

UNIVERSIDAD DE OVIEDO

Estación de radiofrecuencia marciana en banda UHF

MNAF

PCEO Física y Matemáticas



David Villa Blanco

11 de abril de 2023

Índice

1. Breve introducción	2
2. Fundamentación	2
2.1. Leyes de Maxwell y soluciones numéricas en el caso bidimensional	2
2.2. Antena emisora-receptora	3
2.2.1. Estructura de la antena	5
2.3. Propiedades eléctricas de Marte	6
3. Código y resultados	6
3.1. <i>antenna_emission.py</i>	6
3.1.1. Dependencia de la direccionalidad de la antena con la apertura de la parábola	7
3.2. <i>antenna_reception.py</i>	9

1. Breve introducción

En este informe se comentará el desarrollo de una simulación de un sistema de recepción-emisión marciano de ondas de radio para la comunicación interplanetaria Tierra-Marte. Para ello se tendrá en cuenta la naturaleza de dicha radiación (rango óptimo de frecuencias), las propiedades de los materiales involucrados en la emisión y la recepción así como de la atmósfera marciana.

Para la simulación se utilizarán pulsos electromagnéticos planos y gaussianos, cuya propagación se calculará numéricamente mediante el método de diferencias finitas.

2. Fundamentación

2.1. Leyes de Maxwell y soluciones numéricas en el caso bidimensional

Entre 1861 y 1862 James Clerk Maxwell dió a conocer sus famosas ecuaciones, con el fin de demostrar que la luz no es más que un fenómeno electromagnético; en el caso de que no haya cargas ($\rho = 0$) ni corriente ($J = 0$), las ecuaciones tienen la forma general:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \qquad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \qquad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \qquad (2)$$

$$(3)$$

Hoy en día, estas ecuaciones son la base y fundamentación de toda nuestra tecnología de la comunicación. Desde las ondas de radio y las microondas, hasta los rayos x y radiación gamma, las ecuaciones de Maxwell nos permiten 'domar' la radiación electromagnética para utilizarla convenientemente.

Sin embargo, en la gran parte de nuestros modelos, las soluciones a las ecuaciones son prácticamente incalculables, e incluso inexistentes (analíticamente), es por ello que generalmente se utilizan diferentes métodos numéricos para obtenerlas. Uno de los métodos más populares y el cuál se fundamenta dicha simulación es el método de las diferencias finitas, que utiliza cantidades muy pequeñas pero finitas a diferencias de las definiciones de las derivadas analíticas, cuyas cantidades son infinitesimales, algo impracticable computacionalmente. En nuestro caso, dx y dt serán sustituidas simbólicamente por tanto por Δx y Δt , cantidades finitas.

Nuestra simulación resolverá mediante este método y para el caso particular de dos dimensiones las ecuaciones (Cálculo de los campos eléctricos E_x y magnetizante H_x y H_y , donde x, y, z representan las coordenadas cartesianas tridimensionales de cada campo).

Simplificando las ecuaciones y escogiendo las unidades convenientemente, las ecuaciones (en función de los subíndices bidimensionales k y l) quedan de la forma:

$$E_z[k, l] = E_z[k, l] + \frac{1}{2}(H_y[k, l] - H_y[k - 1, l]) - \frac{1}{2}(H_x[k, l] - H_x[k, l - 1]) \quad (4)$$

$$H_x[k, l] = H_x[k, l] - \frac{1}{2}(E_z[k, l + 1] - E_z[k, l]) \quad (5)$$

$$H_y[k, l] = H_y[k, l] + \frac{1}{2}(E_z[k + 1, l] - E_z[k, l]), \quad (6)$$

donde la Ecuación 8, tras introducir el *coeficiente de tiempo de conductancia* $ctc = \frac{\sigma \Delta t}{2\epsilon}$, con σ y ϵ la conductividad y permitividad electrica del medio respectivamente, queda como:

$$E_z[k, l] = \left(\frac{1 - ctc[k, l]}{1 + ctc[k, l]} \right) E_z[k, l] + \left(\frac{1 + ctc[k, l]}{2\epsilon[k, l]} \right) (H_y[k, l] - H_y[k - 1, l]) \quad (7)$$

$$- \left(\frac{1 + ctc[k, l]}{2\epsilon[k, l]} \right) (H_x[k, l] - H_x[k, l - 1]). \quad (8)$$

$$(9)$$

Para estas soluciones numéricas tendremos impondremos también condiciones frontera nulas para la simulación, es decir, que para los bordes de nuestra representación, impondremos que los campos sean exactamente cero.

Por último, para que los campos no sean siempre nulos (pues la solución de las soluciones de Maxwell en el espacio vacío no perturbado son las soluciones triviales), introduciremos una serie de pulso electricos de amplitud $E_0 = 1$, cuya propagación será calculada mediante el método ya comentado.

Los pulsos introducidos serán principalmente dos, un pulso plano, y un pulso gaussiano. El pulso plano seguirá la ecuación $E_z = E_0$, mientras que el pulso gaussiano será de la forma $E_z = E_0 e^{-\frac{(t-t_0)^2}{2\Delta t^2}}$, con t_0 el centro temporal del pulso.

Debido a la gran cantidad de información transmitida por ondas de radio en la Tierra, dentro del propio espectro de radio frecuencia, existen una serie de subespectros, que permiten clasificar con mayor precisión las ondas con las que trabajamos. En concreto, las microondas se clasifican en función de su rango de frecuencias como se muestra en la Tabla 1.

Siguiendo los pasos de la Nasa con el Rover Curiosity [2], trabajaremos con microondas de 400 *MHz* de frecuencia, que equivale a una longitud de onda de $\lambda = 0.75 \text{ m}$ aproximadamente, es decir, en la banda UHF.

Esto implica, según la teoría de las trasformadas de Fourier, que el ancho temporal del pulso depende de la longitud de onda como $\Delta t = \frac{2\lambda}{c} \sqrt{\ln 2}$ [3], siendo el ancho espacial del pulso igual a $\Delta x = c\Delta t$.

2.2. Antena emisora-receptora

Cuando se trata de la recepción de las ondas electromagnéticas desde la Tierra, las ondas radiadas, a consecuencia de la gran distancia entre la Tierra y Marte en comparación con la longitud de onda

Nombre de la banda	Rango de frecuencias (GHz)
<i>HF</i>	0.003 a 0.03
<i>VHF</i>	0.03 a 0.3
<i>UHF</i>	0.3 a 1
<i>L</i>	1 a 2
<i>S</i>	2 a 4
<i>C</i>	4 a 8
<i>X</i>	8 a 12
<i>K_u</i>	12 a 18
<i>K</i>	18 a 27
<i>K_a</i>	27 a 40
<i>V</i>	40 a 75
<i>W</i>	75 a 110
<i>mm o G</i>	110 a 300

Tabla 1: Clasificación de las microondas en función de su frecuencia [1].

de la radiación, son prácticamente planas cuando llegan al planeta rojo. Para obtener la información contenida en las ondas, primero tendremos que concentrarlas en un punto y posteriormente analizarlas. Es aquí donde entra en juego la **antena parabólica** en particular.

Ya en tiempos de los antiguos griegos, el matemático Diocles demostró en su libro *Sobre los espejos ardientes*, que los reflectores parabólicos concentraban haces de luz provenientes del sol (haces planos) en un punto, denominado como punto focal o foco de la parábola (abusando del lenguaje, comúnmente se denomina parábola tanto a la parábola propia, como al paraboloide, generalización tridimensional de la parábola y forma auténtica de los reflectores parabólicos). Este conocimiento sirve hoy en día a los inventores modernos (ingenieros) en el diseño de las antenas parabólicas.

Recíprocamente, las ondas electromagnéticas emitidas desde el foco que son reflejadas por la antena parabólica son planas. Esto nos permite manejar mejor la señal emitida, pues las ondas planas son más fácilmente direccionables, están más concentradas (para largas distancias de comunicación, las ondas esféricas 'esparcen' más la información de la onda, lo cuál provoca que las ondas captadas en el punto de recepción tengan una muy pobre intensidad) y son más fácilmente polarizables (lo que genera menos interferencias tanto en la propia onda, como con otras ondas en ambientes de gran cantidad de ondas de radio como es la Tierra. Esto influye en la velocidad de intercambio de información en nuestra estación de radiofrecuencia marciana, aumentándola considerablemente).

Para nuestro mallado espacial, definimos dos variables, *npuntos*, que será el número de puntos en cada una de las direcciones representadas (ejes x e y), y Δx , que pese al nombre, será tanto la separación espacial entre puntos en el eje x como en el eje y . De esta forma, el centro del eje y será el punto dado por $k := \frac{\Delta x * npuntos}{2}$.

Sabido esto, la ecuación de una parábola de centro $(0, k)$ rotada $\frac{\pi}{2}$ *rad* en sentido horario viene dada por la Ecuación 10,

$$x = a(y - k)^2, \quad (10)$$

con a una constante denominada como apertura de la parábola.

Se puede demostrar que dados los parámetros a y k , el foco de la parábola se encuentra en el punto $(\frac{1}{4a}, k)$.

Para cualquier punto espacial de nuestro mallado por definición (ya sea punto que conforme la antena, soporte o alimentador, o el foco) existe una biyección con el espacio $[0, npuntos] \times [0, npuntos]$, esto quiere decir que a cada punto espacial (x, y) , se puede asociar el valor $(\frac{x}{\Delta x}, \frac{y}{\Delta x})$, que corresponderá a la tupla $(npuntosx, npuntosy)$, con $npuntosx$ y $npuntosy$ el número de punto del mallado en los ejes x e y respectivamente correspondientes al punto espacial (x, y) . Por ejemplo, el foco dado por $(\frac{1}{4a}, k)$ viene dado por la tupla $(\frac{1}{4a\Delta x}, \frac{k}{\Delta x})$ en este nuevo espacio de índices de nuestro mallado de $npuntos * npuntos$. Esta consideración será importante a la hora de la asignación de parámetros como la permitividad o la conductividad eléctricas a cada uno de los puntos del mallado en el desarrollo del código.

2.2.1. Estructura de la antena

La antena estará formada por dos partes principales, el reflector parabólico y el alimentador. Por otro lado, la antena también tendrá una estructura que unirá ambas partes mencionadas.

Para la elección de los materiales, debemos tener en cuenta un aspecto clave. El reflector y el alimentador deberán ser materiales que reflecten mucho las ondas electromagnéticas, pues se encargarán de dirigir las mismas (el reflector aplanará las ondas al emitir y las concentrará al recibir, mientras que el alimentador tendría en la práctica un receptor de señal al recibir del reflector parabólico y una fuente de radiación, típicamente una antena dipolo, al emitir la radiación, la cuál reflectará de forma que la misma apunte únicamente al reflector parabólico, pues la única radiación con dirección a la Tierra que queremos emitir es aquella que haya pasado por el reflector. Cabe destacar que puesto que nuestra simulación se centra en la propagación de las ondas electromagnéticas, no entraremos en la simulación del receptor de señal ni de la antena dipolo), mientras que el soporte tendrá que estar constituido por un material que sea invisible en el rango de frecuencias en el que trabajamos (no confundir con invisible en el rango visible, pues nuestro material lógicamente no será invisible en ese sentido).

Otro de los puntos importantes a la hora de la elección de los materiales es la densidad de los mismos, pues la antena parabólica tendrá unas dimensiones de 100 metros de sección transversal, por lo que materiales muy densos serán imposibles de llevar hasta la base marciana en la práctica. Buscaremos por tanto materiales muy ligeros.

Dicho todo esto, para la antena parabólica y para el alimentador he decidido escoger el aluminio puro. A pesar de que por ejemplo el oro sea bastante común a la hora de la construcción de material de telecomunicación espacial por su gran reflectividad de las microondas, este es más pesado y caro que el aluminio, por lo que así como el cobre sustituye en la mayoría de los casos a la plata en la Tierra, utilizaré el aluminio como material. Las especificaciones del aluminio que nos interesan para nuestra simulación son, en primer lugar, la permitividad eléctrica relativa del aluminio, $\epsilon_r = 1.6 - 1.8$ [4] (escogeremos 1.7 para la simulación) y su conductividad $\sigma = 3.538 \cdot 10^7$ S/m [4].

Mientras que para el soporte me decanté por el PTFE (Politetrafluoroetileno, o comercialmente conocido como Teflón). El motivo de esta elección se debe a varios motivos. En primer lugar y

únicos determinantes en nuestra simulación, el Teflón tiene una baja permitividad eléctrica y es un gran aislante eléctrico, por lo que tiene unos valores de ϵ_r y σ pequeños (en concreto $\epsilon_r = 2.1$ [5] y $\sigma = 10^{-23} - 10^{-25} \text{ S/m}$ [6], por lo que consideraremos el valor medio $\sigma = 10^{-24} \text{ S/m}$).

Por otro lado, y teniendo en cuenta siempre que la estación está en Marte, el teflón tiene una serie de características que nos asegurarán que el soporte aguantará un tiempo relativamente largo sin reparaciones, cosa siempre útil. Una de ellas es su gran resistencia a la luz ultravioleta, cosa que en Marte es un serio problema [7]. Además el Teflón es también resistente a temperaturas extremas y a la oxidación, dos factores de riesgo en el planeta rojo.

2.3. Propiedades eléctricas de Marte

Por último, es importante conocer la permitividad y conductividad eléctricas de la atmósfera marciana, pues será el medio por el cuál se propagarán nuestras ondas simuladas. En concreto, estas son $\epsilon_r = 2.1$ [8] y $\sigma = 10^{-24} \text{ S/m}$ [9].

3. Código y resultados

El código desarrollado se centra en dos archivos .py, *antenna_emission.py* y *antenna_reception.py*, nombrados en orden de desarrollo. El primero de ellos es en el cuál modelé en primera instancia la antena parabólica así como la posición del pulso gaussiano, frecuencia y anchos del pulso, soporte y alimentador... mientras que en el segundo, con el modelo ya hecho, cambié únicamente la naturaleza del pulso para corroborar el buen funcionamiento de la antena a la hora de captar señales terrestres. Otro punto importante en el que se diferencian es el **análisis del patrón direccional**, pues pese a que en ambos se represente la propagación del campo electromagnético representando el campo E_z en un mapa de calor, en el primero de los códigos se grafica además un plot polar que nos da una idea de la direccionalidad de la antena. La direccionalidad de la antena define totalmente su uso, antenas parabólicas por ejemplo son altamente direccionables, lo que las hace perfectas para la emisión y recepción de ondas con objetivo fijo (radar, telecomunicaciones satelitales...), mientras que antenas como la dipolar que emiten en todas las direcciones por igual, pueden ser útiles en otros contextos (torres de telecomunicación terrestres, sonar...). Utilizaremos este plot polar para analizar la dependencia de la direccionalidad de la antena con la apertura de su parábola más adelante.

3.1. *antenna_emission.py*

Como en el informe no puedo mostrar la simulación en su totalidad, incluiré las instantáneas más representativas de la misma.

Empiezo mostrando el proceso de alimentación, por el cual el *alimentador* o *feed* concentra el pulso gaussiano de tal manera que la gran mayoría del mismo se dirija en dirección a la antena parabólica, en la Figura 1 se puede observar esto.

Una vez pasa por la actuación del alimentador, como ya he comentado en la fundamentación, los pulsos emitidos desde el foco son reflectados de manera que tras el paso por la antena se propagan

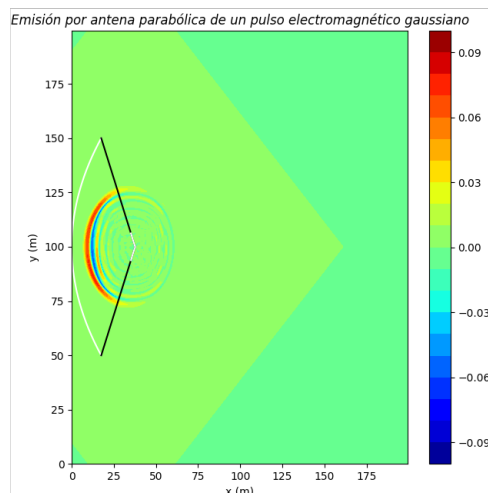


Figura 1: Actuación del alimentador en el proceso de emisión del pulso ($a = 0.007$).

como ondas planas, lo que se aprecia en la Figura 2.

3.1.1. Dependencia de la direccionalidad de la antena con la apertura de la parábola

En este apartado buscaremos la influencia de la apertura de la parábola en la propagación neta de la onda (intensidad, direccionalidad...). En primer lugar se debe comentar la posición del comienzo de los soportes. Para el caso en el que los extremos de la antena (los puntos de la antena de mayor valor en el eje x) se encuentran por detrás de la posición x del foco, los soportes se colocan sobre dichos extremos. Sin embargo, cuando los extremos se encuentran por delante del foco, para preservar la forma de los soportes y que estos no se extiendan hacia dentro de la antena, se escoge como punto de comienzo de los soportes el punto medio entre el eje y y la posición en el eje x del foco.

De esta manera, en principio podemos variar el parámetro de la apertura a sin problemas de valores negativos, errores de arrays... Sin embargo en la práctica a partir de ciertos valores las aperturas será totalmente ineficientes. Vayámonos a los casos extremos.

En primer lugar, si usamos un valor de $a = 0.07$, el foco se moverá hacia la izquierda en comparación con la Figura 1 (de $a = 0.007$), tanto que la intensidad de la onda emitida será mucho más baja que en ese caso. Cuando el pulso comienza a emitirse, antes de que acabe de generarse ya habrá llegado a la antena, y al reflectarse se producirá un proceso de interferencias relativamente más notable, como se puede ver en la Figura 3.

Yéndonos al caso contrario, para un valor de $a = 0.003$, el foco se moverá hacia la derecha en comparación con la Figura 1 (de $a = 0.007$). Para este valor de a , el foco estará tan alejado de la antena que la sección de la onda que incidirá sobre la antena parabólica será tan pequeña que la intensidad emitida finalmente será difícilmente apreciable. Este efecto se aprecia en la Figura 4.

Una vez comentado estos casos, analizaremos el efecto sobre la intensidad y la direccionalidad de la

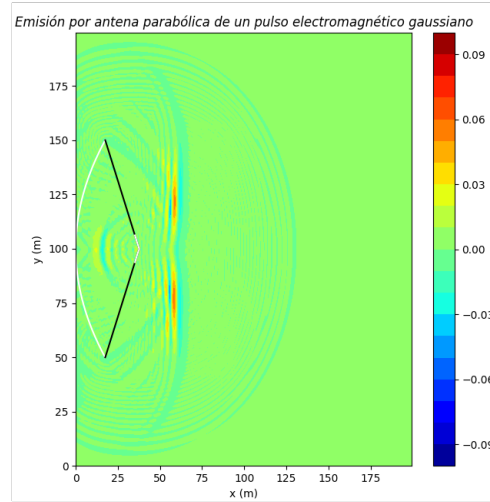


Figura 2: Emisión de ondas planas por la antena parabólica ($a = 0.007$).

variación del parámetro a . Para ello en primer lugar comencemos por ver el plot polar para el caso de $a = 0.07$. (**NOTA IMPORTANTE:** debido a que los patrones en los gráficos direccionales no son suficientemente apreciables para los valores de E_z de la simulación, he decidido reescalar los mismo por un factor 3, por tanto las intensidades representadas no serán las reales. Sin embargo, para lo que nos atañe, que es los patrones direccionales y las diferencias de intensidades para distintos valores de a , esto no es importante).

En la Figura 5, podemos apreciar el patrón polar de la emisión de la antena. Se puede apreciar un lóbulo más pronunciado en la parte derecha, indicando que la emisión es mayor hacia el lado en el que enfoca la antena que en el contrario (algo no muy sorprendente). Si nos fijamos más en ese lóbulo, podemos ver una parte roja y azul más pronunciada que el resto, que corresponde con el frente de onda plano emitido. Se puede ver que dicho frente está aproximadamente acotado entre los ángulos 45° y 315° , mientras que en los ángulos opuestos, el lóbulo de la derecha presenta unas protuberancias correspondientes a los extremos de la antena. Para ángulos más próximos a 180° se aprecia la disminución considerable de la intensidad, a consecuencia de la obstrucción que la antena pone al paso de las ondas a través de ella. En general el patrón total tiene una característica forma de corazón, con un 'pico' en la dirección de apuntado de la antena.

Aumentando el valor de a ('cerrando' más la parábola), vemos como en la Figura 6, el patrón es menos pronunciado en los ángulos cercanos a 45° y 315° , y más notable en 0° en comparación con la Figura 5. Esto denota una mayor direccionalidad, pues se produce un aumento de la intensidad relativa de la onda en la dirección del eje de simetría de la antena. Esto nos lleva a razonar que a mayor a , mayor será esa concentración de la intensidad alrededor del ángulo 0° (hasta llegar a los límites ya comentados). Por otro lado, la intensidad total de la onda no parece haber variado mucho, por lo que no debe de haber grandes diferencias en la cantidad de interferencias destructivas de ambas simulaciones.

Por último, una emisión para un valor $a = 0.004$ se muestra en la Figura 7.

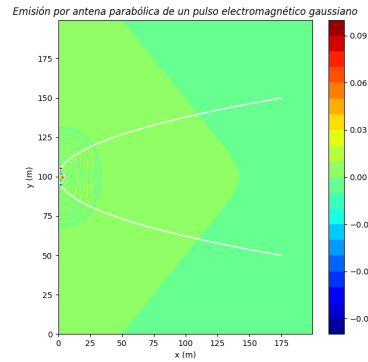


Figura 3: Emisión de ondas planas por la antena parabólica ($a = 0.07$).

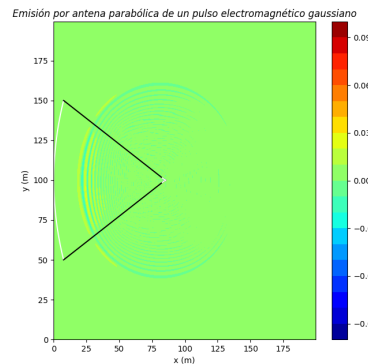


Figura 4: Emisión de ondas planas por la antena parabólica ($a = 0.003$).

Se puede apreciar una apertura total del frente, viendo una progresión desde $a = 0.02$, pasando por $a = 0.007$ hasta el ahora $a = 0.004$, el frente en torno a el ángulo 0° parece abrirse, disminuyéndose su intensidad en el centro. Otro hecho a destacar es que cuanto más se abre la antena, menos parece avanzar el pulso plano y más parece avanzar el resto de la propagación, achatándose cada vez más la forma característica del corazón.

Esto nos lleva a concluir, como esperábamos, a que la antena parabólica rompe la simetría circular de la propagación (al introducirse un material reflectante), cuya forma geométrica influye directamente en la dirección o lóbulo principal de la propagación. Cuanto más aplanada es la antena, menor es ese lóbulo principal, mientras que cuanto más se cierra, más notable es el mismo (siempre dentro de unos límites para la apertura).

3.2. *antenna_reception.py*

Como se había comentado al comienzo de la sección, en este programa se cambia el pulso emitido, simulando la llegada de una onda plana procedente de la Tierra.

En la Figura 8, se aprecia la forma del pulso, que avanzará de derecha a izquierda hasta llegar

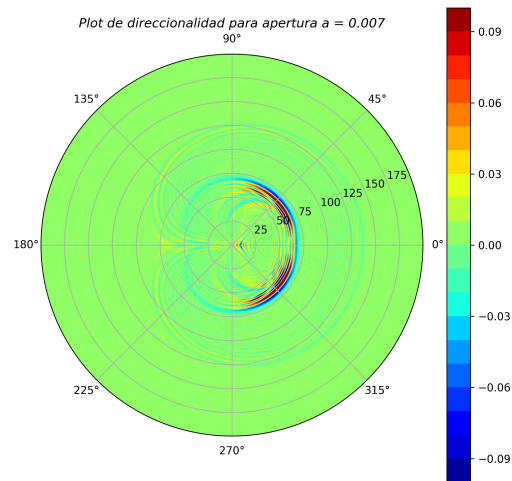


Figura 5: Gráfico de direccionalidad de antena para $a = 0.007$.

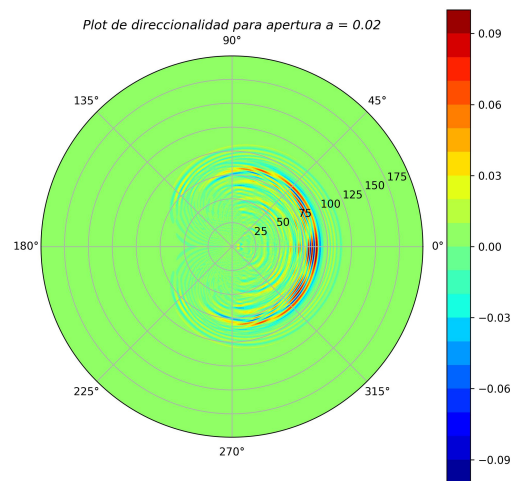


Figura 6: Gráfico de direccionalidad de antena para $a = 0.02$.

hasta la antena. Sabemos que entonces, la antena deberá concentrar la onda en su punto focal, donde en la práctica se recopilaría la información transmitida a través de la onda. Para finalizar los resultados y el informe, en la Figura 9 se puede observar la recepción de la onda, la cual es todo un éxito.

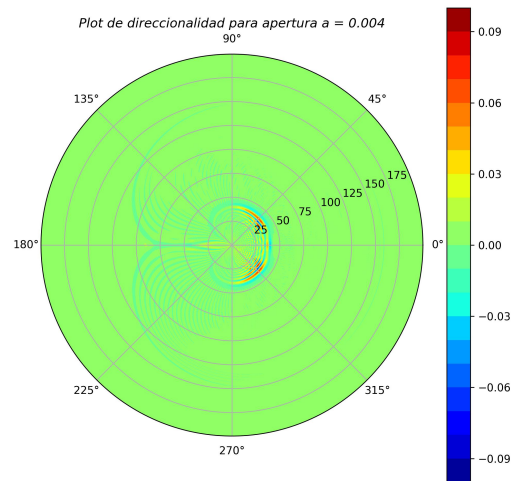


Figura 7: Gráfico de direccionalidad de antena para $a = 0.004$.

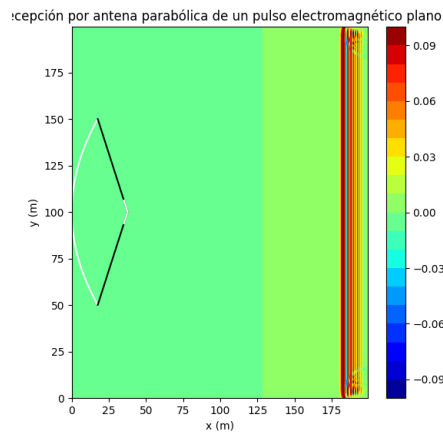


Figura 8: Llegada de onda plana terrestre.

Referencias

- [1] Wikimedia Foundation. *Radio spectrum*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Radio_spectrum#cite_note-ieee-14. (accessed: 01.04.2023).
- [2] National Aeronautics y Space Administration. *Mars Curiosity Rover*. URL: <https://mars.nasa.gov/msl/spacecraft/rover/communication/>. (accessed: 02.04.2023).

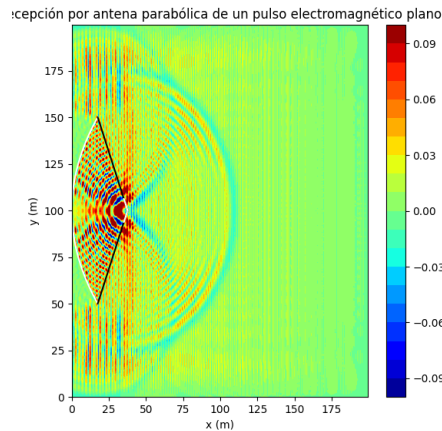


Figura 9: Colapso de la onda terrestre en el punto focal.

- [3] Center for Free-Electron Laser Science. *UFS Lecture 3: Optical Pulses and Dispersion*. URL: https://ufox.cfel.de/sites/sites_cfelgroups/site_cfel-ufox/content/e16281/e133225/e133232/e135883/UFS_L3_April_13_21.pdf. (accessed: 05.04.2023).
- [4] Massachusetts Institute of Technology. *Material Property Database (Aluminum)*. URL: <https://www.mit.edu/~6.777/matprops/aluminum.htm>. (accessed: 01.04.2023).
- [5] Wikimedia Foundation. *Polytetrafluoroethylene*. URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Polytetrafluoroethylene>. (accessed: 01.04.2023).
- [6] Wikimedia Foundation. *Electrical resistivity and conductivity*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Electrical_resistivity_and_conductivity. (accessed: 01.04.2023).
- [7] DC Catling, CS Cockell y CP McKay. “Ultraviolet radiation on the surface of mars”. En: *The Fifth International Conference on Mars*. 1999.
- [8] ON Rzhiga. “An Estimate of the Physical Properties of the Martian Surface from the Results of Radio and Infrared Observations.” En: *Soviet Astronomy, Vol. 11, p. 113* 11 (1967), pág. 113.
- [9] F Simões, R Grard, Michel Hamelin, JJ López-Moreno, K Schwingenschuh, Christian Béghin, J-J Berthelier, J-P Lebreton, GJ Molina-Cuberos y T Tokano. “The Schumann resonance: A tool for exploring the atmospheric environment and the subsurface of the planets and their satellites”. En: *Icarus* 194.1 (2008), págs. 30-41.