

Proyecto final, control de péndulo de Furuta.

Galvis. David. , Restrepo. Camilo.

{u1802584,u1802556}@unimilitar.edu.co

Universidad Militar Nueva Granada

Resumen--- En esta práctica de laboratorio se requirió diseñar un servosistema con el fin de controlar la posición de la barra vertical hacia arriba del péndulo de Furuta, al ser este un sistema no lineal, se debe hallar el modelo con el fin de realizar un control dinámico sobre toda la planta. Se usan las técnicas aprendidas en la clase teórica para desarrollar cada uno de los objetivos propuestos.

Abstract--- In this laboratory practice it was required to design a servo system in order to control the position of the vertical bar upwards of the Furuta pendulum, since this is a no-linear system, the model must be found in order to perform a dynamic control over Whole plant. The techniques learned in the theoretical class are used to develop each of the proposed objectives.

Palabras clave--- Servosistema, Observador, Control No Lineal, Punto de operación.

Objetivo General--- Diseñar e implementar una planta cuya variable a controlar, sea afectada de manera indirecta por un actuador.

Objetivos específicos--

- * Desarrollar una interfaz de adquisición de datos para la planta.
- * Verificar el modelo de la planta.
- * Obtener el error del modelo.
- * Diseñar una aplicación para comprobar el comportamiento de la planta en lazo cerrado.

- * Calcular y transmitir la señal de error en lazo cerrado sin controlador.
- * Graficar el comportamiento de la planta en lazo cerrado.
- * Calcular el rango de operación del sistema.
- * Diseñar e implementar un controlador digital, que permita lograr las tres respuestas a la salida del sistema (subamortiguada, críticamente amortiguada)
- * Graficar el comportamiento de la planta controlada.
- * Describir las consideraciones de funcionamiento del control.

INTRODUCCIÓN

Se debe construir el Péndulo de Furuta, este debe sensar las posiciones angulares de cada barra, además de tener como actuador un motor DC.

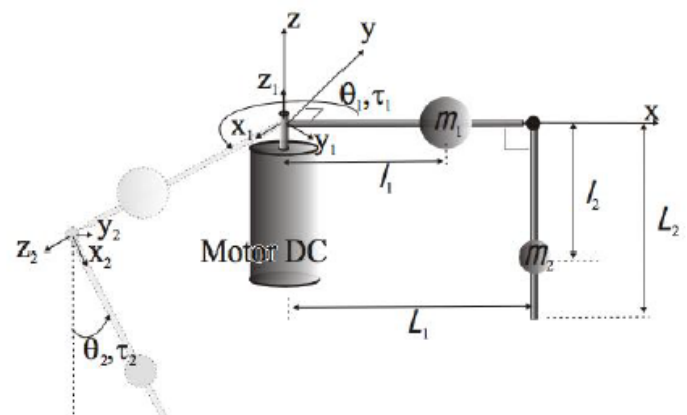


Figura 1: Péndulo de Furuta

1. MATERIALES

- * Software: MATLAB ®
- * Bata blanca.
- * Motorreductor DC, potenciómetro, soporte en MDF.

2. PROCEDIMIENTO

Para modelar se realiza algo parecido a la cinemática directa de un robot manipulador, en este se busca encontrar los vectores de posición correspondientes para el extremo del brazo y para el extremo del péndulo. Al encontrar esos vectores se derivan para encontrar sus vectores equivalentes de velocidad. Esto con el fin de hallar la magnitud de ese vector velocidad.[1]

Al tener la magnitud de la velocidad se procede a hacer un análisis de energía cinética y potencial para el motor, para el brazo y para el péndulo. Teniendo las representaciones de energías en función de las variables de estado, que son los ángulos y las velocidades angulares del brazo y del péndulo, se procede a realizar el método de Euler-Lagrange para obtener el modelo del sistema. El modelo resultante es el siguiente:

$$\tau = \left(\frac{ke}{R} \right) V - \left(\frac{ke^2}{R} \right) \dot{\phi}$$

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \frac{BY(\sin(\theta))^2 - 1 \sin(\theta) \dot{\phi}^2 - 2B^2 \cos(\theta) \sin(\theta) \dot{\phi} \dot{\theta} + BY \sin(\theta) \dot{\theta}^2 - Y \delta \cos(\theta) \sin(\theta) + B\tau}{BY - Y^2 + (B^2 + Y^2) \sin(\theta)^2}$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \frac{B(\alpha + B \sin(\theta)^2) \cos(\theta) \sin(\theta) \dot{\phi}^2 + 2BY(1 - \sin(\theta))^2 \sin(\theta) \dot{\phi} \dot{\theta} - Y^2 \cos(\theta) \sin(\theta) \dot{\theta}^2 + \delta(\alpha + B \sin(\theta)^2) \sin(\theta) - Ycc}{BY - Y^2 + (B^2 + Y^2) \sin(\theta)^2}$$

$$\alpha = J + \left(\frac{1}{3} ma + mp \right) ra^2$$

$$Y = \frac{1}{2} (mp)(ra)rp$$

$$B = \frac{1}{3} (mp)rp^2$$

$$\delta = \frac{1}{2} mp(g)(rp)$$

En donde x1 es el ángulo del brazo, x2 la velocidad angular del brazo, x3 el ángulo del péndulo y x4 la velocidad angular del péndulo.

Se utilizan los siguientes valores para las constantes:

```
ma = 0.07;
mp = 0.01;
J = 8e-7;
ra = 0.08;
rp = 0.2;
g = 9.81;
R = 12;
ke = 27e-3;
```

Reemplazando dichos valores se procede a linealizar, para eso se hallan los puntos de operación del sistema igualando las derivadas de las variables de estado a cero:

$$0 = x_2$$

$$0 = x_4$$

$$0 = \cos(\theta) \sin(\theta)$$

$$0 = (\alpha + B \sin(\theta)^2) \delta \sin(\theta)$$

$$\theta = k\pi$$

Se obtiene que el ángulo del péndulo debe ser un múltiplo de pi. Como se quiere que el sistema se estabilice en cero, se toma como cero.

Ya teniendo los puntos de operación se realiza el jacobiano, el cual queda:

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\delta Y}{\alpha B - Y^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{\alpha \delta}{\alpha B - Y^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{B}{\alpha B - Y^2} \\ 0 \\ -\frac{Y}{\alpha B - Y^2} \end{bmatrix} \tau$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \end{bmatrix}$$

Se pone la salida en el ángulo del brazo ya que si se controla dicha posición angular indirectamente se llevan las demás variables de estado a cero. Reemplazando valores:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -35.4294 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 0 & 0 & 94.8326 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = 1.0e+03 * \begin{bmatrix} 0 \\ 6.0193 \\ 0 \\ -3.6116 \end{bmatrix}$$

3. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Simulación en Matlab del sistema estático:

Siendo el sistema de 4to orden y diseñando para un tiempo de establecimiento deseado de 1s. En tiempo discreto, el vector K del servosistema qued como:

$$K = \begin{bmatrix} -0.0257 & -0.0075 & -0.1683 & -0.0206 \end{bmatrix}$$

Y la constante integral.

$$k_i = -0.0017$$

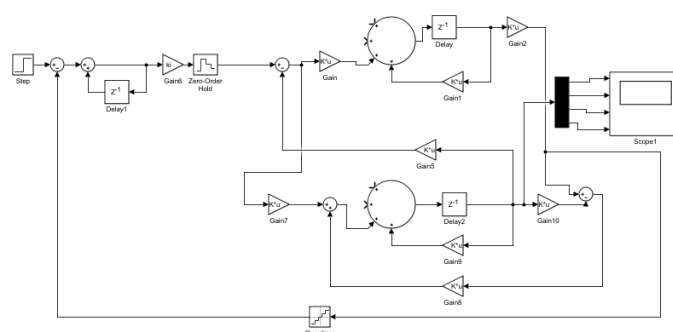


Figura 2: Diagrama Simulink del sistema estático

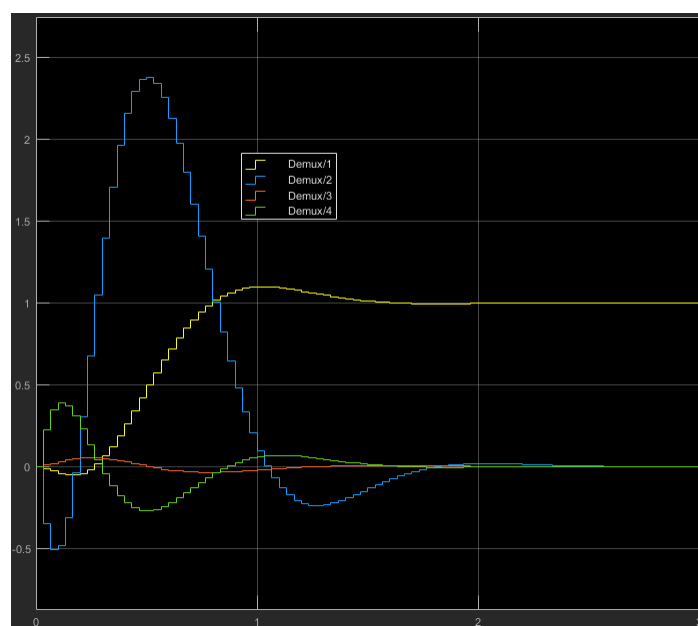


Figura 3: Scope del sistema estático donde la señal amarilla (yellow) es la variable controlada (posición angular del motor)

Al ser el vector de variables de estado:

$$[\varphi \quad \dot{\varphi} \quad \theta \quad \dot{\theta}]$$

donde φ es la posición angular del motor y θ es la posición angular de la segunda barra del péndulo. Y al observar el scope se aprecia que se controla la primera variable de estado que es la posición del motor (señal amarilla) y se estabiliza en

la referencia mientras que las otras son llevadas a cero.

4. CONCLUSIONES

*Al realizar el servosistema estático, se obtuvo la respuesta subamortiguada deseada para el tiempo de establecimiento diseñado, esto representa que la linealización del sistema fue realizada de la manera correcta.

*Se puede controlar indirectamente una variable de estado sólo en caso de que dicha deba estabilizarse en cero, por la propiedad más importante del control por retro estados.

* La posición angular del péndulo no es observable, por esto se decidió controlar la posición angular del brazo para conllevar al ángulo del péndulo a cero.

5. REFERENCIAS

[1] Global control of the Furuta Pendulum using artificial neural networks and feedback of state variables. Disponible en:
http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0123-77992013000100005