

- Entregue las respuestas en un documento escrito a mano con el nombre de los integrantes en la fecha y hora establecidas.
- **Puede ser realizado en grupos de máximo 4 estudiantes.**

1. 10 puntos Dos raíces de un ecuación auxiliar cúbica con coeficientes reales son  $m_1 = 1/2$  y  $m_2 = 3 + i$ . ¿Cuál es la ecuación diferencial lineal homogénea correspondiente?
2. 10 puntos Encuentre la solución particular del problema dado, dibuje su gráfica y describa cómo se comporta la solución cuando  $t \rightarrow \infty$ 
  - (a)  $y'' + 8y' - 9y = 0$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 0$
  - (b)  $4y'' - y = 0$ ,  $y(-2) = 1$ ,  $y'(-2) = -1$
3. 10 puntos Halle una solución particular de la ecuación diferencial  $y'' + 3y' = 2t^4 + t^2e^{-3t}$
4. 10 puntos Encuentre la solución del problema dado.

(a)

$$\begin{cases} y'' + 4y = 3\sin(2t) \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = -1 \end{cases}$$

(b)

$$\begin{cases} y'' + y = \tan(t) \\ y(0) = 1 \\ y(\frac{\pi}{3}) = 1 \end{cases}$$

Considere el dominio  $0 < t < \frac{\pi}{2}$ .

Puede usar Matlab para aplicar las condiciones y hallar los parámetros

5. 20 puntos Una masa que pesa 20 N alarga 6 m un resorte. La masa se libera al inicio desde el reposo en un punto 6 m abajo de la posición de equilibrio.
  - (a) Encuentre la posición de la masa en los tiempos  $t = \pi/12$  y  $t = \pi/4$ .
  - (b) ¿Cuál es la velocidad de la masa cuando  $t = 3\pi/16$  s? ¿En qué dirección se dirige la masa en este instante?

- 
6. 20 puntos Una masa de 1  $kg$  está unida a un resorte cuya constante es 5  $N/m$ . Al inicio la masa se libera 1  $m$  abajo de la posición de equilibrio con una velocidad descendente de 5  $m/s$  y el movimiento posterior toma lugar en un medio que ofrece una fuerza de amortiguamiento igual a dos veces la velocidad instantánea.

(a) Encuentre la ecuación de movimiento si una fuerza externa igual a  $f(t) = 12 \cos(2t) + 3 \sin(2t)$  actúa sobre la masa.

(b) Trace la gráfica de la ecuación del movimiento

7. 10 puntos Use la transformada de Laplace para hallar la solución del problema de valor inicial dado

(a)

$$\begin{cases} y'' - y' - 6y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = -1 \end{cases}$$

(b)

$$\begin{cases} y'' + 4y = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < \pi \\ 0, & \pi \leq t < \infty \end{cases} \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

8. 10 puntos Determine la solución general del sistema de ecuaciones diferenciales

$$X' = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 4 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} X \tag{1}$$