Control con perturbación, repaso de control en espacio de estados.

Galvis. David. Restrepo. Camilo.

{u1802584,u1802556}@unimilitar.edu.co

Universidad Militar Nueva Granada

Resumen--- En este documento se va a estudiar el comportamiento de un sistema masa resorte con perturbación modelando mediante una representación en espacio de estados para así poder llevarlo a sus forma canónica controlable y canónica observable. Al obtener dichas representaciones se pueden diseñar un controlador que obedezca a la ley de control mediante tres métodos diferentes para calcular de manera vectorial las constantes del controlador. Así mismo se puede calcular mediante tres métodos un observador de estados mediante el cual se puede mostrar el comportamiento de cualquier variable de estado que ocasionalmente sea difícil de medir físicamente. Se va a mostrar el comportamiento de lo mencionado anteriormente pero añadiendo una constante de integración, lo cual va a convertirlo en un servosistema.

Abstract--- In this document the behavior of a spring mass system with perturbation modeling will be studied by means of a representation in space of states so as to be able to take it to its controllable canonical and observable canonical form. By obtaining such representations a controller can be designed that obeys the control law by means of three different methods to calculate in a vector way the constants of the controller. Likewise, a state observer can be calculated by means of three methods, by means of which the behavior of any state variable that is occasionally difficult to measure physically can be shown. It will show the behavior of the above mentioned but adding an integration constant, which will turn it into a servosystem.

Palabras clave--- Espacio de estados, ley de control, observador, servosistema.

Objetivo General--- Reforzar los conceptos adquiridos del control en espacio de estados.

Objetivos específicos--

* Modelar un sistema mediante la representación en variables de estado bajo las formas canónica controlable y canónica observable.

* Simular el sistema en espacio de estados usando MATLAB.

* Controlar el sistema usando la ley de control u= -kx.

* Diseñar observadores de estado.

* Diseñar servosistemas.

1. INTRODUCCIÓN

Un sistema de control moderno puede tener muchas entradas y muchas salidas, y estas están interrelacionadas de manera compleja. Los métodos en el espacio de estado para el análisis y la síntesis de sistemas de control son más adecuados para tratar con sistemas con varias entradas y varias salidas que se requiere sean óptimos en algún sentido.

Este método se basa en la descripción del sistema en términos de n ecuaciones en diferencias o diferenciales de primer orden, que pueden combinarse en una ecuación matricial en diferencias o diferencial de primer orden. La utilización de la notación matricial simplifica en gran medida la representación matemática de los sistemas de ecuaciones.

Los métodos en el espacio de estado permiten incluir condiciones iniciales dentro del diseño. Ésta es una característica muy importante no contemplada en los métodos de diseño convencional [1].

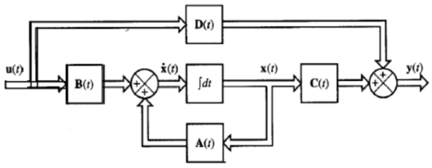
Estado: El estado de un sistema dinámico es el conjunto más pequeño de variables (llamadas variables de estado) tales que el conocimiento de dichas variables en $t = t0$ junto con el conocimiento de la entrada para $t \geq t0$. Determinan por completo el comportamiento del sistema para cualquier tiempo $t \geq t0$.

Variables de estado: Las variables de estado de un sistema dinámico son las que conforman el conjunto más pequeño de variables que determinan el estado del sistema dinámico. Si para describir en su totalidad el comportamiento de un sistema dinámico se requiere de por lo menos n variables $x1,\ x2,\ \cdots,\ xn$ (de tal forma que una vez dada la entrada para $t \geq t0$ y el estado inicial en $t = t0$, el estado futuro del sistema queda completamente determinado), entonces dichas n variables se consideran un conjunto de variables de estado.

Vector de estado: Si se necesitan n variables de estado para describir completamente el comportamiento de un sistema dado, entonces estas n variables de estado se pueden considerar como los n componentes de un vector $\vec{x}$. Dicho vector se conoce como vector de estado. Un vector de estado es, por tanto, un vector que determina en forma única el estado $\vec{x}(t)$ del sistema para cualquier tiempo $t \geq t0$, una vez dado el estado en $t = t0$ y especificada la entrada $u(t)$ para $t > t0$.

Espacio de estado: El espacio de n dimensiones cuyos ejes coordenados están formados por el *eje* $x1$, *eje* $x2$, $\cdots$, *eje* xn se conoce como espacio de estado. Cualquier estado puede representarse por un punto dentro de dicho espacio de estado [2].

La imagen 1 muestra el diagrama básico de la representación por estados de sistema y las ecuaciones.



$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

Figura 1: Representación de estados de un sistema.

Los reguladores por retro de estado se basan en la formulación de la ley de control $u = -K\vec{x}$, donde $\vec{x}$ son los estados del sistema (medibles y/o estimados según aplique), y K es la ganancia de realimentación. Si se quiere error de estado estable cero en el diseño por realimentación de, se hace un lazo adicional de realimentación, donde la salida es comparada directamente con la referencia deseada (Entrada(t)-Salida(t)). Luego debe ser este error multiplicado por una ganancia e integrado para ser sumado a los términos de realimentación antes mencionados.

Observadores de Estado: Cuando no se pueden medir todos los estados $\vec{x}$ (como es el caso común), se puede construir un observador para estimarlos, mientras sólo se mide la salida $(t) = C\vec{x}(t)$. El esquema se muestra en la imagen 2 .

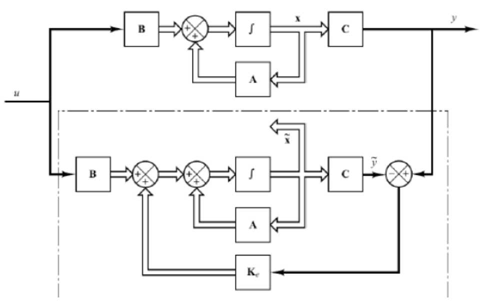


Figura 2 : Representación de estados de un sistema con observador.

El observador es básicamente una copia de la planta; tiene la misma entrada y casi siempre la misma ecuación diferencial. Un término extra compara la medición de la salida actual con la salida estimada $\hat{y}(t)$; causando que los estados estimados se aproximen a los valores reales de los estados. La dinámica del error del observador está dada por los polos de $(A - LC)$. [3]

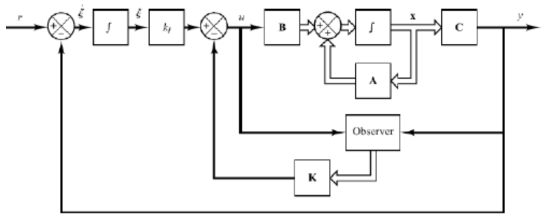


Figura 3: Representación de un servosistema

2. MATERIALES

* Software: MATLAB ®

* Bata blanca.

3. PROCEDIMIENTO

Para el siguiente sistema se debe realizar el modelo en espacio de estados teniendo en cuenta la perturbación como un desplazamiento senoidal.

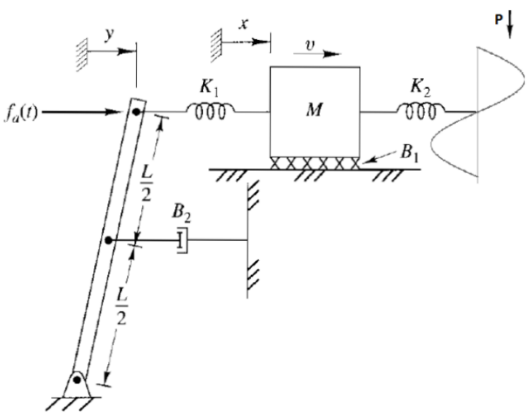


Figura 4: Sistema masa resorte.

El modelado se realizó representando los diagramas de cuerpo libre para la masa y para la barra la cual está anclada al suelo lo cual indica su punto de pivote. Para la sumatoria de torques se tiene en cuenta un ángulo formado por la barra y la vertical, pero como todos los términos de la ecuación resultante contienen términos de dicho ángulo y también de la longitud de la barra entonces se van a eliminar.

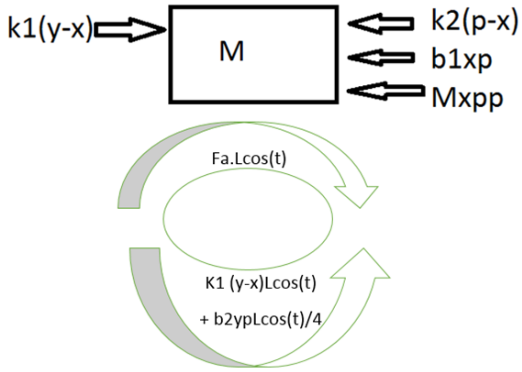


Figura 5: diagramas de cuerpo libre para sumar fuerzas y torques.

$$\frac{b2\,\dot{y}\,Lcos\theta}{4}+k1(y-x)Lcos\theta-FaLcos\theta=0$$

$$\dot{y}=Fa\left(\frac{4}{b2}\right)+x\left(\frac{4k1}{b2}\right)-y\left(\frac{4k1}{b2}\right) \tag{1}$$

$$v=\dot{x} \tag{2}$$

$$M\dot{v}+b1v+k2(p-x)-k1(y-x)=0$$

$$\dot{v}=-v\left(\frac{b1}{M}\right)-x\left(\frac{k1-k2}{M}\right)+y\left(\frac{k1}{M}\right)-p\left(\frac{k2}{M}\right) \tag{3}$$

Luego de realizar el modelado las matrices del sistema quedan de la siguiente manera. Siendo E la matriz de la perturbación.

```
A =
[            0,      1,          0]
[ -(k1 + k2)/m, -b1/m,       k1/m]
[     (4*k1)/b2,     0, -(4*k1)/b2]
B =
     0
     0
 4/b2
C =
     1     0     0
D =
     0
E =
     0
 -k2/m
     0
```

Figura 6: Matrices del sistema en términos de variables.

Y luego reemplazando los valores de las constantes:

```
k1 = 0.6; % N/m 5
k2 = 0.8; % N/m 10
b1 = 0.2; % N*s/m 20
b2 = 0.5; % N*s/m 10
m = 0.5; % kg
```

Figura 7: Constantes del sistema.

Esos valores se toman aleatoriamente pero teniendo en cuenta una situación real.

```
A =
         0    1.0000         0
   -2.8000   -0.4000    1.2000
    4.8000         0   -4.8000
B =
     0
     0
     8
C =
     1     0     0
D =
     0
E =
         0
   -1.6000
         0
```

Figura 8: Matrices del sistema con valores.

Luego para hallar las matrices de las formas canónica controlable y canónica observable se debe primero hallar la matriz W, dada por la forma general:

$$W = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-2} & a_1 & 1 \\ a_{n-2} & \dots & 1 & 0 \\ \dots & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```
W =
    4.7200    5.2000    1.0000
    5.2000    1.0000         0
    1.0000         0         0
```

Figura 9: Matriz W con los valores reemplazados.

Para las FCC se debe hallar la matriz de controlabilidad.

```
MatCont = [ B A*B (A^2)*B] ;
```

Y se realiza el siguiente procedimiento, donde quedan definidas las FCC para todas las matrices.

```
T = MatCont*W;
Tinv = inv(T);

A2FCC = Tinv*A*T;
B2FCC = Tinv*B;
C2FCC = C*T;
E2FCC = Tinv*E;
```

Luego para representar en la forma canónica observable se debe hallar la matriz de observabilidad y realizar el siguiente procedimiento.

```
MatObs = [ C ; C*A ; C*(A^2)];

T2 = inv(W*MatObs);
T2inv = inv(T2);

A2FCO = T2inv*A*T2;
B2FCO = T2inv*B;
C2FCO = C*T2;
E2FCO = T2inv*E;
```

REGULADORES

Se diseña un regulador por realimentación de estados utilizando los tres métodos de diseño:

Métodos

- Compensación por matriz de pesos.
- Igualación de polinomios.
- Método de ackerman.

Para realizar el control por espacio de estados partimos de aquí en adelante teniendo un polinomio característico (que se obtiene de la planta) y un polinomio deseado (que se obtiene de los criterios de diseño)

El polinomio característico es el siguiente.

$$s^3 + 5.2s^2 + 4.72s + 7.68$$

Obtenido realizando el determinante de (SI -A).

Los objetivos de control:

Tiempo de establecimiento: 8s

Coeficiente de amortiguamiento zita ξ: 0.7

Polinomio deseado:

$$s^3 + 6s^2 + 5.51s + 2.55$$

Este polinomio añade los siguientes polos al sistema:

```
                        -5
 - (51^(1/2)*1i)/14 - 1/2
   (51^(1/2)*1i)/14 - 1/2
```

Regulador: método 1

Este método 1 es mediante la compensación por matriz de pesos.

Para hallar la constante K a usando el método 1 se utiliza la siguiente fórmula:

$$\mathbf{K} = [\alpha_3 - a_3 \mid \alpha_2 - a_2 \mid \alpha_1 - a_1]\mathbf{T}^{-1}$$

Donde los valores de α son constantes de la ecuación del polinomio deseado, que para nuestro caso serán:

```
alf1 = 6 ; alf2 = 5.5 ; alf3 = 2.55;
```

Y los valores de 'a' serán los del polinomio característico.

```
a1 = 5.2; a2 = 4.72; a3 = 7.68;
```

Y además de la inversa de la matriz T donde esta es:

T=M*W

M = Matriz de controlabilidad

W = Matriz de pesos

Regulador: método 2

Para el segundo método, igualación de polinomios, se debe hallar el determinante de la expresión:

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{BK}|$$

Donde K es el vector:

K = [k1met2 k2met2 k3met2]

```
syms k1met2 k2met2 k3met2
Kmet2 = [ k1met2 k2met2 k3met2];
SIABK = det((MatDeEses - A) + (B*Kmet2));
SIABK = vpa(SIABK)
k3met2 = (alf1-5.2)/8;
k2met2 = (alf2-3.2*k3met2-4.72)/9.6;
k1met2 = (alf3-7.68-22.4*k3met2)/9.6;
```

Siendo el determinante:

*6*k1met2 + 22.4*k3met2 + 4.72*s + 9.6*k2met2*s + 3.2*k3met2*s + 8.0*k3met2*s^2 + 5.2*s^2 + s^3 + 7.68*

El cual se iguala al polinomio deseado.

Y el resultado de este determinante se debe igualar al polinomio deseado, realizando esto se logra hallar los valores de la K, los cuales deben **SER IGUALES POR LOS 3 MÉTODOS.**

Regulador: método 3

Método de Ackerman, donde la constante de realimentación de espacio de estados se obtiene de la siguiente manera.

$$\mathbf{K} = [0 \quad 0 \quad 1][\mathbf{B} \mid \mathbf{AB} \mid \mathbf{A}^2\mathbf{B}]^{-1}\phi(\mathbf{A})$$

Siendo ΦA:

$$\alpha_3\mathbf{I} + \alpha_2\mathbf{A} + \alpha_1\mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 = \phi(\mathbf{A})$$

Luego realizando este procedimiento en MATLAB.

```
FiA = (A)^3 + alf1*((A)^2) + alf2*A + alf3*MatIdnt;

BABA2B = [B A*B (A^2)*B];
InvBABA = inv(BABA2B);

Kmet3 = [ 0 0 1]*(InvBABA)*FiA
```

OBSERVADORES

Para cada método del observador se debe hallar la constante ke del observador.

Observador: método 1

Se tienen las siguientes expresiones:

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{WN}^*)^{-1}$$

$$\mathbf{N} = \left[\mathbf{C}^* \mid \mathbf{A}^*\mathbf{C}^* \mid \cdots \mid (\mathbf{A}^*)^{n-1}\mathbf{C}^*\right]$$

Donde C* y A* son las matrices transpuestas de las matrices C y A del sistema, respectivamente.

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots & a_1 & 1 \\ a_{n-2} & a_{n-3} & \cdots & 1 & 0 \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ a_1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para hallar la constante Ke del observador mediante el método 1 se resuelve la siguiente expresión:

$$\mathbf{K}_e = (\mathbf{WN}^*)^{-1}\begin{bmatrix} \alpha_2 - a_2 \\ \alpha_1 - a_1 \end{bmatrix}$$

Para el caso de un polinomio deseado de segundo orden

Luego, para el caso de un sistema donde el polinomio es de tercer grado existirá un alpha 3 y un a3.

```
Atrans = A';
Ctrans = C';
N = [Ctrans Atrans*Ctrans (Atrans^2)*Ctrans];
Ntrans = N';
WN = W*Ntrans;
Q = inv(WN);
Ke = Q*[alf3 - a3 ; alf2 - a2 ; alf1 - a1]
```

Observador: método 2

Para hallar el vector constante Ke mediante el método 2, se parte de que el determinante de la siguiente expresión es igual a 0

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{K}_e\mathbf{C}| = 0$$

Donde Ke = [ke1 ; ke2 ; ke3]

Donde el resultado es un polinomio de grado 3 en términos de Ke, dicho polinomio es el siguiente.

*1.92*ke1 + 4.8*ke2 + 1.2*ke3 + 4.72*s + 5.2*ke1*s + ke2*s + ke1*s^2 + 5.2*s^2 + s^3 + 7.68*

El cual se debe igualar al polinomio deseado que se expresó anteriormente.

Realizando dicho procedimiento en MATLAB donde se despejan ya las constantes del vector Ke es:

```
syms ke1 ke2 ke3
Kemet2 = [ ke1 ; ke2 ; ke3];

DetObsMet2 = det(MatDeEses - A + Kemet2*C);
DetObsMet2 = vpa(DetObsMet2)

ke1 = alf1-5.2;
ke2 = alf2-4.72-ke1*5.2;
ke3 = (alf3-4.8*ke2-1.92*ke1-7.68)/1.2;
Kemet2 = [ ke1 ; ke2 ; ke3]
```

Observador: método 3

La ecuación para hallar la constante Ke mediante el método de Ackerman es la siguiente.

$$\mathbf{K}_e = \mathbf{K}^* = \phi(\mathbf{A}^*)^* \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{CA}^{n-2} \\ \mathbf{CA}^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \phi(\mathbf{A}) \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{CA}^{n-2} \\ \mathbf{CA}^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Siendo Fi de A.

$$\alpha_3 \mathbf{I} + \alpha_2 \mathbf{A} + \alpha_1 \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 = \phi(\mathbf{A})$$

Realizando estas operaciones en MATLAB.

```
ObsFiA = A^3 + alf1*A^2 + alf2*A + alf3*MatIdnt;

CCA = [ C ; C*A ; C*(A^2)];

invCCA = inv(CCA);

Kemet3 = ObsFiA*invCCA*[ 0; 0; 1]
```

Servosistemas

Para los servosistemas se construyó un espacio de estados representado mediante matrices empaquetadas las cuales se construyen de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ o \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} C & o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix}$$

De esta forma las matrices empaquetadas A,B y C quedan así:

```
Aempq =

         0    1.0000         0         0
   -2.8000   -0.4000    1.2000         0
    4.8000         0   -4.8000         0
   -1.0000         0         0         0


Bempq =

     0
     0
     8
     0


Cempq =

     1     0     0     0
```

Luego de tener dichas matrices se debe volver a calcular la matriz de controlabilidad, la matriz M y la matriz T. Esto se debe a que las matrices cambiaron y para el primer método se utiliza la matriz T para calcular las constantes del vector del controlador.

```
MattCont =

         0         0    9.6000  -49.9200
         0    9.6000  -49.9200  214.2720
    8.0000  -38.4000  184.3200 -838.6560
         0         0         0   -9.6000
```

El polinomio característico de esta nueva representación se obtiene con el determinante de sI-Aempq el cual también sirve para calcular la matriz M y posteriormente la matriz T.

```
eqnMM =

s^4 + 5.2*s^3 + 4.72*s^2 + 7.68*s


MM =

    7.6800    4.7200    5.2000    1.0000
    4.7200    5.2000    1.0000         0
    5.2000    1.0000         0         0
    1.0000         0         0         0


TTT =

         0    9.6000         0         0
         0         0    9.6000         0
         0   22.4000    3.2000    8.0000
   -9.6000         0         0         0
```

Hay que tener en cuenta que el vector K que se va a obtener es el siguiente:

$$[k1 \;\; k2 \;\; k3 \;\; -ki]$$

Entonces ese último valor del vector se debe poner negativo para obtener el valor real de la constante de integración ki, y con los demás agruparlos en un nuevo vector K.

Método 1

Mediante el método de compensación por matriz de pesos se obtiene el vector K de la siguiente forma:

$$[\alpha 4 - a4 \;\; \alpha 3 - a3 \;\; \alpha 2 - a2 \;\; \alpha 1 - a1]T^{-1}$$

los valores a se obtienen del polinomio característico, los cuales son los siguientes:

aa1 = 5.2; aa2 = 4.72; aa3 = 7.68; aa4=0

los valores de αse obtienen del polinomio deseado, que en este caso va a cambiar puesto que ahora será de cauto orden y por consiguiente se deben agregar dos polos no dominantes.

s^4 + 10.7*s^3 + 32.25*s^2 + 20.0*s + 6.25

alff1 = 10.7 ; alff2 = 32.25 ; alff3 = 20 ; alff4= 6.25

Método 2

Para el metodo de igualacion de polinomios se halla el determinante

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{BK}|$$

En donde K=[k1 k2 k3 k4]

Teniendo en cuenta que k4=-ki la ecuación resultante se iguala al polinomio deseado para despejar los valores de las constantes del vector

```
syms k1sermet2 k2sermet2 k3sermet2 kisermet2
KKsermet2 = [ k1sermet2 k2sermet2 k3sermet2 kisermet2]

SIABKempq = vpa(det((SIIII-Aempq) + (Bempq*KKsermet2)))

k3sermet2 = (alff1-5.2)/8;
k2sermet2 = (alff2-3.2*k3sermet2-4.72)/9.6;
k1sermet2 = (alff3-7.68-22.4*k3sermet2)/9.6;
kisermet2 = (-alff4)/9.6
KKsermet2 = [ k1sermet2 k2sermet2 k3sermet2 kisermet2]
kimet2=-KKsermet2(4)
Ksermet2=[k1sermet2 k2sermet2 k3sermet2]
```

El resultado de ese determinante es:

7.68*s - 9.6*kisermet2 + 9.6*k1sermet2*s + 22.4*k3sermet2*s + 9.6*k2sermet2*s^2 + 3.2*k3sermet2*s^2 + 8.0*k3sermet2*s^3 + 4.72*s^2 + 5.2*s^3 + s^4

Método 3

Mediante el método de ackerman se obtiene el vector K de la siguiente manera:

$$\alpha_4 I + \alpha_3 A_{empq} + \alpha_2 A_{empq}{}^2 + \alpha_1 A_{empq}{}^3 = \Phi(A_{empq})$$
$$K = [0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 1]T^{-1}[B \;\; AB \;\; A^2B \;\; A^3B] \;\; \Phi(A_{empq})$$

Luego se realizó el siguiente procedimiento en MATLAB.

```
FiiA = (Aempq)^4 + alff1*((Aempq)^3) + alff2*((Aempq)^2) + alff3*Aempq + alff4*MattIdnt;
InvvBABA = inv(MattCont);
KKsermet3 = [ 0 0 0 1]*(InvvBABA)*FiiA
k1sermet3=KKsermet3(1);
k2sermet3=KKsermet3(2);
k3sermet3=KKsermet3(3);
kimet3=-KKsermet3(4)
Ksermet3=[k1sermet3 k2sermet3 k3sermet3]
```

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

FCC

Las matrices de la forma FCC quedan de la siguiente manera.

```
A2FCC =
         0    1.0000         0
   -0.0000    0.0000    1.0000
   -7.6800   -4.7200   -5.2000
B2FCC =
     0
     0
     1
C2FCC =
    9.6000         0         0
E2FCC =
         0
   -0.1667
    0.0667
```

Realizando el diagrama en simulink de la forma canónica controlable y simulando se tiene la siguiente respuesta.

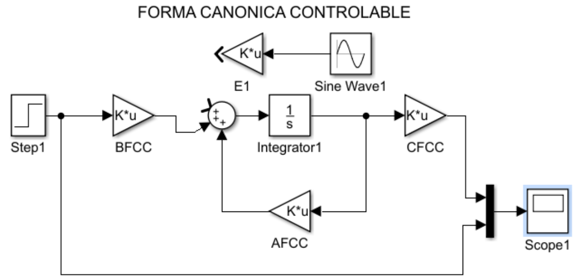


Figura 10: Espacio de estados FCC.

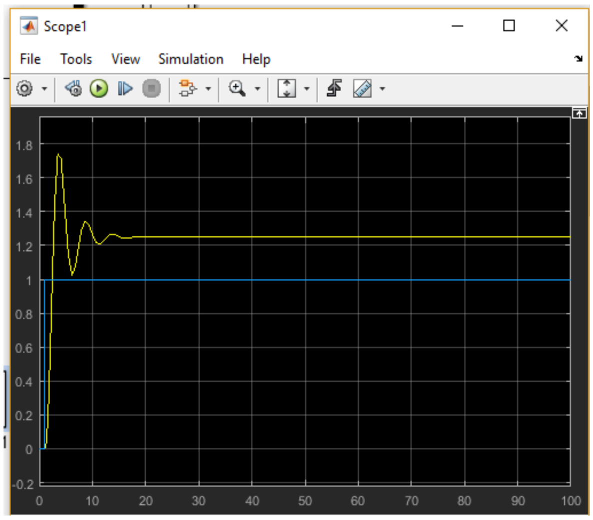


Figura 11: Respuesta en lazo abierto de la representación FCC.

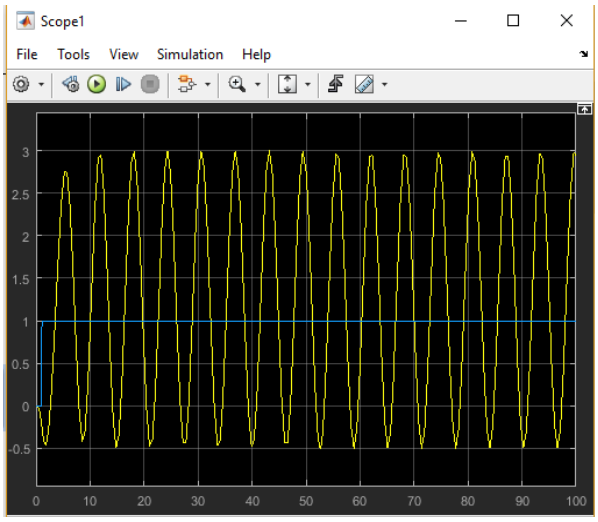


Figura 12: Respuesta con perturbación de la representación FCC.

FCO

```
A2FCO =
      0.0000    -0.0000    -7.6800
      1.0000     0.0000    -4.7200
     -0.0000     1.0000    -5.2000
B2FCO =
      9.6000
      0.0000
      0.0000
C2FCO =
     -0.0000     0.0000     1.0000
E2FCO =
     -7.6800
     -1.6000
     -0.0000
```

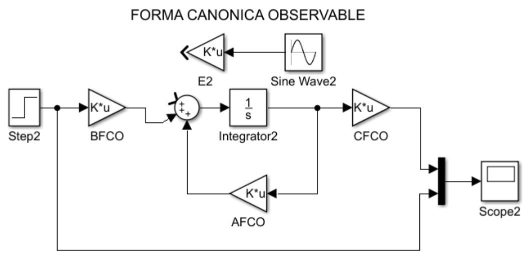


Figura 13: Espacio de estados FCO

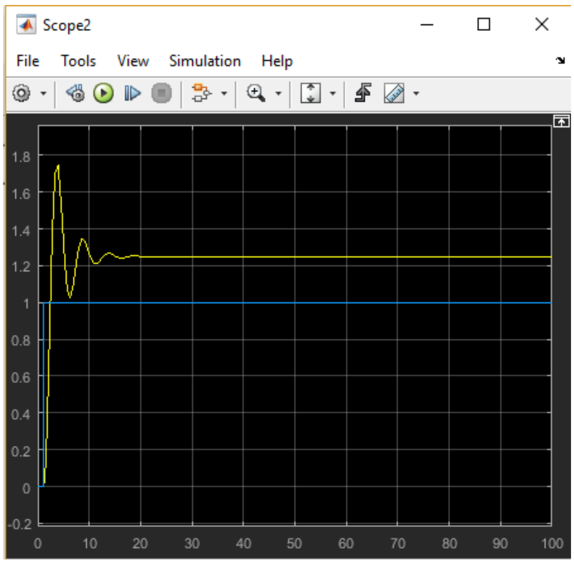


Figura 14: Respuesta en lazo abierto de la representación FCO

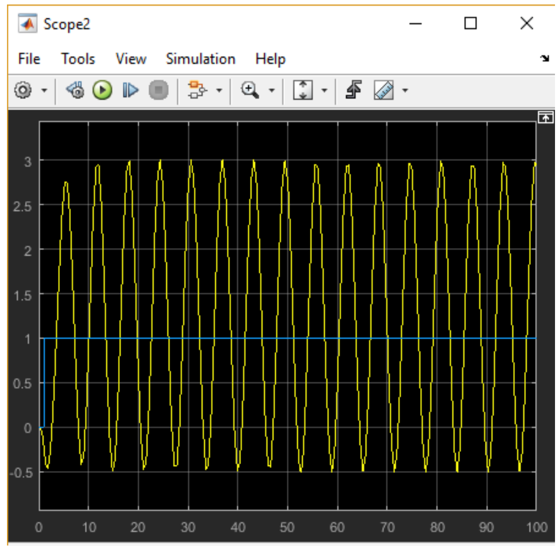


Figura 15: Respuesta con perturbación de la representación FCO.

En ambos casos FCC y FCO se obtiene la misma respuesta.

Regulador: método 1

Utilizando la ecuación para el método 1

```
Kmet1 = [(alf3-a3) (alf2-a2) ((alf1-a1))]*Tinv
```

```
Kmet1 =
   -0.7677    0.0479    0.1000
```

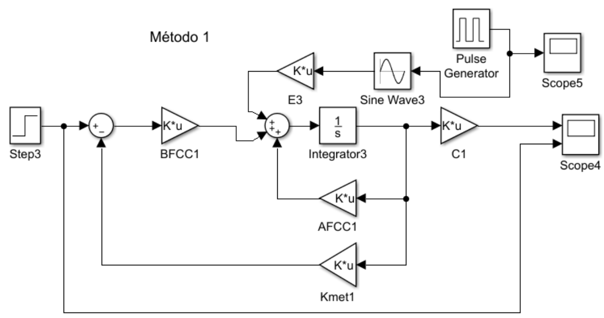


Figura 16: Espacio de estados con ganancia K de realimentación método 1.

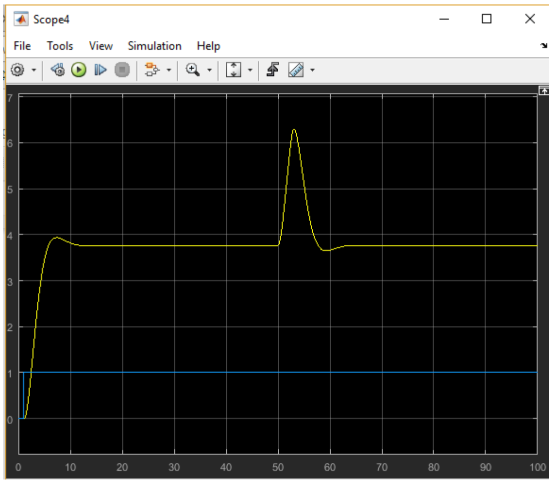


Figura 17: Respuesta del scope, método 1.

Se observa la respuesta subamortiguada estabilizandose a los 8 segundos y la señal controlandose justo despùes de añadir una perturbación senoidal a cuando t = 50s.

Regulador: método 2

Teniendo entonces la K obtenida anteriormente, se ingresa al simulink.

```
Kmet2 = [ k1met2 k2met2 k3met2]
```

```
Kmet2 =
   -0.7677    0.0479    0.1000
```

Luego se ingresa el vector kmet2 como ganancia en el diagrama realizado en simulink.

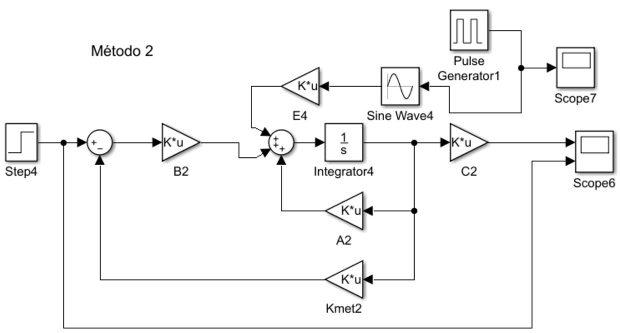


Figura 18: Espacio de estados con ganancia K de realimentación método 2.

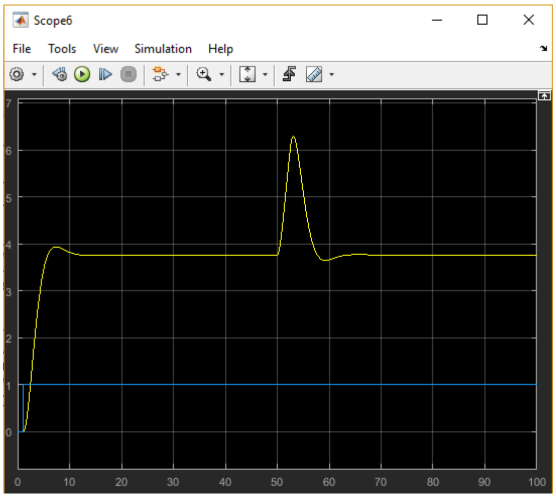


Figura 19: Respuesta del scope, método 2.

Regulador: método 3

Se obtiene la K mediante el método de Ackerman:

```
Kmet3 =
   -0.7677    0.0479    0.1000
```

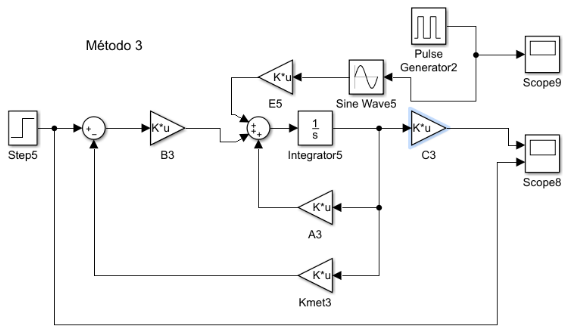


Figura 20: Espacio de estados con ganancia K de realimentación método 3.

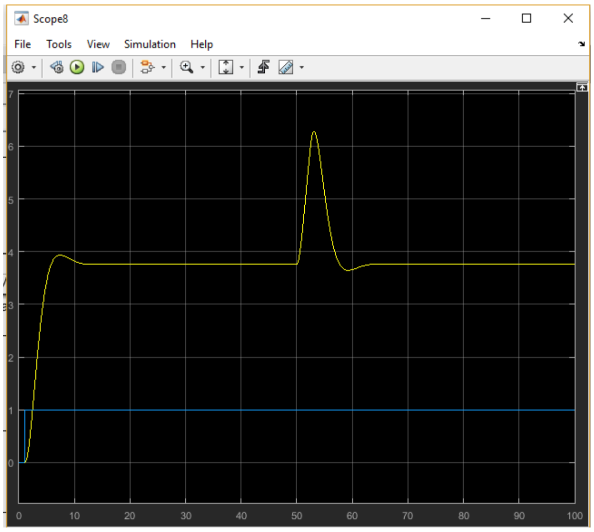


Figura 21: Respuesta del scope, método 3.

Donde se observa la misma salida con respecto a los otros dos métodos anteriores, esto quiere decir que se desarrolló correctamente el procedimiento.

Observador método 1

La constante del observador será

```
Ke =

    0.8000
   -3.3800
    7.9650
```

Y será la que se implemente en el diagrama de simulink.

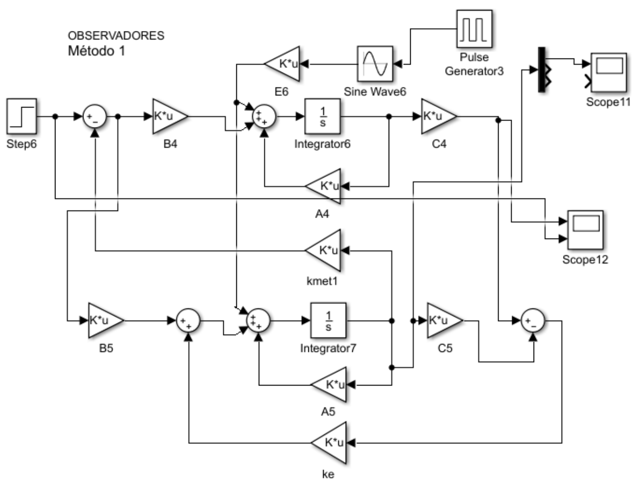


Figura 22: Espacio de estados con observador, método 1.

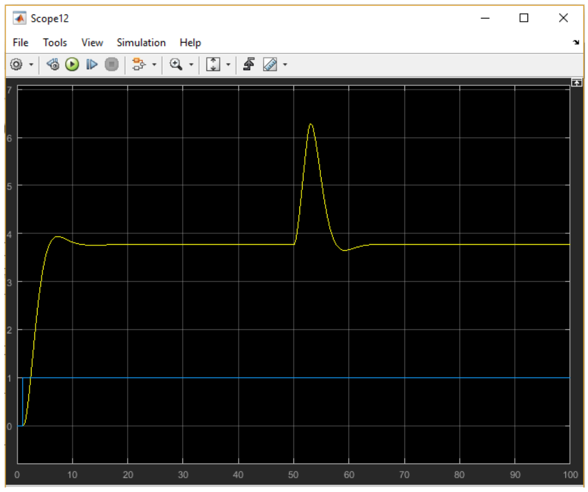


Figura 23: Respuesta del scope, observador método 1

Utilizando la Ke del observador, se obtiene la misma respuesta de los casos anteriores.

Observador método 2

Obteniendo el vector ke por el método 2, se implementa luego en el simulink.

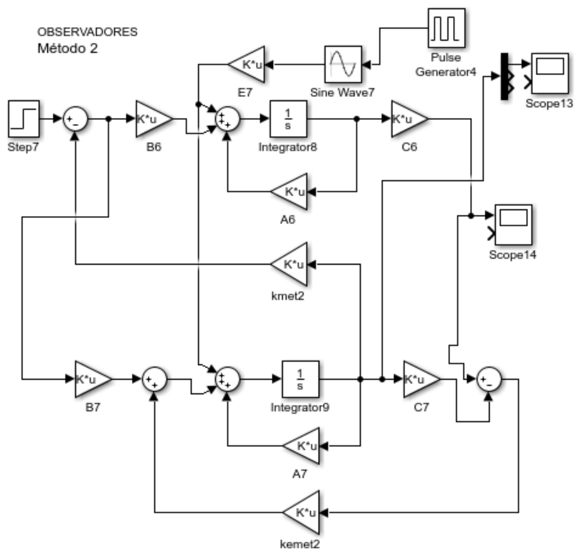


Figura 24: Espacio de estados con observador, método 2

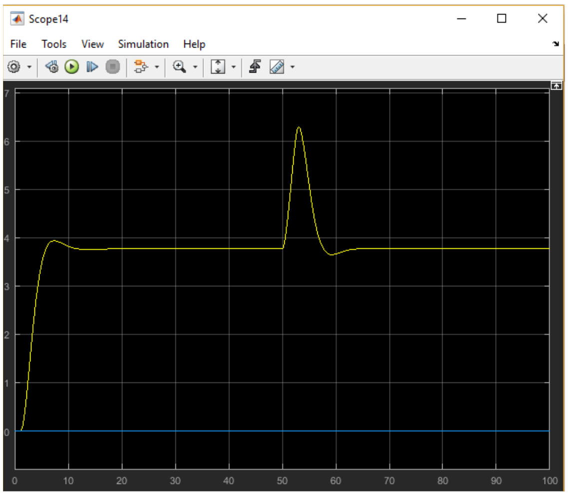


Figura 25: Respuesta del scope, observador método 2

Donde nuevamente se observa que la respuesta es igual tanto al observador del método 1 como del regulador.

Observador método 3

La constante Kemet3 es la obtenida por el método Ackerman para observadores, donde da como resultado igual a las anteriores.

```
Kemet3 =
      0.8000
     -3.3800
      7.9650
```

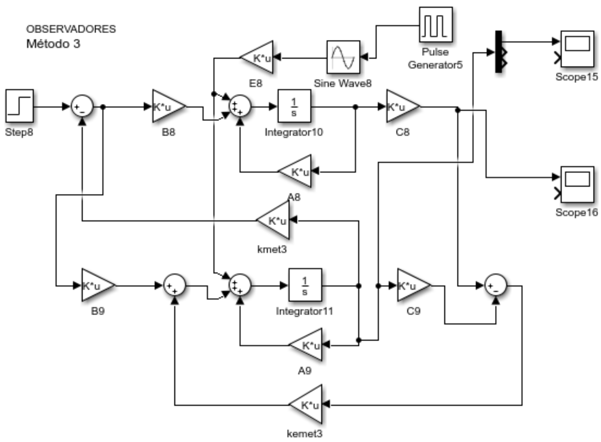


Figura 26: Espacio de estados con observador, método 3

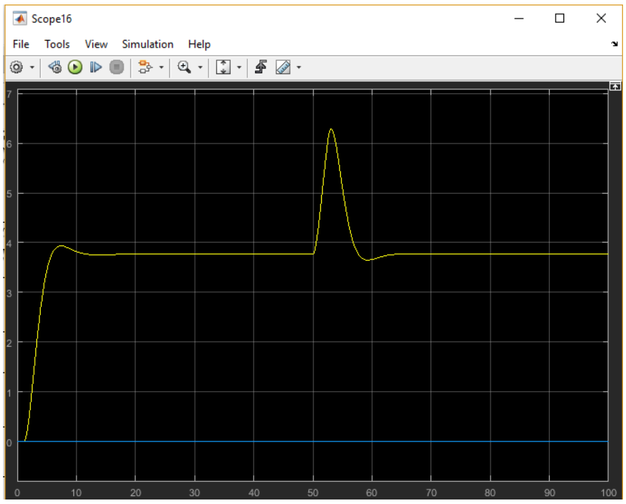


Figura 27: Respuesta del scope, observador método 3

Y se obtiene la misma respuesta lo que indica que se realizó el procedimiento correctamente, esta vez por el tercer método.

Servosistema método 1

Las constantes obtenidas por el método de compensación por matriz de pesos para el controlador, y la constante ki obtenida son

```
KKsermet1 =

   -0.3208    2.6385    0.6875   -0.6510


kimet1 =

    0.6510


Ksermet1 =

   -0.3208    2.6385    0.6875
```

Estas son las constantes del control K y la constante de integración ki que se implementan en simulink

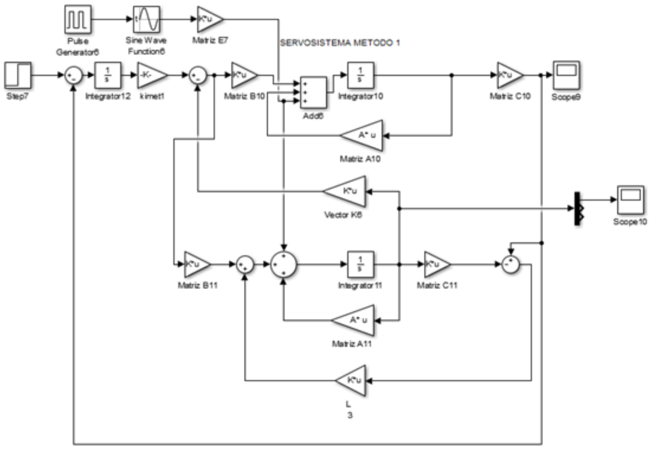


Figura 28: Diagrama en bloques del servosistema encontrado por el método 1.

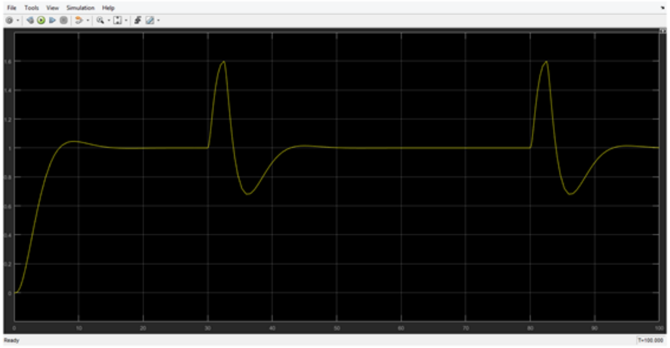


Figura 29 : Respuesta del servosistema con el método 1

Servosistema método 2

Las constantes obtenidas por el metodo de igualacion de polinomios son

```
kimet2 =

    0.6510


Ksermet2 =

   -0.3208    2.6385    0.6875
```

Estas son las constantes del control K y la constante de integración ki que se implementan en simulink

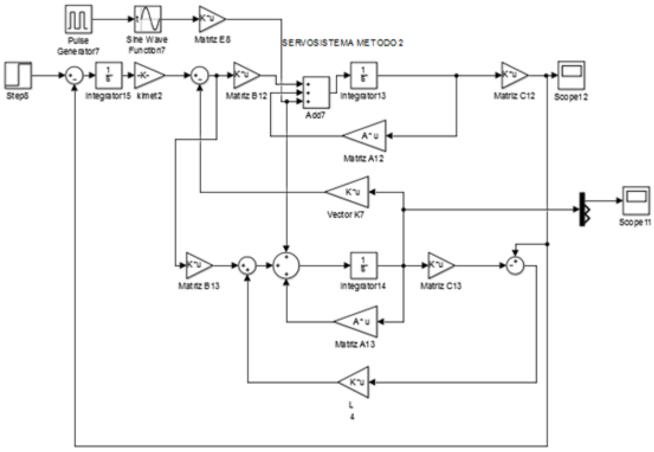


Figura 30: Diagrama en bloques del servosistema encontrado por el método 2.

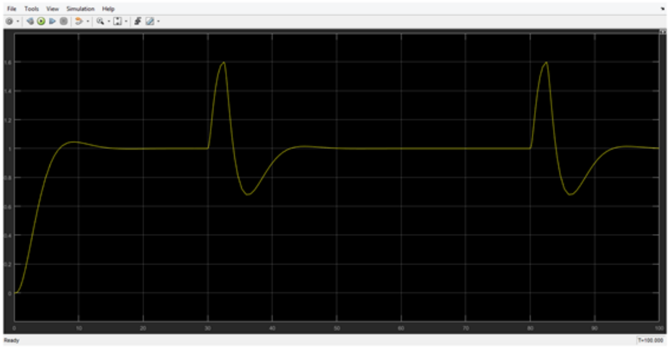


Figura 31: Respuesta del servosistema con el método 2

Servosistema método 3

Las constantes obtenidas por el método de Ackerman son

```
KKsermet3 =

   -0.3208    2.6385    0.6875   -0.6510


kimet3 =

    0.6510


Ksermet3 =

   -0.3208    2.6385    0.6875
```

Estas son las constantes del control K y la constante de integración ki que se implementan en simulink

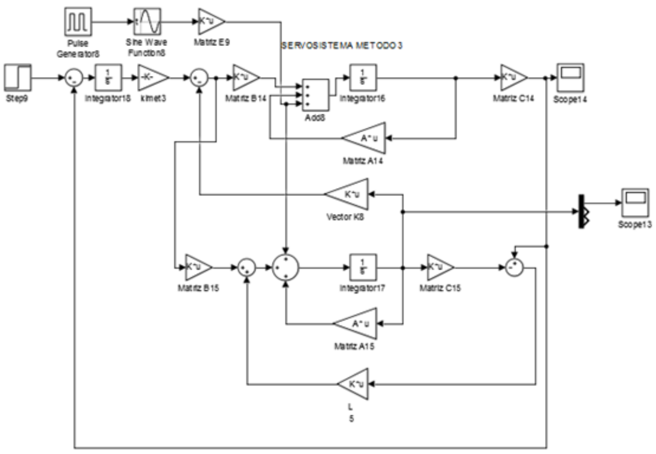


Figura 32: Diagrama en bloques del servosistema encontrado por el método 3.

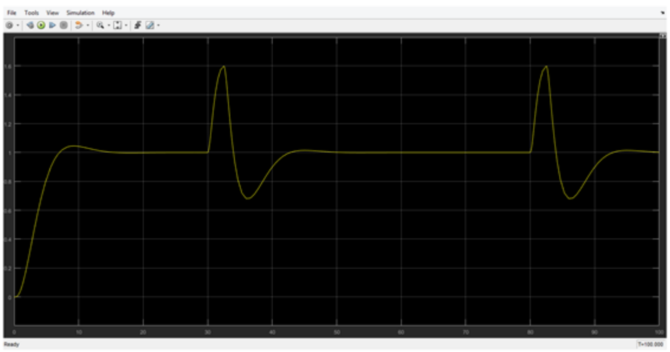


Figura 33: Respuesta del servosistema con el método 3

5. CONCLUSIONES

Al realizar los reguladores por los distintos métodos métodos el resultado fue el mismo, y estos casos se cumplen para sistemas de cualquier orden.

Con un observador se puede medir cualquier variable de estado y se observa que la medición de la variable en específico que se quiere controlar es la misma con el observador o con el solo controlador.

Utilizando un servosistema mejora mucho el comportamiento del sistema controlado logrando así cumplir con los objetivos de control.

El servosistema cumple la gran función de seguir una referencia, lo que lo hace el sistema más usado en la industria debido a esta característica, además de que su desarrollo es muy sencillo.

6. REFERENCIAS

[1] K. Ogata, Sistemas de control en tiempo discreto, Prentice Hall, 1996.

[2] B. C. Kuo, Digital control system, Rinehart and Winstoon, 1996.

[3] F. d. I. d. l. UNaM, «Tutoriales de Control con MATLAB,» Regents of University of Michigan, 18 Agosto 1997. [En línea].

[4] << Modeling DC Motor Position, Control Tutorials >>, Developed by Professor Dawn Tilbury (Michigan University) and Professor Bill Messner (Carnegie Mellon University). National Instruments. [En línea] Disponible en:

http://www.ni.com/tutorial/6859/en/ [Último acceso: 12 Abril 2017]

[5] Serway. R. A., Jewett. J. W. , Física para ciencias e ingeniería, 7 ed, Vol 1, Cengage Learning Editores ®, México, 2008 , pp 278.

[6]K. Ogata, Modern Control Engineering, 5ed, Prentice Hall, 1996.