

火星探测器着陆控制方案

摘要

2021 年 5 月 15 日我国首颗火星探测器“天问一号”成功着陆火星乌托邦平原南部预选着陆区。按照降落伞和发动机的状态,“天问一号”的降落过程可以分为气动外形减速阶段、伞系减速阶段、动力减速阶段、悬停避障与缓慢下降段几个阶段。

在处理问题之前,我们基于“天问一号”的技术参数对上述着陆阶段进行了合理的假设,简化了伞系减速阶段和动力减速阶段。之后,我们使用“天问一号”的质心坐标以及天问一号的航迹倾斜角、航迹倾侧角、航迹方位角 6 个变量来确定“天问一号”着陆器在不同时间的位置与姿态。并分析了着陆器包含受到的受力情况,建立了着陆器运动状态的微分方程模型。

在问题 1 中,我们需要确定能最小化着陆时间的操控方案。在着陆器实际着陆的过程中,着陆器与巡视器分离时的倾角、着陆器开启降落伞的高度、着陆器抛离降落伞的高度、以及动力减速段发动机的开启时间几个变量可以预先控制,并且会明显影响着陆器的下降过程。这些参量的数值可以代表具体的操控方案。在实际情况中,这些条件往往受到某些其它因素的限制,因而这些参数有一定的取值范围。我们根据火星探测器的实际情况确定了这些参数的取值范围,并在参数范围内搜索求最优解。得到能够使得时间最短的分离倾角为 15° , 开启降落伞的高度为 4000m, 抛离降落伞的高度为 2000m, 并且应在在 427m 高处开始发动机以最大推力推进, 对应的最短着陆时间为 299 秒。

在问题 2 中,我们需要使降落过程消耗的能量最小。在整个着陆过程中,着陆器的动能和重力势能转化为了由于克服空气阻力做功产生的热能,并与动力减速段着陆器产生的推进力做功抵消。为了使降落过程中的推进力做功最小,我们可以使得过程中的阻力做功最大。对各个参数我们可以使用与问题 1 相同的搜索方式进行求解,得到的分离倾角为 15° , 开启降落伞的高度为 7000m, 抛离降落伞的高度为 2000m, 并且发动机应在在 420m 高处开始以最大推力推进, 过程中推进器消耗的能量为 7.31×10^6 焦耳。

在问题 3 中,我们需要使着陆过程与公开的音像和文字资料尽量一致。作为参考,我们整理了“天问一号”在各个时间点的速度与高度数据。并在问题 1 建立的模型的基础上,合理的调整模型的各项参数,找到了模型在各个关键点的速度预测值以及对应的时间与真实情况的偏差最小的参数组合。在这种情况下应该选择与报道相同的分离倾角,开伞高度和降落伞分离高度。并且应在 425m 高处使发动机开始推进,此时的时间约为 339 秒。

本文通过分析“天问一号”的降落过程进行运动学和动力学分析,较好的模拟了火星探测器的降落过程。并且根据模型求解了着陆器在最短时间和最小能量消耗时的降落方案,对于实际的卫星再入大气层问题有一定的指导意义。

关键字: 六自由度刚体模型 常微分方程 区间搜索

一、问题重述

2021 年 5 月 15 日我国首颗火星探测器“天问一号”成功着陆火星乌托邦平原南部预选着陆区。在奔赴火星到成功降落的征途中，“天问一号”需要经过发射段、地火转移段、火星捕获段、火星停泊段、离轨着陆段和科学探测段六个飞行阶段。其中离轨着陆是火星探测任务成败的关键，而着陆器从进入火星大气层到着陆的过程被誉为“恐怖 9 分钟”，在这大约 9 分钟的时间内着陆器会经历通过着陆器外形减速并调整攻角的攻角配平、升力控制段，伞降控制段，动力减速段，避障机动段等阶段。

基于天问一号探测器的音像和文字等公开资料，建立数学模型研究如下问题：

1. 确定探测器着陆过程时间最短的操控方案（这里的操控方案包括阻尼伞打开的时间、发动机系统点火的时间，以及发动机系统运行方案等变量）；
2. 对给定的着陆过程时间，确定消耗能量最少的操控方案；
3. 目前天问一号的在着陆过程中的部分时间点已经公开，如果希望探测器着陆过程与公开的音像和文字资料尽量一致，如何设计操控方案。

二、问题分析

首先我们需要明确着陆器的着陆过程。我们把这一过程按照降落伞和发动机的状态以及运动状态分为气动外形减速阶段、伞系减速阶段、动力减速阶段、悬停避障与缓慢下降段几个阶段。并基于合适的技术参数对这一着陆过程进行合理的假设和简化。之后依据着陆器在空间中各个方向的可能运动状态以及物体的受力情况，建立关于着陆器运动状态的常微分方程模型。

在问题 1 中，我们需要确定能最小化着陆时间的操控方案。在着陆器实际着陆的过程中，（影响进入大气层角度的环绕器与着陆巡视器分离时的倾角）、着陆器开启降落伞的高度、着陆器抛离降落伞的高度、以及动力减速段发动机的开启时间几个变量可以预先控制并影响着陆器的下降过程。在实际情况中，由于这些条件往往受到某些其它因素的限制（例如发动机的开启时间受到燃料总量的限制），因而这些参数有一定的取值范围。我们根据火星探测器的实际情况确定了这些参数的取值范围，并在范围内搜索得到最优解。

在问题 2 中，我们需要使降落过程消耗的能量最小。在整个着陆过程中，着陆器的动能和重力势能转化为了由于克服空气阻力做功产生的热能，并与着陆器产生的推进力做功抵消。为了使降落过程中的推进力做功最小，我们可以使得过程中的阻力做功最大，并使用与问题 1 解法相似的搜索算法得到相应的着陆方案。

在问题 3 中，我们需要整理天问一号在着陆过程的时间表来明确天问一号的具体着陆过程。并在问题 1 建立的模型的基础上合理的调整模型的各项参数使得模型在各个关键点的速度预测值以及对应的时间与真实情况的偏差最小，从而使着陆过程与公开的音像和文字资料尽量一致。

三、模型假设及符号说明

3.1 模型假设

- 将着陆器按质点处理, 只考虑质心的运动, 忽略着陆器受到的大气活动等因素的影响
- 着陆器和完全展开后的降落伞是形状固定不变的刚体, 它们之间的连接是刚性的
- 忽略着陆器调整姿态消耗的能量
- 由于着陆过程的最大高度为 125km, 这一高度相对火星的半径 (3390km) 很小, 着陆器与火星的距离对探测器受到的引力的影响可以忽略
- 由于降落伞的质量 (不足 40kg) 相对着陆器的质量 (1300kg) 较小, 忽略抛离隔热大底和降落伞对于着陆器质量的影响

3.2 符号说明

符号	意义
θ	着陆器经度
ϕ	着陆器纬度
h	着陆器到火星的距离
V	着陆器的速度
γ	航迹倾斜角
μ	倾侧角
ψ	航迹方位角
S_d	某一时刻降落伞的面积

四、模型准备

天问一号探测器的着陆阶段可以由以下阶段组成：

1. 分离滑行段：在进入火星大气的约 3 小时前，着陆器与环绕器分离，并开始滑行。
2. 着陆器自身气动外形减速阶段：在此阶段中，着陆器依靠自身气动外形减速，并调整着陆器与大气的攻角。
3. 伞系减速阶段：这一阶段包括降落伞的弹射和展开过程，并在这一阶段抛离防热大底。
4. 动力减速阶段：着陆器在这一阶段开始时抛离了带降落伞的背罩，通过主发动机进行减速，并在离地面约 100 米处减速到 0。
5. 悬停避障与缓慢下降段：在 100 米高处进行扫描，寻找无障碍物的可行降落点并通过伸出着陆支架实现软着陆。

以上着陆阶段的示意图如下：

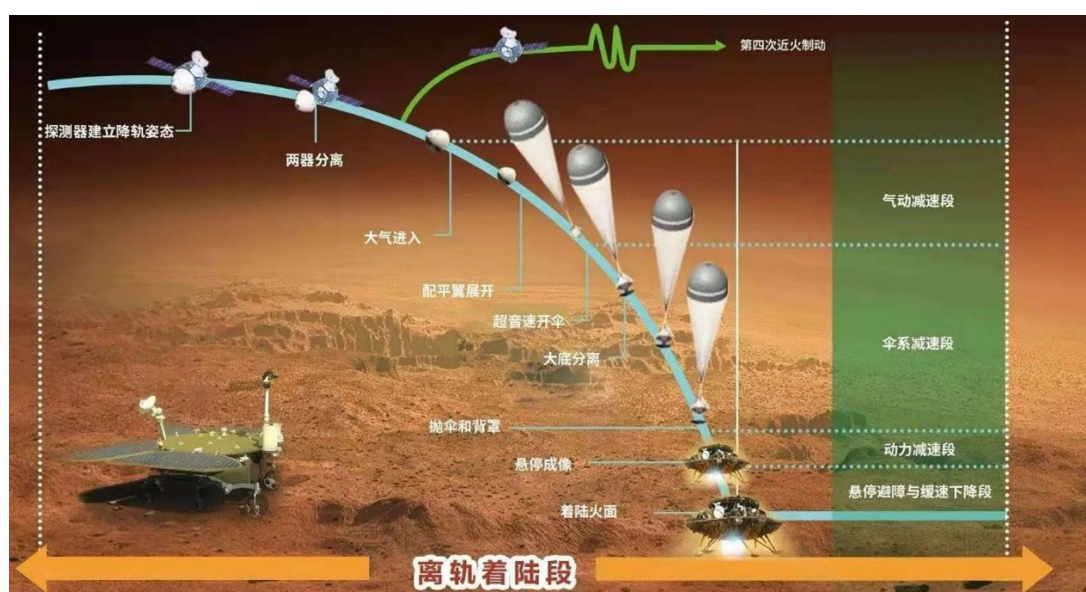


图 1 天问一号着陆示意图（引自中国航天报）

在分离滑行段中，由于着陆器在这一阶段只存在动能和引力势能的转换。因而着陆器在这一阶段的任务可以简化为调整着陆器姿态，以及选择合适的进入大气层的角度。在着陆器自身气动外形减速阶段中。在初入大气层时，由于此时的火星高层大气非常稀薄，探测器受到的升力和空气阻力较小，着陆器的速度下降不明显，随着着陆器进一步深入大气层，火星大气密度增加，空气阻力增大，着陆器进一步减速。之后随着着陆器速度的降低，空气阻力开始逐步减小，并最终与重力平衡。

为了使着陆器进一步减速，我们可以在适当的时间开启降落伞来增加着陆器受到的阻力，在通过降落伞进一步减速并抵达接近地面的位置后，我们抛离降落伞，并通过着陆器携带的发动机进行进一步减速，并在探测器进入悬停避障的预定高度时减速为 0。

上述这些阶段中的后四个都发生在火星大气层内，在这些阶段内需要考虑空气阻力和升力对于着陆器速度的影响。在着陆器自身气动外形减速阶段中，我们可以通过计算

不同高度火星的空气密度，从而得到着陆器受到的升力和空气阻力，并使用六自由度刚体模型对于着陆器的运动过程进行模拟。

在伞系减速阶段中，根据文献 [1] 得知，火星环境下物伞系统从降落伞开伞至其基本稳定下降所需高度为 3000m 左右。而最终的开伞点可以选择在火星表面 5 到 10km 之间。在这种情况下，开伞的过程无法忽略，需要另外进行考虑。而对于开伞过程中的防热大底分离过程，通过查阅文献 [2]，抛大底时的加速度约为 $5.0m/s^2$ ，且分离时力的作用时间很短，这样的短暂受力对降落器主体的运动状态影响较小，可以忽略这种影响。可以把伞降过程分为降落伞面积不断增大的开伞过程和降落伞面积保持不变的稳定过程，并使用与 1 相似的模拟方法。

在动力减速阶段中，着陆器通过消耗燃料进行减速。我们可以建立关于时间和能量的优化模型，从而得到时间最短和耗能最少的操控方案。

由于最后一个下降阶段与火星上着陆地点的具体情况有关，由于我们缺乏在着陆时具体获得的着陆点附近的成像信息，这里不考虑第五阶段的相关内容。

五、问题一

5.1 模型建立

5.1.1 描述气动外形减速阶段的六自由度刚体模型

对于一个在空间中的几何体，它可以沿着 x,y,z 三个直角坐标方向做平移运动，或者沿着 x,y,z 轴做旋转运动。也就是说三维物体具有沿 x 、 y 、 z 三个直角坐标轴方向的移动自由度和绕这三个坐标轴的转动自由度。因此，要完全确定物体的位置，就必须清楚这六个自由度。

在我们的着陆器进入火星大气的情境中（如下图），我们可以通过已知的着陆器的经度 θ 、纬度 ϕ 和着陆器距火星表面的距离 h 来消除物体的移动自由度，通过已知的航迹倾斜角（飞行路径角） γ 、航迹方位角 ψ 和倾侧角 μ 来消除着陆器的转动自由度，并结合已知的着陆器速度来确定着陆器的运动状态。

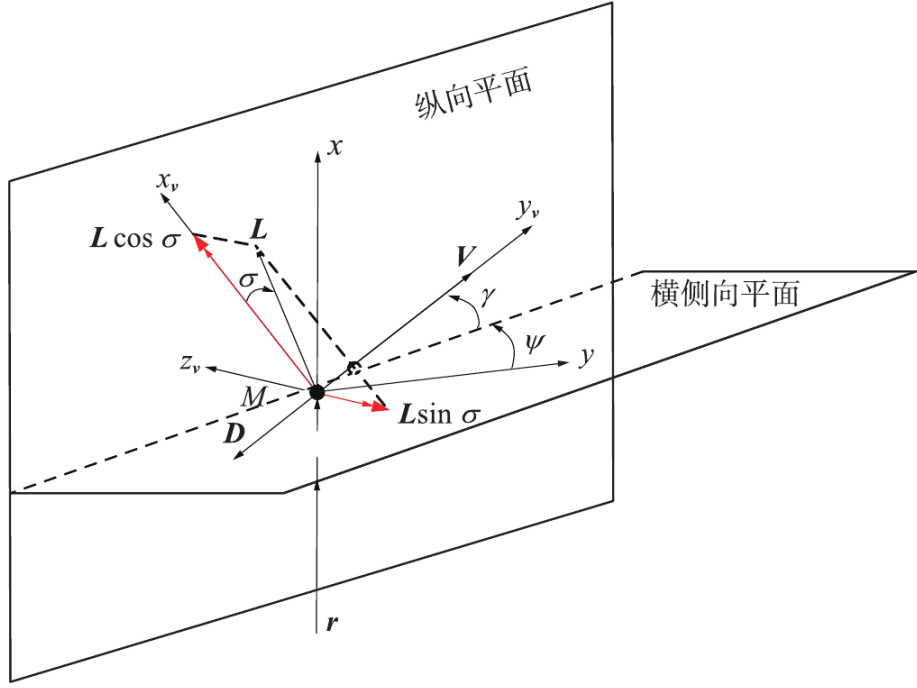


图2 航迹倾斜角、航迹方位角和倾侧角示意

在这种情况下，可以得到下面的运动学方程组：

$$\begin{cases} \theta' = \frac{V \cos \gamma \cos \psi}{r \cos \phi} \\ \phi' = \frac{V}{r} \cos \gamma \sin \psi \\ h' = V \sin \gamma \\ \psi' = -\frac{1}{V \cos \gamma} (L \sin \mu + \frac{V^2}{r} \cos^2 \gamma \cos \psi \tan \phi) + C_\psi \\ V' = -D - g \sin \gamma \\ \gamma' = \frac{1}{V} [L \cos \mu - (g - \frac{V^2}{r}) \cos \gamma] + C_\gamma \end{cases} \quad (1)$$

用 ω 代表火星自转的角速度，式中的 C_γ 和 C_ψ 表示为：

$$C_\gamma = 2\omega \cos \psi \cos \phi, C_\psi = 2\omega (\tan \gamma \sin \psi \cos \phi - \sin \phi)$$

上述运动学方程中的阻力加速度 D 和升力加速度 L 可以表示为：

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 \frac{S}{m} C_D \quad (2)$$

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 \frac{S}{m} C_L \quad (3)$$

升力系数 C_L 和阻力系数 C_D 是关于攻角 α 的函数，表达式为：

$$C_D = C_N \sin \alpha + C_A \cos \alpha, \quad C_L = C_N \cos \alpha + C_A \sin \alpha$$

其中的 C_N 和 C_A 与速度等因素有关。在速度较高时, C_A 的影响占主要地位。

式子中的 ρ 代表火星的大气密度, 它受到大气的温度和压力影响, 根据文献 [4], 火星大气的温度与高度呈多项式关系、压力与密度呈指数关系、火星大气的温度、压力和密度可表示为:

$$\begin{aligned} T &= 1.4 \times 10^{-13}h^3 - 8.85 \times 10^{-9}h^2 - 1.245 \times 10^{-3}h + 205.3645 \\ p &= 559.351006 \exp(-1.05 \times 10^{-4}h) \\ \rho &= \frac{p}{185.951 \times T} \end{aligned}$$

5.1.2 描述伞系减速段的刚体模型

伞降过程包括降落伞的逐步充气 and 展开过程, 以及降落伞完全展开后物体和降落伞的稳定下降过程。在前一阶段降落伞的面积不断增大, 而在后一阶段降落伞和着陆器的外形都保持不变, 二者构成一个二刚体系统。在稳定下降过程中还包括抛离隔热大底等过程, 但这些过程的加速度不大, 作用时间短, 对于着陆器的运动状态没有明显影响, 可以忽略不计。

降落伞的充气展开过程异常复杂, 在很短时间内降落伞外形、质量分布等急剧变化。同时降落伞各部分力学特性也发生剧烈而复杂变化, 通常采用经验模型来计算降落伞的展开情况。我们可以采用论文 [5] 提出的理想直线拉出模型, 这一模型的假设为:

1. 伞绳及伞衣按顺序从伞包内拉出
2. 在拉直过程中回收物和引导伞在每一时刻遵循相同的弹道倾角

由于理想直线拉出模型的倾角始终保持不变, 参考面积与时间呈平方关系。用 t 表示飞行时间, t_f 表示降落伞完全展开的时间, k_f 是修正系数, 展开过程中具体的参考面积随时间变化规律为:

$$\begin{cases} S_d = \frac{1}{4}t^2\pi(\frac{D_0}{2})^2k_f & t < t_f \\ S_d = S_0 = \pi(\frac{D_0}{2})^2 & t \geq t_f \end{cases} \quad (4)$$

在下落过程中, 降落伞部分受到的阻力也可以使用公式2来计算。公式中的面积 S 应使用这一时刻对应的降落伞面积 S_d 与着陆器面积 S_1 。这是由于降落伞下降过程中降落伞与着陆器的距离较远 (超过 200m), 降落伞与着陆器间的相互影响可以忽略不计。

5.1.3 描述动力减速段的优化模型

在降落到合理的高度, 抛离了带降落伞的背罩之后, 着陆器就进入了动力减速段。在动力减速段中, 着陆器的发动机可以在合适的时间点火, 给着陆器以向上的推力从而使着陆器进一步减速, 并且最终在 100m 左右的高度上减速为 0。通过查询数据我们得知, 发动机的最大推力为 7500N, 在, 大约能提供 $5.77m/s^2$ 的加速度。

通过查询资料我们发现，大多数软着陆的卫星都是先进行最大推力减速，后降低发动机推力的。

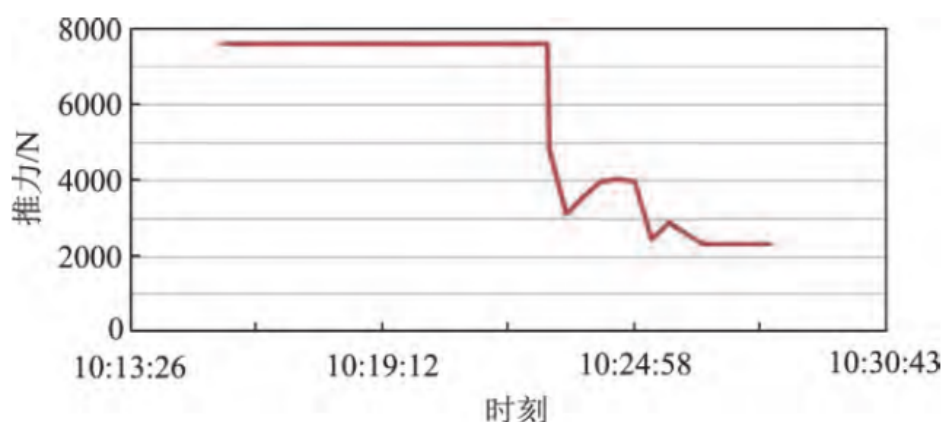


图3 “嫦娥四号”下降过程中推力与时间的关系

由于在着陆后期的降落规律难以确定，在这一阶段中我们假设发动机总是按照最大推力工作。

在这一阶段中，着陆器受到与运动方向相向的空气阻力 F_f 的影响，并且在竖直方向受到方向相反的重力 G 和推力 F_t 的影响（如下图）：

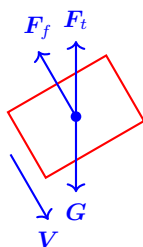


图4 动力减速段着陆器的受力情况

5.1.4 求解最短下降时间的优化模型

为了使得下落过程的总时间最短，在下落过程中应该尽可能增加各个阶段的平均速度。这意味着：着陆器进入大气层前应当调整姿态，选择相对更接近垂直方向的进入大气层的角度。在大气层内的减速阶段中，由于在开启降落伞后降落器会受到更大的空气阻力，从而使得速度下降。所以应该尽量晚的打开降落伞，尽量早的关闭降落伞，从而提高在启动减速段和伞系减速段的平均速度。在动力减速段中，应当尽量增加着陆器的平均下降速度。在这种情况下，应当让物体先进行自由落体运动使速度尽量增大，并在合适的时间让发动机以最大功率点火并在预定高度减速为 0。

显然上面的降落方案中的“不开启降落伞以增大降落速度”等方案是不合理的，直接使用这样的方案不能满足实际情况的需求。这是因为在实际情况中上面的优化模型的各个参数的选取受到其它因素的限制，例如动力减速段的发动机点火做功受到携带燃料量的限制，开伞的高度受到大气环境的影响等。因而参数的选取不是任意的，而是有特定的取值范围限制的。

我们查询了天问一号以及部分其它火星探测器的数据，并给出了对应参量数值和取值范围：

参数	范围
进入大气层的角度 γ_0	$(-15.5^\circ - 14.15^\circ)$
开启降落伞的高度 h_1	4-15km
关闭降落伞的高度 h_2	1400m-2000m

表 1 操控方案中各个参数的取值范围

我们可以通过在参数范围内搜索的方式找到使得下降时间最短的最优解，从而得到对应的降落方案。

5.2 模型求解

在确定了参数的取值范围后，我们可以在各个参数的取值范围内按照一定的步长选取参数并使用迭代法进行求解。并选择求解得到的总时间最短的降落方案。

迭代法的具体思想如下：

1. 根据参数及其数据范围设定决策变量的搜索区间，并确定搜索步长，使第一轮搜索次数小于等于 150 次；
2. 对搜索区间中的参数值根据搜索步长采样，并用迭代法求出在每组参数值的条件下的着陆所需的时间，记录时间最短时对应的参数值，若搜索步长小于等于 1，则转移至步骤 4；
3. 以时间最短的参数值为中心，以搜索步长为半径设定新的搜索区间，设定搜索次数为 100 次，计算搜索步长，然后返回步骤 2 进行搜索；
4. 将对应最短时间的参数代入计算，得到对应的高度和速度关于时间的图像

通过迭代法进行区间搜索得到的开启降落伞的高度为 4000m，关闭降落伞的高度为 2000m，从进入大气层到悬停的总用时为 299.4 秒。过程中的高度和速度与时间的关系如下。

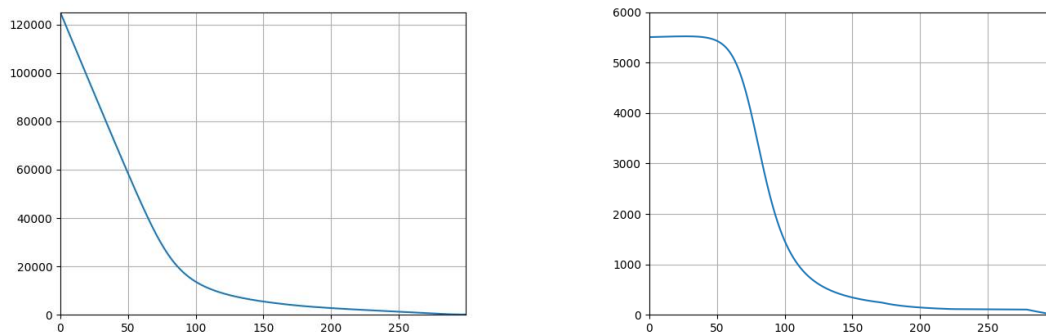


图 5 降落时间最短的高度与速度和时间关系图

六、问题二

6.1 模型建立

问题二要求我们找到消耗能量最少的操控方案。对于着陆器降落的全过程，从能量角度分析，着陆器的重力势能和动能一部分在整个下降过程中克服阻力做功转化为动能，另一部分在动力减速段克服发动机推力做功。如果要使得着陆器能量消耗最少，我们需要尽量增加阻力做功，从而减少发动机推力做功。在问题一建立的模型中，我们可以根据公式2来确定着陆器在不同时间受到的阻力，并通过积分得到阻力做功作为优化问题的目标函数。

我们需要使得降落过程中空气阻力做的负功最大，在这种情况下我们的参数确定过

程可以表示为下面的优化问题：

$$\begin{aligned}
 & \max \int_0^{h_2} \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D dh \\
 \text{s.t.} \quad & \theta' = \frac{V \cos \gamma \cos \psi}{r \cos \phi} \\
 & \phi' = \frac{V}{r} \cos \gamma \sin \psi \\
 & h' = V \sin \gamma \\
 & \psi' = -\frac{1}{V \cos \gamma} (L \sin \mu + \frac{V^2}{r} \cos^2 \gamma \cos \psi \tan \phi) + C_\psi \\
 & V' = -D - g \sin \gamma \\
 & \gamma' = \frac{1}{V} [L \cos \mu - (g - \frac{V^2}{r}) \cos \gamma] + C_\gamma \\
 & S = \begin{cases} \frac{1}{4} t^2 \pi (\frac{D_0}{2})^2 k_f & (h_1 \leq h \leq t < t_f) \\ \pi (\frac{D_0}{2})^2 & (h_1 \leq h \leq t \geq t_f) \\ S_1 & (\text{其它}) \end{cases}
 \end{aligned}$$

我们可以通过在参数范围内搜索的方式找到使得空气阻力做功最大的最优解，从而得到对应的降落方案。

6.2 模型求解

根据公式2，阻力的大小与速度有关，因此空气阻力做功是一个变力做功问题。

我们可以使用与问题一相似的方法使用迭代法进行区间搜索。在迭代求解时求解时间段内的变力做功的具体数值

1. 根据参数及其数据范围设定决策变量的搜索区间，并确定搜索步长，使第一轮搜索次数小于等于 150 次；
2. 对搜索区间中的参数值根据搜索步长采样，并用迭代法求出在每组参数值的条件下的着陆所需的时间，记录能耗最小时对应的参数值，若搜索步长小于等于 1，则转移至步骤 4；
3. 以能耗最小的参数值为中心，以搜索步长为半径设定新的搜索区间，设定搜索次数为 100 次，计算搜索步长，然后返回步骤 2 进行搜索；
4. 将对应能耗最小的参数代入计算，得到对应的高度和速度关于时间的图像

我们通过区间搜索得到的开启降落伞的高度为 7000m，关闭降落伞的高度为 1400m，最小消耗能量为 $7.31 \times 10^6 \text{J}$ 。过程中的高度和速度与时间的关系如下。

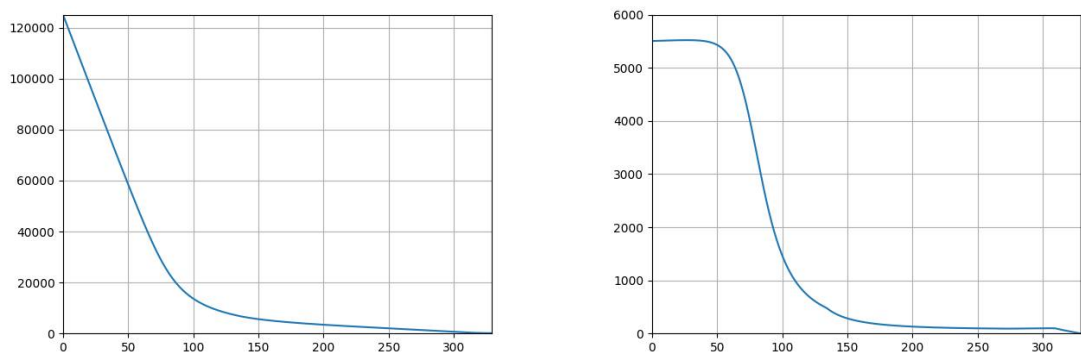


图 6 降落耗能最少的高度与速度和时间的关系图

七、问题三

7.1 模型准备

通过整理与天问一号着陆相关的新闻报导，得到天问一号着陆过程的时间表如下：

节点	时间（自再入）	速度	距火星表面高度
两器分离	-3 小时		
再入大气层	0 秒	4.8km/s	125km
配平翼展开		1020m/s	
弹伞	284 秒	460m/s	11km
抛防热大底	325 秒	250m/s	3km
抛降落伞背罩	370 秒	95m/s	1500m
悬停避障		0m/s	100m
着陆	540 秒	3.6m/s	0

表 2 天问一号的着陆时间表

上面的时间表可以作为衡量模型与公开资料一致性的数据来源。

7.2 模型建立

为了使得探测器的着陆过程与公开的音像和文字资料尽量一致，我们可以让模型在各个节点的预测值在新闻报道中的各个节点的对应的时间和速度值的偏差尽可能小。

我们可以采取与问题 1 和问题 2 相似的方法，搜索在问题 1 中建立的分阶段降落模型各个参数。

7.3 模型求解

由于我们的模型模拟了探测器在大气层内下降的全过程，为了使得模型模拟的着陆过程与公开的音像和文字资料尽量一致，模型中着陆器的进入大气层的航迹倾斜角 γ ，以及降落伞的开启高度与分离高度应该选择与实际情况相同的数值。对于没有具体给出的发动机开启时间进行搜索。

通过区间搜索，我们得到使着陆时间与实际偏差最小的发动机的开启高度为 425 米，时刻为 340 秒。

八、结果分析与检验

我们选取着陆时间最短的着陆方案，并调整模型的各项参数来判断参数对模型的影响。

8.1 着陆器进入大气层的倾角与降落总时间的关系

我们选取 $\gamma = -11.32^\circ$ 和 $\gamma = -16.98^\circ$ 的两种情况，在这两种情况下着陆器的高度和速度随时间的变化关系如下：

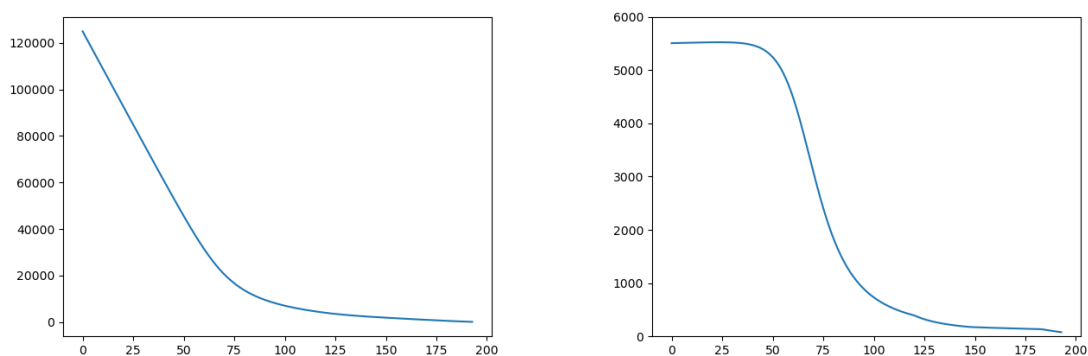


图 7 着陆器的高度和速度随时间的变化关系 ($\gamma = -16.98$)

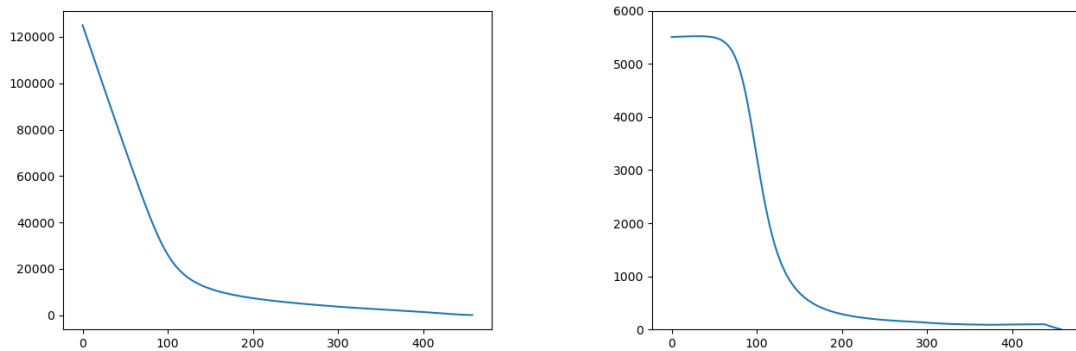


图 8 着陆器的高度和速度随时间的变化关系 ($\gamma = -11.32$)

8.2 着陆器开启降落伞的高度与降落总时间的关系

我们选取 $h_1 = 4800$ 和 $h_1 = 3200$ 的两种情况，在这两种情况下着陆器的高度和速度随时间的变化关系如下：

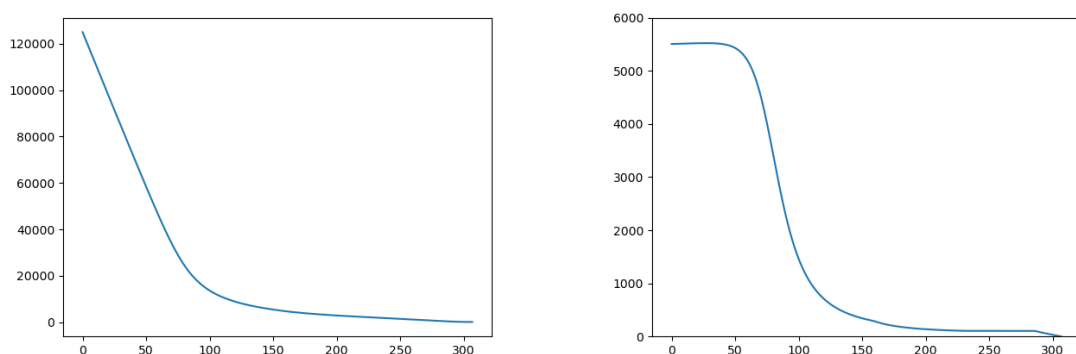


图 9 着陆器的高度和速度随时间的变化关系 ($h_1 = 4800$)

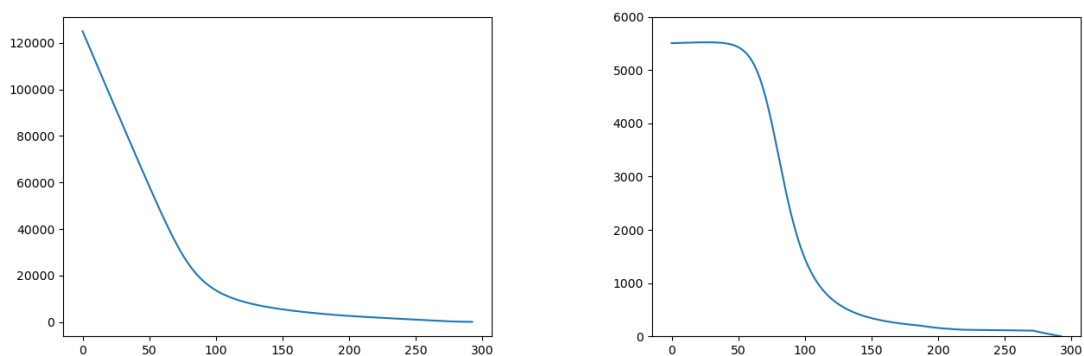


图 10 着陆器的高度和速度随时间的变化关系 ($h_1 = 3200$)

8.3 着陆器抛离降落伞的高度与降落总时间的关系

我们选取 $h_2 = 2400$, $h_2 = 1600$ 的两种情况，在这两种情况下着陆器的高度和速度随时间的变化关系如下：

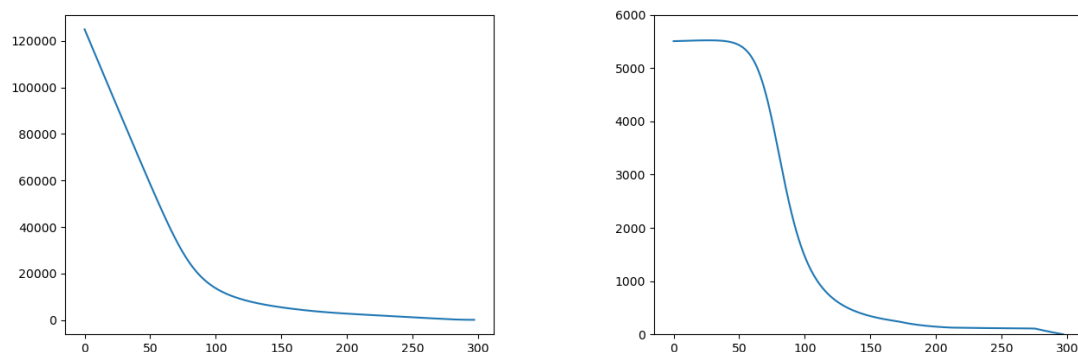


图 11 着陆器的高度和速度随时间的变化关系 ($h_2 = 2400$)

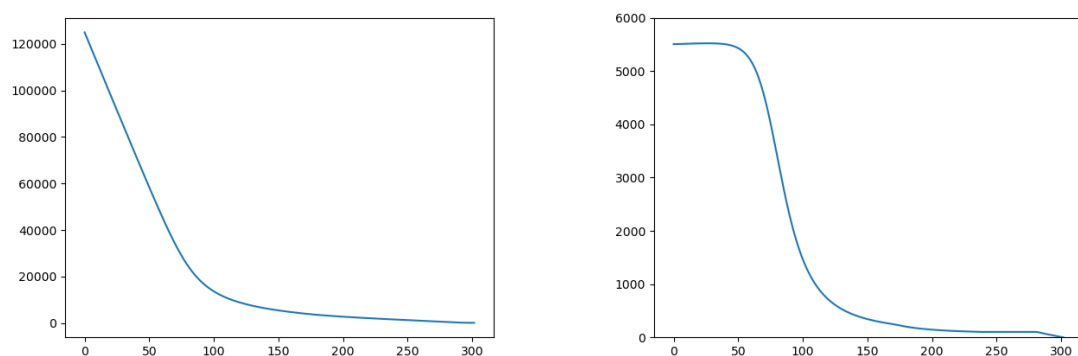


图 12 着陆器的高度和速度随时间的变化关系 ($h_2 = 1600$)

通过观察上述关系图可以发现，在变化幅度相同 (20%) 时，改变着陆器进入大气层的倾角对降落总时间的影响明显大于改变开启或抛离降落伞的时间对于降落时间的影响。而改变开启降落伞的时间或改变抛离降落伞的时间对最终计算得到的总时间有着相近的影响。

九、模型评价与改进

9.1 模型优点

1. 六自由度刚体模型从空间几何体的运动自由度出发，考虑到了影响着陆器下落的重力、升力、空气阻力等因素，较好的反映了着陆器在大气中的运动情况

2. 模型考虑到了降落伞的展开过程，能够较好的分析
3. 在关于速度和能量的优化问题中，合理采用了
4. 模型能够较好的模拟天问一号的相关着陆过程

9.2 模型缺点

1. 由于火星大气活动的影响，实际的降落伞难以维持倾角不变，在这种情况下使用理想直线拉出模型可能有一定偏差
2. 使用恒力做功模型来模拟推进器的启动和关闭，并且忽略了推进器的启动和停止过程，这可能导致在动力下降段无法获得最优情况
3. 忽略了抛离隔热大底和抛离降落伞对于着陆器总重的影响，可能导致计算的着陆器的能量消耗比实际偏大

参考文献

- [1] 荣伟, 鲁媛媛, 包进进, 贾贺. 火星探测器减速着陆过程中若干问题的研究 [J]. 南京航空航天大学学报, 2016, 48(04): 445-453.
- [2] 冯伟, 易旺民, 杨旺, 李群智, 侯森浩, 郑圣余, 孟凡伟. “天问一号”探测器舱体抛离试验系统设计与验证 [J]. 航天返回与遥感, 2021, 42(03): 23-31.
- [3] 赵汉元. 飞行器再入动力学和制导 [M]. 国防科技大学出版社, 1997.
- [4] 张青斌, 丰志伟, 马洋, 葛健全, 高兴龙, 高庆玉. 火星 EDL 过程动力学建模与仿真 [J]. 宇航学报, 2017, 38(05): 443-450.
- [5] Wolf D. A simplified dynamic model of parachute inflation[J]. Journal of Aircraft, 1974, 11(1): 28-33.

附录 A 模拟降落过程的 Python 源程序

```
import math
import random
from matplotlib import pyplot as plt

def mu(V):
    if V>=4800:
        return -20
    elif V>=3500:
        return -80
    elif V>=1500:
        return 80
    else:
        return -23

def rho(h):
    hs=-1.0/(-9.204*10**(-5))
    rho0=math.exp(-4.324)
    return rho0*math.exp(-h/hs)

def toArc(angle):
    return angle/180*math.pi

r=3395000
g0=3.716
omega=0.00406
S=12.6
m=1300
alpha=0.0885
F=7500
CA=1.6

theta0=-90.072
phi0=-43.898
h0=125000
psi0=4.99
V0=5505
gamma0=-14.15
t0=0
tm=540
Etotm=10000000
h1m=4000
h2m=1400
h1mt=4000
h2mt=1400
```

```

for h1 in range(4000,4011):
    for h2 in range(1400,2001,100):
        print(h1,h2)
        thelis = []
        philis = []
        hlis = []
        psilis = []
        Vlis = []
        gamlis = []
        tlis = []

        thelis.append(theta0)
        philis.append(phi0)
        hlis.append(h0)
        psilis.append(psi0)
        Vlis.append(V0)
        gamlis.append(gamma0)
        tlis.append(t0)

        index = 0
        dt = 0.001
        flag = 0
        Etot = 0
        while index < 5000000:
            V = Vlis[index]
            h = hlis[index]
            g = g0 * (r / (r + h)) * (r / (r + h))
            cosy = math.cos(toArc(gamlis[index]))
            cosph = math.cos(toArc(philis[index]))
            cosps = math.cos(toArc(psilis[index]))
            siny = math.sin(toArc(gamlis[index]))
            sinph = math.sin(toArc(philis[index]))
            sinps = math.sin(toArc(psilis[index]))
            tany = math.tan(toArc(gamlis[index]))
            tanph = math.tan(toArc(philis[index]))
            D = 0.5 * rho(h) * V * V * (S / m) * CA * math.cos(toArc(alpha))
            L = 0.5 * rho(h) * V * V * (S / m) * CA * math.sin(toArc(alpha))
            if Vlis[index] <= 0:
                break
            if hlis[index] <= h1:
                if flag == 0:
                    flag = flag + 1
                    #print(tlis[index], Vlis[index], hlis[index])
                S = 212.6
                CA = 0.16

```

```

if hlis[index] <= h2:
    if flag == 1:
        Etot = 0.5 * m * V ** 2 + m * g * (h - 100)
        flag = flag + 1
        #print(tlis[index], Vlis[index], hlis[index])
    Etot = Etot - m * D * V * dt
    S = 12.6
    CA = 1.6
    dthe = V / r * cosy * cosps / cosph
    dphi = V / r * cosy * sinps
    dh = V * siny
    dps = -1.0 / (V * cosy) * (L * math.sin(
        toArc(mu(Vlis[index]))) + V * V / r * cosy * cosps * tanph) + 2 * omega *
        cosps * cosph
    dV = -D - g * siny
    # if tlis[index]>=323.141:
    if hlis[index] <= 426:
        # if flag==2:
        # flag=flag+1
        # print(hlis[index])
        dV = -D - g * siny - F / m
    dgam = 1.0 / V * (L * math.cos(toArc(mu(Vlis[index]))) - (g - V * V / r) * cosy) + 2
        * omega * (
            tany * sinps * cosph - sinph)
    if hlis[index] + dh * dt <= 100:
        break
    thelis.append(thelis[index] + dthe * dt)
    philis.append(philis[index] + dphi * dt)
    hlis.append(hlis[index] + dh * dt)
    psilis.append(psilis[index] + dps * dt)
    Vlis.append(Vlis[index] + dV * dt)
    gamlis.append(gamlis[index] + dgam * dt)
    tlis.append(tlis[index] + dt)
    index = index + 1
if Etot<Etotm and Vlis[-1]<=0:
    Etotm=Etot
    h1m=h1
    h2m=h2
if tlis[-1]<tm and Vlis[-1]<=0:
    tm=tlis[-1]
    h1mt=h1
    h2mt=h2

print(tlis[-1],hlis[-1],Vlis[-1])
print('energy cost,h1lim,h2lim:',Etotm,h1m,h2m)
print('time cost,h1lim,h2lim',tm,h1mt,h2mt)
plt.plot(tlis,Vlis)

```

```
#plt.scatter(tlis,hlis,s=0.5)
plt.ylim([0,6000])
plt.show()
fig = plt.figure()
#ax1 = plt.axes(projection='3d')
#ax1.scatter3D(thelis,philis,hlis, cmap='Blues')
plt.show()
```