

Laboratorio 3: Control de posición y velocidad de un motor en DC.

Galvis, David. López, Daniel.

{u1802584,u1802530}@unimilitar.edu.co

Universidad Militar Nueva Granada

Resumen--- En esta práctica se realizó el control de las variables posición y velocidad de un motor DC. Realizando un control PID para el motor y que cumpla los parámetros de control ($ess= 0$, $\zeta = 0.7$ y $ts=85\%$ del tiempo de establecimiento en lazo abierto) requeridos ante una entrada escalón, rampa y aceleración.

Abstract--- In this practice is presented the control of position and speed variables of a DC Motor. Calculating a PID for the motor and making it satisfy the control parameters ($ess= 0$, $\zeta = 0.7$ and $ts=85\%$ of the settling time in open loop)

Palabras clave--- Control, Posición, Angular, Respuesta.

Objetivo General--- Controlar la posición y velocidad de un motor en DC para entradas tipo escalón, rampa y aceleración, considerando efectos de saturación de un sistema real.

Objetivos específicos--

- * Hallar el modelo matemático para un motor en DC y comparar la respuesta del mismo con un sistema real.

- * Encontrar las constantes que permitan controlar la posición y la velocidad de un motor en DC considerando entradas de tipo escalón, rampa y aceleración.

- * Verificar las constantes obtenidas en los archivos de simulación del sistema real, de tal manera que se puedan ver los efectos de saturación y escogencia de parámetros adecuados al momento

de diseñar los controladores.

1. INTRODUCCIÓN

Se tiene el diagrama de bloques del control de posición de un motor DC, utilizando el módulo SRV02:

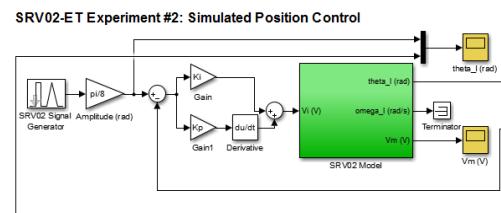


Figura 1: Control de posición SRV02.

SRV02 Experiment #3: Simulated Speed Control

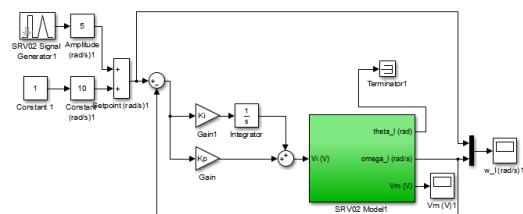


Figura 2: Control de velocidad SRV02

2. MARCO TEÓRICO

El motor de corriente en DC es una de las fuentes motrices más ampliamente usadas en la industria, este es básicamente un transductor de par que convierte energía eléctrica en energía mecánica. El par desarrollado en el eje del motor es directamente proporcional al flujo en el campo y a la corriente en la armadura. [1]

Modelado del motor en DC.

Para representar el modelo matemático de un motor en DC, con transmisión de movimiento mediante engranajes y carga, se puede utilizar el esquema mostrado en la Figura 1.

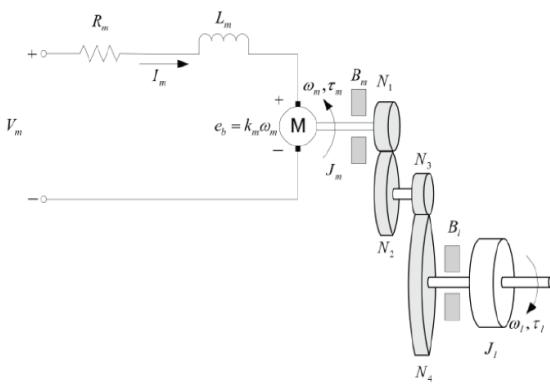


Figura 3: Diagrama de motor DC con transmisión. [2]

Considerando este esquema, se debe analizar el sistema desde la parte eléctrica y mecánica para de esta forma llegar a la función que relacione la velocidad de la carga con el voltaje del motor.

Ecuaciones eléctricas:

El voltaje producido por la fuerza contraelectromotriz e_b es:

$$e_b(t) = k_m \omega_m(t) \quad Ec. 1$$

Usando la ley de Kirchhoff de voltaje para la malla del circuito.

$$V_m(t) - R_m I_m(t) - L_m \frac{dI_m(t)}{dt} - k_m \omega_m(t) = 0$$

Debido a que la inductancia del motor L_m es menor a la resistencia, esta inductancia se puede ignorar:

$$V_m(t) - R_m I_m(t) - k_m \omega_m(t) = 0 \quad Ec. 2$$

En donde k_m es la constante de la fuerza contraelectromotriz y ω_m es la velocidad del

eje del motor.

$$I_m(t) = \frac{V_m(t) - K_m \omega_m(t)}{R_m} \quad Ec. 3$$

Ecuaciones mecánicas:

Para el análisis de las ecuaciones mecánicas, se tiene en cuenta el motor y el acople a los engranajes.

La ecuación 4 relaciona el momento de inercia J con la aceleración angular del sistema α y τ que es la suma de los torques aplicados en el cuerpo.

$$J\alpha = \tau \quad Ec. 4$$

Luego, modelando el sistema mecánico, se tiene en cuenta la fricción que actúa sobre la carga B_l y al ser una sumatoria de Torques, esta fricción se multiplica por la velocidad angular de la carga ω_l .

$$J_l \frac{d\omega_l(t)}{dt} + B_l \omega_l(t) = \tau_l(t) \quad Ec. 5$$

donde J_l es el momento de inercia de la carga τ_l es el total de torques aplicados a la carga. La ecuación del eje del motor es:

$$J_m \frac{d\omega_m(t)}{dt} + B_m \omega_m(t) + \tau_{m1}(t) = \tau_m(t)$$

donde J_m es el momento de inercia del eje del motor y τ_{m1} es el torque resultante actuando en el eje del motor desde el torque de carga. La ecuación del torque sobre el eje de carga desde un torque aplicado al motor puede ser escrita así:

$$\tau_1(t) = \eta_g k_g \tau_{m1}(t)$$

donde k_g es el radio del engranaje y η_g es la eficiencia de la caja de engranajes. La caja de engranajes planetaria que está directamente montada sobre el motor del mecanismo es representada por los engranajes N1 y N2 representados en la siguiente ecuación:

$$k_{gi} = \frac{N_1}{N_2}$$

Esta ecuación comprende la parte interna de la caja de engranajes, El engranaje del motor N_3 y el engranaje de carga N_4 , comprenden la parte externa de la caja de engranajes que tiene la siguiente ecuación:

$$k_{ge} = \frac{N_4}{N_3}$$

El radio del engranaje del mecanismo está dado por:

$$k_g = k_{gi} k_{ge}$$

Entonces, el torque visto desde el eje del motor hasta los engranajes puede ser expresado como:

$$\tau_{m1}(t) = \frac{\tau_1(t)}{\eta_g k_g}$$

Intuitivamente, el eje del motor debe girar k_g veces para que el eje de salida gire una vuelta.

Simplificando y reemplazando las ecuaciones mecánicas, se llega finalmente a:

$$J_{eq} \frac{dw_l(t)}{dt} + B_{eq} \omega_l(t) = \eta_g k_g \tau_m(t)$$

3. MATERIALES

* Software: MATLAB ®

* Bata blanca.

4. PROCEDIMIENTO

A partir de la función de transferencia determinada en el marco teórico, se asignan los valores correspondientes según la Tabla 1.

El procedimiento se encuentra desarrollado de manera más detallada en el anexo que se encuentra al final de este documento.

Símbolo	Valor
η_g	0.9
η_m	0.69
R_m	2.6 Ω
k_g	70
k_t	7.68x Nm/A
k_m	7.68x Nm/A
B_{eq}	0.015 Nm/rad/s
J_{eq}	0.00213 kg

Tabla 1. Valores del sistema.

Como resultado se obtiene que:

```
tf1 =
1.528
-----
0.02535 s + 1
```

Imagen 1. Función de transferencia (Vel. Angular)

Utilizando el comando `tf2ss` de MATLAB, se puede obtener la representación en variables de estado del sistema.

```

Ng=0.9;
Nm=0.69;
Rm=2.6;
Kg=70;
Kt=7.68*(10^-3);
Km=7.68*(10^-3);
Beq=0.015;
Jeq=0.00213;

Am=(Ng*Kg*Nm*Kt)/Rm;
Beqf= Beq+ (Ng*(Kg^2)*Nm*Kt*Km)/Rm;
K=Am/Beqf;
t=Jeq/Beqf;
num=K;
den=[t 1];

tf1=tf(num,den);
[A,B,C,D]=tf2ss(num,den);|

```

Imagen 2. Código en MATLAB para obtener el espacio de estados.

Donde A es la matriz que representa la dinámica del sistema, B es la matriz que relaciona las entradas con el sistema, C es la matriz de salida y D es la matriz que relaciona las entradas con la salida, esta generalmente es nula.

```

>> MotorDC
>> A
A =
-39.4506
>> B
B =
1
>> C
C =
60.2834
>> D
D =
0

```

Imagen 3. Matrices de estados.

Ahora se pide realizar un control PID para la velocidad y posición angular del sistema, teniendo en cuenta que se requiere un error en estado estable () igual a 0 ante entradas escalón, rampa y aceleración; un coeficiente de amortiguamiento (ξ) igual a 0.7 y un tiempo de establecimiento igual al 85% del tiempo de

establecimiento en lazo abierto.

A partir de la función de transferencia mostrada en la imagen 1, se determina la constante de tiempo (t) del sistema, siendo esta, el término que acompaña a la s. Por lo tanto:

$$\tau = 0.02535 \text{ s}$$

Para un sistema de primer orden, se dice que en 5 constantes de tiempo el sistema ya está estable, por lo que el tiempo de establecimiento en lazo abierto va a ser igual a 5t.

$$ts_{LA} = 5 * \tau = 5 * (0.02535) = 0.12675 \text{ s}$$

$$ts_{LC} = 0.85 * ts_{LA} = 0.85 * (0.12675) = 0.1077 \text{ s}$$

Con el tiempo de establecimiento ya definido, y un coeficiente de amortiguamiento establecido, se halla la frecuencia natural deseada.

$$ts = \frac{4.5}{\xi * \omega_n} \rightarrow \omega_n = \frac{4.5}{\xi * ts} = 59.68$$

Para la velocidad angular del sistema:

- Entrada escalón:

El sistema en lazo abierto es tipo 0, por lo que por teoría se conoce que presenta un error en estado estable de:

$$\frac{1}{1 + K}$$

Donde K es la constante de error.

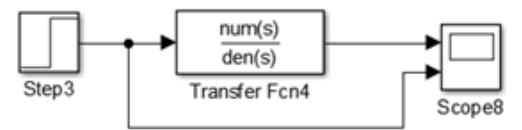


Imagen 4. Diagrama en bloques del sistema

Para disminuir el error, se implementa una

acción integral en el control, esta hará que el sistema se vuelva de segundo orden, por lo que se decide implementar un control PI, por lo que el sistema en lazo cerrado presenta la siguiente función de transferencia:

$$H(s) = \frac{1.528(K_p s + K_I)}{0.02535 s^2 + (1.528K_p + 1)s + 1.528K_I}$$

Con el coeficiente de amortiguamiento y la frecuencia natural del sistema se genera el polinomio deseado:

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + 83.56s + 3561.7$$

Con esto, se asocian términos de la función de transferencia del sistema con los del polinomio deseado, obteniendo así los valores de las constantes de control.

$$\frac{1.528K_p + 1}{0.02535} = 83.56$$

$$K_p = 0.732$$

$$\frac{1.528K_I}{0.02535} = 3561.7$$

$$K_I = 59.1$$

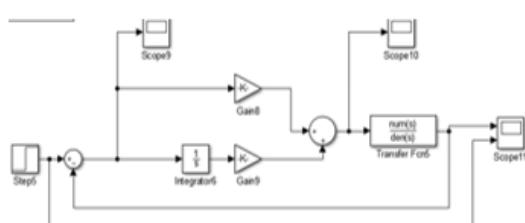


Imagen 5. Diagrama en bloques del sistema en lazo cerrado.

- Entrada rampa

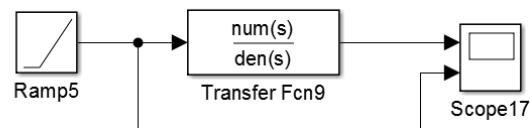


Imagen 6. Diagrama en bloques del sistema en lazo abierto

Se necesita que el sistema sea de tipo 2 para que presente un error en estado estable de 0 ante una entrada rampa, por lo que se implementa una doble acción integral, con esto, el sistema se vuelve de tercer orden, por lo que se decide un control PI^2 , con esto la función de transferencia es igual a:

$$H(s) = \frac{1.528(K_p s^2 + K_{I1} s + K_{I2})}{[0.02535 s^2 + s]s + 1.528(K_p s^2 + K_{I1} s + K_{I2})}$$

A partir de las raíces del polinomio deseado, se determina un polo adicional que pueda ser considerado despreciable, y se genera un polinomio alternativo, con esto se relaciona término a término y se hallan los valores de las constantes.

$$K_p = 7.66$$

$$K_{I1} = 638.2$$

$$K_{I2} = 37719.17$$

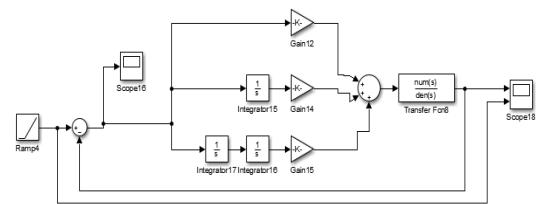


Imagen 7. Diagrama en bloques del sistema en lazo cerrado.

- Entrada en aceleración:

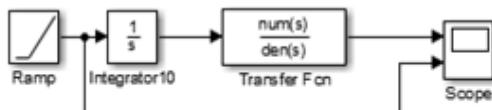


Imagen 8. Diagrama en bloques del sistema en lazo abierto.

Para que el sistema presente un error en estado estable ante una entrada en aceleración se implementa una triple acción integral, con esto el sistema se vuelve de cuarto orden, por lo que se implementa un control PI^3 .

$$H(s) = \frac{1.528(K_p s^4 + K_{I1} s^2 + K_{I2} s + K_{I3})}{0.0253 s^4 + (1.528 K_p + 1) s^3 + 1.528 K_{I1} s^2 + 1.528 K_{I2} s + 1.528 K_{I3}}$$

Con las raíces del polinomio deseado, se determina el valor de los polos adicionales que se le deben de agregar, tal que su efecto sea despreciable; a partir de esto se genera un nuevo polinomio deseado de cuarto grado.

$$s^4 + 903.56s^3 + 240180.9s^2 + 16967030s + 598721770$$

Asociando términos con los de la función de transferencia, se da que:

$$K_p = 14.336$$

$$K_{I1} = 3984.7$$

$$K_{I2} = 281488.36$$

$$K_{I3} = 9932982$$

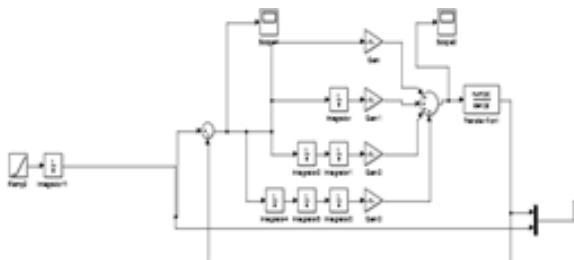


Imagen 9. Diagrama en bloques del sistema en lazo cerrado.

Para la posición angular del sistema:

Siendo la posición angular la integral de la velocidad angular, la función de transferencia de la posición angular es:

$$H(s) = \frac{1.528}{[0.02535s+1]s}$$

- **Entrada escalón:**

El sistema es tipo 1, de segundo orden, y por teoría se sabe que el error en un sistema tipo 1 es 0 ante una entrada escalón, esto se puede comprobar utilizando el teorema del valor final.

$$ess = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)Ref(s)$$

Siendo Ref(s) la entrada, en este caso, un escalón ($1/s$), y E(s) la señal de error, definida como:

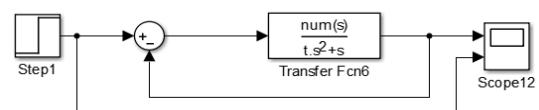
$$E(s) = \frac{1}{1+CP}$$

Siendo C, la señal de control, pero en este caso es igual a 1, por lo que:

$$E(s) = \frac{[0.02535s+1]s}{[0.02535s+1]s+1.528}$$

Retomando el teorema del valor final, se da que:

$$ess = \lim_{s \rightarrow 0} s * \frac{[0.02535s+1]s}{[0.02535s+1]s+1.528} * \frac{1}{s} = 0$$



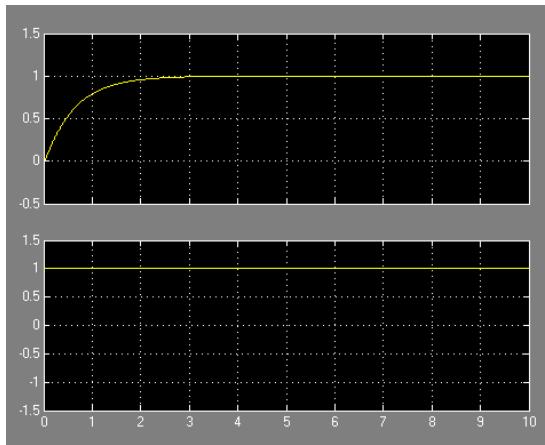


Imagen 10. Respuesta del sistema en lazo cerrado.

En la imagen 10 se observa en la gráfica de la parte superior que la respuesta del sistema en lazo cerrado tiene un error en estado estable de cero, la gráfica de la parte inferior representa la entrada tipo escalón.

Ya con un error en estado estable igual a 0, se decide un control PD para asegurar el tiempo de establecimiento; en lazo cerrado se da una función de transferencia:

$$H(s) = \frac{1.528(K_p + K_d s)}{[0.02535s + 1]s + 1.528(K_p + K_d s)}$$

Realizando el mismo procedimiento anterior, comparando términos con los del polinomio deseado, se hallan los valores de las constantes.

$$K_p = 59.1$$

$$K_d = 0.73$$

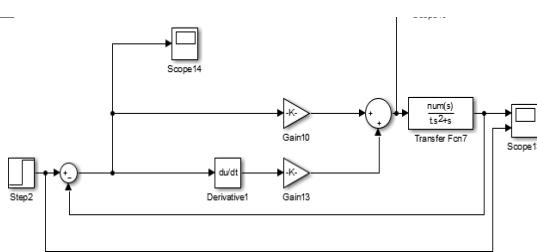


Imagen 11. Diagrama en bloques del sistema en lazo cerrado.

• Entrada rampa

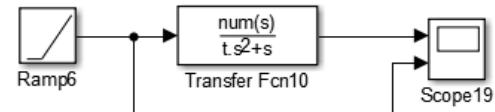


Imagen 12. Diagrama en bloques del sistema en lazo abierto.

Para una disminución del error, se implementa una acción integral, tal que el sistema se vuelve tipo 2, de tercer orden, con esto, se diseña un control PID y su función de transferencia en lazo cerrado equivale a:

$$H(s) = \frac{1.528(Kds^2 + K_p s + K_I)}{[0.02535s^2 + s]s + 1.528(Kds^2 + K_p s + K_I)}$$

Con esto, se obtiene que:

$$K_p = 638.2$$

$$K_I = 37719.17$$

$$K_d = 7.66$$

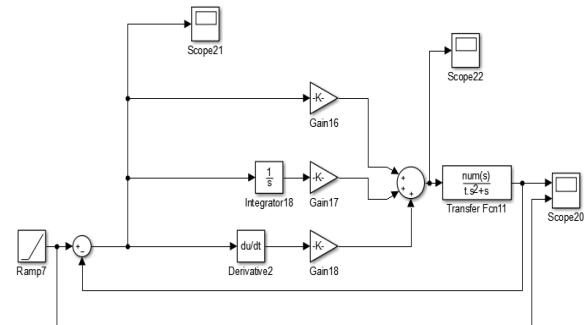


Imagen 13. Diagrama en bloques del sistema en lazo cerrado.

• Entrada en aceleración.

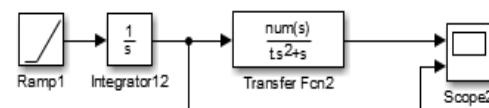


Imagen 14. Diagrama en bloques del sistema en lazo

abierto.

Para disminuir el error ante una entrada en aceleración, se utiliza una doble acción integral, esto hace que el sistema se vuelva de cuarto orden, por lo que se decide un control PI^2D , con esto, la función de transferencia en lazo cerrado queda como:

$$H(s) = \frac{1.528(Kds^3 + Kps^2 + K_{I1}s + K_{I2})}{[0.02535s^3 + s^2]s + 1.528(Kds^3 + Kps^2 + K_{I1}s + K_{I2})}$$

Siguiendo el mismo procedimiento se da que:

$$K_p = 3984.7$$

$$K_{I1} = 281488.4$$

$$K_{I2} = 9932982$$

$$K_d = 14.33$$

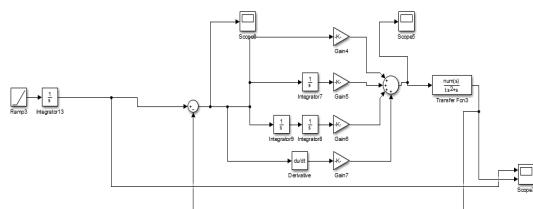


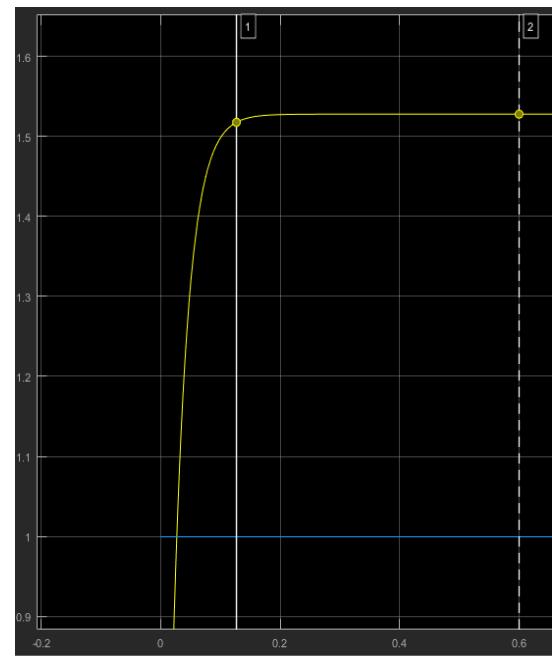
Imagen 15. Diagrama en bloques del sistema en lazo cerrado.

5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Control de velocidad

Escalón:

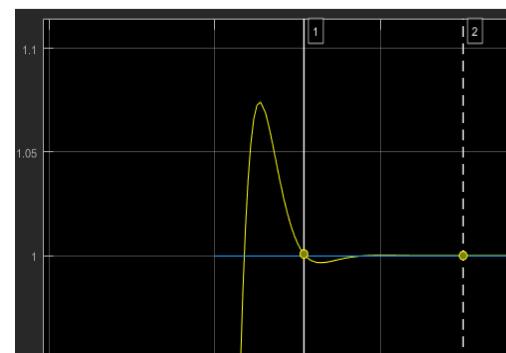
En lazo abierto, el sistema presenta el siguiente comportamiento:



▼ Measurements		
	Time	Value
1	0.127	1.518e+00
2	0.600	1.528e+00
ΔT	473.045 ms	ΔY 1.032e-02

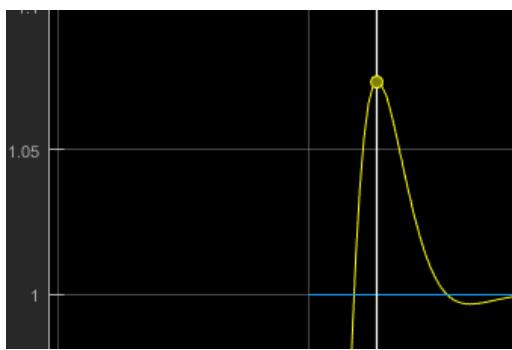
El tiempo de establecimiento concuerda con lo presentado en el procedimiento ya que en estado estable el sistema presenta un valor de 1.528 u, y en el valor de 5τ se tiene un valor de 1.518, esto equivale a un 99.34% del valor final, por lo que se puede decir que en ese momento el sistema ya está estable.

Implementando el controlador diseñado (ver **Imagen 5**), el sistema presenta la siguiente respuesta:



▼ Measurements		
	Time	Value
1	0.108	1.001e+00
2	0.300	1.000e+00
ΔT	192.300 ms	ΔY 7.855e-04

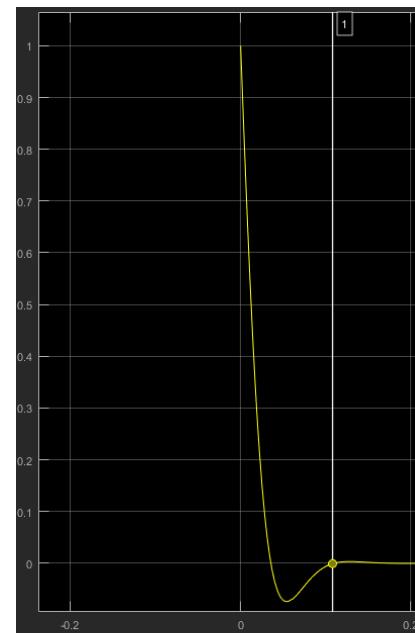
El sistema se dice que ya es estable en el tiempo establecido que equivale al 85% del tiempo de establecimiento en lazo abierto, incluso se puede decir que el sistema se estabiliza antes debido a la escala manejada.



▼ Measurements		
	Time	Value
1	0.054	1.073e+00
2	0.300	1.000e+00
ΔT	246.312 ms	ΔY 7.348e-02

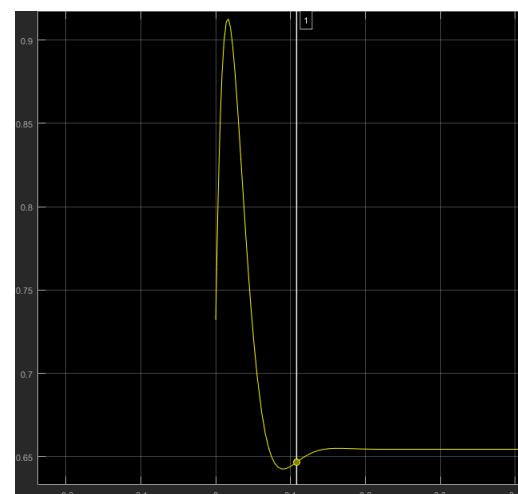
El pico que presenta el sistema equivale a un 7.3% del valor en estado estable, teóricamente, con un coeficiente de amortiguamiento de 0.7, debería de ser del 4.6% aproximadamente, lo que indica que en el sistema en lazo cerrado se presenta un coeficiente de amortiguamiento aproximadamente igual a 0.41, lo que indica que no se cumplen los parámetros establecidos, esto se puede dar debido a las aproximaciones que se realizan en los cálculos.

Ahora se observa cómo se está comportando el control con respecto a la señal de error.



▼ Measurements		
	Time	Value
1	0.108	-6.442e-04
2	1.227	0.000e+00
ΔT	1.119 s	ΔY 6.442e-04

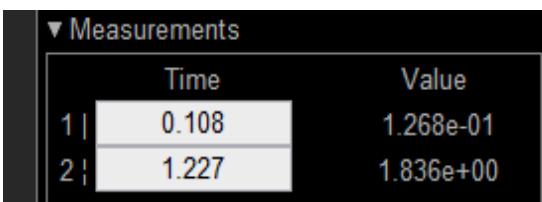
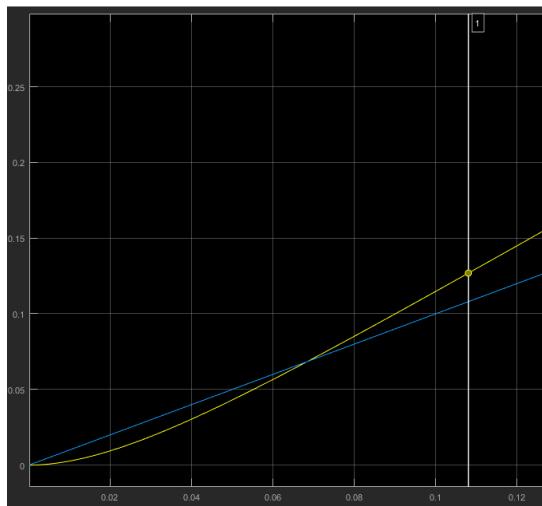
La señal de error se muestra prácticamente nula en el tiempo de establecimiento establecido, que es lo que se busca con la implementación del control en el sistema.



Rampa:

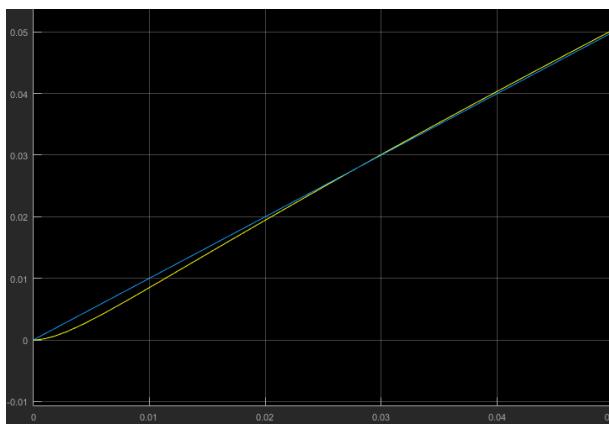
En lazo abierto, el sistema presenta la siguiente

respuesta:



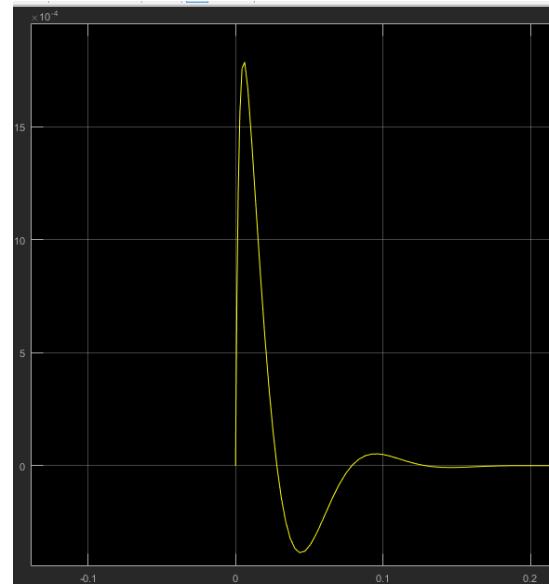
Siendo el sistema tipo 0, por teoría se sabe que en lazo cerrado, el tiempo tiende a ser infinito, el error también tiende a serlo, debido a que la diferencia entre pendientes de las dos rectas no es nula.

Implementando el control diseñado (ver **Imagen 7**) se obtiene que el sistema responde de la siguiente manera:

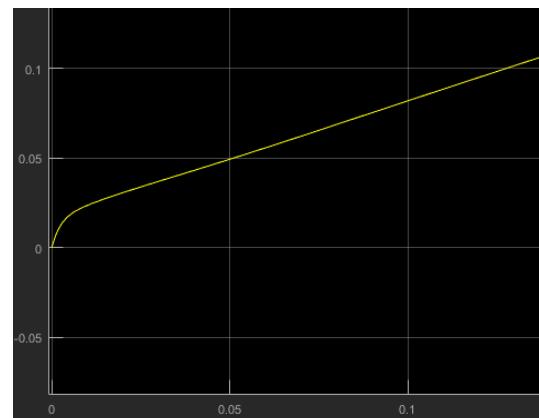


Aunque se presente un error en estado estable igual a 0, el sistema se estabiliza en un tiempo mucho menor al establecido, por esto se

observan las señales de error y control.



Como se puede notar, la señal de error que se maneja es muy pequeña, por lo que se asume que el control realizado es muy fuerte, ya que el error prácticamente es cero (Observar la escala del eje).

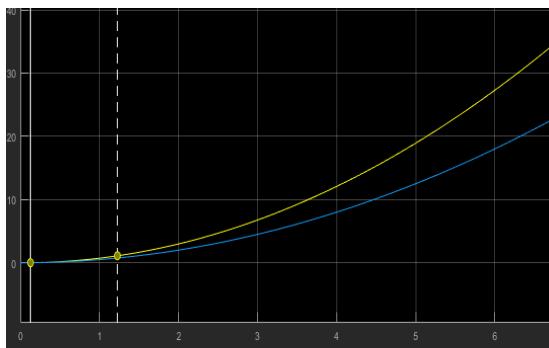


El control muestra una acción integral muy fuerte, por esto es que el error disminuye de tal forma; aunque ese tipo de disminución del error sea deseable, requiere de una acción de control mayor. Esto se ve implicado en un mayor gasto energético de los componentes del sistema de control.

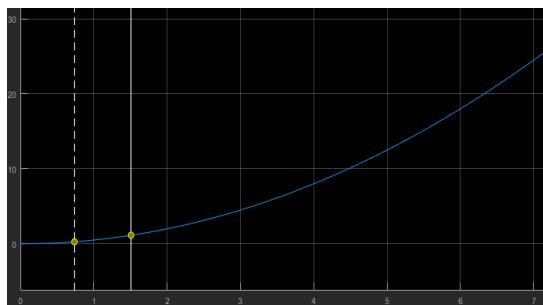
Aceleración:

En lazo abierto se presenta el siguiente

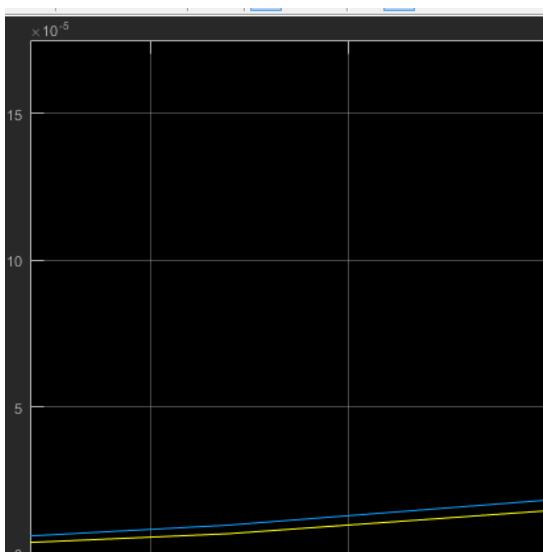
comportamiento:



Efectivamente se presenta un error infinito, para disminuirlo, se implementa el control diseñado (ver **Imagen 9**).

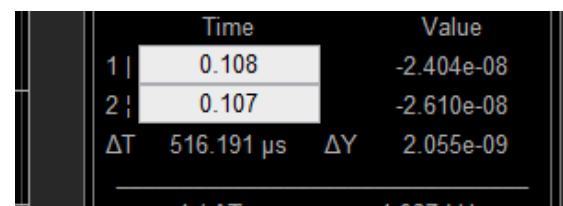
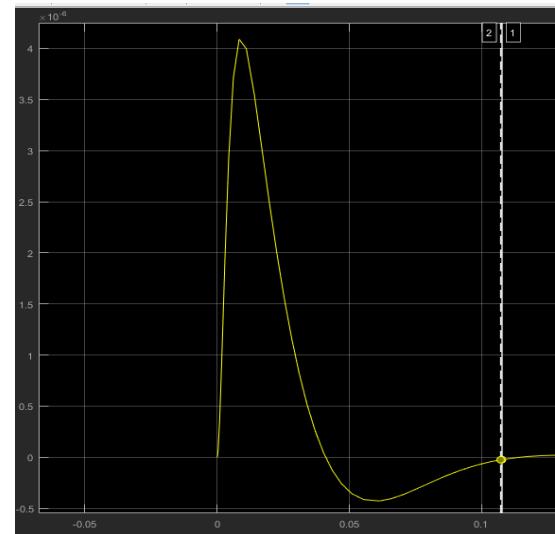


Pareciera que la salida es exactamente a la entrada, si se disminuye la escala se observa el transitorio que presenta.

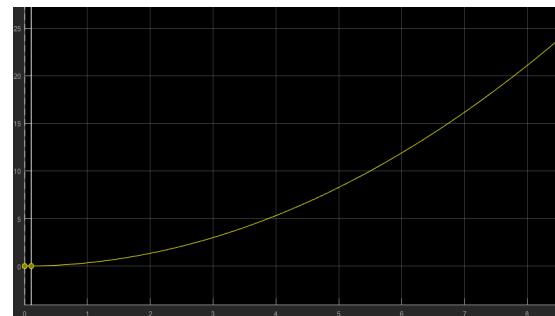


La diferencia que se presenta desde un $t=0$ es mínima, esto implicaría, según lo observado en el ítem anterior, que la señal de error es prácticamente 0, y que la señal de control está

implementando acciones muy fuertes.



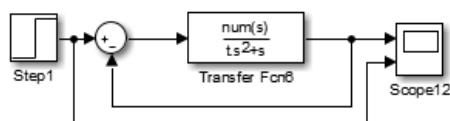
Efectivamente el error es muy pequeño, y se hace prácticamente 0 en el tiempo de establecimiento deseado, aunque se puede decir que desde $t=0$ el error es nulo.



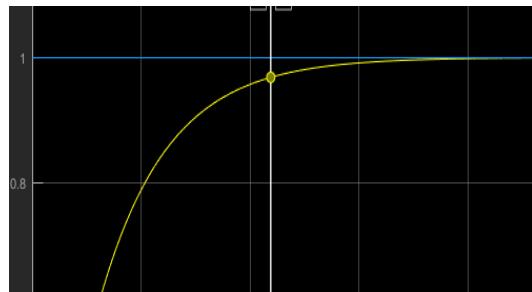
(...)

Control de posición

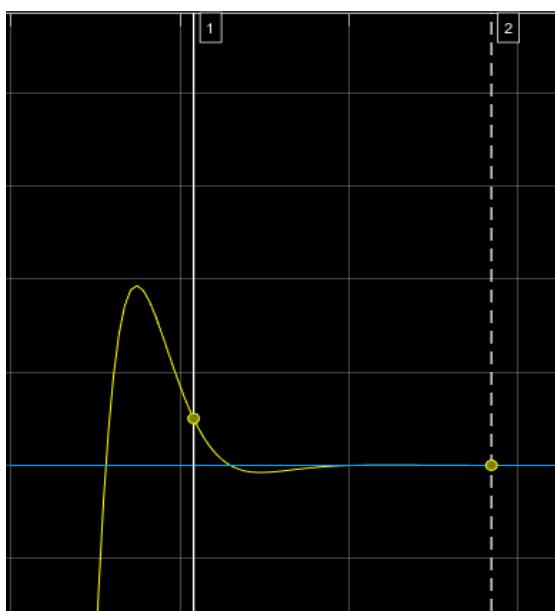
Escalón:



Por ser de tipo 1, el sistema ya presenta un error de 0 en estado estable ante una entrada escalón en lazo cerrado.



Por esto, lo que se busca con el control diseñado es asegurar un tiempo de establecimiento. Implementando el control visto en la **Imagen 11**, se da que:



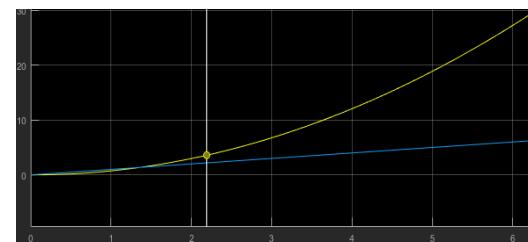
▼ Measurements		
	Time	Value
1	0.108	1.010e+00
2	0.284	1.000e+00

Para el tiempo de establecimiento deseado de

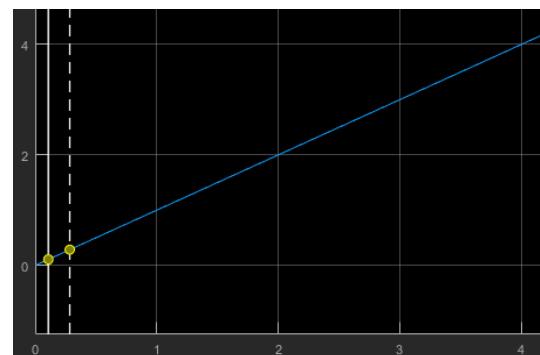
0.1077 s, se obtiene exactamente el 1% de error, que es para la cual fue diseñado.

Rampa:

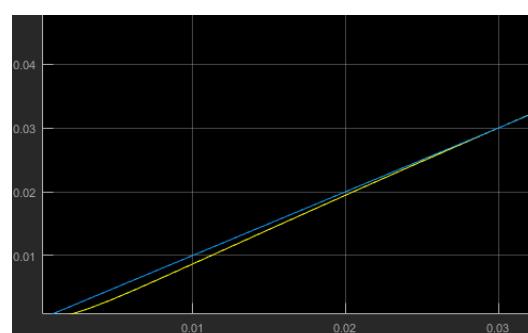
En lazo abierto, el sistema presenta la siguiente respuesta:



Siendo un sistema tipo 1, el error en lazo cerrado es constante, por lo que se implementa el control diseñado (ver **Imagen 13**)



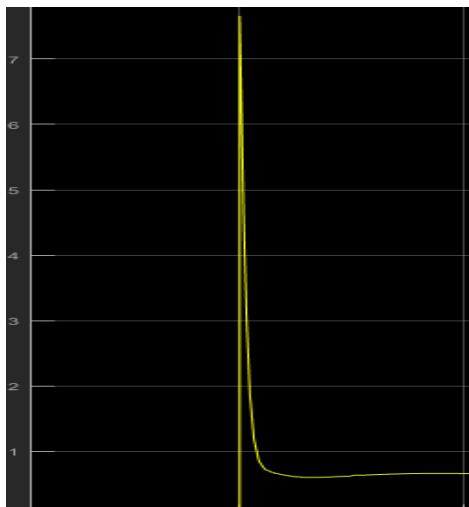
De nuevo se observa que la entrada y la salida son prácticamente iguales, pero en un t muy cercano a 0 se observa que:



Siguiendo el razonamiento anterior, se puede decir que la señal de error se puede asumir igual a 0.



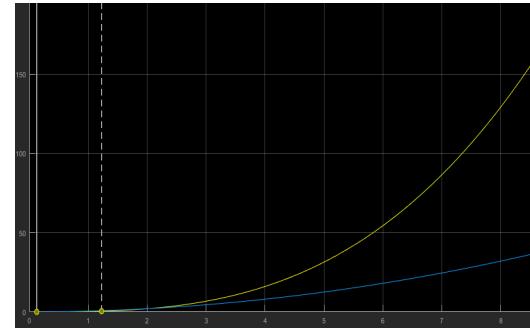
Efectivamente se ve que el error es disminuido de una forma muy rápida por lo que se espera una señal de control muy fuerte.



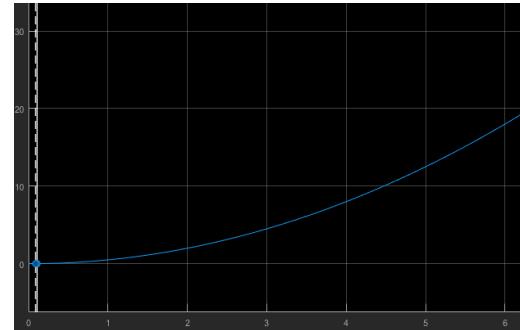
(...)

Aceleración:

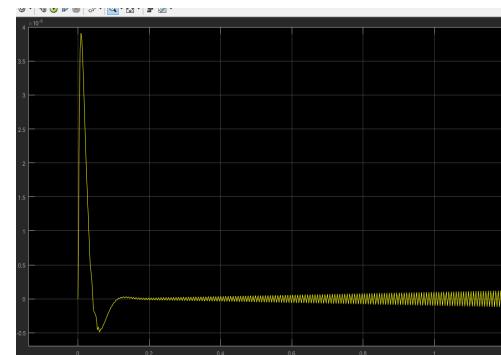
En lazo abierto se da que el sistema responde de la siguiente manera:



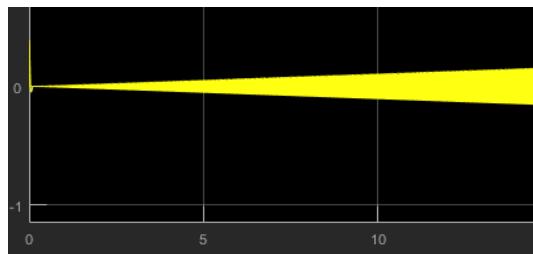
Implementando el control visto en la **Imagen 15**, se da que la respuesta ante una entrada en aceleración es:



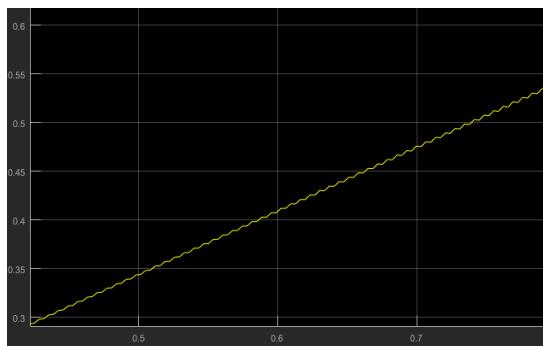
Se dice que la salida es igual a la entrada, por lo que el sistema está respondiendo muy rápido, disminuyendo el error casi inmediatamente.



La señal de error, aunque prácticamente sea 0, tiende a obtener un comportamiento oscilatorio, se puede dar debido a la implementación de una triple acción integral que hace que el error obtenga dicho comportamiento.



Dado este comportamiento en el error, se espera que la señal de control tenga un comportamiento muy parecido.



Efectivamente, la señal muestra un comportamiento oscilatorio, esto demuestra que la señal de control se “ajusta” a la señal de error, que es lo que se busca.

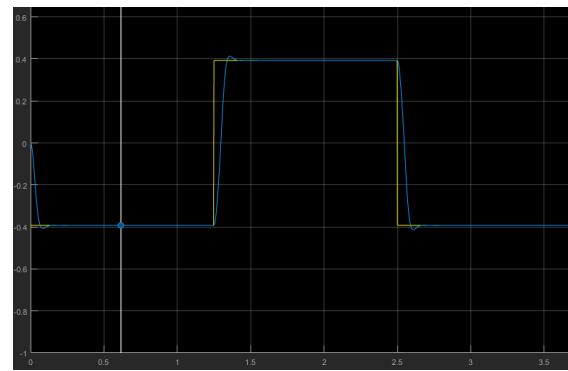
Simulación del SRV02

Utilizando el material adjuntado junto con la guía de laboratorio, se simula el proceso del motor conectado con el driver SRV02, como se observa en la figura 1 al inicio del documento.

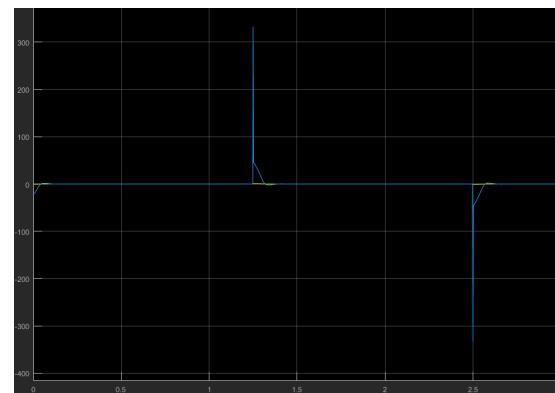
Control de posición:

Entrada escalón

Para una señal de referencia escalón, implementando el diseño realizado, se da que el sistema responde de la siguiente manera.

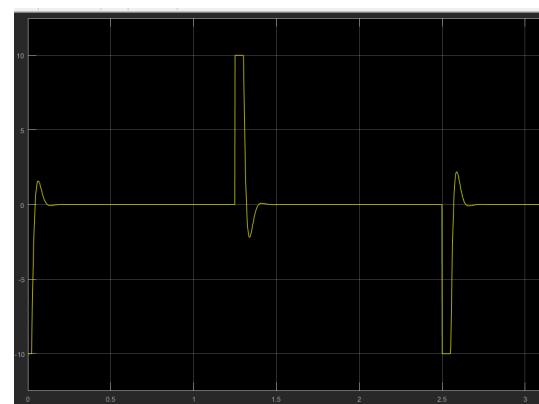


La señal de error, y la señal de control se muestran de la siguiente manera:



Se ve que el error es mínimo, pero por lo mismo, la señal de control presenta acciones muy fuertes, esto se ve reflejado en la potencia necesaria para que se logre cumplir.

El voltaje que se muestra, se da por:



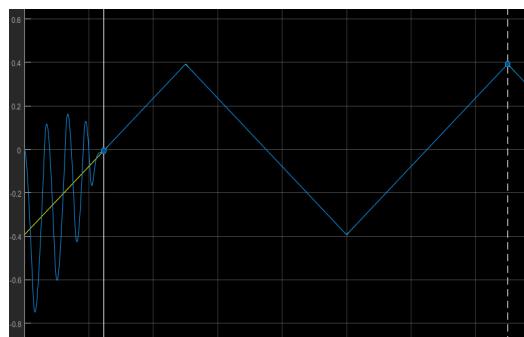
El voltaje que proporciona el driver del motor, tiende a los valores de la señal de control, pero internamente se cuenta con saturadores, por lo que la señal se muestra recortada; el tratar de implementar este control resultaría en el daño

del motor, por lo que existen varios parámetros para corregir esto.

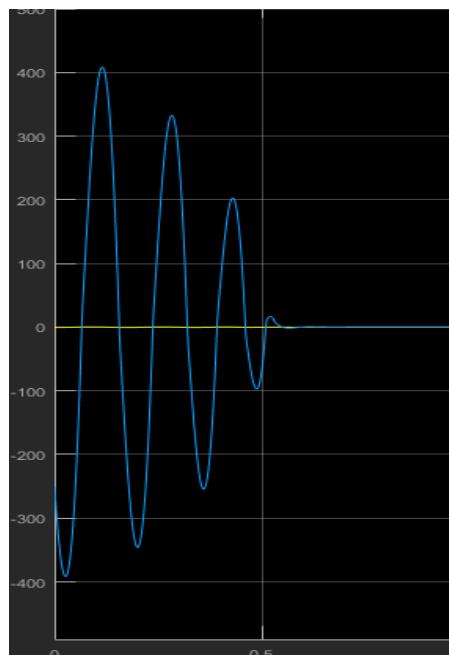
Se puede decidir por aumentar el coeficiente de amortiguamiento, al igual que el tiempo de establecimiento, con esto se esperarían coeficientes menores en el polinomio deseado, lo que resultaría en constantes de control de menor valor.

Entrada Rampa.

Implementando el control diseñado, se da que el sistema responde de la siguiente manera:

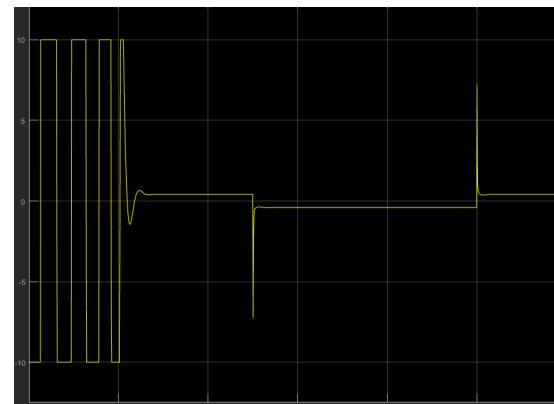


Con esto se espera una acción de control muy fuerte, viéndose esto reflejado en un valor muy grande de voltaje requerido, por lo que se ha de dar el daño o saturación de los elementos.



Aunque la señal de error sea prácticamente

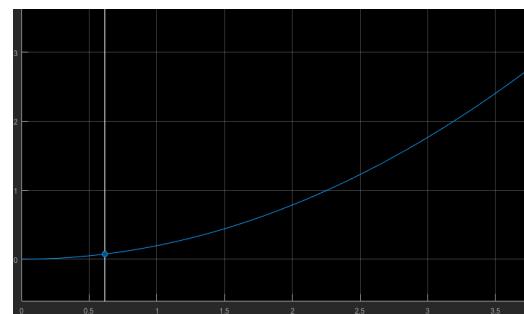
nula, en el control se observan picos de voltaje de hasta 400 v, y en un motor de 5 v implicaría el daño total del elemento, por lo que se confirma lo estipulado anteriormente; la señal de voltaje, haciendo uso del saturador del driver se observa de la siguiente forma:



Con esto, se debe rediseñar el control, variando y determinando parámetros como el tiempo de establecimiento y los coeficientes del control.

Entrada en aceleración:

Con el control diseñado, el sistema presenta la siguiente respuesta:



La salida prácticamente es la misma entrada, por lo que se espera una señal de error nula y una señal de control muy fuerte, y con esto, una señal de voltaje saturada.

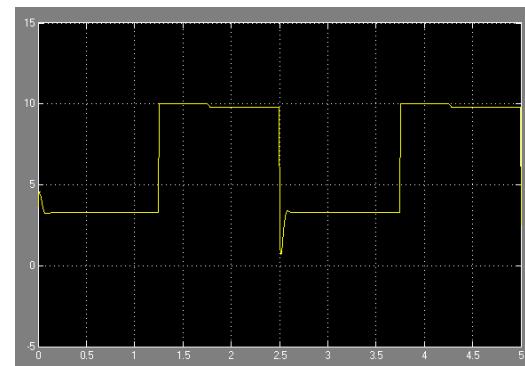
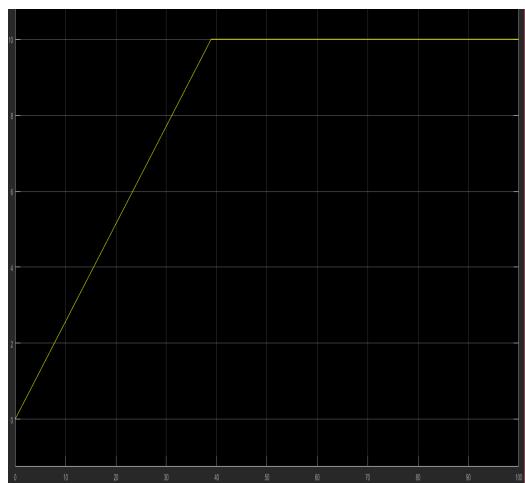
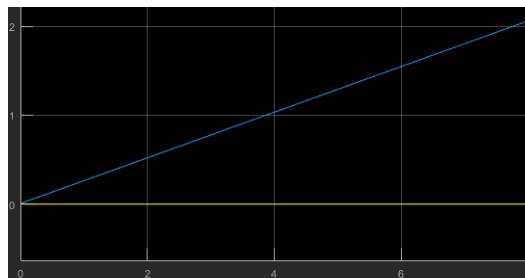
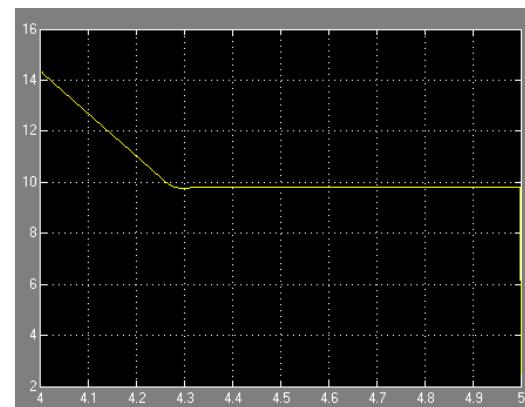


Imagen . Salida de voltaje para control de velocidad

En la imagen se observa el voltaje la señal del voltaje del motor, que llega máximo hasta los 10v



La señal de control se encuentra en la imagen anterior, en la cual existe un pico de 14,33 v.

Control de velocidad

Entrada escalón

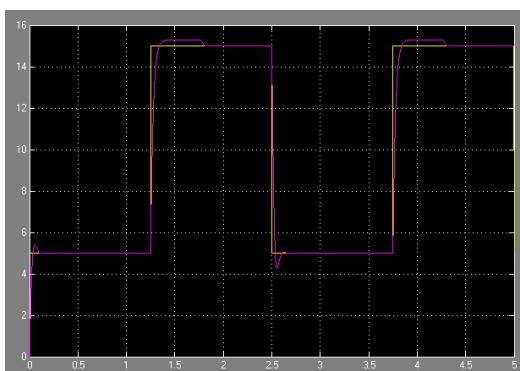
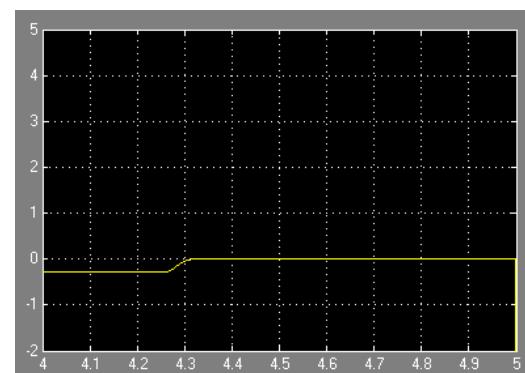


Imagen . Salida de velocidad angular $\omega = rad/s$

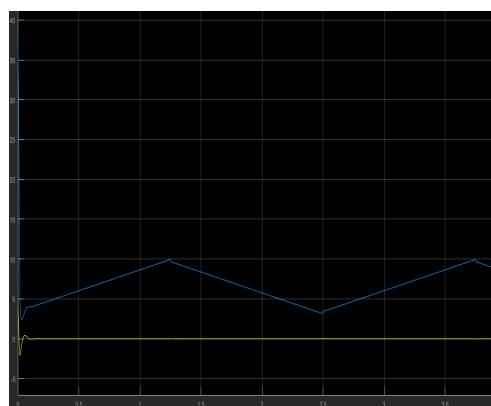
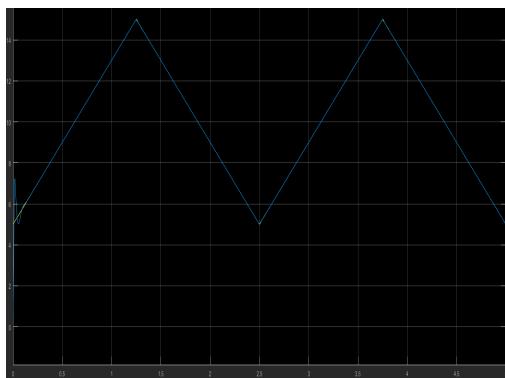
En la imagen se observa la señal de color morado representa la velocidad angular del motor, y la de color amarillo es la de entrada (escalón).



Señal de error del sistema ante la entrada de escalón, para el control de velocidad.

Entrada rampa:

Implementando el control diseñado, el sistema muestra una respuesta igual a:



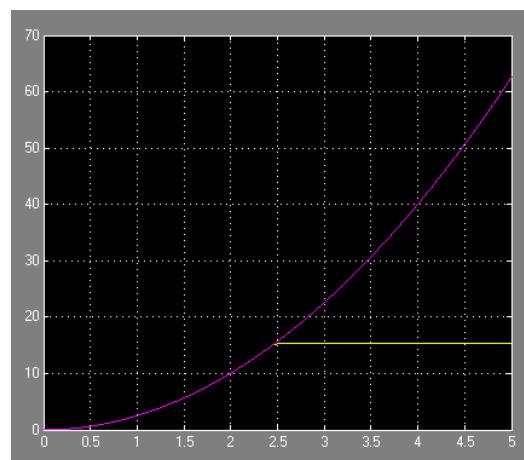
El error es prácticamente 0, pero la señal de control presenta un pico de casi 40 V, aunque no es tan excesiva como los vistos en el control de posición, igual significa un daño en los elementos, el voltaje presentado, después del saturador es:



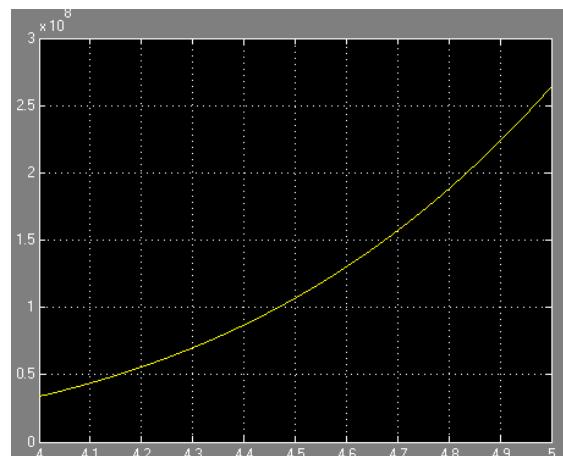
Entrada aceleración:

La señal de salida del motor, se encuentra en la siguiente imagen, donde la señal es morada es la señal de entrada y la señal amarilla es la señal de la salida (velocidad angular). Se observa que se estabiliza en 15V a los 2.5s

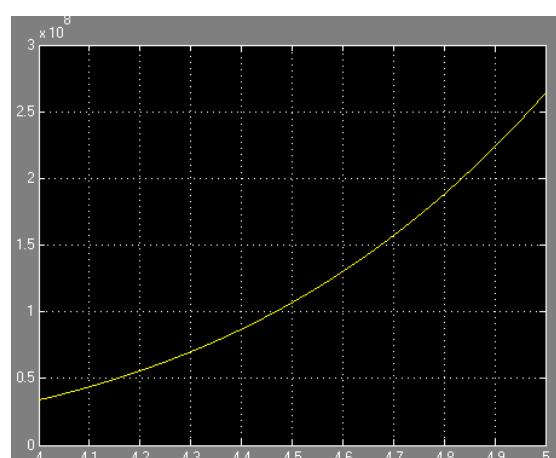
aproximadamente.



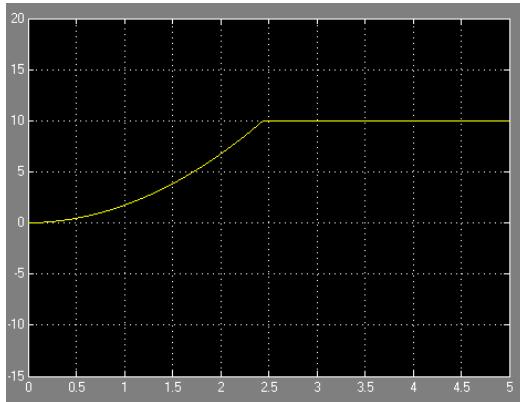
La señal de control del sistema a esta la entrada aceleración se presenta en la siguiente imagen.



La señal de error se observa a continuación:



La salida del voltaje del sistema se encuentra en la siguiente gráfica:



6. CONCLUSIONES

- Las aproximaciones que se realizan en los cálculos, en el momento de encontrar las constantes del control puede resultar en que la respuesta presente variaciones en las especificaciones para las cuales se realizó el diseño
- Para un tiempo de establecimiento pequeño en un sistema de primer orden, donde la constante de tiempo también es pequeña, y se requiere un coeficiente de amortiguamiento entre 0 y 1 tal que el sistema sea subamortiguado, se esperaría una frecuencia natural del sistema con valores muy grandes a comparación del ξ , esto genera coeficientes grandes en el polinomio deseado, generando valores grandes en las constantes del control.
- Para sistemas de control (...) (Referencia a un PI, PID o PD), se espera que las acciones de control no sean muy

fuertes, y que el error no sea casi inmediatamente 0.

- Para entradas en velocidad y aceleración, en sistemas de tipo 0 o 1 en ciertos casos, implementar acciones integrales, en especial aquellas de tal magnitud como las que se obtuvieron, presentan acciones de control muy fuertes.
- El teorema del valor final aplica para sistemas en lazo cerrado,

7. REFERENCIAS

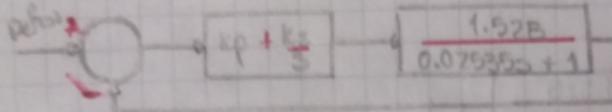
[1] B. Kuo, Sistemas de control automático, Prentice Hall, 1996.

[2] Q. INC, Instructor Workbook: SRV02 Base Unit Experiment for Matlab, 2011.

ANEXOS

Anexo 1

Entrada escalón

$$\rightarrow \frac{U(s)}{Rf(s)} = \frac{1.52B}{0.02935s+1} \quad \text{Tipo } \phi \rightarrow \text{PI}$$


$$\frac{U(s)}{Rf(s)} = \frac{1.52B(K_p + K_I/s)}{0.02935s+1} = \frac{1.52B(K_p + K_I/s)}{0.02935s+1 + 1.52B(K_p + K_I/s)} \cdot \frac{s}{s}$$

$$= \frac{1.52B(K_p + K_I)}{0.02935s+1 + 1.52B(K_p + K_I)}$$

$$= s^2 + 33.56s + 3661.77 = s^2 + \left(\frac{1.52B K_p + 1}{0.02935}\right)s + \frac{1.52B K_I}{0.02935}$$

$$K_p = 0.732 \quad K_I = 59.1$$

En el **anexo 1**, se encuentra el procedimiento para obtener los valores de las constantes del controlador, para el caso de la señal de **entrada tipo escalón para el control de velocidad**. La función de transferencia del control de velocidad es de tipo 0, así que se implementa un controlador PI. Luego se hallan las constantes K_p y K_I del controlador. Estas son: $K_p=0,732$ y $K_I=59,1$.

ANEXO 2

→ $\frac{A_{out}}{Ref_{in}} = \frac{1.528}{[0.07555s + 1]} \quad \text{Tipo 1} \rightarrow \text{PID}$

$\frac{A_{out}}{Ref_{in}} = \frac{k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s}{[0.07555s + 1]}$

$\frac{Y(s)}{Ref(s)} = \frac{\frac{1.528(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)}{[0.07555s + 1]}}{1 + \frac{1.528(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)}{[0.07555s + 1]}}$

$\frac{Y(s)}{Ref(s)} = \frac{1.528(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)}{[0.07555s + 1] + 1.528(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s)}$

$(s^2 + 83.56s + 3261.7)H(s) + 413.76)$

$s^2 + 83.56s^2 + 38469.7s + 1487935.8$

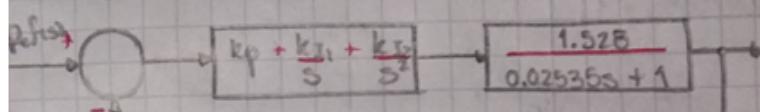
$83.56 = \frac{1 + 1.528k_d}{0.07555} \quad 38469.7 = \frac{1.528k_i}{0.07555} \quad 1487935.8 = \frac{k_p}{0.07555}$

$k_d = 7.66 \quad k_i = 658.2 \quad k_p = 37719.17$

En el **anexo 2** está desarrollado el procedimiento para obtener los valores de las constantes del respectivo controlador, sabiendo que la función de transferencia para el **control de posición ante una entrada tipo escalón** es de tipo 1, se implementa un controlador PID y se hallan sus respectivas constantes $K_p=638.2$, $K_i=37719.17$ y $K_d=7.66$.

ANEXO 3

→ Entrada rampa

$$\frac{U_{des}}{Ref_{des}} = \frac{1.528}{0.02535s + 1} \rightarrow PI^2$$


$$\frac{U_{des}}{Ref_{des}} = \frac{\frac{1.528(K_p + K_I/s + K_{I_2}/s^2)}{0.02535s + 1}}{1 + \frac{1.528(K_p + K_I/s + K_{I_2}/s^2)}{0.02535s + 1}} = \frac{1.528(K_p + K_I/s + K_{I_2}/s^2)}{0.02535s^2 + (1 + 1.528K_p)s^2 + 1.528K_I s + 1.528K_{I_2}}$$

$$(s^2 + 83.56s + 3661.7)(s + 417.76)$$

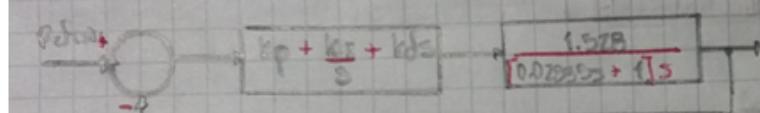
$$s^3 + 501.32s^2 + 58469.7s + 1487935.8$$

$$\rightarrow K_p = 7.66 \quad K_{I_1} = 638.2 \quad K_{I_2} = 37719.17$$

En el **anexo 3** se desarrolla el procedimiento para obtener los valores de las constantes del respectivo controlador, sabiendo que la función de transferencia para el **control de velocidad ante una entrada tipo rampa** es de tipo 1, se implementa un controlador PI^2 y se hallan sus respectivas constantes de control $K_p=7.66$, $K_I=638.2$ y $K_{I_2}=37719.17$.

ANEXO 4

→ $\frac{U_{des}}{Ref_{des}} = \frac{1.528}{[0.02535s + 1]s} \rightarrow PID$



$$\frac{U_{des}}{Ref_{des}} = \frac{\frac{1.528(K_p + K_I/s + K_{D_s})}{[0.02535s + 1]s}}{1 + \frac{1.528(K_p + K_I/s + K_{D_s})}{[0.02535s + 1]s}} = \frac{1.528(K_p + K_I/s + K_{D_s})}{[0.02535s^2 + (1 + 1.528K_p)s^2 + 1.528K_I s + 1.528K_D]}$$

$$\rightarrow K_D = 7.66 \quad K_p = 638.2 \quad K_I = 37719.17$$

En el **anexo 4** está desarrollado el procedimiento para obtener los valores de las constantes del respectivo controlador, sabiendo que la función de transferencia para el **control de posición ante una entrada tipo rampa** es de tipo 1, se implementa un controlador PID y se hallan sus respectivas constantes $K_p=638.2$, $K_i=37719.17$ y $K_d=7.66$.

ANEXO 5

$\rightarrow \frac{A(s)}{V_m(s)} = \frac{1.528}{[0.025355 + 1]s}$

Se deduce un PI^2D

Diagrama de bloques:

```

    graph LR
      A(( )) --> B["kp + ki1s + ki2s2"]
      B --> C["1.528 / [0.025355 + 1]s"]
      C --> D(( ))
  
```

Relación entre $V_m(s)$ y $y(s)$:

$$y(s) = \frac{1.528 (K_0 + K_{i1}s + K_{i2}s^2 + K_D s)}{[0.025355 + 1]s}$$

$$= \frac{1.528 (K_0 + K_{i1}s + K_{i2}s^2 + K_D s)}{[0.025355 + 1]s + 1.528 (K_0 + K_{i1}s + K_{i2}s^2 + K_D s)}$$

$$= \frac{1.528 (K_0 s^2 + K_{i1}s + K_{i2}s^3 + K_D s^3)}{0.025355s^3 + s^2 + 1.528 (K_0 s^2 + K_{i1}s + K_{i2}s^2 + K_D s^2)}$$

$$\rightarrow t_2 = 0.1077 \quad f = 0.73 \rightarrow \text{Un} = 59.68$$

$$(s^2 + 33.265 + 3561.7)s^2 + 820s + 168100)$$

$$s^4 + 903.56s^3 + 240180.9s^2 + 16967030s + 390721770$$

$$903.56 = \frac{1 + 1.528 K_D}{0.025355} \quad 240180.9 = \frac{1.528 K_0}{0.025355} \quad 16967030 = \frac{1.528 K_{i1}}{0.025355}$$

$$K_D = 14.33 \quad K_0 = 3984.7 \quad K_{i1} = 281488.4$$

$$K_{i2} = 9932982$$

En el **anexo 5** se desarrolla el procedimiento para obtener los valores de las constantes del respectivo controlador, sabiendo que la función de transferencia para el **control de posición ante una entrada tipo aceleración** es de tipo , se implementa un controlador PI^2D y se hallan sus respectivas constantes de control $K_p=3984.7$, $K_i=281488.4$ y $K_{i2}=9932982$ y $K_d=14.33..$

ANEXO 6

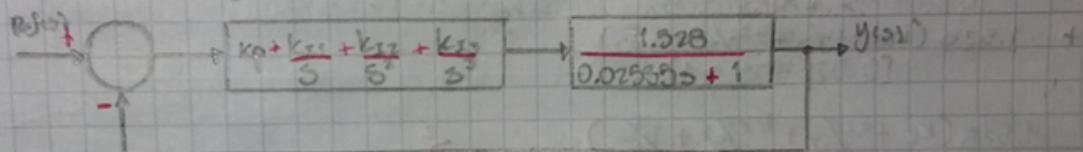
Para el lab ③

$$\rightarrow \frac{W(s)}{V_m(s)} = \frac{1.528}{0.025355 + 1} \rightarrow Z = 0.025355 \rightarrow t_d = 52^\circ = 0.12675 s$$

$$E_{Ic} = 0.7$$

$$t_d = 0.85 t_d = 0.1077 s$$

→ Se utilizan un control PI³ para obtener un error de aceleración de ϕ , y para manejar las 4 variables correspondientes al 4º orden del sistema con las 3 acciones integrales.



$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{1.528(k_p + k_{I1} \frac{s}{s} + k_{I2} \frac{s^2}{s^2} + k_{I3} \frac{s^3}{s^3})}{0.025355 + 1 + 1.528(k_p + k_{I1} \frac{s}{s} + k_{I2} \frac{s^2}{s^2} + k_{I3} \frac{s^3}{s^3})} \cdot \frac{s^3}{s^3} \\ &= \frac{1.528(k_p s^3 + k_{I1} s^2 + k_{I2} s + k_{I3})}{0.025355 + (1 + 1.528k_p)s^3 + 1.528k_{I1}s^2 + 1.528k_{I2}s + 1.528k_{I3}} \end{aligned}$$

$$\rightarrow t_d = 0.1077 = 4.5 \rightarrow E_I W_n = 41.78$$

$$E_I W_n = 59.68$$

$$s^3 + 2E_I W_n + W_n^2 = s^3 + 83.56s^2 + 3561.7$$

$$s = \frac{-83.56 \pm \sqrt{6482.24 - 44246.8}}{2}$$

$$R(s) \rightarrow -41.78$$

$$\rightarrow (s^3 + 83.56s^2 + 3561.7)(s^3 + 820s + 168100)$$

$$\rightarrow s^6 + 820s^5 + 168100s^4 + 83.56s^5 + 68519.2s^4 + 14016436s^3 + 3561.7s^5 + 29205945s^3 + 5987217$$

$$\rightarrow s^4 + 903.56s^3 + 240180.9s^2 + 16967030s + 598721790$$

$$\therefore 903.56 = \frac{1 + 1.528k_p}{0.025355} \quad \therefore 240180.9 = \frac{1.528k_{I1}}{0.025355} \quad \therefore 16967030 = \frac{1.528k_{I2}}{0.025355}$$

$$k_p = 14.336$$

$$k_{I1} = 3984.7$$

$$K_{I2} = 281488.36$$

$$k_{I3} = 9932982$$

En el **anexo 6** se desarrolla el procedimiento para obtener los valores de las constantes

del respectivo controlador, sabiendo que la función de transferencia para el **control de velocidad ante una entrada tipo aceleración** es de tipo , se implementa un controlador PI^3 y se hallan sus respectivas constantes de control $K_p=14.336$, $K_{i_1}=3984.7$ y $K_{i_2}=281488.36$ y $K_{i_3}=9932982$.