

购物节家电选购问题

摘要

在本文中，我们收集整理了“六一八”购物节前后的平板电视、洗衣机等主要家电的，包括价格、销量、用户评价，满减优惠等信息在内的销售数据。并通过综合评价方法量化了各种家电的价值，并依据价值制定了合理的家电购物清单。另外，我们还考虑到了商家、平台和消费者主体间的博弈关系，分析了在购物节中，商家、平台和消费者的收益情况。

在第一问中，我们首先对数据进行了初步的预处理，并利用商品优惠价格与商品原价的比值来量化商品的优惠幅度。之后，我们使用 **TOPSIS 熵权法**建立了综合评价模型来评估的家电价值与家电的价格、评价、销量等因素的关系。得到了关于家电价值的数学模型。

在第二问中，我们考虑到在实际购买家电时一种家电往往购买且只购买一次，预算有限，且希望获得最大价值等约束条件，以上文通过 TOPSIS 法定义的家电总价值与使用的金钱之比作为目标函数，建立了 **0-1 整数单目标规划**模型。并通过动态规划方法求解得到在家电总价值与使用的金钱之比最大的购买方式，此时花费的金额为 6521 元。

在第三问中，我们首先通过 W 检验这一非参数检验方法确定了 618 的促销数据服从正态分布。并在之前数据的基础上扩充了双十一的价格和全年最低价以反映价格在其他时间的变化情况。之后，我们通过 **K-S 检验**验证了两组数据服从相似的正态分布。从而我们得到除电视以外的多数种类的家电在“六一八”和”双十一“的价格没有明显差距，且对于多数家电，在“六一八”和”双十一“的价格是全年最低价的结论。

在第四问中，我们考虑到商家的盈利取决于顾客盈利和向平台投入的广告费用。从商家盈利的角度入手，考虑了使得商家盈利最大的促销策略以及商家的获客成本，分别在商家的利润率和广告费用不同的前提下，确定了对应各种情况的收益排序情况。

我们的模型较好的分析了往年购物节家电产品的促销情况，并就合理的选择家电给出了一定的建议，在分析 618 的促销策略，合理进行商品选购方面有一定的实践价值。

关键字： TOPSIS 法 0-1 整数单目标规划 K-S 检验 动态规划

一、问题重述

近年来，各式各样的家电购物节出现，活动规模日益扩大，参与的人群也越来越多。利用购物节，商家可以增大销售规模，达到去库存，以及吸引顾客的效果。而消费者买到了价格低廉的家电。平台也获得了更多的广告收入，这是一个三方获益的事情。

我们需要整理 618 前后的家电行业的销售数据，数据包括价格、销量、用户评价，满减优惠等信息，并对这些数据进行以下分析：

1. 选择反应家电价值的主要特征指标，建立数学模型，并对不同家电类型进行分类和排序，分析哪些家电优惠幅度最大，哪些家电优惠幅度最小？
2. 如果你打算花最少的钱，并且尽可能买到高价值的家电，请你们的团队列出购物清单。
3. 618 和双十一哪个活动购买家电最划算，或者还有其他时间段？（实际价格）
4. 分析 618 购物节中商家、平台和消费者到底谁获得的收益最大。

二、问题分析

首先，我们需要搜集数据，并对数据进行简单的数据清洗和预处理。

在第一问中，我们可以利用商品优惠价格与商品原价的比值来表示商品的优惠幅度。之后，我们使用 **TOPSIS 熵权法**这种综合评价方法建立了综合评价模型来评估的家电价值与家电的价格、评价、销量等因素的关系。得到了关于家电价值的数学模型。

在第二问中，我们考虑到在实际购买家电时一种家电往往购买且只购买一次，并且预算有限，且希望获得最大价值等约束条件，以上文通过 TOPSIS 法定义的家电总价值与使用的金钱之比作为目标函数，建立了 **0-1 整数单目标规划模型**。并通过动态规划方法求解得到家电总价值与使用的金钱之比最大的购买方式，此时花费的金额为 6521 元。

在第三问中，我们首先通过 W 检验这一非参数检验方法确定了 618 的促销数据服从正态分布。并在之前数据的基础上扩充了双十一的价格和全年最低价以反映价格在其他时间的变化情况。之后，我们通过 **K-S 检验**验证了两组数据服从相似的正态分布。从而我们得到除电视以外的多数种类的家电在“六一八”和“双十一”的价格没有明显差距，且对于多数家电，在“六一八”和“双十一”的价格是全年最低价的结论。

在第四问中，我们考虑到在购买家电这类高价值商品时平台向顾客提供的小面额补贴影响较小。这种情况下顾客的收益取决于商家，平台的收益主要来自商家提供的广告费用，而商家的盈利主要取决于销量、顾客的盈利和向平台投入的广告费用。由于商家盈利和其他两方密切相关，我们从商家盈利的角度入手，考虑了使得商家盈利最大的促

销策略以及商家的获客成本, 分别在商家的利润率和广告费用不同的前提下, 确定了对应各种情况的收益排序情况。

三、模型假设及符号说明

3.1 模型假设

1. 认为家电的价值由价格、销量、用户评价等能够直接反映商品的使用价值的因素综合决定的
2. 由于近年来购物节的持续时间被很大程度上延长, 这里认为 618 促销价格是从 6 月 1 日到 18 日的促销活动中出现的最低价, 双十一的促销价格是从 10 月 25 日到 11 月 11 日的促销活动中的最低价
3. 认为家电的原价是家电在没有大型促销活动时对应的日常促销价格
4. 忽略物料成本等因素对商品价格的影响

3.2 符号说明

符号	含义
η	家电的降价幅度
w_{kj}	商品 k 在属性 j 上的权重
Val_{ki}	第 k 个子集中第 i 个商品对应的评分
E_{fund}	预算金额
d_1^+	花费决策值超出花费预期的部分
d_1^-	花费决策值未达到花费预期的部分
d_2^+	获得价值决策值超出预期获得价值的部分
d_2^-	获得价值决策值未达到预期获得价值的部分
ϕ	商家的利润率

四、问题一

4.1 模型准备

我们获取并整理了 2020-2021 年内, 天猫平台的各个家电品牌的官方旗舰店的部分家电的价格信息。以及这些家电对应的 6 月的月销量。考虑到选取的产品必须在选取的具体类别内有一定的代表性, 我们主要选取中等价位的, 销量较高的产品以提高样品的代表性, 我们获取的具体数据见附件。

4.2 模型建立

我们可以使用商品降价数值与商品原价的比值来表示降价幅度，用 W_0 表示原价， W 表示促销价，则：

$$\eta = \frac{W_0 - W}{W_0}$$

则按照家电的功能划分，各个类别的家用电器的促销情况如下：

类别	平均促销幅度	类别	平均促销幅度
平板电视	0.0734	冰箱	0.0594
空调	0.0875	洗衣机	0.0215
热水器	0.0517	洗碗机	0.3090
油烟机	0.142	扫地机器人	0.1471

表 1 按照功能分类的家电的促销情况

从家电的所属类别来看，类似洗碗机，扫地机器人这样的新兴家电的优惠幅度明显大于传统家电。这可能与此类家电刚刚开始普及，各个厂商希望借助 618 等购物节扩大销售量和影响力有关。而类似冰箱、洗衣机这样的传统家电经过多年来的充分竞争，整体的价格已经趋于稳定，在购物节的价格下降空间较小。

另外，我们还发现家电的促销幅度和家电的品牌以及市场定位有一定的关系。如果按照家电的品牌分类，可以得到以下关系：

空调品牌	平均促销幅度	冰箱品牌	平均促销幅度
格力	0.0571	海尔	0.0615
美的	0.1156	美的	0.0481
奥克斯	0.0831	容声	0.0531
其它	0.1011	其它	0.0806

表 2 按照品牌分类的家电的促销情况

许多在行业内有一定的影响力，但在市场竞争中的不占优势的品牌（例如空调界的美的和奥克斯，以及其它领域的二线品牌）相对在行业中的规模更大的厂商更倾向于利用 618 促销来进行宣传。

按照价格分类，可以得到以下关系：

促销后价位段	平均促销幅度
0-1999	0.0541
2000-3999	0.0884
4000-5999	0.0718
6000 及以上	0.0375

表 3 按照价格分类的家电的促销情况

多数国产品牌的中端电器往往促销力度大于低端电器。低端电器由于其利润率较低，溢价空间较小，所以促销力度一般。高端电器由于其面向的用户对价格不敏感，且进口电器往往集中在这一价位，所以促销力度不大。而中端电器作为出货量最大的价位短，用户对于价格有一定的敏感性，且商家的利润率允许一定程度的让利，所以这类家电有较高的优惠幅度。

总体来说，家电的优惠幅度有以下的规律：

- 新兴家电类型的家电的优惠幅度普遍大于传统家电
- 有一定溢价能力的中端家电的优惠幅度普遍大于溢价较低的低端产品
- 家电的优惠幅度往往还和品牌有关，在市场竞争中的不占优势的品牌往往倾向于采取更激进的促销策略

4.3 评估商品价值的综合评价模型

4.3.1 多属性决策分析

首先按照家用电器类别将数据集划分成 7 个子集，对每个子集单独进行多属性决策分析。

设 X_1, X_2, X_3, X_4 为原价、优惠价、销量、用户评分四个属性，家用电器数据集第 k 个子集对应的电器总数为 m_k ， $A_{k1}, A_{k2}, \dots, A_{km_k}$ 为可供选择的 m_k 件商品，商品 A_{ki} 对属性 X_j 的取值为 d_{kij} ，则该子集对应的决策矩阵为 $D_k = (d_{kij})_{m_k \times 4}$ 。

对决策矩阵 D_1, D_2, \dots, D_7 通过模一化操作分别进行标准化：

$$r_{kij} = \frac{d_{kij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m_k} d_{kij}^2}} \quad (1)$$

得到分别对应的标准化矩阵 $R_k = (r_{kij})_{m_k \times 4}, k = 1, 2, \dots, 7$ 。

根据标准化矩阵，利用信息熵法求解每个子集对应的属性权重，首先求出各商品关

于属性 X_j 的熵

$$E_{kj} = -\frac{1}{\ln m_k} \sum_{i=1}^{m_k} r_{kij} \ln r_{kij}, \quad k = 1, 2, \dots, 7, \quad j = 1, 2, \dots, 7 \quad (2)$$

再求出各商品在属性 X_j 上的区分度

$$F_{kj} = 1 - E_{kj}, 0 \leq F_{kj} \leq 1 \quad (3)$$

对各商品在每个属性 X_j 上的区分度做归一化处理, 得到各商品在属性 X_j 上的权重

$$w_{kj} = \frac{F_{kj}}{\sum_{j=1}^7 F_{kj}}, \quad k = 1, 2, \dots, 7, \quad j = 1, 2, \dots, 7 \quad (4)$$

将各子集的决策矩阵模一化得到的 r_{kij} 与属性权重 w_{kj} 相乘, 得到 $v_{kij} = r_{kij}w_{kj}$, 构成 7 个矩阵

$$V_k = (v_{kij})_{m_k \times 4}, \quad k = 1, 2, \dots, 7 \quad (5)$$

取每个矩阵 V_k 每一列的最大元素, 构成向量 $v_k^+ = (v_{k1}^+, v_{k2}^+, v_{k3}^+, v_{k4}^+)$, 作为对应该矩阵的正理想解; 取每一列的最小元素, 构成向量 $v_k^- = (v_{k1}^-, v_{k2}^-, v_{k3}^-, v_{k4}^-)$, 作为对应矩阵的负理想解。

对每个子集的各商品 A_{ki} 求其与对应的正理想解的欧氏距离

$$S_{ki}^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^4 (v_{kij} - v_{kj}^+)^2} \quad (6)$$

以及与对应的负理想解的距离

$$S_{ki}^- = \sqrt{\sum_{j=1}^4 (v_{kij} - v_{kj}^-)^2} \quad (7)$$

然后得到每个子集的各商品 A_{ki} 与对应的正理想解的相对接近度

$$C_{ki}^+ = \frac{S_{ki}^-}{S_{ki}^+ + S_{ki}^-}, 0 < C_{ki}^+ < 1 \quad (8)$$

在各个子集中, 将每个商品 A_{ki} 按 C_{ki}^+ 进行降序排序, 得到在子集中的排名, 用于反映各商品在价值上的顺序, 并作为价值量化评分的依据。

4.3.2 价值量化评分

根据多属性决策分析已得到的家用电器数据集划分出的 7 个子集中各个商品在价值上的顺序, 为便于后续的处理, 需要通过一定的策略将价值的排序转化为具体的价值评分。

从原价、优惠价、销量、用户评分四个属性的角度综合考量, 可采取按排名占比平均分配价值评分的策略, 考虑到排名居后的商品也有一定的使用价值, 我们需要有一定的基础评分。具体实现方式为:

设最高价值评分为 $Val_{max} = 100$, 基准价值评分为 $Val_{basic} = 60$, 第 k 个子集中第 i 个商品对应的排名为 $Rank_{ki}$, 其价值评分为 Val_{ki} , 则有

$$Val_{ki} = (Val_{max} - Val_{basic}) \frac{m_k - Rank_{ki} + 1}{m_k} + Val_{basic} \quad (9)$$

可以依据上式确定各种商品的价值评分。

五、问题二

5.1 模型准备

利用多属性决策分析和价值量化评分策略得到各个商品的价值评分后, 需要对商品的购买情况进行定量描述。

设对于第 k 类电器的第 i 种商品, 有

$$x_{ki} = \begin{cases} 1, & \text{买第 } k \text{ 类电器的第 } i \text{ 种商品} \\ 0, & \text{不买第 } k \text{ 类电器的第 } i \text{ 种商品} \end{cases} \quad (10)$$

用于指示该商品的购买情况。

5.2 模型建立

5.2.1 目标函数

家电购置方案需要满足花费最少和购买得到的家电价值尽可能高, 等价于求出总花费目标函数值最小、总获得价值函数值最大对应的家电购买情况, 属于多目标规划问题。

为简化问题, 可设 d_1^+ 为花费决策值超出花费预期的部分, d_1^- 为花费决策值未达到花费预期的部分, d_2^+ 为获得价值决策值超出预期获得价值的部分, d_2^- 为获得价值决策值未达到预期获得价值的部分, 则将问题转化为最小化 d_1^+ 和 d_2^- 。

设参数 P_1, P_2 ，用比值 $\frac{P_1}{P_2}$ 反应 d_1^+ 与 d_2^- 对决策的重要程度的关系，从而得到决策方案的目标函数：

$$P_1 d_1^+ + P_2 d_2^- \quad (11)$$

5.2.2 约束条件

家用电器购置方案的制定需要满足的约束如下：

(1) 购置种类及数目约束

由于在家电购置方案只涉及几种电器时无法准确体现电器总价格最小和获得总价值较优，因此在购置电器的种类和数目上，做购买所有种类的电器、每类电器买且仅能买一个的刚性约束：

$$\sum_{i=1}^{m_k} x_{ki} = 1, \quad k = 1, 2, \dots, 7 \quad (12)$$

(2) 电器购买成本约束

考虑到家电购置方案的目标是让电器的总花费最小，需要对电器购买的花费预算进行约束，设花费预算金额为 E_{Fund} ，由于实际花费金额可能略超过预期金额，因此得到对花费总金额的软性约束：

$$\sum_{k=1}^7 \sum_{i=1}^{m_k} Price_{ki} x_i + d_1^- - d_1^+ = E_{Fund} \quad (13)$$

(3) 用户获得价值约束

家电购置方案的另一部分目标是让用户在购买家电时获得的的价值尽可能大，需要对电器购买获得的价值进行约束，设预期获得价值为 E_{Value} ，由于实际获得价值可能小于预期价值，因此得到对获得总价值的软性约束：

$$\sum_{k=1}^7 \sum_{i=1}^{m_k} Val_{ki} x_i + d_2^- - d_2^+ = E_{Value} \quad (14)$$

(4) 超出部分与不足部分的非负约束和乘积为零约束

花费决策值超出花费预期的部分 d_1^+ 与花费决策值未达到花费预期的部分 d_1^- ，获得价值决策值超出预期获得价值的部分 d_2^+ 与获得价值决策值未达到预期获得价值的部分 d_2^- ，是两组对立的非负项，必须满足每一项大于等于 0 且组内两项之积等于 0，从而得到刚性约束：

$$d_1^+, d_1^-, d_2^+, d_2^- \geq 0 \quad (15)$$

$$d_1^+ d_1^- = 0 \quad (16)$$

$$d_2^+ d_2^- = 0 \quad (17)$$

5.2.3 家电购置决策模型

通过以上分析，家电购置决策方案的 0-1 整数线性目标规划模型：

$$\min \quad P_1 d_1^+ + P_2 d_2^-, \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k=1}^7 \sum_{i=1}^{m_k} Price_{ki} x_i + d_1^- - d_1^+ = E_{Fund}, \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^7 \sum_{i=1}^{m_k} Val_{ki} x_i + d_2^- - d_2^+ = E_{Value}, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{m_k} x_{ki} = 1, \quad k = 1, 2, \dots, 7, \quad (4)$$

$$x_{ki} = 0 \text{ 或 } 1, \quad k = 1, 2, \dots, 7, \quad i = 1, 2, \dots, m_k \quad (5)$$

$$d_1^+, d_1^-, d_2^+, d_2^- \geq 0, \quad (6)$$

$$d_1^+ d_1^- = 0, \quad (7)$$

$$d_2^+ d_2^- = 0, \quad (8)$$

5.3 模型求解

5.3.1 动态规划求解可行方案

在已有的可供选择的所有电器的价格和价值评分信息的条件下，首先可以利用动态规划法求出在每一花费资金限额 $cost$ 的条件下，能够获得的最大价值和 $V_{m_{cost}}$ ：

在面对第 k 类电器的第 i 种商品时，有状态转移方程形式如下：

$$V_{k,cost} = \max(V_{k,cost}, V_{k-1,cost-Price_{ki}} + Val_{ki}) \quad (18)$$

其中 $V_{k,cost}$ 表示在花费资金限额为 $cost$ 的情况下，已选到第 k 类电器时的最大价值和。 $V_{m_{cost}} = V_{7,cost}$ 。

执行动态规划算法，解得对于已有数据的所有可行方案见附表。

5.3.2 基于可行方案的家电购置决策模型求解

首先, 根据对已有数据的分析和价值量化评分策略, 得到满足购置种类及数目约束的最小花费资金限额为 6521 元, 全局最大价值和为 700 分及其对应的花费资金限额为 19824 元。从而可以确定家电购置决策模型中的花费预算金额 $E_{Fund} = 6521$, 预期获得价值 $E_{Value} = 700$ 。

然后根据问题求解的要求, 可判断在方案决策上, d_1^+ 比 d_2^- 略重要, 因此可将 $\frac{P_1}{P_2}$ 定为 $\frac{3}{2}$ 。由于 P_1, P_2 值本身无实际含义, 为简化运算, 可令 $P_1 = 3, P_2 = 2$ 。

确定所有重要参数后, 计算每一种可行方案对应的目标函数值, 得到使目标函数值最小的花费决策值为 6521, 获得总价值为 552.04, 对应的家电购置方案为购物清单如下:

购物清单
奥克斯 26GW 空调
华凌 Vie6 洗碗机
博莱客 DSZF-40CZ 热水器
海尔 180LLC2E0C9 冰箱
樱舞 CXW-268-D5 吸油烟机
创维 40X8 电视
扬子 XPB 洗衣机

六、问题三

为了 618 和双十一, 我们选取了冰箱和空调两类家电产品。在模型准备部分的工作的基础上对这些商品的双十一和历史最低价格进行了记录。由于部分家电是去年秋天上市的新款, 在去年双十一时优惠力度较小, 而在今年年初的价格才开始下降, 我们在整理数据时排除了这些可能对“双十一”和“六一八”价格的关系判断影响较大的样本。

6.1 模型建立

偏度可以用来度量随机变量概率分布的不对称性。用 μ 表示样本的均值, σ 表示样本的标准差, n 为样本大小, 则偏度定义为:

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \mu}{\sigma} \right)^3 \quad (19)$$

峰度可以用来度量随机变量概率分布的陡峭程度。峰度定义为：

$$K = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \mu}{\sigma} \right)^4 \quad (20)$$

我们可以通过计算样本的偏度和峰度，并与其他常见分布的偏度和峰度做对比，来对样本可能服从的分布做基本判断。观察下面的偏度-峰度图，我们发现冰箱和电视的促销幅度的分布比较接近正态分布和伽马分布。

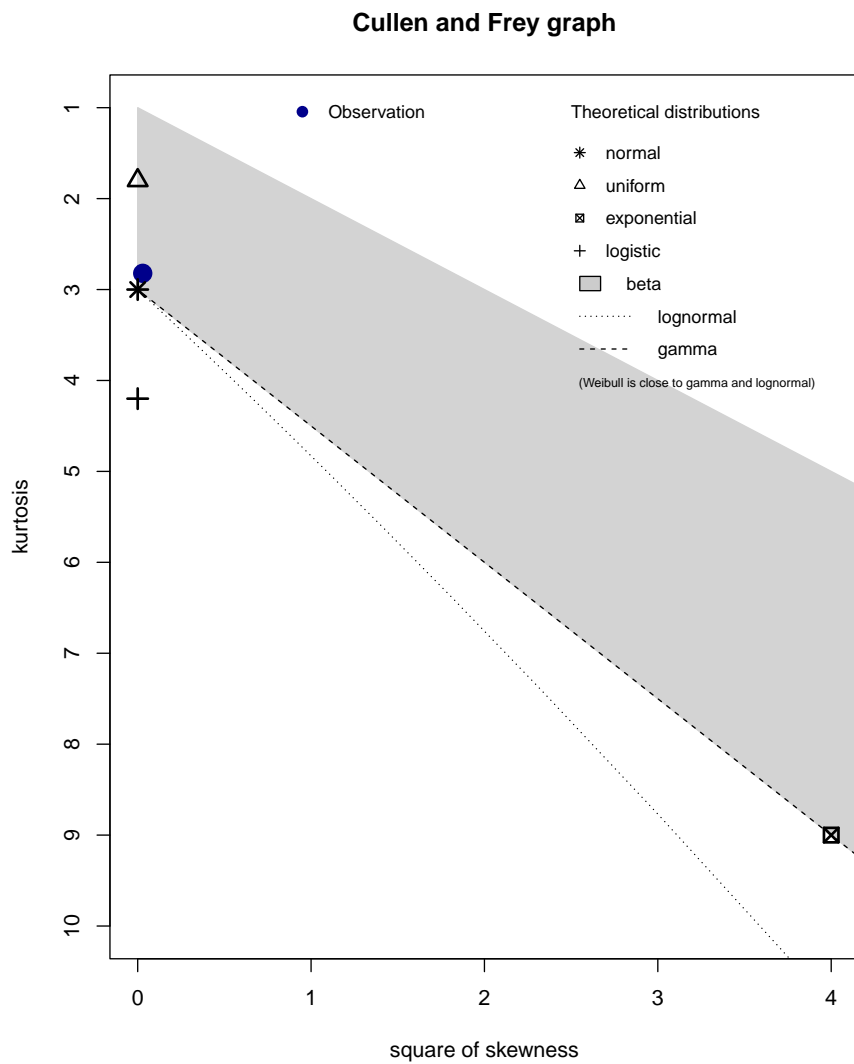


图 1 偏度-峰度图

我们可以使用正态分布和伽马分布来拟合数据，并根据拟合结果来判断数据样本的分布情况。具体的拟合结果如下：

伽马分布				正态分布			
α		β		μ		σ	
均值	方差	均值	方差	均值	方差	均值	方差
0.2959	0.0820	4.9226	2.7331	0.0601	0.0088	0.0342	0.0062

表 4 伽马分布和正态分布的拟合结果

拟合得到的伽马分布中的逆尺度参数 β 的估计值的标准差很大，这说明我们使用伽马分布来预测数据的分布情况是不准确的，应该采用正态分布来进行预测。

在确定了家电在“六一八”的促销幅度服从的分布后，我们可以通过 K-S 检验 [2] 这一非参数检验方法来验证家电在“六一八”的价格与在“双十一”的价格是否服从相同的分布。

Kolmogorov-Smirnov 检验 (K-S 检验)，是一种基于假设检验的，用来比较一个频率分布 $f(x)$ 与理论分布 $g(x)$ 或者两个观测值分布的是一种非参数检验方法。其原假设 H_0 : 两个数据分布一致或者数据符合理论分布。K-S 统计量可以表示为

$$D = \max |f(x) - g(x)| \quad (21)$$

当实际观测值 D 大于参考值 $D(n, \alpha)$ 则拒绝 H_0 ，否则则接受 H_0 假设。

6.2 模型求解

使用 R 语言进行 K-S 检验, 我们得到 $D = 0.21429, p - value = 0.9048 > 0.05$ 。所以我们接受假设 H_0 ，认为家电在在“双十一”和“六一八”的价格服从相同的分布。

可以认为对于大多数家电，在“双十一”和“六一八”都能够以相近且较低的价格购买。另外，对于绝大多数（在列表中超过 95%）的商品，其年最低价出现在“双十一”和“六一八”购物节，可以认为在可选择的情况下，在“双十一”和“六一八”购物节购买家电更为合算。受到疫情的影响，某些种类的家电（比如平板电视）存在由于物料成本上升而导致的价格上涨的情况，对于这类家电，在双十一价格上涨前购买更为合算。

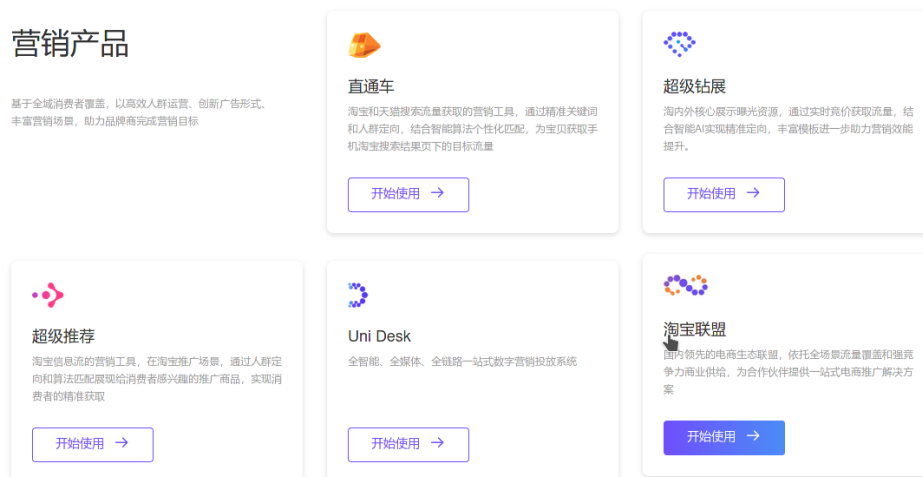
七、问题四

7.1 问题背景

在购物节活动中，顾客群体的获利主要来源于产品单价降低而节约的购买费用。对于商家而言，商家需要为购物节准备更多的广告推广，以及降低商品价格。这两点因素会降低商家从单件商品获得的利润，但同时增加了商家的销量。从而使得商家的总利润提升。

忽略平台从同时作为平台和商家的平台自营产品中的盈利，根据资料 [1], 电商平台的获利主要来源于平台在购物节活动中获得的额外广告费用。

平台提供的广告服务的形式多种多样，但各种广告客观上都是以提高商品点击量为目标的。以淘宝和天猫平台为例，阿里推出了阿里妈妈服务平台提供全方位的广告营销服务。广告影响服务已经成为了当代电商营收的主体服务之一。



在下面的分析中我们选取广告成本适中，应用最广泛，推广相对精准的“直通车”服务作为平台广告收入的代表，

7.2 模型建立

我们可以通过与问题三相似的方法，确定商品的销量服从正态分布，这与中心极限定理的结论相符。

在此基础上，我们首先分析商家与顾客的关系。商家可以通过降价让利来提高商品的销量。我们根据部分商品在 618 后的价格变化，可以求解商品销量服从的正态分布的期望和销量的关系。在确定商家的利润率 ϕ 的情况下，可以得到商品带给商家更大收益的阈值点。

我们现在对于商家和平台的关系进行分析。一般淘宝店铺的转化率约为 2%-5%，可以认为只有 2%-5% 的浏览商品的顾客最终决定购买商品。由于淘宝的“直通车服务”采用竞价排名机制，在六一八等时段的“直通车”广告价格和点击量都会有一定的提升。我们可以通过调查确定商品的竞价关键词价格 p ，并计算商家的获客成本，从而评估商家和平台的收益情况

7.3 模型求解

通过查询商品的历史销量数据，这里的我们得到商品促销幅度 η 与商品的销量的服从的正态分布的数学期望大致满足 $E = (1 + 3.3 * \eta)E_0$ 的关系。在这种情况下，认为商

家的利润率 $\phi = 35\%$ ，只要商品的促销幅度不超过其原价的 15.5%，商家都能够获得比顾客更多的利益。而大多数传统家电，在购物节的实际促销幅度都没有达到这一水平。在这种情况下，商家获得了比顾客更多的利益。

由于”直通车“服务的成本较高 ($p \approx 2$)，且在 618 等大型购物节的前后其成本还会进一步提升 (可以达到 $p \approx 5$)，在这种情况下，由于大多数商家的销量主要来源于中低利润产品，对于主要产品在降价后利润小于 150 元的这类商家，在 618 期间使用“直通车”服务获客而带来的利润无法弥补广告费用的投入。在这种情况下平台从店铺的新顾客处获得的收益明显高于电商平台获得的收益，平台收益最大。

综上，对于占比绝大多数的商品均价一般，在购物节只能给出有限水平促销的商家而言，平台的获利大于商家的获利大于消费者的获利。而对于某些高端家电品牌，商家的获利大于平台的获利大于消费者的获利。对于某些新型家电品牌，它们为了争夺市场往往在 618 会给出更多的让利，且这些家电一般价格较高，这种情况下消费者的收益大于商家的收益大于平台的收益。

八、模型评价

8.1 模型优点

- 模型基于实际购买家电时客观存在的限制，建立了单目标规划模型，并在排除了主观因素的影响的前提下确定了最优的家电购买策略
- 模型通过 K-S 检验这一非参数检验方法，较好的验证了“双十一”与“六一八”促销幅度服从分布的相似性

8.2 模型缺点

- 模型在分析权重时使用的熵权法只考虑了数据的分布情况而没有考虑数据的具体意义，这导致了问题 2 的权重确定有一定偏差
- 模型忽略了季节等可能影响销量的其他因素
- 模型在分析消费者，商家，平台的关系时选取的数据的包含的时间不够长且无法准确确定商家利润，可能影响问题 4 的预测结果

参考文献

- [1] 阿里巴巴集团 2020 财政年度报告 [EB/OL].<https://doc.irasia.com/listco/hk/alibabagroup/annual/2020/car2020.pdf>.

- [2] Massey Jr F J. The Kolmogorov-Smirnov test for goodness of fit[J]. Journal of the American statistical Association, 1951, 46(253): 68-78.

附录 A 使用动态规划求解优化模型的 Python 代码

```
import pandas as pd
import numpy as np

addrs=["topairconditioner.xls",
       "topdishwasher.xls",
       "topheater.xls",
       "toprefrigerator.xls",
       "topsmoker.xls",
       "toptv.xls",
       "topwasher.xls"]

price = []
value = []
totmon=20000
prelist = np.zeros((8,totmon+1)).astype(int).tolist()
dp = np.zeros((8,totmon+1)).tolist()
pr = np.zeros((8,totmon+1)).astype(int).tolist()

for item in addrs:
    lis=item.split('/')
    datafr = pd.read_excel(item)
    prar = np.array(datafr[['优惠价']]).reshape(1,-1)
    vaar = np.array(datafr[['得分']]).reshape(1,-1)
    price.append(prar.squeeze().tolist())
    value.append(vaar.squeeze().tolist())

def revprint(i,j,lis):
    if i<0:
        return
    revprint(int(i-1),int(j-price[i][int(prelist[i][j])]),lis)
    print(prelist[i][j]+1,end=' ')
    lis.append(prelist[i][j])

for i in range(7):
    for j in range(totmon,-1,-1):
        for k in range(len(price[i])):
            # if ((j >= price[i][k]) and ((pr[i + 1][int(j)] == 0) or (
            #         (dp[i][int(j - price[i][k])] + value[i][k]) / (pr[i][int(j -
            #             price[i][k])] + price[i][k]) >
            #         dp[i + 1][j] / pr[i + 1][int(j)]))):
            if ((j >= price[i][k]) and dp[i][int(j - price[i][k])] + value[i][k] > dp[i +
                1][j]):
                dp[i+1][j] = dp[i][int(j - price[i][k])] + value[i][k]
                prelist[i][j] = k
```



```

totp = int(0.0)
tots = 0
lis=[]
print('选法:',end='')
totprice=revprint(6,totmon,lis)
print()
cnt=0
for i in lis:
    totp = totp+price[int(cnt)][int(i)]
    cnt=cnt+1
cnt=1
print('消耗资金:'+str(totp))
print('获得价值:'+str(dp[7][totmon]))
ans=(700-700)*1+(19824-6521)*2
ani=19824
for i in range(19824,6520,-1):
    if dp[7][i] != dp[7][i-1] :
        #print('%d %d & %.2f \\\\' %(cnt,i,dp[7][i]))
        if(ans>(700-dp[7][i])+2*(i-6521)):
            ans=(700-dp[7][i])+2*(i-6521)
            ani=i
        cnt=cnt+1
print('%d %.2f %.2f' %(ani,dp[7][ani],ans))

```

附录 B 用于非参数检验的 R 语言代码

```

data<-read.csv("refrigerator.csv")
data<-as.matrix(data[3:8])
d0<-data[,1]
d1<-data[,2]
d2<-data[,5]
d3<-(d0-d1)/d0
d4<-(d0-d2)/d0
print(d4)
test1<-shapiro.test(d3)
print(test1)

library(fitdistrplus)
descdist(d3)
print(fitdist(d3,distr = "gamma"))
#print(fitdist(a,distr = "logis"))
print(fitdist(d3,distr = "norm"))
print(ks.test(d3,d4))

```

附录 C 使用动态规划方法求解的可行方案

花费资金限额	最大价值和	花费资金限额	最大价值和
19824	700.00	9561	651.18
19584	697.78	9411	648.33
18224	697.50	9311	645.47
17382	697.33	9200	643.90
17142	695.11	9111	642.61
15782	694.83	8960	641.68
15542	692.61	8901	641.40
14982	692.33	8661	639.18
14742	690.11	8461	636.33
14181	689.83	8361	633.47
13941	687.61	8161	630.61
13381	687.33	7961	619.18
13141	685.11	7811	616.33
13082	684.83	7711	613.47
12842	682.61	7511	610.61
12401	680.90	7461	602.04
12161	678.68	7431	600.61
11600	678.40	7311	599.18
11360	676.18	7231	589.18
10800	675.90	7111	587.75
10560	673.68	7011	584.90
10501	673.40	6961	584.90
10261	671.18	6811	582.04
10061	668.33	6661	579.18
9961	665.47	6581	569.18
9761	662.61	6521	552.04

表 5 花费资金限额与最大价值和的可行方案