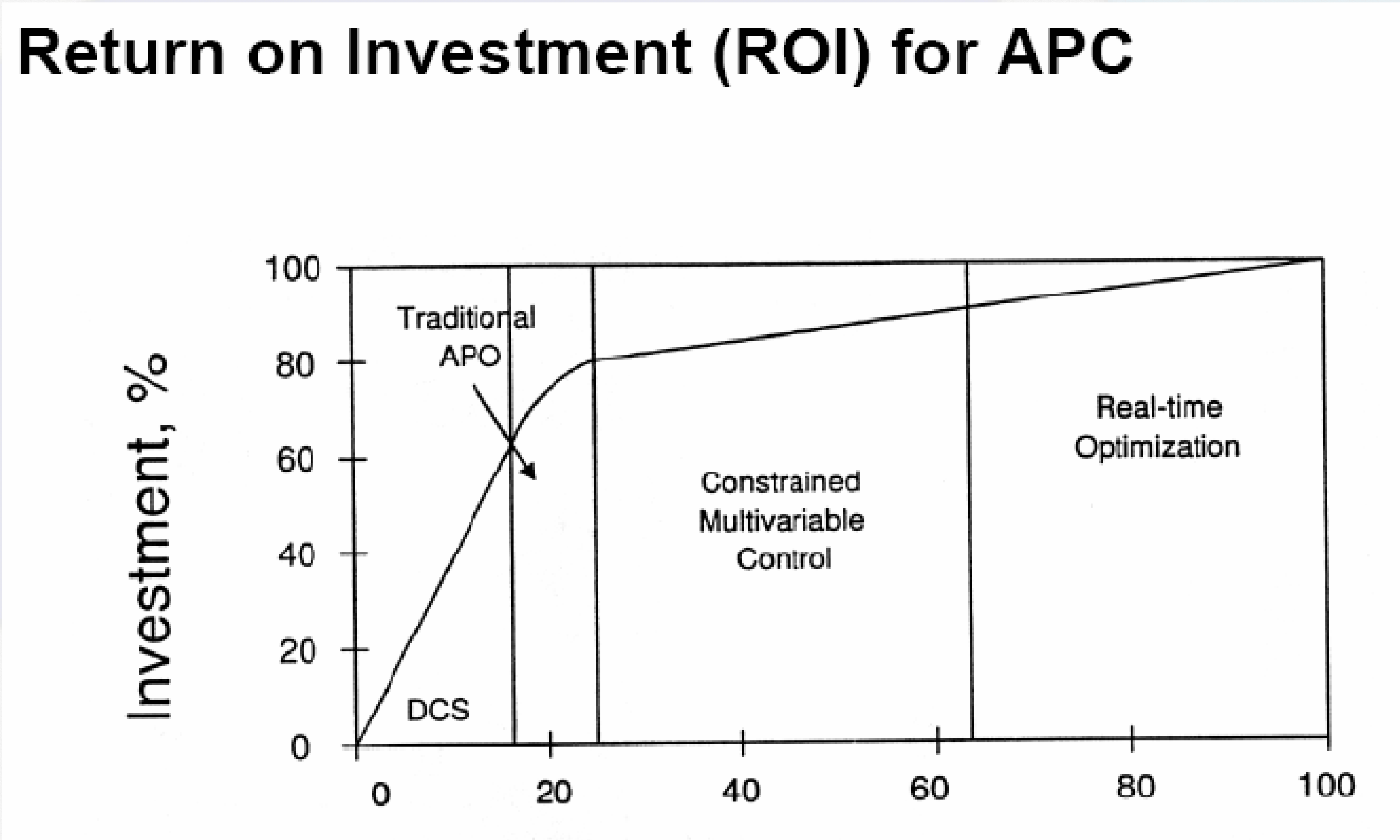

u
Multiple moves (with blocking)
control horizon
u
Single move (extreme blocking)
u
Basis function (parametrized)

Output Trajectories



Proyecto de controlador MPC –RETORNO INVERSION

US$ 200M aprox



Proyecto de controlador MPC –ACTIVIDADES

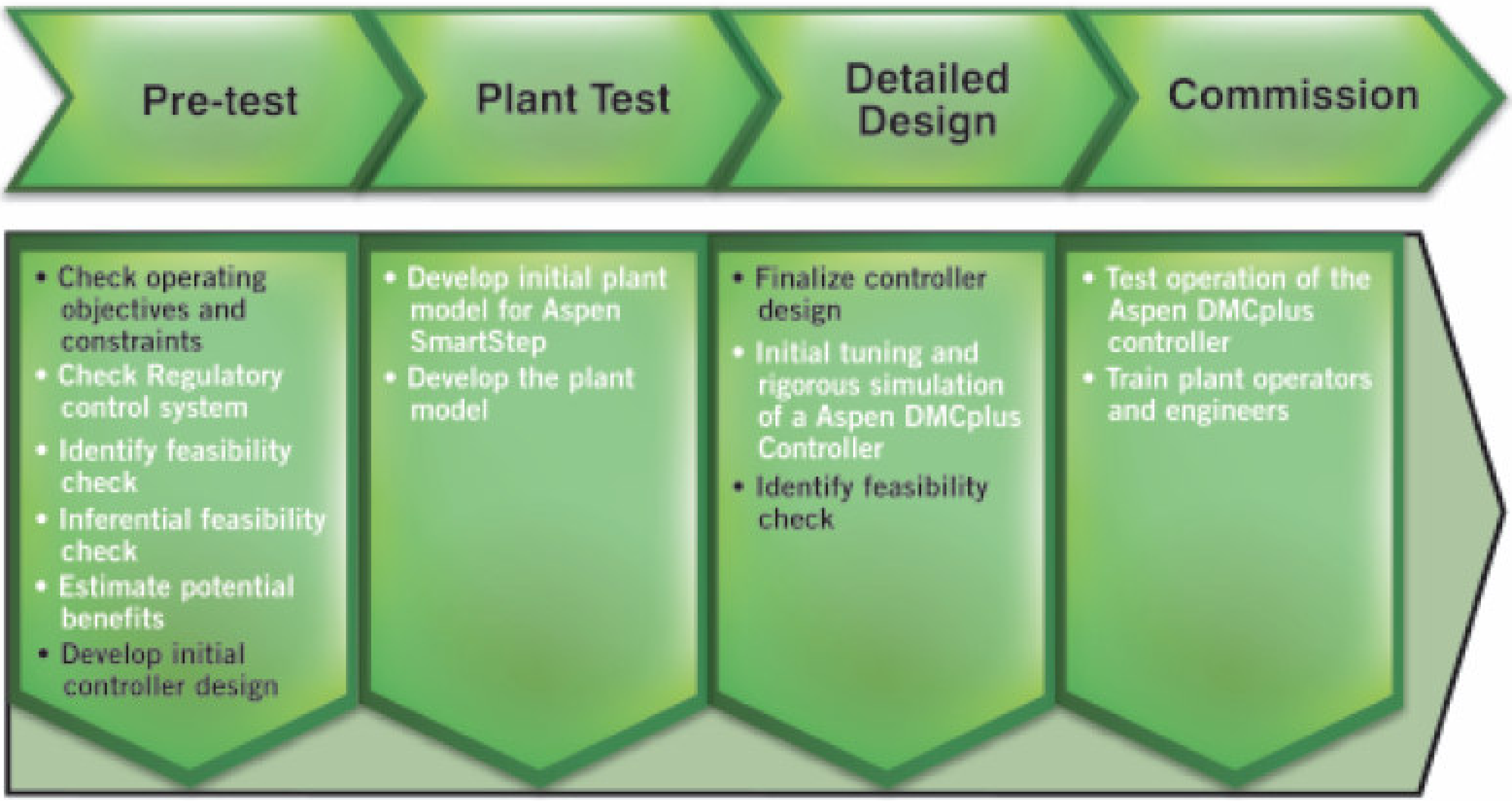
List of CMPC Project Activities

Historical percentage of effort and desired allocation of levels of expertise (1=generalist 2=specialist and 3=consultant) are shown in parentheses.

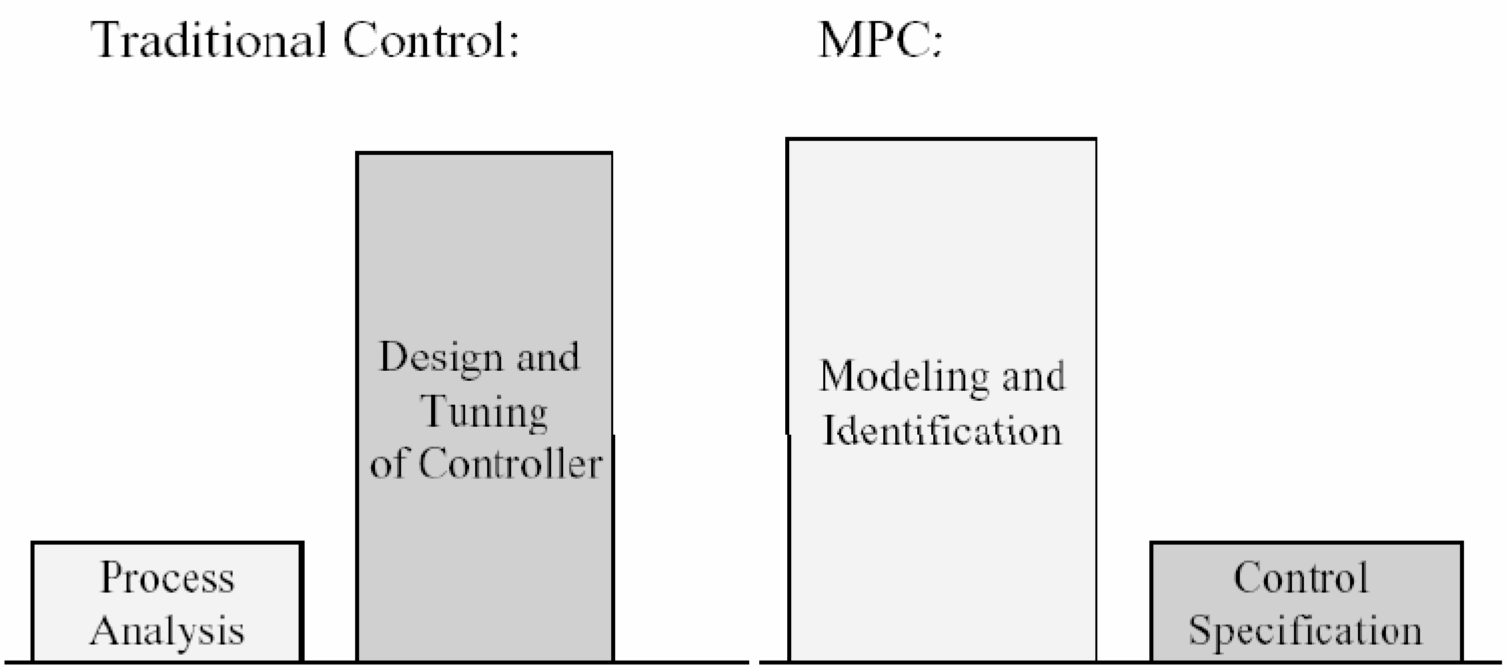
- ***Process Analysis (10%) (3)***
- ***Bump Testing (10%) (2)***
- ***Regulatory System Improvements (10%) (2)***
- ***Data historian access (5%) (2)***
- ***PRBS and Step Testing (25%) (1)***
  - *testing time increases dramatically (2x) for slow and difficult units*
- ***Dynamic Modeling (15%) (2)***
- ***Controller Design (10%) (3)***
- ***Operator Interface (5%) (2)***
- ***Commissioning (10%) (2)***

Controller Design and Tuning Procedure

1. Determine the relevant CV's, MV's, and DV's
2. Conduct plant test: Vary MV's and DV's & record the response of CV's
3. Derive a dynamic model from the plant test data
4. Configure the MPC controller and enter initial tuning parameters
5. Test the controller off-line using closed loop simulation
6. Download the configured controller to the destination machine and test the model predictions in *open-loop* mode
7. Commission the controller and refine the tuning as needed


Pre-test
Plant Test
Detailed Design
Commission
• Check operating objectives and constraints
• Check Regulatory control system
• Identify feasibility check
• Inferential feasibility check
• Estimate potential benefits
• Develop initial controller design
• Develop initial plant model for Aspen SmartStep
• Develop the plant model
• Finalize controller design
• Initial tuning and rigorous simulation of a Aspen DMCplus Controller
• Identify feasibility check
• Test operation of the Aspen DMCplus controller
• Train plant operators and engineers

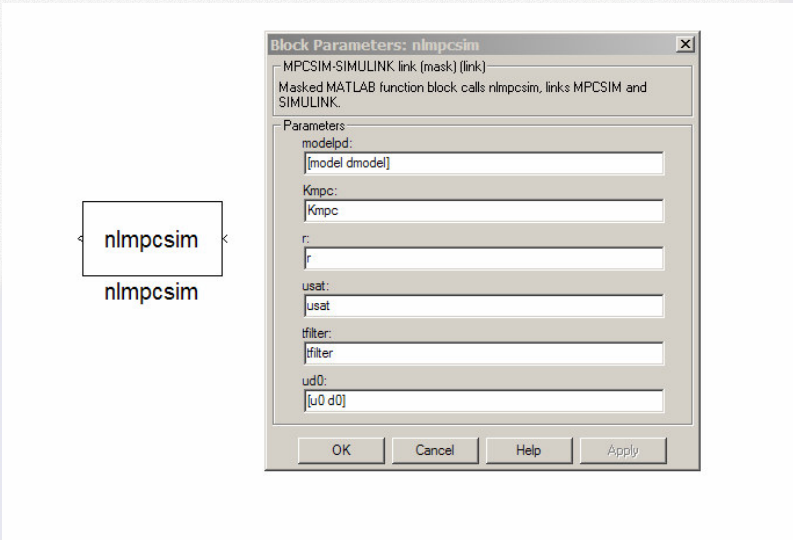
- **Design effort**



EJEMPLOS DE PLATAFORMAS MPC

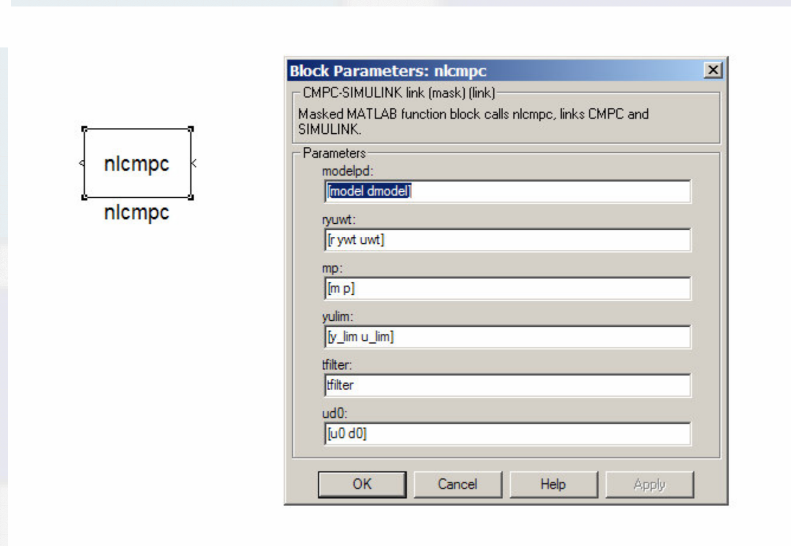
- Nivel de prototipo: TOOLBOX MPC de Matlab
- Nivel Prototipo instalación : MPC HYSYS
- Nivel industrial : DeltaV Predict

Toolbox MPC de Matlab Integrado a Simulink



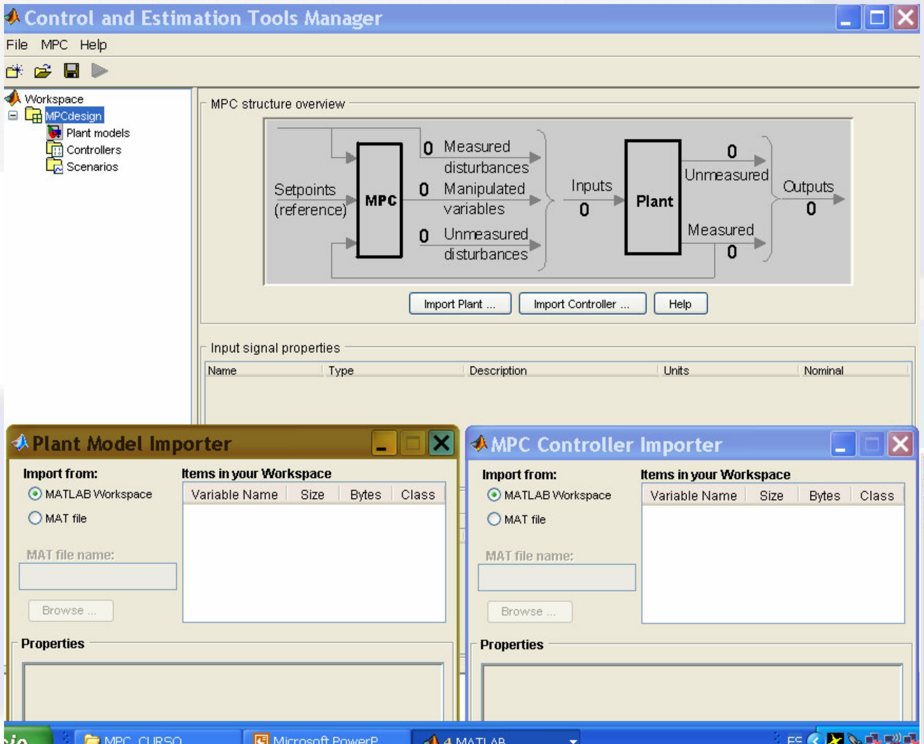
nlmpcsim : DMC

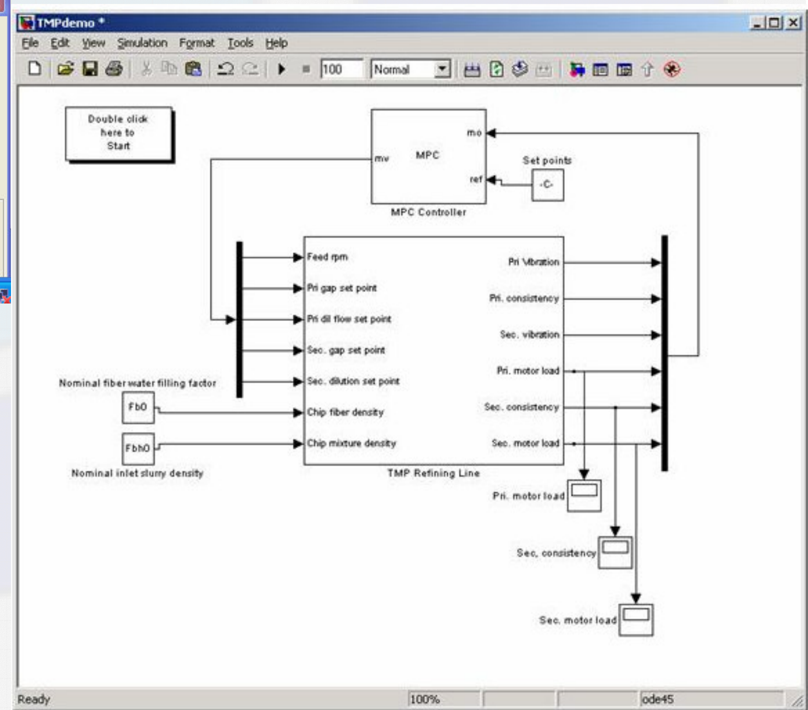
nlcmpc: MPC con restricciones



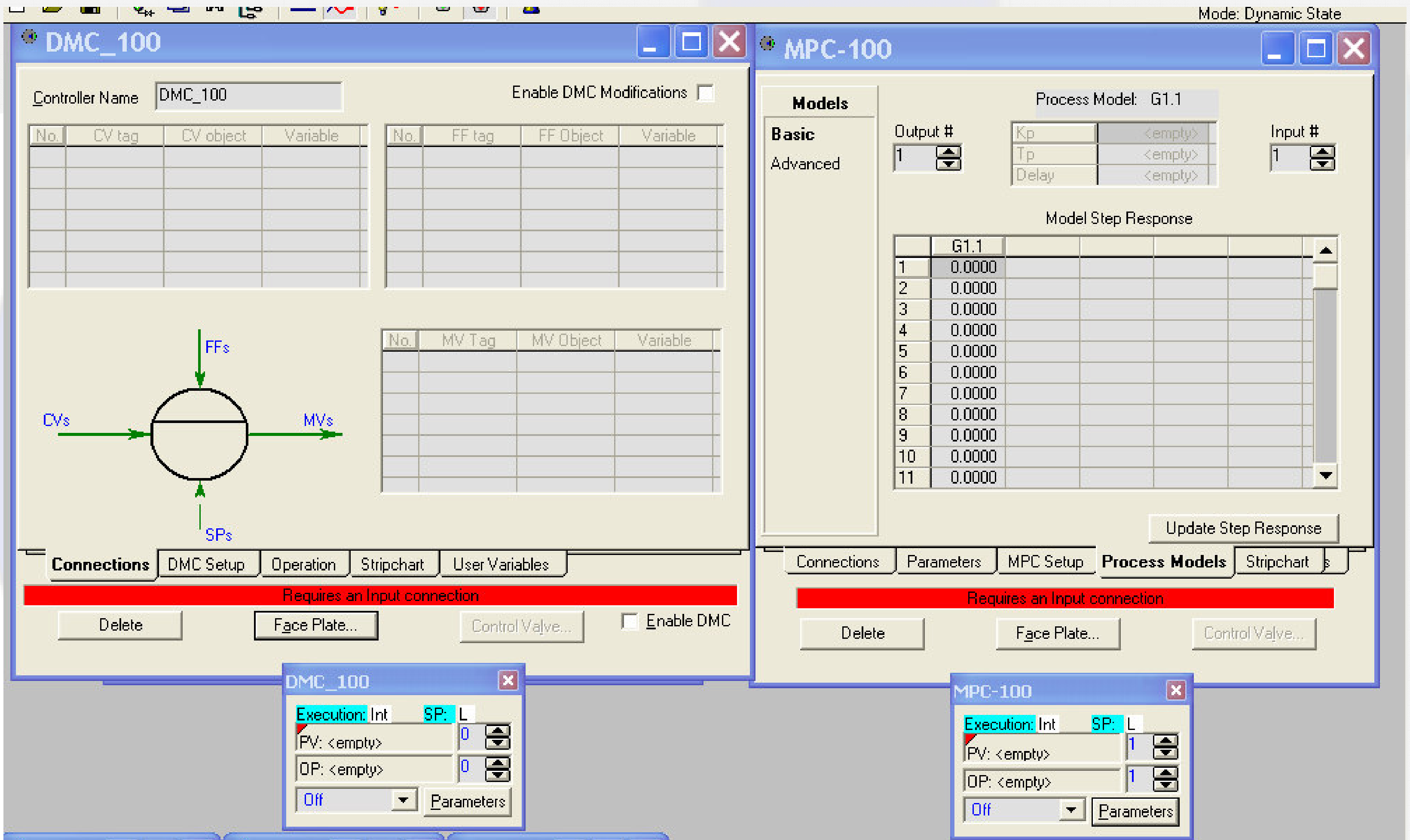
Matlab 7

GUI + MPC+ Modelo tipo objeto





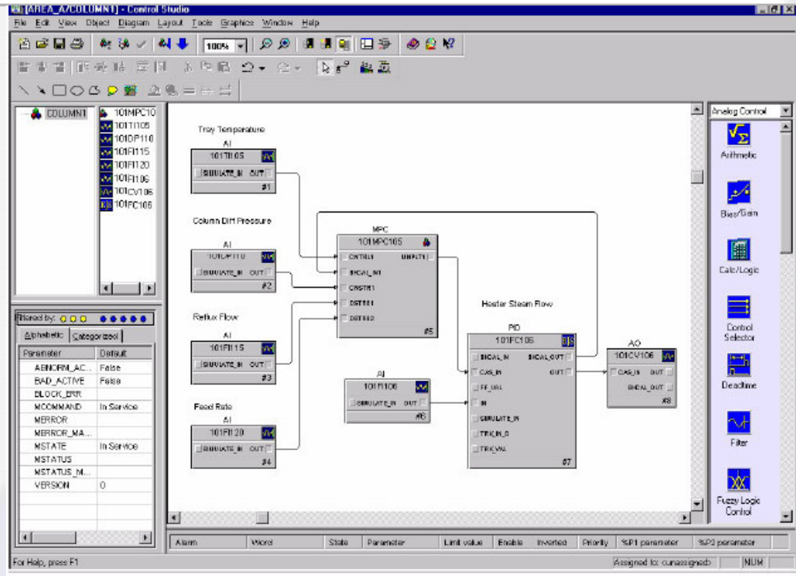
MPC de HYSYS (Aspentech)

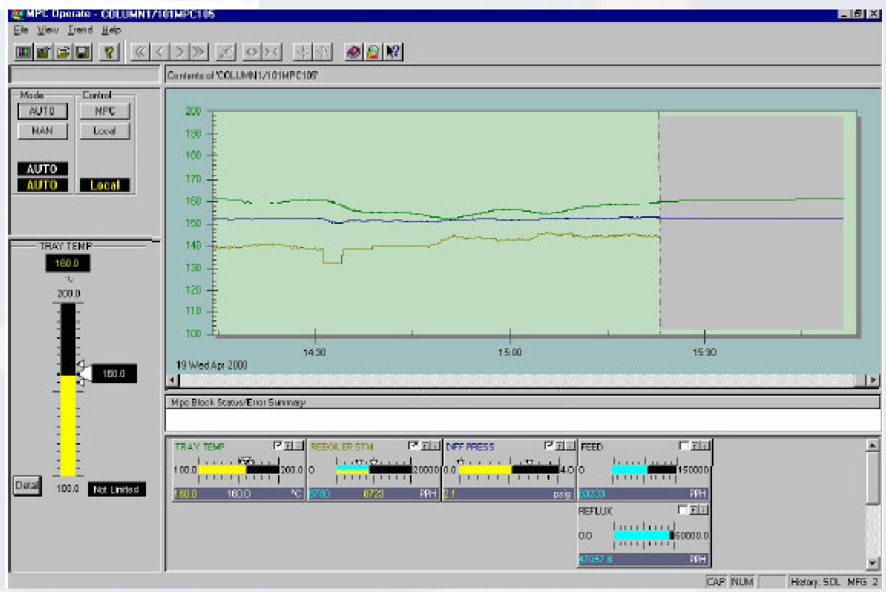


DeltaV Predic

(Emerson-Rosemount)

Tecnología Fieldbus





http://www.easydeltav.com/video/product/AC_deltaV_predict.asp