

Laboratorio 2: Sistemas de primer, segundo orden y PID.

Galvis, David. López, Daniel.

{u1802584,u1802530}@unimilitar.edu.co

Universidad Militar Nueva Granada

Resumen---

En este documento se presentan los procedimientos necesarios para el diseño y desarrollo de sistemas electrónicos de primer y segundo orden implementando la teoría de filtros; se muestra el análisis de las respuestas temporales ante una entrada escalón, y se presenta el concepto e implementación de un controlador tipo PID.

Abstract---

In this document, the steps needed for the design and development of first and second order electronic systems are presented, using filters theory; the analysis of its temporal response due to a step signal input is shown, and the concept and implementation of a PID controller is presented, for error minimization, stabilization time improving and overvalue handling.

Palabras clave--- PID, First order, Second order, Transfer function

Objetivo General--- Revisar respuestas de primer y segundo orden, para desde allí, proyectar las respuestas deseadas en controles PID.

Objetivos específicos--

*Estudiar la respuesta de sistemas de primer orden ante escalón.

*Estudiar las respuestas de sistemas de segundo orden antes del escalón.

*Estudiar los reguladores PID.

INTRODUCCIÓN

En el estudio del comportamiento de un sistema, se destaca la respuesta temporal de primer y segundo orden, ya que varias técnicas de diseño se basan en poder lograr un comportamiento en el tiempo de forma similar a estos; no basta con variar un regulador hasta que se obtenga la respuesta deseada, se deben tener en cuenta las teorías de diseño que existen.

1. MARCO TEÓRICO

Sistema de primer Orden:

Este sistema se caracteriza por la relación entre el tiempo de respuesta y una constante de tiempo que depende de los elementos que conforman el sistema.

$$H(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{k}{\tau s + 1}$$

Imagen 0. Función de transferencia de primer orden

Sistema de segundo Orden:

Al igual que en los sistemas de primer orden, el comportamiento está determinado por los componentes que lo componen; se pueden obtener varios tipos de respuesta.

$$H(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{kw_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2}$$

Imagen 1. Función de transferencia de segundo orden

Sistema Integro Diferencial

Este tipo de sistema se caracteriza porque la salida equivale a la integral o a la derivada de la entrada, con ganancia dependiente de los elementos que lo componen; ejemplo de esto es el amplificador operacional en modo integrador o derivador.

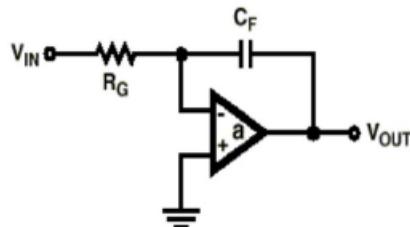


Imagen 2. Amplificador operacional como integrador

Sistema Realimentado

Este sistema se caracteriza por tomar el valor actual de la salida, compararlo con un valor de referencia al cual se desea llegar, y la diferencia entre la entrada y la salida, también conocida como error, se utiliza de nuevo en el sistema para obtener una mejor respuesta.

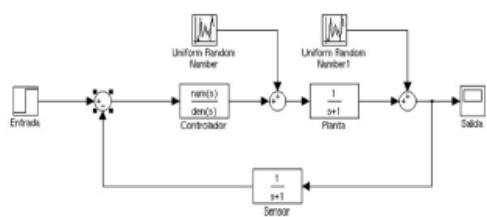


Imagen 3. Ejemplo de un esquema de un sistema realimentado.

Regulador PID

Es un tipo de control en el cual, a través de unas constantes proporcionales, integrales o derivativas (Y sus combinaciones), aplicadas al error, determinan la forma de reacción del mismo. Para la obtención de estas constantes, se puede realizar el método analítico, que consiste en la formulación del sistema deseado y compararlo con el modelo en

términos de las constantes y relacionar términos; o mediante métodos de sintonización, como Ziegler-Nichols, que de forma experimental determinaron los coeficientes para cada tipo de controlador PID a partir de ciertos parámetros.

2. MATERIALES

Medición:

Osciloscopio, Multímetro

Software:

MATLAB

Material:

Protoboard, resistencias, capacidores, amplificadores operacionales, alambre, cables conectores.

Elementos de seguridad:

Bata blanca

3. PROCEDIMIENTO

¿Cuál es la técnica de sintonización por Ziegler y Nichols? Por cada método realizar un ejemplo. Mostrar un ejemplo.

El proceso de seleccionar los parámetros del controlador que cumplen con las especificaciones del comportamiento dadas se conoce como sintonía del controlador. Ziegler y Nichols sugirieron reglas para sintonizar los controladores PID (esto significa dar valores a K_p, T_i y T_d) basándose en las respuestas escalón experimentales o en el valor de K_p que produce estabilidad marginal cuando sólo se usa la acción de control proporcional.

Primer método: Si la planta no contiene integradores ni polos dominantes complejos conjugados, la curva de respuesta escalón unitario puede tener forma de S, para el cual es válido. Tales curvas de respuesta escalón se pueden generar experimentalmente o a partir de una simulación dinámica de la planta.

La curva con forma de S se caracteriza por 2 parámetros: el tiempo de retardo L y la constante de tiempo T. El tiempo de retardo y la constante de tiempo se determinan dibujando una recta tangente en el punto de inflexión de la curva con forma de S y determinando las intersecciones de esta tangente con el eje del tiempo y con la línea $c(t)=k$. [1]

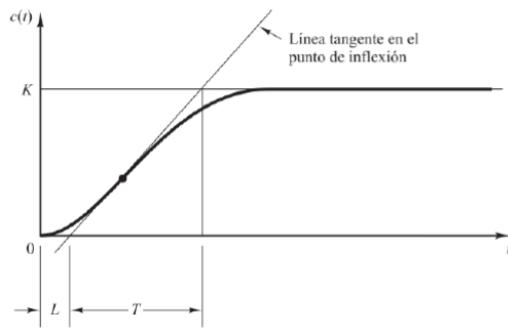


Figura 1 :Primer método Ziegler y Nichols

Luego de obtener los valores de L y T de la gráfica de la respuesta a una entrada escalón, se pueden conocer las

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0.9 \frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2 \frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

Tabla 1: Constantes, 1er método Ziegler y Nichols.

Segundo método: Primero se establece $T_i=\infty$ y $T_d=0$. Usando sólo la acción de control proporcional, se incrementa K_p de 0 a un valor K_{cr} en donde la salida exhiba primera oscilación sostenida. Por tanto, la ganancia crítica K_{cr} y el periodo P_{cr} correspondiente se determinan experimentalmente. Si la salida no presenta oscilaciones sostenidas para cualquier valor que pueda tomar K_p , no se aplica este método. Ziegler-Nichols sugirieron que se establecieron los valores de los parámetros K_p , T_i y T_d de acuerdo con la tabla: [2]

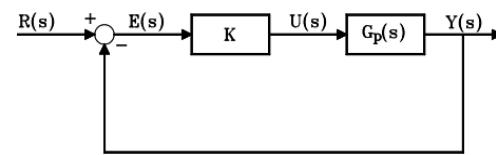


Figura 2 : Segundo método, mediante lazo cerrado

Las constantes para este segundo método se hallan en la información de la tabla 2:

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{cr}$	∞	0
PI	$0.45K_{cr}$	$\frac{1}{1.2}P_{cr}$	0
PID	$0.6K_{cr}$	$0.5P_{cr}$	$0.125P_{cr}$

Tabla 2: Constantes del segundo método Ziegler-Nichols.

Un ejemplo del segundo método de sintonización de Ziegler-Nichols es el que se muestra a continuación:

Teniendo el sistema representado en la figura 3, se aplica el segundo método de la regla de sintonía para hallar los respectivos valores de K_p , T_i y T_d .

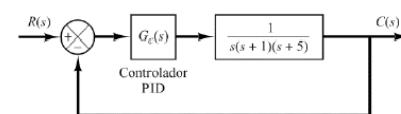


Figura 3: Sistema realimentado, para realizar segundo método de Ziegler-Nichols.

Función de transferencia en lazo cerrado del modo siguiente.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_p}{s(s+1)(s+5) + K_p}$$

El valor de K_p que hace al sistema marginalmente estable para que ocurra una oscilación sostenida se obtiene mediante el criterio de estabilidad de Routh.

$$s^3 + 6s^2 + 5s + K_p = 0$$

Realizando la matriz de Routh queda de la siguiente manera:

$$\begin{array}{ccc} s^3 & 1 & 5 \\ s^2 & 6 & K_p \\ s^1 & \frac{30 - K_p}{6} & \\ s^0 & K_p & \end{array}$$

En el criterio de Routh, el valor crítico se presenta cuando una variable de la matriz es cero, y la inestabilidad se presenta cuando hay un cambio de signo de una fila a otra, por tanto el valor crítico K_{cr} es 30.

$$s^3 + 6s^2 + 5s + 30 = 0$$

Reemplazando la ganancia K_p que es el $K_{cr}=30$. En la ecuación anterior que es la ecuación característica se hace el reemplazo de $s=j\omega$.

$$(j\omega)^3 + 6(j\omega)^2 + 5(j\omega) + 30 = 0$$

Luego haciendo el despeje de ω

$$\omega^2 = 5 \text{ o } \omega = \sqrt{5}.$$

$$P_{er} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{5}} = 2.8099$$

Luego, usando la tabla 2 para un controlador PID, se reemplazan los valores K_{cr} y P_{cr} ya obtenidos.

$$K_p = 0.6K_{cr} = 18$$

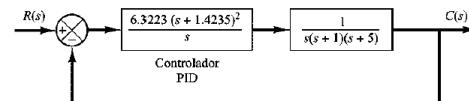
$$T_i = 0.5P_{cr} = 1.405$$

$$T_d = 0.125P_{cr} = 0.35124$$

Por tanto, la función de transferencia del controlador es.

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = 18 \left(1 + \frac{1}{1.405 s} + 0.35124 s \right)$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{6.3223s^2 + 18s + 12.811}{s^4 + 6s^3 + 11.3223s^2 + 18s + 12.811}$$



¿Qué son los sistemas de control auto-tuning, self-tuning? Usar matlab y presentar un ejemplo.

El sistema de control auto-tuning tiene la propiedad de que, automáticamente el controlador se ajusta a una configuración deseable del sistema realimentado. El esquema básico de un controlador auto-tuning se muestra en la figura 3. Mediante algún método de diseño se deberá ajustar el controlador para que cumpla los requerimientos del sistema en lazo cerrado.[3]

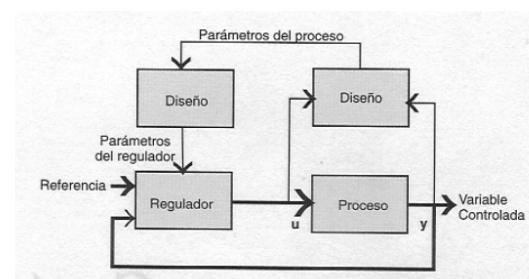


Figura 4: Diagrama de bloques de un regulador Self-tuning.

¿De qué manera son utilizados los comandos de Matlab "place" y "acker"? Ilustrar con

ejemplos.

El comando ‘place’, se define como la asignación de polos en lazo cerrado mediante estado de realimentación; se puede usar de tal forma que genere una matriz de estado realimentado con ciertas condiciones respecto a los valores propios de su relación de parámetros.

La función ‘acker’, se define como la selección de ganancia por posicionamiento de polos mediante la fórmula de Ackerman.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Se diseñaron y simularon los circuitos proporcional, integral, derivativo, a una frecuencia de corte y una frecuencia de trabajo específica, la cual en la práctica y montaje físico cada uno de los controles no funcionaban a la frecuencia previamente diseñada. Este error se tuvo que llevar a cabo creando un seguidor de voltaje, el cuál acopla las impedancias y disminuye el error que genera el uso del amplificador operacional.

Además, para tener un control proporcional de los controladores integrativo y derivativo, se implementa un amplificador operacional proporcional antes del control con el fin de poder añadirle una ganancia.

5. CONCLUSIONES

Todas las respuestas de cada uno de los controladores del PID funcionaron en el software de simulación. Sin embargo en el montaje físico solo la acción integrativa fue la que no cumplía con su función original.

El acople de impedancias entre amplificadores no fue del todo correcta, por lo que el sistema no respondió de la forma esperada.

El ajuste del offset hace que se pueda tener un buen desarrollo de la planta y ajustar a la

respuesta deseada. Pero cuando el offset afecta la señal, no es óptimo de implementar.

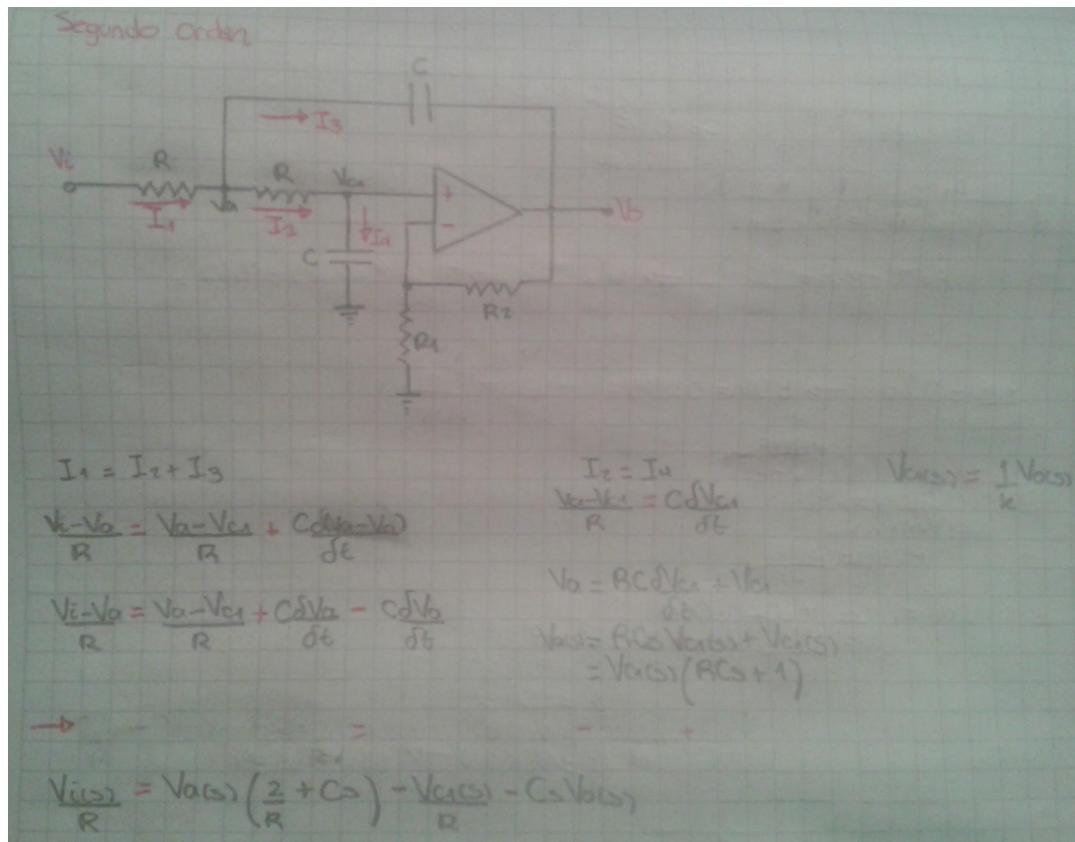
Los componentes que conforman el circuito determinan las ganancias y el comportamiento del sistema, como estos tienen ciertas tolerancias, siempre se espera un error en las mediciones con respecto a las simulaciones.

Aunque se siguieron los lineamientos matemáticos para el diseño de un PID, la implementación no fue del todo completa, esto se refleja en el no funcionamiento del controlador.

6. REFERENCIAS

- [1] Sintonía experimental de controladores [online], Departamento de ingeniería de sistemas y automática, España: Universidad Politécnica de Cartagena UPCT, pp. 123 Disponible en: <http://repositorio.upct.es/bitstream/handle/10317/174/Cap%EDtulo;jsessionid=46310D2741AF1C77389186664869C64A?sequence=13>
- [2] Sintonía experimental de controladores [online], Departamento de ingeniería de sistemas y automática, España: Universidad Politécnica de Cartagena UPCT, pp. 124 Disponible en: <http://repositorio.upct.es/bitstream/handle/10317/174/Cap%EDtulo;jsessionid=46310D2741AF1C77389186664869C64A?sequence=13>
- [3] E. Franco, J.J. Martínez, H. Calero, Controlador Self-Tuning: Aplicado a control de procesos con dinámicas altamente variables [online], artículo investigación, Departamento de Ingeniería, Universidad del Valle, Cali, 1998. Disponible en: https://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwiv247EprTSAhXGRiYKHfBtBQAQFggYMAA&url=http%3A%2F%2Fbibliotecadigital.univalle.edu.co%2Fbitstream%2F10893%2F1498%2F1%2Finycompe_v1_n2_a5.pdf&usg=AFQjCNEWVKsZzdhkZuHN80oC_QniNhOjbA&bvm=bv.148441817,d.eWE
- [4]

ANEXO 1



$$\frac{V_{out}}{R} = V_{C1(S)} \left[\left(RC_S + 1 \right) \left(\frac{2}{R} + G_S \right) - \frac{1}{R} \right] - G_S V_{out(S)}$$

ANEXO 2.

$$R = 100 \Omega$$

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + 2 + 1$$

$$\omega_n = 1 \rightarrow \xi = 0.5 \quad \rightarrow t_{\text{r}} \Big|_{1A} = 9 \text{ s} \rightarrow t_{\text{r}} \Big|_{1B} = 9 \cdot 0.85 = 7.65 \text{ s}$$

$$\frac{4.5}{\xi\omega_n} = 7.65 \rightarrow \xi\omega_n = 0.588$$

$$0.25 = \frac{\xi^2 E}{1 - \xi^2}$$

$$0.25 = \frac{0.168}{1 - 0.168}$$

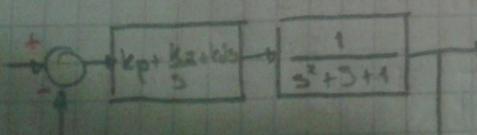
$$1.386 = \frac{0.168}{1 - 0.168}$$

$$2 = \frac{\pi^2 \xi^2}{1 - \xi^2} \rightarrow 2 - 2\xi^2 = \pi^2 \xi^2$$

$$2 - 2\xi^2 = 9.9 \xi^2$$

$$2 = 11.9 \xi^2$$

$$\xi^2 = 0.168$$

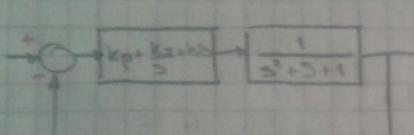
$$\xi = 0.409 \rightarrow \omega_n = 1.438$$


$$2 = \frac{\pi^2 \xi^2}{1 - \xi^2} \rightarrow 2 - 2\xi^2 = \pi^2 \xi^2$$

$$2 - 2\xi^2 = 9.9 \xi^2$$

$$2 = 11.9 \xi^2$$

$$\xi^2 = 0.168$$

$$\xi = 0.409 \rightarrow \omega_n = 1.438$$


$$G(s) = \frac{K_p + K_d s + K_i s^2}{s^2 + 2 + 1} = \frac{K_p + K_d s + K_i s^2}{s^2 + 2 + 1 + K_p s^2 + K_d s + K_i s^3} = \frac{K_i s^2 + K_d s + K_p}{s^3 + s^2 (K_i + 1) + (K_d + K_p)s + K_i}$$

→ Polinomio requerido

$$s^2 + 2(0.409)(1.438)s + 2.0678 = s^2 + 0.588s + 2.0678$$

$$s = -0.588 \pm \sqrt{0.346 - 8.2712}$$

$$\left. \begin{aligned} s^2 + 0.588s + 2.0678 &= s^2 + s^2 (K_i + 1) + (1 + K_p)s + K_i \\ s^2 + 3.588s^2 + 3.8318s + 6.2034 &= s^2 (K_i + 1) + (1 + K_p)s + K_i \end{aligned} \right\}$$

* Polo adicional → $(s + 3)$

$$K_i + 1 = 3.588 \quad 1 + K_p = 3.8318 \quad K_i = 6.2034$$

$$K_i = 2.588 \quad K_p = 2.9318$$