



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**  
**MESTRADO ACADÊMICO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**DAVI ALEXANDRE PAIVA**

**MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE UMA PLANTA INDUSTRIAL BASEADA EM**  
**REDES DE PETRI COLORIDA E CONTROLE COOPERATIVO**

**FORTALEZA**

**2024**

DAVI ALEXANDRE PAIVA

MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE UMA PLANTA INDUSTRIAL BASEADA EM REDES  
DE PETRI COLORIDA E CONTROLE COOPERATIVO

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Elétrica do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Wilkley Bezerra Correia.

FORTALEZA

2024

DAVI ALEXANDRE PAIVA

MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE UMA PLANTA INDUSTRIAL BASEADA EM REDES  
DE PETRI COLORIDA E CONTROLE COOPERATIVO

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Elétrica do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Engenharia Elétrica.

Aprovada em:

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Wilkley Bezerra Correia (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

À minha esposa Stephanie Paiva por todo o seu  
amor, cuidado e dedicação.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus por me guia e dar forças para chegar até aqui.

À minha família, pela educação e formação como pessoa.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Ceará pela oportunidade de realização do curso de Mestrado.

Ao professor Wilkley Bezerra Correa pelo apoio e orientação no decorrer do mestrado.

Ao meu amigo Iury Amorim por todo apoio, ao longo do mestrado e da vida.

“Não te mandei eu? Esforça-te, e tem bom ânimo;  
não te atemorizes, nem te espantes;  
porque o Senhor teu Deus está contigo, por  
onde quer que andares.” (Josué 1:9)

## RESUMO

O controle e modelagem de sistemas industriais envolvem a implementação de um sistema supervisorio para processos de eventos discretos, bem como o controle entre os agentes na planta para executar processos específicos. Nesse cenário, os componentes industriais e os controladores locais não operam isoladamente no processo de manufatura, tornando essencial a otimização das referências e a sincronia por meio do controle cooperativo. Essa abordagem busca alcançar uma curva otimizada de referência para os controladores locais, simultaneamente evitando colisões entre os agentes. Na modelagem do sistema industrial, a necessidade de uma representação intuitiva e detalhada é atendida por meio das Redes de Petri Colorida. As Redes de Petri Colorida apresentam não apenas uma representação gráfica e hierárquica orientada a eventos, mas também proporcionam uma linguagem que facilita a comunicação com diferentes tipos de mensagens ao longo da rede. O objetivo deste trabalho é desenvolver uma abordagem integrada de modelagem e simulação, utilizando Redes de Petri Colorida e estratégias de Controle Cooperativo, para uma planta industrial. A modelagem dos eventos ao longo do sistema é realizada por meio da Rede de Petri, utilizando transições e lugares. O controle é implementado através do algoritmo de consenso de multiagentes, garantindo a sincronização dos agentes da planta para diferentes referências e etapas de operação na Rede de Petri. A técnica de controle e modelagem é apresentada por meio da aplicação em um cenário de sincronia e formação de autômatos em uma trajetória definida, em que a ordem e a forma de organização dos autômatos são alteradas ao longo de eventos modelados pela Rede de Petri. Verificou-se que a utilização conjunta da modelagem em redes de petri com o controle por consenso possui uma boa performance e abstração em termos de modelagem de um sistema envolvendo muitos agentes com diferentes eventos, assim como o uso de controle por consenso auxilia de forma eficiente a sincronia entre os diversos agentes industriais.

**Palavras-chave:** Controle por Consenso; Redes de Petri; Controle multiagente; Plantas industriais, Sistemas Híbridos.

## ABSTRACT

The control and modeling of industrial systems involve the implementation of a supervisory system for discrete event processes, as well as control among the agents in the plant to execute specific processes. In this scenario, industrial components and local controllers do not operate independently in the manufacturing process, making it essential to optimize references and synchronize through cooperative control. This approach aims to achieve an optimized reference curve for local controllers while simultaneously avoiding collisions between agents. In the modeling of the industrial system, the need for an intuitive and detailed representation is addressed through Colored Petri Nets. Colored Petri Nets not only provide a graphical and hierarchical event-oriented representation but also offer a language that facilitates communication with different types of messages throughout the network. The objective of this work is to develop an integrated approach to modeling and simulation, using Colored Petri Nets and Cooperative Control strategies, for an industrial plant. The modeling of events throughout the system is carried out through the Petri Net, using transitions and places. Control is implemented through the multi-agent consensus algorithm, ensuring the synchronization of plant agents for different references and operation stages in the Petri Net. The control and modeling technique is presented through application in a scenario of synchronization and formation of automata along a defined trajectory, where the order and organization of automata are altered over events modeled by the Petri Net. It was found that the combined use of Petri Net modeling with consensus control performs well and abstracts the modeling of a system involving many agents with different events. Additionally, the use of consensus control efficiently aids in synchronizing various industrial agents.

**Keywords:** Consensus Control; Petri Nets; Multi-agent Control; Industrial Plants; Hybrid Systems.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de nós e arestas em um grafo. . . . .	22
Figura 2 – Exemplo de um grafo. . . . .	24
Figura 3 – Árvore de escopo de um sistema a eventos discretos. . . . .	29
Figura 4 – Exemplo paralelismo Síncrono. . . . .	32
Figura 5 – Exemplo paralelismo Assíncrono. . . . .	33
Figura 6 – Exemplo de Caminhos alternativos e Repetição. . . . .	34
Figura 7 – Exemplo de Rede de Petri. . . . .	36
Figura 8 – Organização dos sistemas na Abordagem Integrada para sistemas multiagentes industriais. . . . .	39
Figura 9 – Ambiente com dois agentes: um responsável pela manipulação de objetos e o outro pelo transporte. . . . .	41
Figura 10 – Modelagem e rede de Petri Colorida para o caso com 2 agentes . . . . .	42
Figura 11 – Grafo Multiagente para o caso com 2 agentes . . . . .	43
Figura 12 – Comportamento do sistema em condição de ultrapassagem . . . . .	44
Figura 13 – Comportamento do sistema em condição de não ultrapassagem . . . . .	45
Figura 14 – Planta com pista, vagões e pontos de mudança de via . . . . .	45
Figura 15 – Modelo dos Componentes Hierárquicos da RPC . . . . .	48
Figura 16 – Rede de Nível Hierárquico superior . . . . .	49
Figura 17 – Máscara dos Componentes da pista na RPC . . . . .	50
Figura 18 – Máscara dos Componentes da pista com o controle das chaves na RPC . . .	51
Figura 19 – Máscara dos Componentes de reestabelecimento na RPC . . . . .	52
Figura 20 – Máscara dos Componentes da pista com o controle das chaves na RPC . . .	53
Figura 21 – Máscara dos Componentes de controle das chaves e comunicadores na RPC	54
Figura 22 – Rede referente ao controle hierárquico X1 na RPC . . . . .	55
Figura 23 – Rede referente ao controle hierárquico X2 na RPC . . . . .	56
Figura 24 – Rede referente ao controle hierárquico X3 na RPC . . . . .	57
Figura 25 – Rede referente ao controle hierárquico X4 na RPC . . . . .	57
Figura 26 – Máscara de componentes relacionados a ordem na RPC . . . . .	58
Figura 27 – Rede referente ao componente de Ordem na RPC . . . . .	59
Figura 28 – Máscara referente a geração de comando do componente de Ordem na RPC	60
Figura 29 – Máscara referente ao restabelecimento do componente de Ordem na RPC . .	60

Figura 30 – Máscara referente ao restabelecimento do componente de Ordem na RPC . . .	61
Figura 31 – Modelagem do grafo entre agentes . . . . .	62
Figura 32 – Simulação Caso de Ultrapassagem . . . . .	63
Figura 33 – Análise velocidade Caso de Ultrapassagem . . . . .	64
Figura 34 – Análise Diminuição do peso da comunicação com o líder no Caso de Ultra- passagem . . . . .	64
Figura 35 – Análise pesos muito diferentes na comunicação com o líder Caso de Ultra- passagem . . . . .	65
Figura 36 – Simulação Caso de não ultrapassagem . . . . .	66
Figura 37 – Simulação Caso de não ultrapassagem, diminuição peso comunicação com o líder . . . . .	67
Figura 38 – Simulação Caso de não ultrapassagem, grande diferença peso na comunicação com o líder . . . . .	67

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 – Escolha de referências ao longo do tempo com inversão de sinal . . . . .	62
Tabela 2 – Escolha de referências ao longo do tempo sem inversão de sinal . . . . .	66

## **LISTA DE QUADROS**

Quadro 1 – Sequência de Eventos para Manipulação e Transporte de Objetos . . . . .	41
Quadro 2 – Conjunto de Cores na RPC . . . . .	46
Quadro 3 – Conjunto de Variáveis na RPC . . . . .	47

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

---

RP Rede de Petri

RPC Rede de Petri Colorida

---

## LISTA DE SÍMBOLOS

$G$	Grafo
$V$	Conjunto de vértices no grafo
$E$	Conjunto de arcos no grafo
$a_{ij}$	Peso do arco
$A$	Matriz de Adjacência (Controle Cooperativo)
$D$	Matriz Diagonal
$L$	Matriz Laplaciana
$d$	Diâmetro do Grafo
$c$	Valor de consenso
$\otimes$	Produto de Kronecker
$P$	Conjunto finito de lugares
$T$	Conjunto finito de transições
$A$	Conjunto finito de arcos (Rede de Petri)
$w$	Função de ponderação dos arcos

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>16</b>
<b>1.1</b>	<b>Justificativa . . . . .</b>	<b>17</b>
<b>1.2</b>	<b>Motivação . . . . .</b>	<b>18</b>
<b>1.3</b>	<b>Estado da arte . . . . .</b>	<b>19</b>
<b>1.4</b>	<b>Objetivos . . . . .</b>	<b>20</b>
<i>1.4.1</i>	<i>Objetivos gerais . . . . .</i>	<i>20</i>
<i>1.4.2</i>	<i>Objetivos específicos . . . . .</i>	<i>20</i>
<b>1.5</b>	<b>Produção Científica . . . . .</b>	<b>20</b>
<b>1.6</b>	<b>Organização do trabalho . . . . .</b>	<b>21</b>
<b>2</b>	<b>SISTEMA MULTIAGENTES . . . . .</b>	<b>22</b>
<b>2.1</b>	<b>Teoria dos Grafos . . . . .</b>	<b>22</b>
<b>2.2</b>	<b>Teoria algébrica dos grafos e consenso do controle cooperativo . . . . .</b>	<b>23</b>
<i>2.2.1</i>	<i>Representação matricial dos grafos . . . . .</i>	<i>23</i>
<i>2.2.2</i>	<i>Matriz de Grafo Laplaciana . . . . .</i>	<i>23</i>
<b>2.3</b>	<b>Consenso com Integrador único . . . . .</b>	<b>25</b>
<i>2.3.1</i>	<i>Protocolo de controle distribuído para o consenso . . . . .</i>	<i>25</i>
<i>2.3.2</i>	<i>Consenso com líder . . . . .</i>	<i>26</i>
<i>2.3.3</i>	<i>Consenso para nós com estados como vetores . . . . .</i>	<i>26</i>
<b>3</b>	<b>REDES DE PETRI . . . . .</b>	<b>28</b>
<b>3.1</b>	<b>Modelagem de Sistemas . . . . .</b>	<b>28</b>
<i>3.1.1</i>	<i>Modelagem de sistemas a eventos discretos . . . . .</i>	<i>29</i>
<b>3.2</b>	<b>Representação em máquina de estados . . . . .</b>	<b>30</b>
<i>3.2.1</i>	<i>Modelagem de processos sequenciais . . . . .</i>	<i>30</i>
<i>3.2.1.1</i>	<i>Representação com refinamentos sucessivos . . . . .</i>	<i>30</i>
<i>3.2.1.2</i>	<i>Explosão combinatória . . . . .</i>	<i>31</i>
<i>3.2.1.3</i>	<i>Não-independência de submáquinas e bloqueio . . . . .</i>	<i>31</i>
<b>3.3</b>	<b>Modelagem utilizando Rede de Petri . . . . .</b>	<b>31</b>
<i>3.3.1</i>	<i>Evolução síncrona e assíncrona . . . . .</i>	<i>32</i>
<i>3.3.2</i>	<i>Caminhos alternativos e Repetição . . . . .</i>	<i>33</i>
<b>3.4</b>	<b>Redes de Petri . . . . .</b>	<b>34</b>

3.4.1	<i>Linguagem Formal</i> . . . . .	34
3.4.2	<i>Redes de Petri Colorida</i> . . . . .	36
4	<b>SIMULAÇÃO</b> . . . . .	38
4.1	<b>Planta Industrial</b> . . . . .	39
4.2	<b>Caso de Simulação - Ultrapassagem Simples</b> . . . . .	40
4.2.1	<i>Apresentação da planta</i> . . . . .	40
4.2.2	<i>Modelagem em redes de Petri</i> . . . . .	41
4.2.3	<i>Controle Cooperativo Aplicado</i> . . . . .	42
4.3	<b>Caso de simulação - Ultrapassem Complexa</b> . . . . .	44
4.3.1	<i>Modelagem em Redes de Petri Colorida</i> . . . . .	46
4.3.1.1	<i>Modelagem da Pista</i> . . . . .	47
4.3.1.2	<i>Modelagem Controladores</i> . . . . .	53
4.3.1.3	<i>Modelagem Ordenação dos vagões</i> . . . . .	58
4.3.2	<i>Controle Cooperativo aplicado a Multiagentes</i> . . . . .	61
4.3.2.1	<i>Casos de Ultrapassagem</i> . . . . .	62
4.3.2.2	<i>Casos de Não Ultrapassagem</i> . . . . .	65
5	<b>CONCLUSÃO</b> . . . . .	68
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	69



## 1 INTRODUÇÃO

Um sistema industrial é composto por sensores, atuadores, sinalizadores, controladores entre outros componentes voltados para a realização de determinada cadeia de processos dentro de uma linha de produção. Tal que para realizar determinado processo é necessário uma sincronia entre diversos equipamentos, sensores e atuadores ao longo da planta industrial.

Além do desafio de coordenar uma gama de processos, os sistemas industriais inteligentes integrados possuem a necessidade de adaptar-se a novas variações e configurações, abrindo espaço para máquinas e sistemas com programação mais robusta e reconfigurável.

Visando abordar a problemática do aprimoramento da coordenação entre os diversos componentes e controladores em sistemas industriais, a eficiência dos processos e a otimização de recursos representam alguns dos principais desafios enfrentados pela indústria, sendo alvo de estratégias contínuas de melhoria.

Dado este desafio, as redes de Petri coloridas se oferecem como uma ótima ferramenta de modelagem para os sistemas modernos de manufatura em linha de produção, em que há um aumento da versatilidade e flexibilidade da estrutura e também a necessidade de uma programação com alto nível de abstração. (WENZELBURGER; ALLGÖWER, 2019)

A complexidade dos sistemas, em particular o de fabricação automatizada, leva a uma decomposição de vários níveis de controle, tais como planejamento, escalonamento, coordenação global, coordenação de sub-sistemas e controle direto (autômatos programáveis conectados aos sensores e aos atuadores). (CARDOSO; VALLETE, 1997)

No contexto do controle é aplicada a estratégia de controle cooperativo em sistemas multi-agentes para a coordenação de vários agentes. Essa abordagem busca alcançar uma curva otimizada de mudança de referência para os controladores locais, enquanto simultaneamente evita colisões entre os agentes. Adicionalmente, a estratégia promove robustez e adaptabilidade diante de possíveis travamentos, desgaste e mudanças de comportamento entre os componentes da planta.

Nesse sentido, o objetivo desta pesquisa é analisar e desenvolver uma abordagem integrada de modelagem e simulação, utilizando Redes de Petri Colorida e estratégias de Controle Cooperativo, aplicadas a uma planta industrial. De forma mais específica, buscou-se: realizar um estudo sobre o estado atual do controle cooperativo em sistemas multiagentes, com ênfase na modelagem por redes de Petri; propor um modelo detalhado de uma planta industrial utilizando redes de Petri colorida; aplicar estratégias de controle cooperativo para promover consenso

entre os diferentes componentes na planta industrial; e integrar o Controle Cooperativo com a simulação de um modelo de planta industrial por meio de Redes de Petri Colorida, buscando uma análise mais abrangente e eficaz das interações e comportamentos do sistema.

A metodologia empregada envolve a integração da modelagem dos eventos ao longo do sistema, realizada por meio da rede de Petri, que utiliza transições e lugares, com o controle implementado através do algoritmo de consenso de multiagentes. A técnica de controle e modelagem é apresentada através da aplicação em um cenário de sincronia e formação de autômatos em uma trajetória definida, em que a ordem e a forma de organização dos autômatos é alterada ao longo de eventos modelados pela rede de Petri.

## **1.1 Justificativa**

Na perspectiva da Engenharia de Controle e Automação, a integração do ciclo de modelagem, controle e simulação dos sistemas é essencial para orientar o planejamento e a programação dos controladores industriais, bem como para monitoramento no sistema supervisão. Através da modelagem e controle é possível obter impactos significativos na eficiência operacional do sistema, prevenção de falhas e bloqueios, otimização do uso de recursos, eficiência energética e sincronização eficaz entre os diversos componentes da planta.

De maneira geral, em sistemas de automação, o processo de manufatura não se realiza apenas por meio de componentes isolados, mas sim por meio de um conjunto em sincronia, executando etapas específicas de um processo. Assim, como controle de um sistema industrial não se limita apenas a controladores locais em cada componente de sensores e atuadores, mas também a otimização do acionamento e referência desses controladores locais visando a cooperação entre diversos agentes de uma planta para realizar uma sequência de etapas e processamento de peças e produtos.

Assim como o controle supervisão, híbrido, entre outros, apresentados por (CAS-SANDRAS; LAFORTUNE, 2021) o controle cooperativo é aplicado a um controle hierarquicamente de mais alto nível em relação aos controladores locais, emprega um algoritmo de consenso entre os diversos agentes envolvidos. Essa estratégia de controle alcança a curva otimizada de mudança de referência para os controladores locais, ao mesmo tempo em que evita colisões entre os agentes e promove mais robustez e adaptabilidade a travamentos, desgaste e mudanças de comportamento entre os componentes da planta.

A escolha da abordagem com Redes de Petri Colorida para a modelagem do sistema

industrial é respaldada pela capacidade única dessa metodologia em representar visualmente as interações complexas entre os diferentes componentes de um sistema. (JENSEN; KRISTENSEN, 2009) atribui que as Redes de Petri oferecem não apenas uma representação orientada a eventos, mas também uma linguagem que possibilita a modelagem de diferentes tipos de mensagens ao longo da rede. Além disso, permitem a adoção de modelos hierárquicos, como os exemplos top-down e bottom-up, proporcionando uma análise, compreensão e nível de detalhamento mais preciso e abrangente. Essas características contribuem significativamente para uma representação visual completa e informativa do sistema industrial em questão.

## **1.2 Motivação**

O Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Ceará tem concentrado seus estudos na área de controle e automação industrial, explorando diversas abordagens de controladores e modelagens para esse propósito.

A proposta de elaborar um modelo detalhado de uma planta industrial utilizando Redes de Petri Colorida, além de aplicar estratégias de controle cooperativo para alcançar consenso entre os diferentes componentes e integrar o Controle Cooperativo com a simulação do modelo, representa uma abordagem inovadora e vantajosa para a automação industrial.

O controle cooperativo, ao promover a colaboração entre os diversos elementos da planta, busca otimizar a eficiência operacional, melhorar a resposta a eventos imprevistos e aumentar a flexibilidade do sistema. A busca por consenso entre os componentes é crucial para evitar conflitos e assegurar um funcionamento harmonioso.

A escolha das Redes de Petri Colorida como base para o modelo oferece uma representação visual clara e precisa da dinâmica do sistema, permitindo uma análise detalhada dos processos e comportamentos da planta. Essa abordagem facilita a identificação de pontos críticos, a avaliação de cenários complexos e a implementação efetiva de estratégias de controle.

Portanto, a combinação do Controle Cooperativo com Redes de Petri Colorida oferece uma solução robusta e eficiente para enfrentar os desafios da automação industrial, proporcionando um ambiente mais adaptável, resiliente e capaz de lidar com as demandas dinâmicas e imprevisíveis encontradas em ambientes industriais complexos.

### 1.3 Estado da arte

O artigo de (FIGAT; ZIELIŃSKI, 2020) apresenta uma metodologia para criar uma Rede de Petri Hierárquica modelando as atividades de um sistema robótico multiagente. A metodologia segue a abordagem de separação de módulos para o design do software de controle de robô, resultando em cinco camadas que representam: o sistema composto por agentes, subsistemas de agentes, comportamentos dos subsistemas, padrão de comportamento e, finalmente, comunicação entre subsistemas e cálculo de funções de transição.

O desenvolvimento de um sistema robótico multiagente SMART, em que o conceito de agentes é aplicado tanto para as entidades de hardware quanto a de software. Os agentes de hardware cooperam fortemente com os agentes de software que são classificados como processamento de imagem, comunicação, gerenciamento de tarefas, tomadas de decisão, planejamento trajetória. Para a modelagem, controle e avaliação das tarefas cooperativas entre os agentes é utilizadas um tipo de Rede de Petri chamado Work-Flow Petri Nets. O principal aspecto de um sistema SMART é o problema de coordenação, que garante que a decisão tomada por cada agente coopere com o grupo inteiro, de modo que em um sistema multiagente o ponto crucial é a arquitetura de comunicação entre os agentes. (CENA *et al.*, 2013)

No contexto da hierarquização e modularização na modelagem de redes de Petri, a análise sobre vivacidade e modularização é abordada por (MIYAMOTO; HORIGUCHI, 2013), que propõe um conjunto de regras de transformação de uma classe fundamental de redes multiagentes em redes de Petri modulares e comprova a isomorfia dos espaços de estados das redes multiagentes e das redes de Petri modulares geradas.

A aplicação de controle cooperativo para estratégia de controle de sistemas multiagentes através da abordagem de transmissão de token para coordenar a distribuição de tarefas para um grupo de robôs. Foi realizado por (FARINELLI *et al.*, 2006).

Na rede de protocolo de contrato em sistemas multiagente, (HSIEH, 2009) trabalha sobre a problemática da alocação excessiva de recursos para a formação de uma rede colaborativa, tal abordagem é tratada via Rede de Petri Colorida para coordenar o uso de recursos entre os diversos agentes do sistema.

## 1.4 Objetivos

### 1.4.1 *Objetivos gerais*

O presente trabalho dedica-se a desenvolver uma abordagem integrada de modelagem e simulação utilizando Redes de Petri Colorida e estratégias de Controle Cooperativo de uma planta industrial.

### 1.4.2 *Objetivos específicos*

- Realizar um estudo acerca do estado da arte no campo do controle cooperativo em sistemas multiagentes com modelagem em redes de Petri.
- Propor um modelo detalhado de uma planta industrial utilizando rede de Petri colorida.
- Aplicar estratégias de controle cooperativo para um consenso entre os diferentes componentes na planta industrial.
- Integrar o Controle Cooperativo com a simulação de um modelo de uma planta industrial utilizando Redes de Petri Colorida.

## 1.5 Produção Científica

Durante o desenvolvimento desta dissertação, foram publicados ou submetidos a congressos ou periódicos os seguintes artigos:

- **PAIVA, Davi Alexandre; VASCONCELOS, Felipe José de Sousa; FILGUEIRAS, Iury de Amorim Gaspar; CORREIA, Wilkley Bezerra.** A simple procedure for modeling and identification of a test bench 4-dof manipulator. In: SOCIEDADE BRASILEIRA DE AUTOMÁTICA (SBA) AND GALOÁ SCIENCE. Congresso Brasileiro de Automática. Online: Galoá, 2020. (CBA2020, 1), p. 1050. ISSN 2525-8311. Aparece nas coleções: DEEL - Trabalhos apresentados em eventos. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/65012>. (PAIVA *et al.*, 2020)
- **VASCONCELOS, F. J. S.; LEITE, G. C.; NETO, G. B. F.; CORREIA, W. B.; AGUIAR, V. P. B.; PAIVA, D. A.** ANFIS Identification Applied to a Reservoir Level Liquid System. 2021 9th International Conference on Control, Mechatronics and Automation (ICCMA), Belval, Luxembourg, 2021, pp. 135-140, doi: 10.1109/ICCMA54375.2021.9646226. (VASCONCELOS *et al.*, 2021)

## 1.6 Organização do trabalho

O texto está organizado em capítulos, permitindo uma abordagem sequencial lógica dos temas, conforme a seguinte estrutura:

- **Capítulo 1:** Este capítulo contém as premissas básicas de estudo e evolução dos temas recorrentes na área de Controle Multiagentes. Ainda incluem-se os princípios básicos de apresentação do projeto, tais como os objetivos, a justificativa e a motivação do estudo.
- **Capítulo 2:** Partindo-se do princípio mais básico relacionado a modelagem de sistemas multiagentes. Assim, definem-se as representações matemáticas e gráficas de um sistema multiagente assim como técnicas de controle Cooperativo. São abordadas as principais estratégias de modelagem, representação em grafos e controle de sistemas multiagentes, com um enfoque especial na interação entre agentes.
- **Capítulo 3:** Este segmento explora o uso de Redes de Petri como uma ferramenta fundamental na modelagem de sistemas a eventos discretos e, especificamente, em contextos de controle cooperativo em sistemas multiagentes. Serão apresentados conceitos essenciais, representações gráficas e aplicações práticas das Redes de Petri Colorida.
- **Capítulo 4:** Neste tópico, abordaremos a importância da simulação na validação e análise de sistemas multiagentes modelados por Redes de Petri.
- **Capítulo 5:** Por fim, este último capítulo trata das considerações gerais sobre os conceitos apresentados e uma discussão crítica acerca dos resultados de simulação.

## 2 SISTEMA MULTIAGENTES

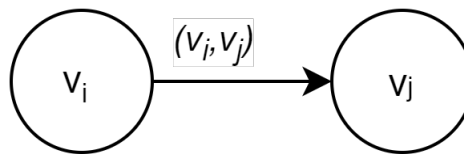
Partindo do princípio mais fundamental relacionado à modelagem de sistemas multiagentes, este capítulo estabelece os fundamentos ao definir as representações matemáticas e gráficas de um sistema multiagente, assim como as técnicas de controle cooperativo. São abordadas as principais estratégias de modelagem, a representação em grafos e o controle de sistemas multiagentes, com especial atenção voltada para a formação da matriz Laplaciana e interação entre os agentes.

### 2.1 Teoria dos Grafos

No estudo da interação e comportamento entre sistemas dinâmicos, as interconexões entre os agentes e o fluxo de informações formam uma rede de comunicação. Essa rede é modelada através da teoria dos grafos em que cada sistema é representado por um nó, também chamado de agente.

Um grafo é um par  $G = (V, E)$ , tal que  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$  é um conjunto de  $N$  nós ou vértices e  $E$  um conjunto de vetores ou arcos. Um elemento pertencente a  $E$  é um par  $(v_i, v_j)$  tal que é um vetor que liga  $v_i$  à  $v_j$ , e é representado como uma flecha em que a cauda está em  $v_i$  e a ponta em  $v_j$  como demonstrado na Figura 1.

Figura 1 – Exemplo de nós e arestas em um grafo.



Fonte: elaborada pelo autor.

Os graus de liberdade de entrada de um dado nó  $v_i$  é definido como o número de vetores que a ponta da flecha se encontra em  $v_i$ . Do mesmo modo, os graus de liberdade de saída de um nó  $v_i$  é dado pelo número de vetores que em  $v_i$  se encontra a cauda da flecha.

Associado à cada aresta de um elemento em  $E = (v_i, v_j)$  tem-se um peso  $a_{ij} > 0$ . O peso  $a_{ij}$  representa a força de interação entre os nós  $v_i$  e  $v_j$ . De modo que quanto maior o peso maior a influência tem o comportamento do agente  $j$  sobre o agente  $i$ . Um grafo é dito bidirecional se e somente se  $a_{ij} \neq 0$  e  $a_{ji} \neq 0$ , então tem-se que a comunicação entre agentes flui

bidirecionalmente. Um grafo é dito unidirecional se  $a_{ij} = a_{ji}$ , para qualquer  $i$  e  $j$ .

## 2.2 Teoria algébrica dos grafos e consenso do controle cooperativo

O controle cooperativo estuda a dinâmica de sistemas dinâmicos com múltiplos agentes com iterações um com o outro através de uma comunicação em grafo. O grafo representa as iterações e comunicações entre agentes. O objetivo do controle cooperativo é garantir a sincronia entre o comportamento e estados dos agentes, de modo que para cada agente só é disponível que as informações sejam entre o agente com os agentes vizinhos.

### 2.2.1 Representação matricial dos grafos

A estrutura e propriedade dos grafos podem ser estudadas examinando as propriedades de certas matrizes associadas. Dados os pesos  $a_{ij}$  associados, o grafo pode ser representado pela **Matriz de Adjacência** ou conectividade  $A = [a_{ij}]$ , com  $a_{ij} > 0$  se  $(v_j, v_i) \in E$  e  $a_{ij}$  caso contrário. Define-se duas propriedades locais dos grafos, o graus de entrada e os graus de saída. Os graus de entrada de um nó  $v_i$  é definido pela equação 2.1, tal que  $d_i$  é o somatório dos pesos  $a_{ij}$  da linha  $i$ -th.

$$d_i = \sum_{j=1}^N a_{ij} \quad (2.1)$$

Os graus de saída de um nó  $v_i$  é definido pela equação 2.2, tal que  $d_i$  é o somatório dos pesos  $a_{ij}$  da coluna  $i$ -th.

$$d_i^0 = \sum_{j=1}^N a_{ji} \quad (2.2)$$

Define-se duas propriedades globais dos grafos, o diâmetro do grafo, dada pela maior distância entre dois nós e o volume de entrada (*in*) – *volume*, dado pela soma dos nós de entrada

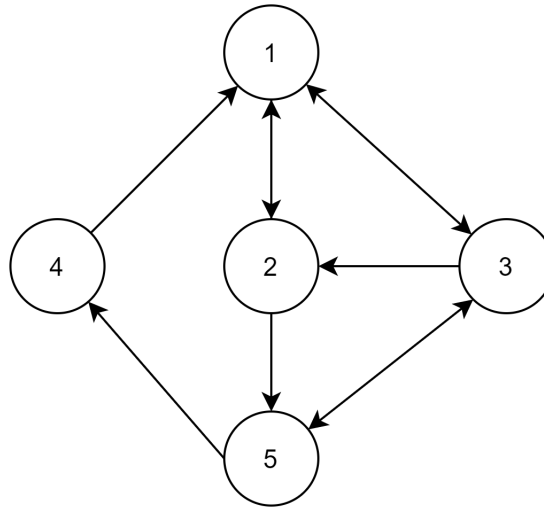
$$VolG = \sum_i d_i \quad (2.3)$$

### 2.2.2 Matriz de Grafo Laplaciana

Uma definição importante aplicada a sistemas multiagentes é a **Matriz Laplaciana**, que auxilia o estudo das propriedades da dinâmica do grafo de multiagentes. A mesma é obtida



Figura 2 – Exemplo de um grafo.



Fonte: elaborada pelo autor.

através da operação entre duas matrizes, a Matriz Diagonal e a Matriz de Adjacência. Define-se a matriz diagonal de graus de entrada, pela equação 2.4, em que para um agente  $i$ , tem-se o elemento  $d_i$  como o somatório das flechas que apontam para o dado agente.

$$D = \text{diag}\{d_i\} \quad (2.4)$$

Por fim a matriz Laplaciana  $L$  é definida como  $L = D - A$ , tal que  $D$  é a matriz Diagonal e  $A$  é a matriz de Adjacência.

Um exemplo de matriz laplaciana associada ao grafo pode ser ilustrada através da Figura 2, em que a matriz Diagonal  $D$  é dada pela matriz 2.5.

$$D = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

A matriz  $A$ , dada pela Matriz de Adjacência 2.6.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Por fim, a matriz Laplaciana é dada por  $L = D - A$ .

$$L = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

### 2.3 Consenso com Integrador único

Para o estudo inicial de controle cooperativo, tem-se a análise de um sistema multiagente formado por agentes  $i$  com dinâmica dada por um integrador escalar único, modelada pela equação 2.8

$$\dot{x}_i = u_i \quad (2.8)$$

com  $x_i, u_i \in \mathbb{R}$ . Isso corresponde que cada nó do grafo  $G$ , possui um agente com memória.

#### 2.3.1 Protocolo de controle distribuído para o consenso

Para cada agente  $i$ , considere o protocolo de controle local dado pela equação 2.9

$$u_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_j - x_i) \quad (2.9)$$

com  $a_{ij}$  sendo o peso de interação entre os estados dos agentes. Essa equação é conhecida como protocolo de votação local, em que o estado de cada agente depende tão somente do estado do agente vizinho, e a entrada de controle depende da diferença dos estados em relação aos agentes vizinhos. De modo que percebe-se que se todos os estados forem os mesmos a entrada de controle tende a zero  $\dot{x}_i = u_i = 0$ .

Para a dinâmica de integrador único, é desejável que a equação 2.8, resolva o problema de consenso, da dinâmica de malha fechada dada pela equação 2.10

$$\dot{x}_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_j - x_i) \quad (2.10)$$

Reorganizando a equação 2.10, tem-se que a equação 2.11

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= -x_i \sum_{j \in N_i} a_{ij} + \sum_{j \in N_i} a_{ij} x_j \\ &= -d_i x_i + [a_{i1} \quad \cdots \quad a_{iN}] \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.11)$$

tal que  $d_i$  são os graus de liberdade,  $x = [x_1 \cdots x_N] \in \mathbb{R}^N$  o vetor de estados. Define-se a matriz  $D$  como matriz diagonal formada por  $D = \text{diag}\{d_i\}$ , organiza-se a dinâmica global, através da matriz dada pela equação Laplaciana.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -Dx + Ax = -(D - A)x \\ \dot{x} &= u = -Lx\end{aligned}\tag{2.12}$$

Através da equação 2.12, e da matriz laplaciana de grafo tem-se que a dinâmica de malha fechada pode ser analisada através da matriz laplaciana dada. Para a dinâmica de integrador único tem-se que se e somente se o grafo possui a topologia de spanning tree, então todos os estados dos nós vão a um valor de consenso dado por  $x_i = x_j = c$ . O valor de consenso é dado pela equação 2.13.

$$c = \sum_{i=1}^N p_i x_i(0)\tag{2.13}$$

tal que  $w_1 = [p_1 \cdots p_N]^T$ , é o vetor normalizado pela esquerda da matriz laplaciana  $L$ , para  $\lambda_1 = 0$ . De modo que a constante de tempo é dada por 2.14 e  $\lambda_2$  sendo o segundo autovalor da matriz  $L$ .

$$\tau = 1/\lambda_2\tag{2.14}$$

### 2.3.2 Consenso com líder

Um "(directed) tree" é um grafo onde todo nó exceto um é chamado de líder, e possui grau de entrada unitário. De modo que todos os outros nós possuem um consenso liderado pelas condições iniciais do líder. O valor de consenso é dado pela equação 2.13, de modo que  $p_i$  é o  $i$ -th componente para o autovetor pela esquerda de  $w_i$  para  $\lambda_1 = 0$ , tal consenso é na verdade a média ponderada das condições iniciais das raízes dos nós ou do líder em um grafo.

### 2.3.3 Consenso para nós com estados como vetores

Nas condições de integrador único e integrado duplo apresentadas anteriormente os estados são tidos como escalares, para os exemplos em que os estados são vetores tais como  $x_i, u_i \in \mathbb{R}^N$  tem-se que os vetores globais de estados e controle são respectivamente  $x = [x_1^T \cdots x_N^T]^T \in \mathbb{R}^{nN}$ ,  $u = [u_1^T \cdots u_N^T]^T \in \mathbb{R}^{nN}$  e os elementos dados pelos pesos de consenso  $a_{ij}$  e a diagonal  $d_i$  são multiplicados pela matriz identidade  $I_n$ , de modo que a dinâmica global do sistema é dada pela equação 2.15

$$\begin{aligned}
u &= -(L \otimes I_N)x \\
\dot{x} &= -(L \otimes I_N)x
\end{aligned}
\tag{2.15}$$

dado que  $\otimes$  é definido como produto de kronecker.

No capítulo subsequente, será conduzida uma análise aprofundada sobre a relevância das redes de Petri, destacando a importância destas na modelagem da complexidade intrínseca à sequência lógica de determinados problemas. A utilização das redes de Petri proporciona uma abordagem gráfica e intuitiva para a resolução de desafios específicos, enquanto o controle cooperativo correspondente é responsável por supervisionar as referências e otimizar as velocidades. O resultado final é uma abordagem integrada para implementação dessas técnicas no contexto dos sistemas multiagentes.

### 3 REDES DE PETRI

Esta seção aborda a utilização das Redes de Petri como uma ferramenta crucial na modelagem matemática de sistemas que operam em eventos discretos, especialmente em contextos de controle cooperativo em sistemas multiagentes. Serão apresentados conceitos essenciais, representações gráficas e aplicações práticas das Redes de Petri Colorida, destacando sua contribuição para a formalização de problemas, a modelagem matemática precisa, representação gráfica e as soluções aplicáveis em cenários de controle cooperativo.

#### 3.1 Modelagem de Sistemas

Para a modelagem de sistemas é importante entender as principais características do sistema que está sendo estudado, no propósito de uma revisão na classificação de sistemas, foi elencado em (CASSANDRAS; LAFORTUNE, 2021) tais classificações, observe que elas não são necessariamente auto exclusivas:

**Sistema Dinâmico e Estático:** Em sistema estático a saída é sempre independente dos valores de entrada passados, já em um sistema dinâmico os valores de saída dependem dos valores anteriores da entrada. Equações diferenciais ou a diferença são geralmente requeridas para representar o comportamento de sistemas dinâmicos.

**Sistema Variante e Invariante no Tempo:** Em um sistema invariante no tempo o comportamento do mesmo não se altera com o passar do tempo. Tal sistema é dado com estacionário pois se aplicada a mesma entrada ao longo do tempo o sistema responderá com o mesmo comportamento.

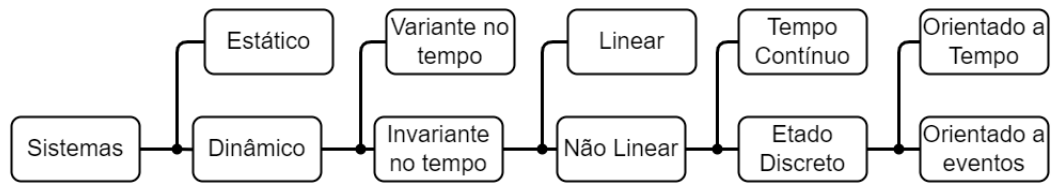
**Sistemas Lineares e Não Lineares:** Um sistema linear obedece a condição  $g(a_1u_1 + a_2u_2) = a_1g(u_1) + a_2g(u_2)$  tais que  $u_1$  e  $u_2$  são dois vetores de entrada,  $a_1$  e  $a_2$  dois números reais e  $g(.)$  é a saída resultante.

**Sistema em Estado Contínuo e Discreto:** Um sistema contínuo pode ter a variável de estado representa por um número real ou complexo, já o sistema discreto é representado por uma série de elementos discretos.

**Sistema Orientado a Eventos e Tempo:** Em um sistema orientado ao tempo o estado do sistema muda com a mudança de tempo, já a eventos a mudança de estado ocorre de forma instantânea a partir da ocorrência de um evento.

**Sistema Determinístico e Estocástico:** Um sistema se torna estocástico quando

Figura 3 – Árvore de escopo de um sistema a eventos discretos.



Fonte: adaptado de (CASSANDRAS; LAFORTUNE, 2021).

possui uma ou mais de uma variável estocástica. Nesse caso o estado do sistema é descrito por um processo estocástico.

**Sistema em Tempo Contínuo e Discreto:** Um sistema em tempo contínuo possui todas as entradas definidas para todos os valores de tempo possíveis.

No escopo do trabalho proposto o a modelagem em redes de petri é utilizada para um sistema a eventos discretos seguindo a seguinte árvore de escopos dada pela figura 3

### 3.1.1 Modelagem de sistemas a eventos discretos

Em si tratando da modelagem de sistemas a eventos discretos tem-se três elementos principais utilizados na modelagem eventos(instantes e mudanças de estados), atividades(evolução do sistema físico entre dois eventos) e processos (sequência de eventos e atividades no sistema).

Na evolução dos processos no sistema os processos podem ocorrer de forma totalmente independente entre si, enquanto outras atividades necessitam de uma determinada sincronização ou até uma sequência de eventos prévios. Uma forma de diferenciação de interações entre processos é apresentada por (CARDOSO; VALLETE, 1997), como:

**Cooperação:** Os processos convergem para um objetivo comum, de modo que anteriormente há uma relativa independência antes do ponto de sincronização.

**Competição:** Os processos necessitam de um dado recurso, caso esse recurso seja abundante para todos os processos, dados processos poderiam ser descritos de forma independente, caso contrário faz-se necessário o compartilhamento de recursos envolvendo uma exclusão mútua a partir de um ponto de sincronização.

**Pseudo-Paralelismo:** O paralelismo é apenas aparente e os eventos por mais que sejam independentes nunca serão simultâneos pois são acionados por um relógio comum, a exemplo de um sistema operacional que por mais que processe várias tarefas, porém o processador só processa um ciclo de instrução por vez.

**Paralelismo Verdadeiro:** Os eventos podem ocorrer de forma simultânea, não existindo uma escala de tempo em comum, a exemplo de vários processadores operando tarefas distintas.

### 3.2 Representação em máquina de estados

Uma das representações mais clássicas para modelagem de sistemas à eventos discretos é a máquina de estados, para o caso de uma número de estados finitos enumera-se os possíveis estados e descreve-se os eventos referente as mudanças de estado, descrevendo-se assim cada estado a a partir do estado anterior.

O modelo matemático para a máquina de estado finita é dada a partir da equação 3.1, em que  $E$  é um conjunto finito de estados, dado pelo estado inicial  $E_0$ , um alfabeto de entrada  $A$ , e uma função de transição de estados  $\theta$ , dado por  $\theta : E \times A \rightarrow E$ , associando cada par de estado-entrada ao próximo estado.

$$M = (E; A; \theta; E_0) \quad (3.1)$$

De acordo com (CARDOSO; VALLETE, 1997) este modelo explicita a noção de eventos e parcialmente a de atividade, não explicitando, entretanto, a noção do processo com as evoluções simultâneas de diversos processos paralelos, de modo que uma máquina de estado finita descreve apenas um único processo sequencial.

#### 3.2.1 Modelagem de processos sequenciais

Para a descrição de vários processos sequências, uma das soluções é representar o sistema por um conjunto de máquinas de estados finitos. Quando as máquinas de estados são independentes, esse modelo se aplica sem dificuldade, porém quando existe competição ou cooperação entre os processos faz-se necessário o uso de processos sequenciais comunicantes. A sincronização é descrita através da intervenção na função de transição de estados  $\theta$  de uma máquina.

##### 3.2.1.1 Representação com refinamentos sucessivos

Um dos contrapontos dessa abordagem é que independente do método utilizado, a representação das comunicações entre as máquinas é diferente da representação interna da

sequência de uma máquina. Portanto, tal abordagem não é compatível com a abordagem top-down de refinamento sucessivos. É necessário desde do início da modelagem a escolha de uma decomposição que não será colocada em causa a posteriori.

### 3.2.1.2 *Explosão combinatória*

Outro ponto de análise dessa forma de modelagem é que para cada informação partilhada entre as máquina ou troca de sinais entre as máquinas é necessário analisar o comportamento global do sistema através do recálculo de uma nova máquina de estado que descreva o sistema de forma global. Neste caso, ocorre a problemática da explosão combinatória do número de estados definida pela relação entre  $k$  máquinas e  $n$  estados, produzindo uma máquina de  $n^k$  estados, ocorrendo uma explosão combinatória a medida que  $k$  e  $n$  aumentam.

### 3.2.1.3 *Não-independência de submáquinas e bloqueio*

Em se tratando de sistemas com paralelismo um dos problemas comuns que podem acontecer é o de bloqueio (*dead-lock*) em que a máquina de estado não consegue evoluir pois depende da transição de um estado de outra máquina que por sua vez encontra-se igualmente no mesmo estado de espera. Existem técnicas na teoria de máquinas de estados finitos que evitam o bloqueio, porém a estrutura do sistema acaba sendo comprometida, perdendo assim a representativa clara do sistema e suas transições.

## 3.3 Modelagem utilizando Rede de Petri

As redes de Petri também são uma ferramenta de modelagem inicial para o algoritmo de programação com ferramentas intrínsecas que analisam o algoritmo para evitar que o sistema entre em exceções,(LEE et al., 2006). De acordo com (GIUA; SILVA, 2017), as redes de Petri têm sido consideradas com um modelo adequado para um controle supervisor com o objetivo de abranger uma grande classe de problemas e explorar a análise algébrica necessária para otimização. Tratando-se também da análise para a planta não alcançar determinadas marcações indesejadas;

A utilização de redes de petri como camada de abstração para tomada de decisões, escolha de estratégias diante dos problemas e organização dos agentes para seguir um determinado plano foi trabalhada como framework por (EBADI et al., 2010), em que todo o processo



de mais alto nível de decisão foi modelado para a rede de petri. Nesse presente trabalho além da abstração pela rede de petri como tomada de decisão também é apresentando o algoritmo de consenso como solução do problema de controle e cooperação entre os agentes dada uma tomada de decisão de organização dos grupos.

A descrição dos eventos e transições do sistema é dada através da rede de petri pelos lugares, fichas e transições, para representar os "estados" do sistema são utilizados os lugares, já as transições movimentam os recursos, ou seja, as fichas de um lugar para outro, dada a condição que a transição só possa ser disparada caso os lugares a ela ligada estejam completas com os recursos requisitados, fazendo assim interdependências em que um determinado estado só pode ser alcançado caso determinadas condições satisfeitas.

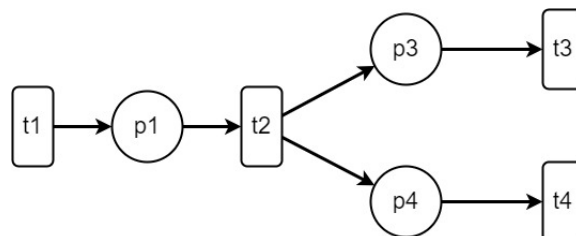
O comportamento dinâmico do sistema se dá através do disparo das transições, evento que faz com que o sistema passe do estado atual para o próximo estado. Tal disparo consiste em duas etapas, a primeira de retirar as fichas dos lugares de entrada e por fim depositar as fichas em cada lugar de saída.

### 3.3.1 Evolução síncrona e assíncrona

A rede de petri pode representar sistemas com eventos síncronos e assíncronos, em que são necessários momento de espera para acontecer determinados eventos assim como a independência de eventos que podem ou não ocorrer de forma simultânea.

Observa-se na figura 4 um evento caracterizado como divisão em que no disparo da transição  $t_2$  uma ficha é retirada de  $p_1$  e simultaneamente é colocada uma ficha em  $p_3$  e  $p_4$  daí em diante a evolução do sistema ocorre de forma assíncrona podendo ou não haver disparos concorrentes.

Figura 4 – Exemplo paralelismo Síncrono.

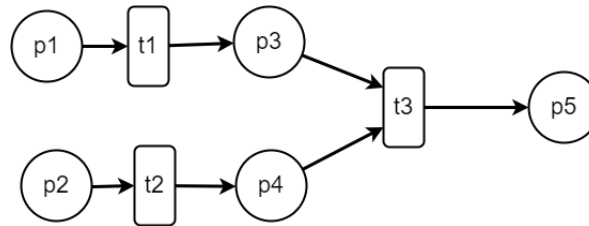


Fonte: Elaborado pelo autor.

Observa-se na figura 5 um evento caracterizado como junção em que para haver o disparo de  $t_3$  é necessário que haja uma ficha tanto em  $p_3$  quanto em  $p_4$ , o consumo dessas fichas

ocorre de forma síncrona tal evento implica necessariamente de uma espera em que ou  $p_3$  espera a chegada do recurso em  $p_4$  ou o contrário, garantindo assim que  $p_5$  só receba uma ficha quando essas duas condições forem satisfeitas. Antes do disparo de  $t_3$  o sistema pode evoluir de forma assíncrona com disparos independentes de  $t_1$  e  $t_2$ .

Figura 5 – Exemplo paralelismo Assíncrono.



Fonte: Elaborado pelo autor.

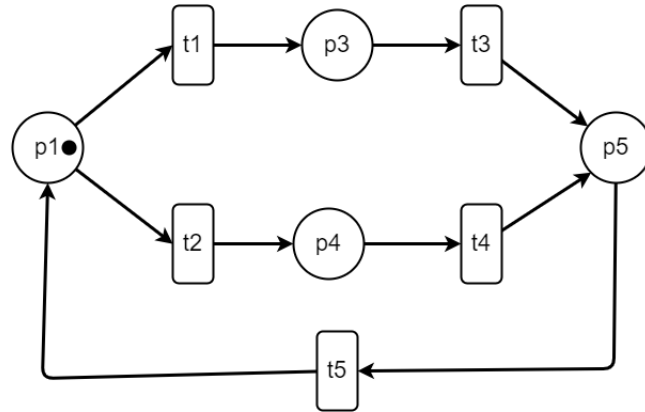
### 3.3.2 Caminhos alternativos e Repetição

Um evento que também pode ser modelado são o de caminhos alternativos e variações de sequência de disparos em uma rede de petri, em que em determinado momento na rede há um lugar ligado a entrada de uma ou mais transições, ocorrendo assim a sensibilização de tais transições, podendo ocorrer portanto o disparo de qualquer uma das transições, tomando-se assim um caminho alternativo caso outra transição fosse disparada.

Observa-se esse fenômeno na modelagem descrita pela figura 6, em que no momento em que  $p_1$  recebe uma ficha é sensibilizada as transições  $t_1$  e  $t_2$ , de modo que a rede de petri não restringe a escolha de um ou outra transição, porém caso uma transição seja disparada a outra não poderá ser, ocorrendo assim uma competição pelo recurso em que a transição que disparar primeiro recebe o recurso. Dado a ocorrência da repetição da rede através de  $t_5$ , novamente a tomada de decisão entre  $t_1$  e  $t_2$  ocorrerá, podendo assim ocorrer um caminho alternativo ao caminho prévio dada a sequência de disparo ocorrida.

A figura 6, também modela um evento de repetição através da transição  $t_5$ , em que dada a chegada da ficha no lugar  $p_5$  tal ficha pode retornar ao lugar de origem  $p_1$  ocorrendo assim o restabelecimento da rede e infinitas repetições.

Figura 6 – Exemplo de Caminhos alternativos e Repetição.



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.4 Redes de Petri

A rede de Petri é uma ferramenta gráfica e matemática para modelagem e controle de sistemas à eventos discretos, dado que o sistema a ser escolhido é um sistema que pode ser modelado através de tal ferramenta, com o intuito de obter uma visualização gráfica do processo, implementar lógica de controle e sincronismo, analisar propriedades da rede entre outras. Para a modelagem proposta utilizou-se a ferramenta do CPN Tools, assim como as funcionalidades envolvendo hierarquia para maior legibilidade da rede.

De acordo com (CASSANDRAS; LAFORTUNE, 2021), os eventos na Rede de Petri Rede de Petri (RP) são relacionados as transições, de modo que para que aconteça o disparo de uma transição é necessário satisfazer determinadas condições inscritas na rede. As informações relacionadas a tais condições estão contidas em lugares, que são vistos como "entradas" das transições. Lugares, transições e as relações entre eles são os componentes básicos de uma RP. A RP possui dois tipos de nós, lugares e transições, e os arcos que conectam eles. Na definição de grafos a RP é classificada com um grafo bipartido de modo que os arcos não podem conectar diretamente dois nós do mesmo tipo, exemplo lugar a lugar ou transição a transição. A definição de grafo é dada a seguir.

#### 3.4.1 Linguagem Formal

De acordo com (PETERSON, 1981), a Rede de Petri é definida como um grafo bipartido ponderado, dado pelo conjunto  $(P, T, A, w, x)$ , tal que:

- $P$  é o conjunto finito de lugares (um tipo de nó na grafo)

- $T$  é o conjunto finito de transições (o outro tipo de nó no grafo)
- $A \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$  é o conjunto de arcos dos lugares para as transições e das transições para os lugares no grafo.
- $w : A \rightarrow \{1, 2, 3, \dots\}$  são as funções de ponderação dos arcos.
- $x :$  é a marcação da rede de Petri dada pela função  $x : P \rightarrow \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ , tal marcação é definida como um vetor linha  $x = x(p_1), x(p_2), \dots, x(p_n)$ , tal que  $n$ , é o número de lugares na rede.

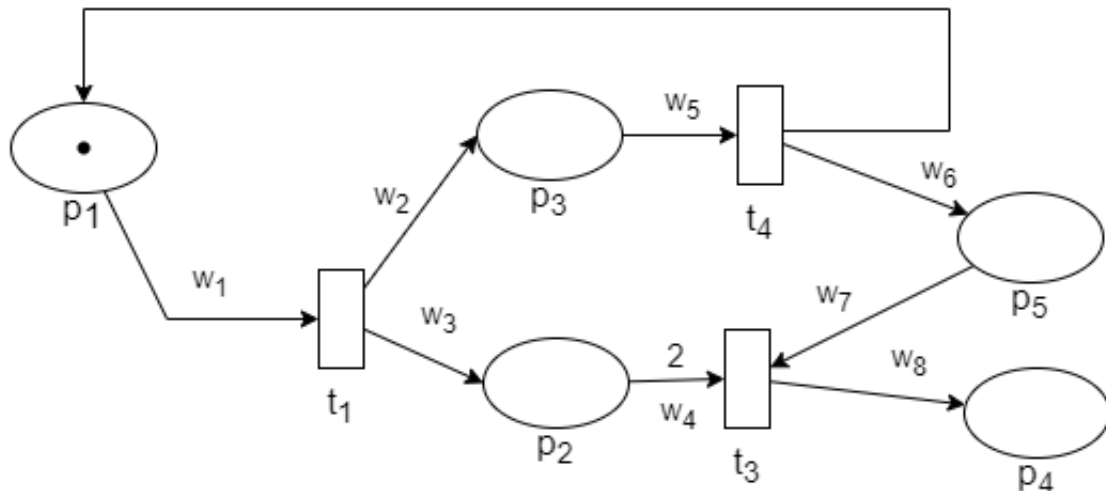
É considerado que em  $(P, T, A, w)$ , não tem lugares em transições isolados. Na representação em grafos os lugares  $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots\}$  são representados com um círculo, as transições  $T = \{t_1, t_2, t_3, \dots\}$  como retângulos. Os conjunto de arcos  $A = \{w_1, w_2, w_3, \dots\}$ , cada arco  $w$  é representado em função de um lugar e uma transição e o peso associado como  $w_k = (p_i, t_j) = W$ , tal que o arco liga o lugar  $p_i$  a transição  $t_j$  e possui o peso igual a  $W$ . A marcação no grafo é dada como fichas (ponto preto) no lugar marcado  $p_i$  tal que  $x(p_i) \in \mathbb{N}$ .

Um exemplo de rede com os elementos citados é representado pelo grafo na figura 7. Os lugares da rede de petri são representados pelos círculos  $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_7\}$ , as transições  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_5\}$ , já no caso das transições o conjunto  $W$  é definido da seguinte forma:  $W = \{w_1, w_2, \dots, w_8\}$  onde:

- $w_1 = (p_1, t_1)$  representa um arco que sai de  $p_1$  e entra em  $t_1$ .
- $w_2 = (t_1, p_3)$  representa um arco que sai de  $t_1$  e entra em  $p_3$ .
- $w_3 = (t_1, p_2)$  representa um arco que sai de  $t_1$  e entra em  $p_2$ .
- $w_4 = (p_2, t_3) = 2$  representa um arco que sai de  $p_2$  e chega em  $t_3$  com peso igual a 2.
- $w_5 = (p_3, t_4)$  representa um arco que sai de  $p_3$  e entra em  $t_4$ .
- $w_6 = (t_4, p_5)$  representa um arco que sai de  $t_4$  e entra em  $p_5$ .
- $w_7 = (p_5, t_3)$  representa um arco que sai de  $p_5$  e entra em  $t_3$ .
- $w_8 = (t_3, p_4)$  representa um arco que sai de  $t_3$  e entra em  $p_4$ . Por fim, a representação da marcação tem-se que no lugar  $p_1$  a quantidade de 1 ficha e nos outros nenhum ficha, formando o vetor linha representado na equação 3.2:

$$\begin{aligned} X &= [x(p_1), x(p_2), \dots, x(p_5)] \\ &= [1, 0, 0, 0, 0] \end{aligned} \tag{3.2}$$

Figura 7 – Exemplo de Rede de Petri.



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.4.2 Redes de Petri Colorida

A rede apresentada anteriormente com elementos simples de arcos, marcações, transições, de acordo com (JENSEN; KRISTENSEN, 2009) são denominadas de redes de Petri de baixo nível, geralmente utilizadas para modelagem de hardware, já para a modelagem de sistemas com concorrência, comunicação, hierarquia. Exemplo sistemas de manufatura, sistemas baseados em agentes, pode-se utilizar as redes de Petri de alto nível, também denominadas como redes de Petri colorida.

As redes de Petri coloridas (Rede de Petri Colorida (RPC)) são uma ferramenta gráfica e matemática que se adaptam bem a um grande numero de aplicações, tais como protocolos de comunicação, controle de oficinas de fabricação. É uma combinação das redes de Petri com linguagem de computação. Os elementos da RPC são baseados em hierarquias, que permite que módulos tenham submódulos, permitindo a reusabilidade dos módulos. Isso permite trabalhar tanto com a abordagem *top-down*, quanto *bottom-up*, na construção dos modelos em RPC, capturando assim diferentes camadas de abstração na modelagem do sistema.

A seleção da simulação de Redes de Petri Coloridas como metodologia decorre de sua capacidade inerente de divisão hierárquica na modelagem. Esta característica permite a criação de grafos detalhados de processos individuais, bem como a representação de interações entre processos, destacando sua relevância particular em contextos caracterizados por problemas de complexidade substancial.

Além disso, merece destaque a capacidade das Redes de Petri Coloridas em representar tokens de diferentes tipos. Essa capacidade simplifica a modelagem da complexidade de problemas variados, conferindo-lhes uma compreensibilidade e intuição que são cruciais para análises detalhadas e precisas.

Por fim, a opção pelo controle cooperativo para gerenciar referências em níveis inferiores das Redes de Petri é justificada pela robustez e adaptabilidade inerentes a essa abordagem. Esta escolha se revela particularmente vantajosa na sincronização de múltiplos agentes em uma planta industrial, contribuindo significativamente para a escalabilidade e eficiência dos processos.

O próximo capítulo abordará as simulações relacionadas à abordagem integrada das Redes de Petri e do controle cooperativo. Serão discutidas as modelagens envolvidas nessa integração, bem como a dinâmica resultante do controle cooperativo para alcançar o consenso entre os diversos agentes participantes. Serão analisados dois problemas com diferentes níveis de complexidade, com o intuito de avaliar a eficiência, a robustez e a complexidade dessa abordagem integrada no contexto do controle de sistemas multiagentes.

## 4 SIMULAÇÃO

Nessa seção, busca-se validar a abordagem integrada de Modelagem por meio de Redes de Petri Coloridas (RPC) e Controle Cooperativo. Para realizar essa validação, optou-se por empregar a estratégia de simulação, utilizando um sistema multiagente composto por diversos componentes, os quais foram concebidos para representar um ambiente similar a um sistema industrial.

Neste processo de simulação, são utilizadas ferramentas de software dedicadas à modelagem em RPC, com destaque para o CPN-Tools.<sup>1</sup> Essa ferramenta oferece funcionalidades específicas para a edição, simulação e análise de Redes de Petri Coloridas. A escolha do CPN-Tools visa proporcionar uma representação fiel e detalhada do sistema em estudo.

Para a implementação do algoritmo matemático de consenso, optou-se por utilizar a linguagem de programação Python. Essa escolha deve-se à reputação da linguagem como sendo de alto nível, funcional e orientada a objetos, oferecendo assim uma abordagem versátil e eficiente para a execução do algoritmo em questão.

Ao unir a simulação do sistema multiagente com as capacidades do CPN-Tools e a flexibilidade do Python, almeja-se obter resultados robustos que validem a eficácia da abordagem proposta. Esta seção detalhará o processo de simulação, desde a definição dos parâmetros até a análise crítica dos resultados obtidos, proporcionando uma compreensão clara e abrangente da validade e desempenho da abordagem integrada.

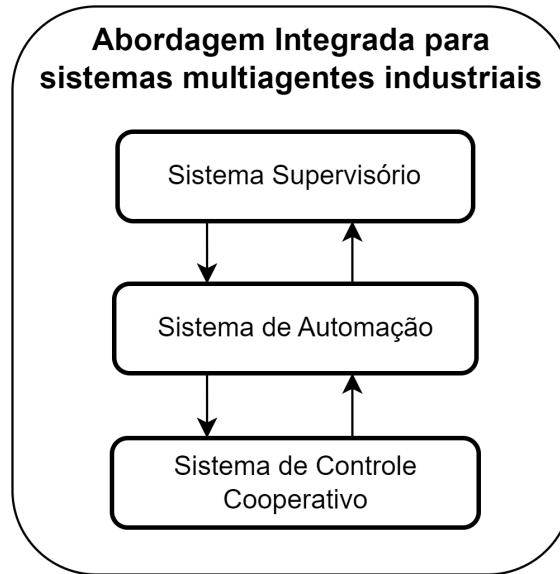
No método integrado de modelagem e controle baseado em Redes de Petri Coloridas e sistemas multiagentes, propõe-se uma subdivisão de responsabilidade entre os sistemas envolvidos no processo. Esses sistemas são o sistema supervisor, o sistema de automação e o sistema de controle cooperativo. A organização desses sistemas é ilustrada na figura 8, onde o sistema supervisor se comunica com o sistema de automação, e este, por sua vez, com o sistema de controle cooperativo.

Na modelagem proposta, o sistema supervisor é encarregado dos requisitos e comandos para o sistema, como o controle dos horários, a ordem de chegada dos trens e outros parâmetros de alto nível. Abaixo, o sistema de automação é responsável por promover um protocolo para o segmento de trajetória e ultrapassagens, conforme ordenado pelo sistema supervisor. Este sistema de automação pode ser modelado utilizando as Redes de Petri Coloridas.

---

<sup>1</sup> pode ser acessada em <https://cpntools.org/>

Figura 8 – Organização dos sistemas na Abordagem Integrada para sistemas multiagentes industriais.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Por fim, abaixo do sistema de automação, temos o sistema de controle cooperativo, responsável por otimizar as referências de velocidade e trajetória dentro das restrições e protocolos estabelecidos pelo sistema de automação.

#### 4.1 Planta Industrial

A gestão de vagões em uma planta industrial, que permite a ultrapassagem entre eles por meio de mudanças nas pistas, representa uma abordagem inovadora no contexto ferroviário industrial. Esse sistema dinâmico busca otimizar o movimento e a alocação de vagões, proporcionando flexibilidade e eficiência operacional.

A otimização da trajetória e da velocidade tornou-se uma prioridade devido à necessidade de reduzir o consumo de energia nos trens de carga para combater o efeito estufa. No estudo de (LIN *et al.*, 2023), foi proposto um método de aprendizado por reforço para otimizar a velocidade de múltiplos agentes, visando alcançar eficiência energética, pontualidade e precisão no estacionamento. O autor examinou estudos de caso em Pequim, explorando abordagens como controle preditivo fuzzy, algoritmos genéticos e algoritmos de operação inteligente de trens.

O estudo conduzido por (WANG; GOVERDE, 2017) propõe uma nova abordagem de otimização de trajetória para trens em linhas de via única, com foco na minimização de atrasos operacionais e na redução do consumo de energia. A metodologia desenvolvida tem



como objetivo principal encontrar perfis de velocidade ótimos que permitam mitigar os atrasos e otimizar o uso de energia dos trens. Este método utiliza conjuntos de restrições de horários para trens em situações de atraso, os quais fornecem janelas de tempo e velocidade viáveis e eficientes ao longo das rotas. Além disso, a minimização do consumo de energia é considerada como uma função objetivo relevante. A aplicabilidade dessa abordagem é demonstrada por meio de estudos de caso envolvendo trens operando em um corredor ferroviário de via única na Holanda, considerando diferentes cenários de atraso inicial.

No contexto da planta apresentada, foram realizadas duas simulações distintas. A primeira envolveu apenas dois agentes, representados por autômatos, que colaboram no transporte e descarregamento de objetos. Nesse cenário mais simples, os agentes têm necessidades de ultrapassagem simples entre si, com um autômato responsável por mover objetos e cargas, e o outro encarregado de transportá-las. No segundo caso, foi modelada e controlada uma planta mais complexa, composta por um circuito dinâmico de trens. Estes apresentam restrições físicas de ultrapassagem e obedecem a protocolos determinados pelo controle supervisório, que emite comandos de ultrapassagem conforme as movimentações das junções de trilhos nas pistas.

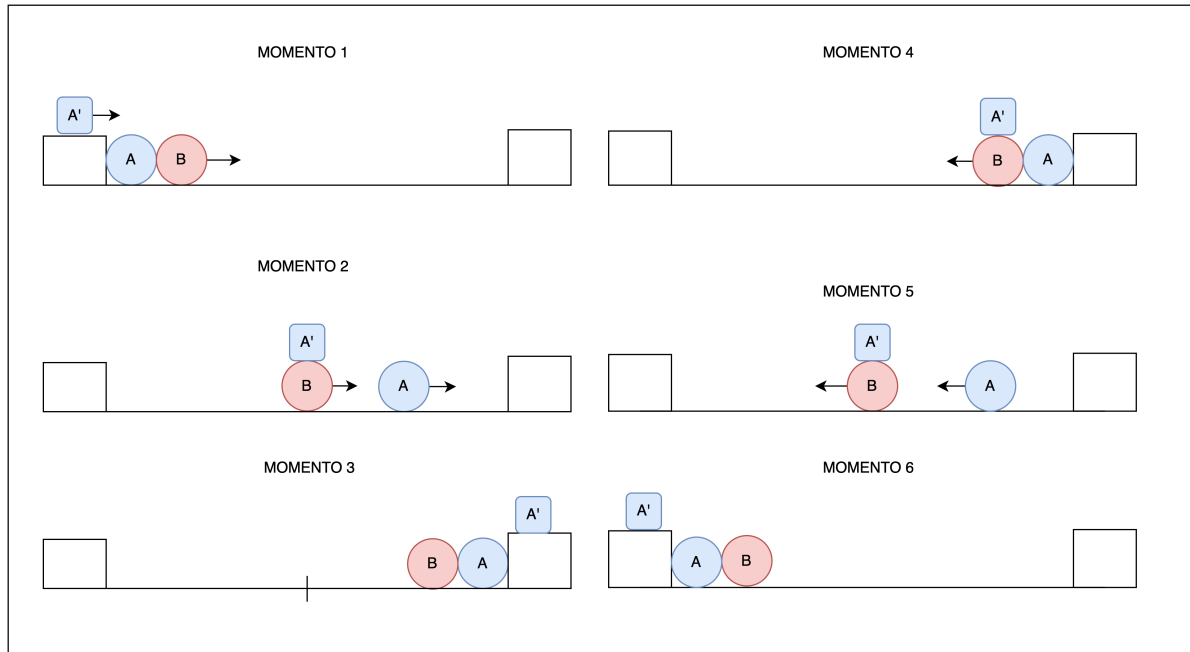
## **4.2 Caso de Simulação - Ultrapassagem Simples**

No primeiro cenário de simulação, foi delineado um sistema com uma única restrição: cada agente possui uma função específica e é essencial que cooperem para realizar o processo. Além disso, foi proposto um sistema de ultrapassagem simplificado, no qual não há restrições para ultrapassar, porém os agentes devem cooperar para executar a tarefa conjuntamente.

### **4.2.1 Apresentação da planta**

No cenário de simulação simplificada, uma configuração composta por dois agentes é estabelecida, no qual um agente detém a responsabilidade específica pelo transporte, enquanto o outro é encarregado da manipulação da carga. Este arranjo é visualizado na Figura 9, onde ambos os agentes cooperam para efetuar o movimento de um objeto de uma coluna para outra, uma descrição de cada momento é dada no quadro 1.

Figura 9 – Ambiente com dois agentes: um responsável pela manipulação de objetos e o outro pelo transporte.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 1 – Sequência de Eventos para Manipulação e Transporte de Objetos

Momento	Descrição
1	O manipulador A encontra-se na posição inicial com o transportador B, e A' encontra-se na coluna da esquerda. O manipulador A coloca o objeto em B para transporte e posteriormente sai em direção à segunda coluna.
2	O manipulador ultrapassa o transportador em direção à segunda coluna.
3	Os dois agentes chegam ao mesmo tempo na referência desejada e o manipulador retira o objeto A' do transportador e passa para a segunda coluna.
4	O manipulador pega A' e põe no transportador.
5	O manipulador sai atrasado em direção à primeira coluna.
6	O manipulador e o transportador chegam na coluna à esquerda ao mesmo tempo, e o manipulador retira A' do transportador e põe na primeira coluna.

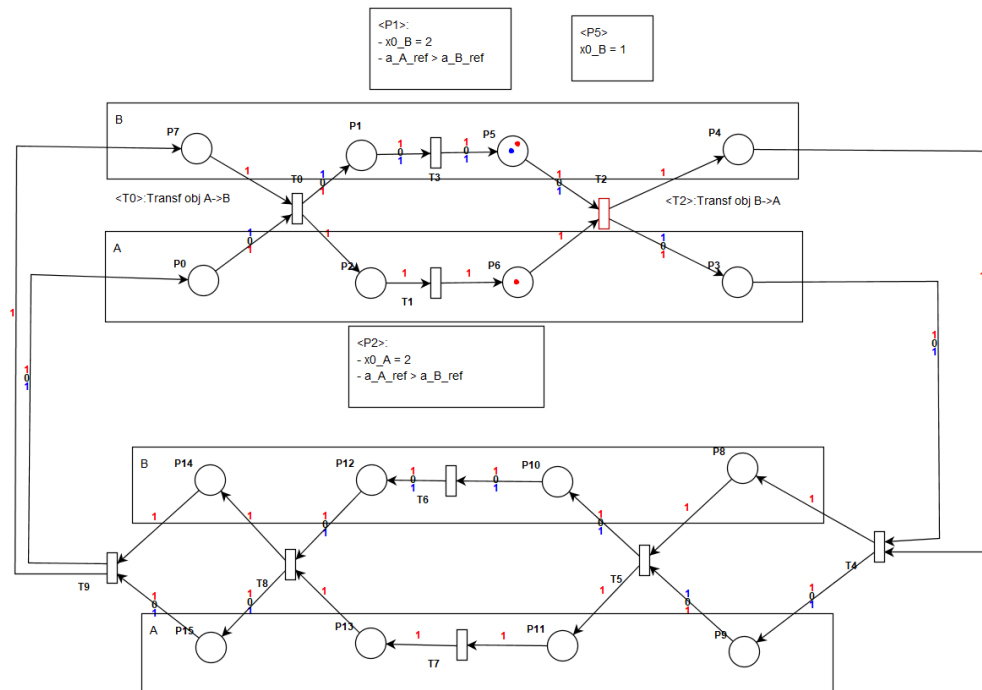
Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.2.2 Modelagem em redes de Petri

Na modelagem em Rede de Petri Colorida, foram estabelecidos dois conjuntos de cores distintos. O primeiro conjunto, em cor vermelha, é designado para representar o recurso necessário à movimentação dos agentes, enquanto o segundo conjunto, em azul, simboliza o objeto A'. Na figura 10, é possível visualizar a representação em RPC, onde a porção superior da rede denota o protocolo de IDA (esquerda para direita), enquanto a parte inferior corresponde ao protocolo de Volta (direita para esquerda). Dentro do processo de IDA e VOLTA, houve uma

subdivisão em lugares referentes ao Agente B (retângulo superior) e ao Agente A (retângulo inferior). Na RPC, ainda na figura 10 as transições T1 e T2 representam os momentos de sincronização e transferência de material entre agentes. Em T1, ocorre a ação em que o manipulador A remove o material da coluna e o coloca no transportador B, enquanto em T2, o manipulador realiza o movimento inverso, retirando o material do transportador. A porção inferior do grafo representa o mesmo processo de movimentação, porém de direita para esquerda, denotando o caminho de volta.

Figura 10 – Modelagem e rede de Petri Colorida para o caso com 2 agentes



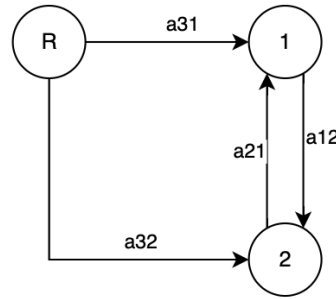
Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.2.3 Controle Cooperativo Aplicado

No contexto da aplicação do controle cooperativo para dois agentes, é estabelecida a matriz de grafos, conforme representado na Figura 11.

A primeira parte do algoritmo de controle cooperativo é definir os valores dos pesos entre agentes, onde o agente  $R$  é considerado como a referência. No problema proposto, foram definidos  $a_{31} = 0.5$ ,  $a_{12} = 0.1$ ,  $a_{21} = 0.1$  e  $a_{32} = 0.3$ . Posteriormente, define-se a matriz de adjacência  $A$  e a matriz diagonal tal que  $A^T[0]$  corresponde à primeira linha de  $A$  transposta,

Figura 11 – Grafo Multiagente para o caso com 2 agentes



Fonte: Elaborado pelo autor.

$A^T[1]$  à segunda linha e assim por diante, como demonstrado a seguir:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} \text{sum}(A^T[0]) & 0 & 0 \\ 0 & \text{sum}(A^T[1]) & 0 \\ 0 & 0 & \text{sum}(A^T[2]) \end{bmatrix}$$

Para a construção da matriz Laplaciana, o valor final da matriz é determinado de acordo com a Equação 2.7, resultando no seguinte valor de L.

$$L = \begin{bmatrix} \text{sum}(A^T[0]) & -a_{12} & 0 \\ -a_{21} & \text{sum}(A^T[1]) & 0 \\ -a_{31} & -a_{32} & \text{sum}(A^T[2]) \end{bmatrix}$$

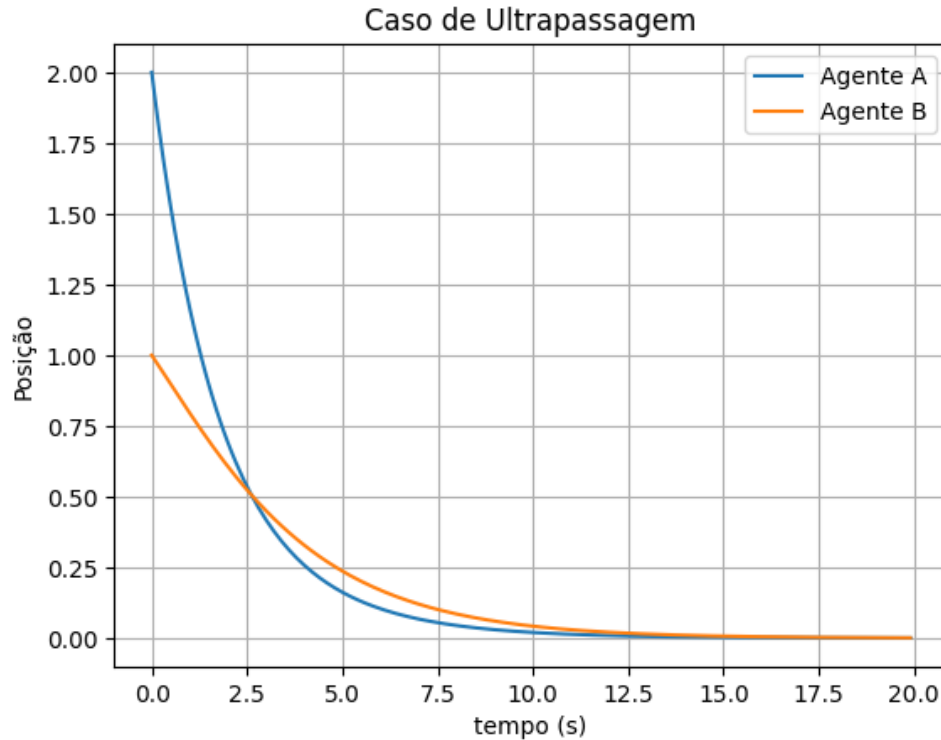
Por fim o sistema resultante em espaço de estados é dado pelos seguintes valores de A, B, C e D;

$$A = -L, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, D = 0$$

Na realização da simulação, foram estabelecidos dois cenários distintos. No primeiro cenário, ilustrado pelo gráfico de ultrapassagem na figura 12, ocorre uma situação na qual o Manipulador (Agente A) necessita ultrapassar o Transportador (Agente B) para atingir a referência, resultando em uma proximidade temporal notável na chegada dos dois agentes à posição desejada.

No segundo cenário, onde não ocorre ultrapassagem, foram atribuídos diferentes pesos entre os agentes e a referência. O agente com o maior peso (Agente A) apresenta um deslocamento mais rápido, enquanto o outro agente possui um movimento mais lento, o que simboliza o consenso para diferentes dinâmicas, conforme exemplificado na figura 13.

Figura 12 – Comportamento do sistema em condição de ultrapassagem



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 4.3 Caso de simulação - Ultrapassem Complexa

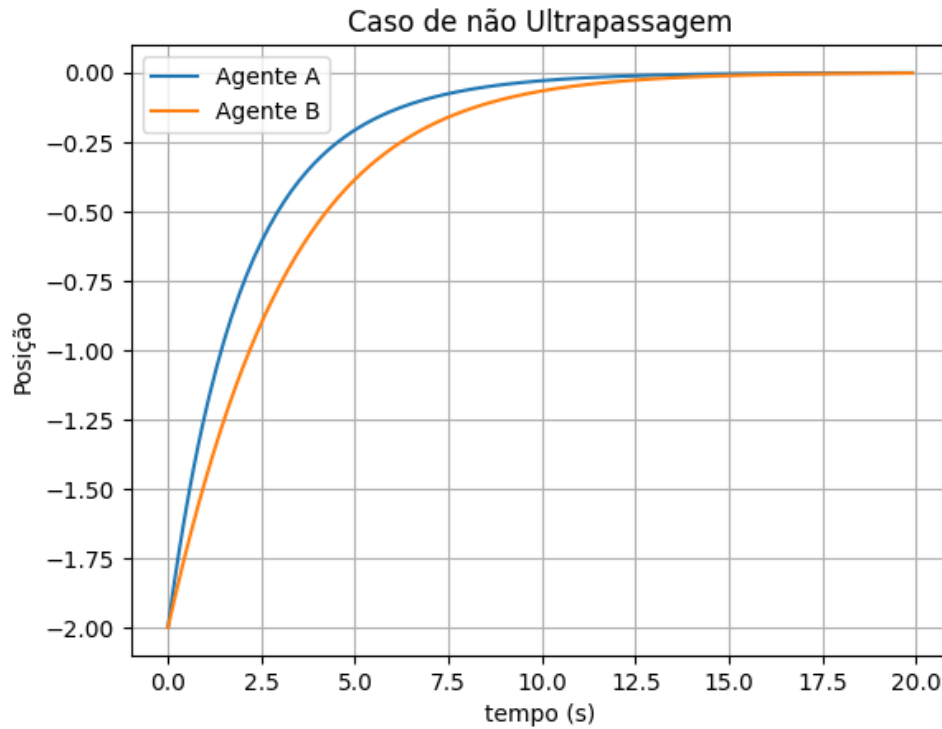
No contexto da simulação empregada nesse capítulo, ao incorporar a capacidade de ultrapassagem, a planta industrial adquire versatilidade, possibilitando a reorganização estratégica dos vagões para atender a demandas específicas. Essa funcionalidade torna-se particularmente valiosa em situações onde é necessário priorizar determinados vagões, reduzir tempos de espera ou melhorar o desempenho global do sistema ferroviário dentro do contexto da planta industrial.

A implementação de mudanças nas pistas como um meio de permitir a ultrapassagem requer uma coordenação precisa e um controle eficaz do sistema. Técnicas como Redes de Petri Coloridas (RPC) ou algoritmos de controle cooperativo podem ser empregados para modelar e simular o comportamento dinâmico da planta, considerando as interações entre os vagões e as mudanças nas pistas.

Um exemplo de representação desse sistema escolhido é demonstrada na figura 14, tal que:

- Os componentes  $L_1$  e  $L_2$  ilustrados em formato triangular são os vagões que representam os dois autômatos, ou agentes do sistema.
- As curvas  $d_1, d_2, \dots, d_6$  representam as pistas pelas quais os vagões se locomovem, de modo

Figura 13 – Comportamento do sistema em condição de não ultrapassagem

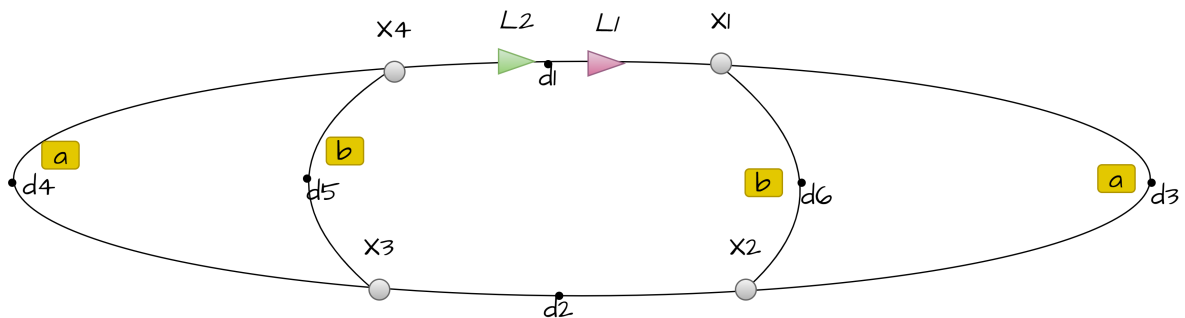


Fonte: Elaborado pelo autor.

os dois vagões estão posicionados inicialmente na pista denominada de  $d_1$ .

- os elementos  $x_1, x_2, x_3, x_4$  representam as quatro chaves responsáveis por fazer a mudança de via, elas podem comutar em duas posições diferentes a posição  $b$  que representa o caminho de menor comprimento ou a posição  $a$  que representa o caminho de maior comprimento.

Figura 14 – Planta com pista, vagões e pontos de mudança de via



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para a simulação específica, os vagões movem-se entre pistas, e para efetuar uma ultrapassagem, é necessário que o vagão a ser ultrapassado siga pelo caminho mais longo,

enquanto o vagão ultrapassante escolhe o caminho mais curto.

A chave de ultrapassagem foi designada como  $x_1$ . Quando o comando de ultrapassagem é acionado, inicialmente a chave se move para a posição  $a$ , assegurando o desvio para a pista mais longa. Em seguida, ela se move para a posição  $b$ , garantindo o desvio para a pista mais curta.

A chave  $x_2$  desempenha o papel de primeiro desviar para a posição  $b$ , para receber o vagão da pista  $d_6$ . Posteriormente, comuta para a posição  $a$ , para receber o vagão da pista  $d_3$ .

As chaves  $x_3$  e  $x_4$  permanecem fixas na posição  $b$ , assegurando o percurso mais curto. Esse arranjo permite uma ultrapassagem de vagões de forma segura e otimizada entre as pistas.

#### 4.3.1 Modelagem em Redes de Petri Colorida

Para a modelagem do sistema proposto em Redes de Petri Colorida, foi definido o seguinte conjunto de cores para representar o tipo de token que vai ser alocado nos lugares da RPC de acordo com o seguinte quadro 2.

Quadro 2 – Conjunto de Cores na RPC

Nomenclatura	Tipo	Comando	Descrição
D	Inteiro	<code>colset D = int;</code>	Conjunto que indica a sequência dos vagões, onde o número 1 representa o vagão à frente, o número 2 representa o vagão atrás do 1, e assim por diante.
X	String	<code>colset X = string;</code>	Conjunto que representa a posição em que a chave se encontra, exemplo "a" para a posição A e "b" para a posição B.
L	String	<code>colset L = string;</code>	Conjunto de cores que representa os vagões ao longo da pista em que "L_1" é o vagão L1 e "L_2" o vagão L2.
Ord	Record	<code>colset Ord = record seq:D * train:L;</code>	Conjunto de cores que representa a associação do vagão L com a posição D, de modo que caso "L1" esteja na primeira posição, será representado por "seq:1,train:L1".

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para cada conjunto de cores foi definido as variáveis correspondentes que serão alocados na inscrição dos arcos ao longo da RPC, de acordo com o quadro 3.

Quadro 3 – Conjunto de Variáveis na RPC

Variável	Tipo	Exemplo	Descrição
d	D	1'(1) ou 1'(2)	Variável de tipo Inteira, no exemplo tem-se 1 ficha com o valor 1, ou 2 fichas com valor 1, mais uma ficha com valor 2
x	X	1'("a") ou 1'("b")	Variável do Tipo <i>String</i> referente a posição de chave, pode ser do tipo "a" ou do tipo "b", como no exemplo.
l	L	1'("l1") ou 1'("l2")	Variável do Tipo <i>String</i> referente ao vagão/trem que nos casos podem ser do tipo "l1" ou "l2", como no exemplo para dois agentes
ord	Ord	1'{seq=2,train="l1"}	Variável do Tipo <i>record seq:d * train:L</i> , no exemplo descrito indica que o trem "l1" está na posição 2.

Fonte:Elaborado pelo Autor

Para a abstração e melhor organização e legibilidade da representação na RPC, foram definidos dois níveis hierárquico o nível mais acima da Pista, e o nível mais abaixo o de controle e comando. Cada nível possui um conjunto de módulos que podem ser agrupados em 3 principais funcionalidades, Pista, Controle das Chaves "X" e controle de Ordenação dos vagões "L", como demonstrado na figura 15. Observa-se que para o controle das chaves X, foi definido 4 módulos de controle 1 para cada chave, que são responsáveis por gerenciar em qual posição cada respectiva chave irá estar. No caso do componente de Controle de Ordenação foram definidos 2 módulos, o de "Ordem", responsável por gerar o comando de "Ultrapassagem" ou "Não Ultrapassagem", já o módulo de "Inverter Ordem" é responsável por atualizar as ordem do vagões através da leitura da pista.

A RPC de camada superior é dada pela figura 16, nela é possível verifica a existência de outras sub-redes dada pelas transições *Controle X<sub>1</sub>* a *X<sub>4</sub>* e *Ordem* e *Inverter Ordem*, dadas pelas transições com dupla bordas, que correspondem aos componentes de mais baixa hierarquia modelado através da figura 15.

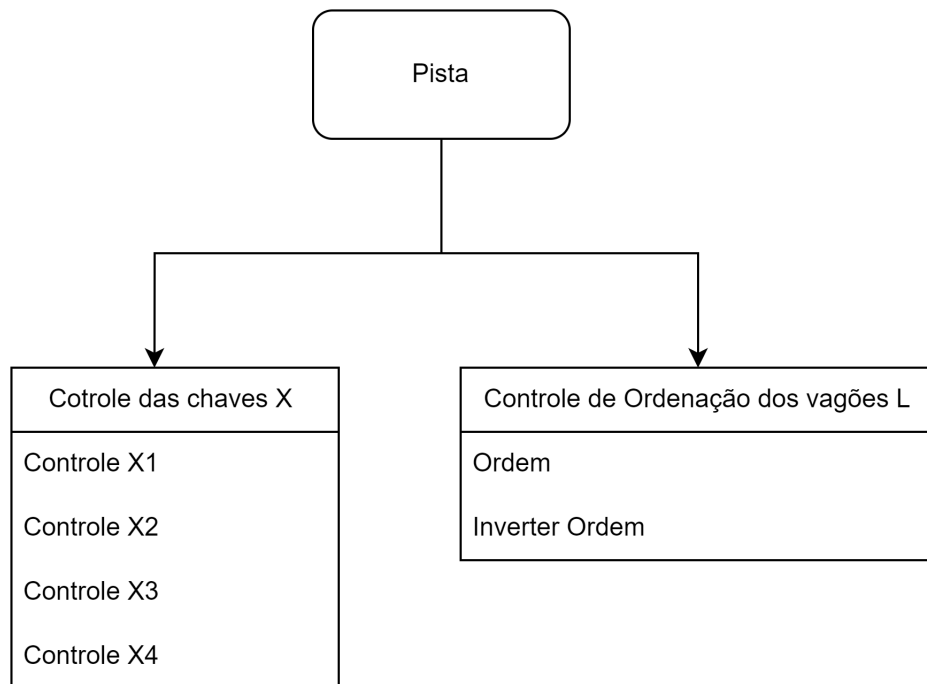
#### 4.3.1.1 Modelagem da Pista

A modelagem da pista foi feito através do conjunto de lugares e transições que representam o movimento e mecanismos pelos quais os vagões iram transitar, a modelagem completa dada pela figura 16 foi dividida em algumas máscaras (representação parcial da rede) para melhor visualização ao longo da sub seção.

A figura 17 demonstra os principais componentes das pista, tal que os lugares de  $d_1$



Figura 15 – Modelo dos Componentes Hierárquicos da RPC



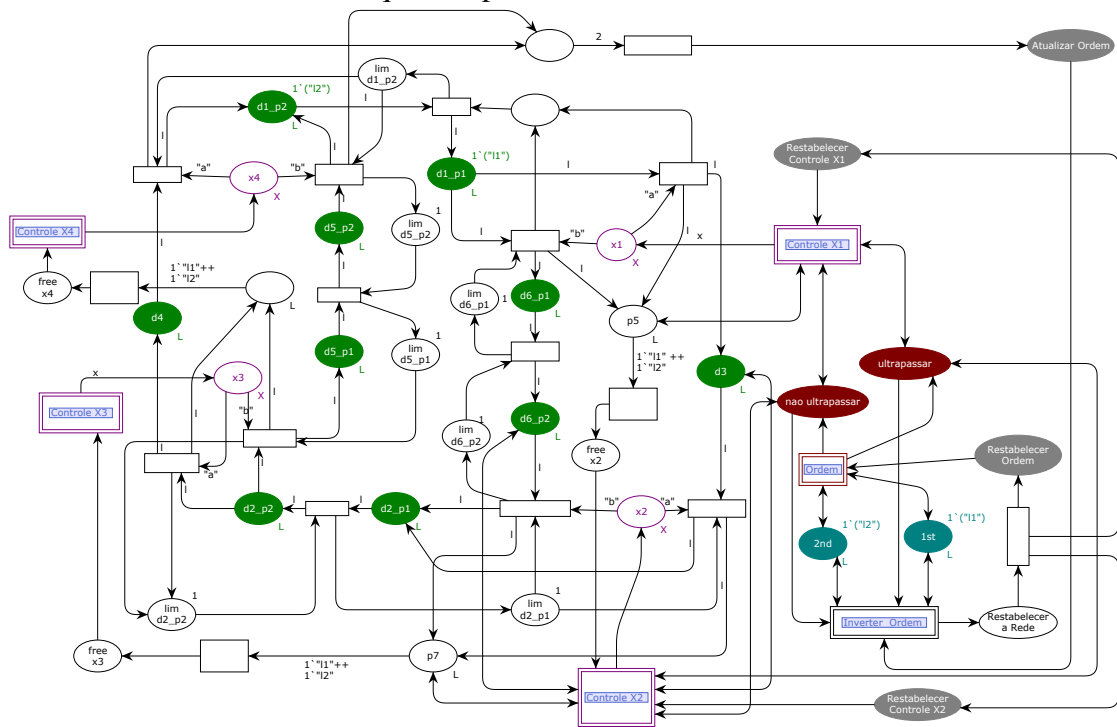
Fonte: Elaborado pelo autor.

a  $d_6$  referem-se as curvas da pista representada na figura 14. Observe que o conjunto de cores nesses lugares são o conjunto  $L$ , indicando que neles transitam as fichas do tipo vagões que podem ser " $l_1$ " ou " $l_2$ " como nos casos do lugar  $d_{1\_p1}$  e  $d_{1\_p2}$  respectivamente. Assim de modo análogo os arcos que referentes a movimentação das fichas do tipo  $L$  são da variável tipo  $l$  que controla os graus de saída e entrada das transições que movimentam os vagões ao longo da pista. Também é modelado os locais de junções e divisões, por exemplo no lugar  $d_{1\_p1}$  que representa a área 1 da pista  $d_1$  nela a pista sofre uma divisão, de modo que o vagão pode ir ou para a curva  $d_6$  ou para a curva  $d_3$  da pista. Os locais de junção ocorrem por exemplo na curva  $d_{2\_p1}$  da pista, em que recebe tanto os vagões que veem da pista  $d_3$ , quanto da pista  $d_6$ .

Para a modelagem da pista também é importante a implementação do conceito limitadores de região, que são lugares que controlam a quantidade de vagões por região, que para níveis de modelagem na RPC são importantes para evitar que dois vagões estejam na mesma região ao mesmo tempo. Os limitadores de região são implementados em algumas regiões como demonstrado na figura 18, de modo que quando o vagão entra em determinada região é retirado uma ficha do lugar  $lim\ d_{x\_py}$ , desabilitando a transição que permite a entrada de um vagão naquela região, tal ficha é devolvida quando o vagão que está sai para outra região.

Por exemplo, note que para que uma ficha entre no lugar  $d_{5\_p2}$  é necessário que haja

Figura 16 – Rede de Nível Hierárquico superior

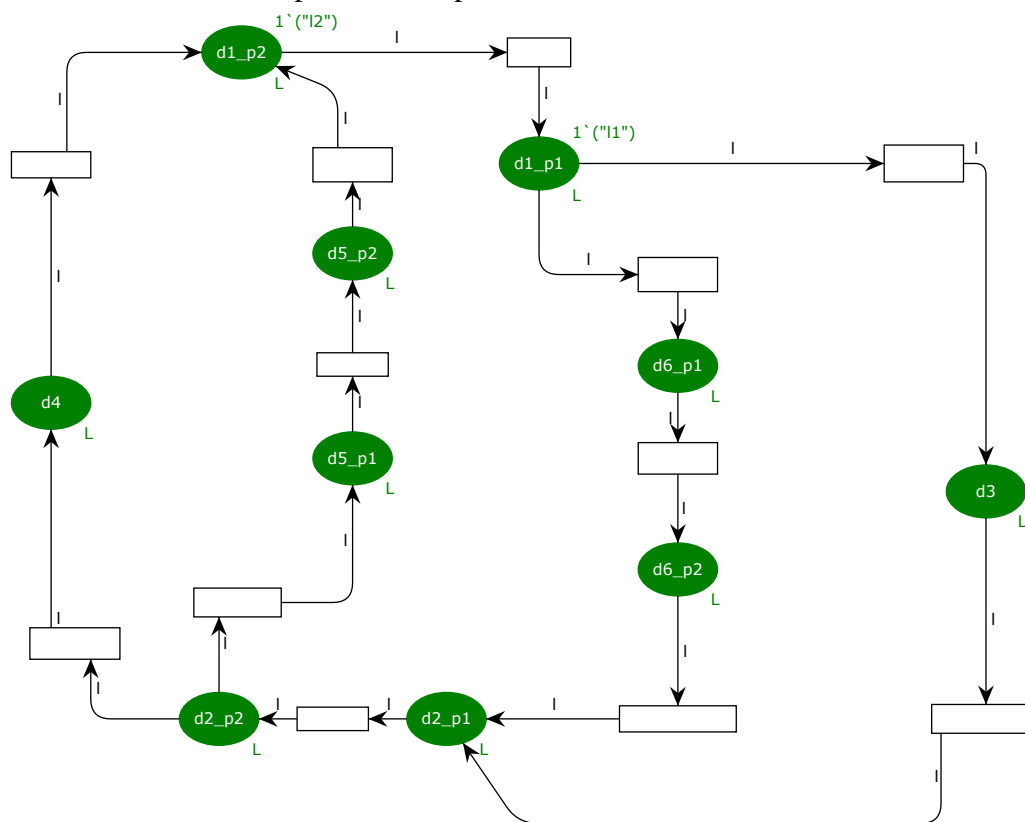


Fonte: Elaborado pelo autor.

uma ficha no lugar  $\lim d5\_p2$ , e que ao entrar nessa região uma ficha é consumida e ao sair a ficha é retornada ao limitador garantido que somente um vagão ocupara aquela região por vez.

Outro conceito fundamental na modelagem de uma RPC é o de reestabelecimento da rede, garantido que ao chegar no final do ciclo de uma volta a rede continue em funcionamento para um número ilimitado de iterações, tal reestabelecimento é demonstrado na figura 19. Note que após a segunda ativação da chave  $X_4$  é dado o comando de atualizar a ordem vigente dos vagões e logo em seguida é dado o comando de *Reestabelecer a Rede*, enviando a ficha para reestabelecer os *Controles*  $X_1$  e  $X_2$  assim como o *Controle de Ordem*.

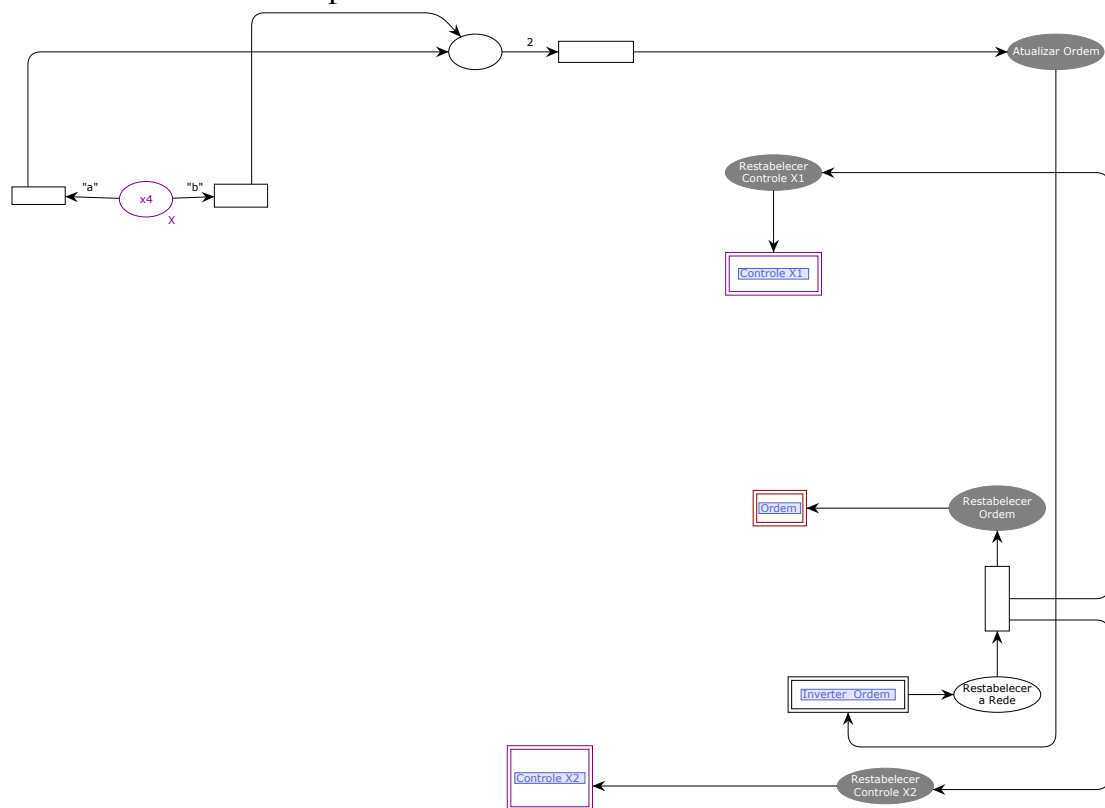
Figura 17 – Máscara dos Componentes da pista na RPC



Fonte: Elaborado pelo autor.



Figura 19 – Máscara dos Componentes de reestabelecimento na RPC



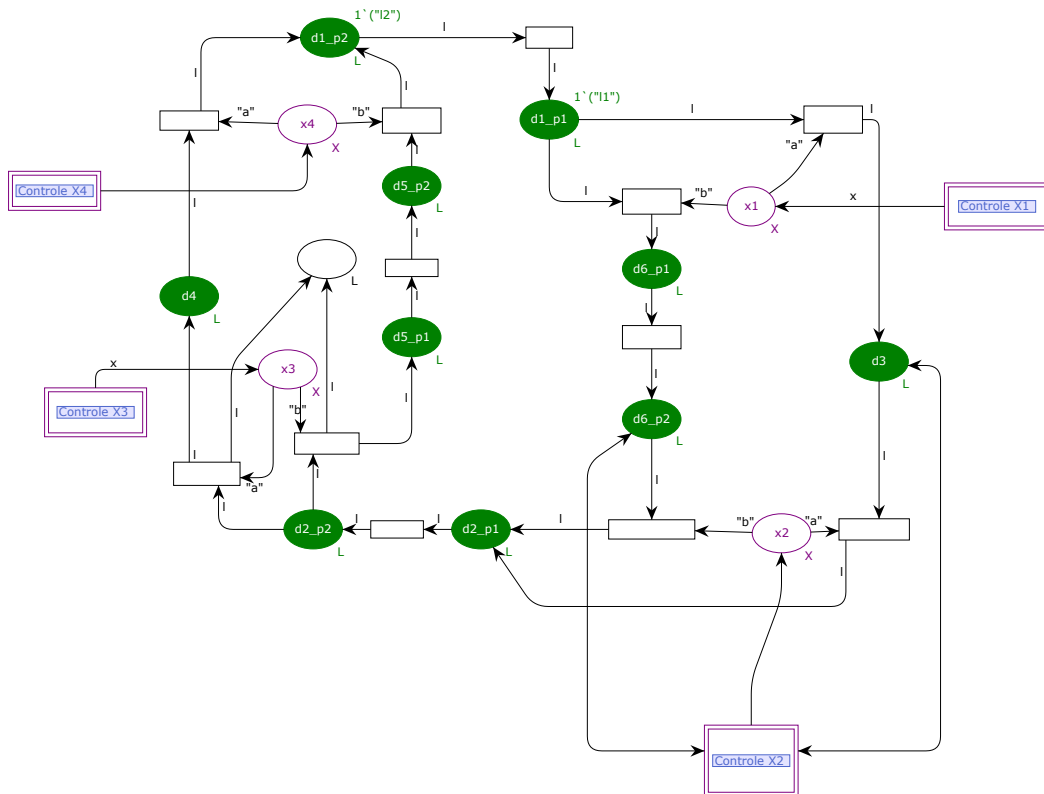
Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.3.1.2 Modelagem Controladores

Considerando o modelo anterior na subseção 4.3.1.1 de organização das pistas a figura 20 representa além dos componentes fundamentais das curvas das pistas  $d_1$  a  $d_6$ , os componentes de chaves  $X$ , com as transições hierárquicas de *Controle*  $X_1$  a *Controle*  $X_4$ . Observe que nos pontos de junção e divisão se encontram os locais  $X_1$  a  $X_4$ , que pertencem ao conjunto  $X$  que podem receber fichas do tipo "a" ou "b" como explicado no quadro 3, tais lugares controlam as condições de acionamento das transições ligadas os arcos de saída.

Por exemplo, dado um ficha "1'( $l_1$ )" no lugar  $d_{1\_p1}$  quem vai definir qual transição será habilita, se para ir para a pista  $d_3$  ou para a pista  $d_6$ , será a ficha no lugar  $x_1$ , que é controlada pela transição hierárquica *Controle*  $X_1$ . Tal que dependendo da ficha que o local  $X$  receber pelos respectivos Controladores será habilitada e desabilitada as transições que ligam as curvas ao longo da pista.

Figura 20 – Máscara dos Componentes da pista com o controle das chaves na RPC



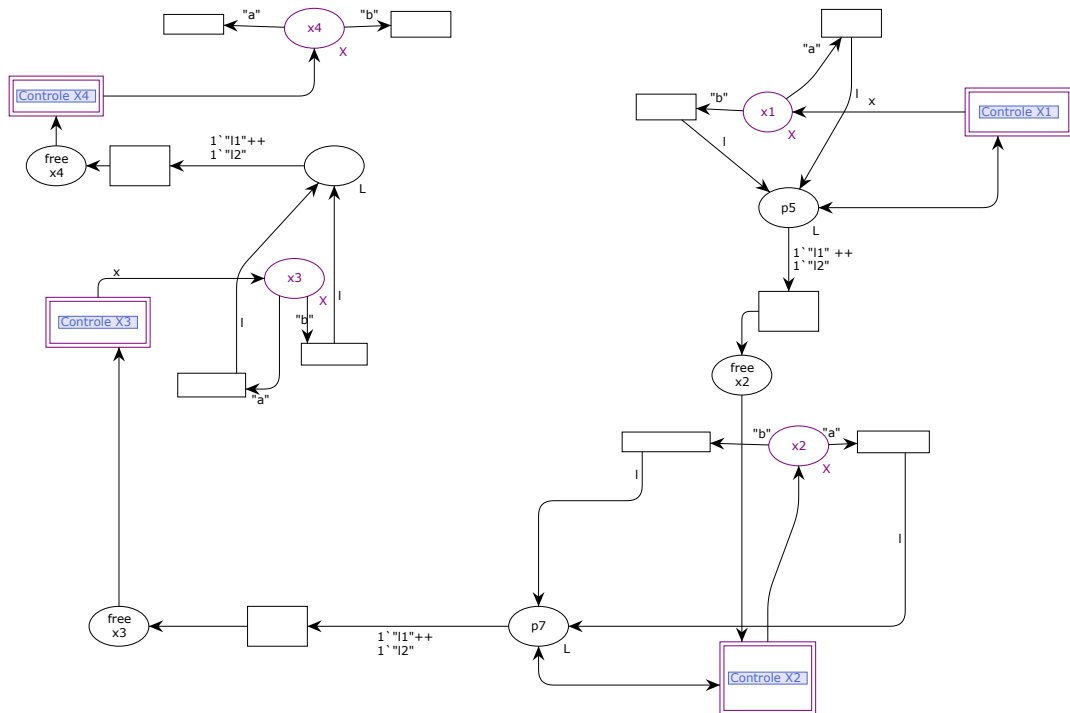
Fonte: Elaborado pelo autor.

Na modelagem dos controladores, é essencial assegurar a comunicação entre os elementos da pista em certos momentos, permitindo que os controladores tomem decisões com

base nas posições dos vagões. Um exemplo dessa comunicação é ilustrado na Figura 21. Em algumas transições conectadas às chaves, a informação sobre qual vagão passou pela região é transmitida à medida que as transições são acionadas. Posteriormente, essas informações são fornecidas, direta ou indiretamente, aos controladores.

Por exemplo, note que nas transições ligadas ao lugar  $X_2$  possuem lugar de saída definida no conjunto  $L$ , de modo que ao passar algum vagão naquela região, a informação de qual vagão passou é processada pelo *Controle*  $X_2$ . Posteriormente ao se passar os dois vagões diferentes a transição ligada ao lugar *free*  $x_3$  é habilitada, transmitindo a informação de que já se passaram aqueles dois tipos de vagões naquela região, para a tomada de decisão do *Controle*  $X_3$ .

Figura 21 – Máscara dos Componentes de controle das chaves e comunicadores na RPC



Fonte: Elaborado pelo autor.

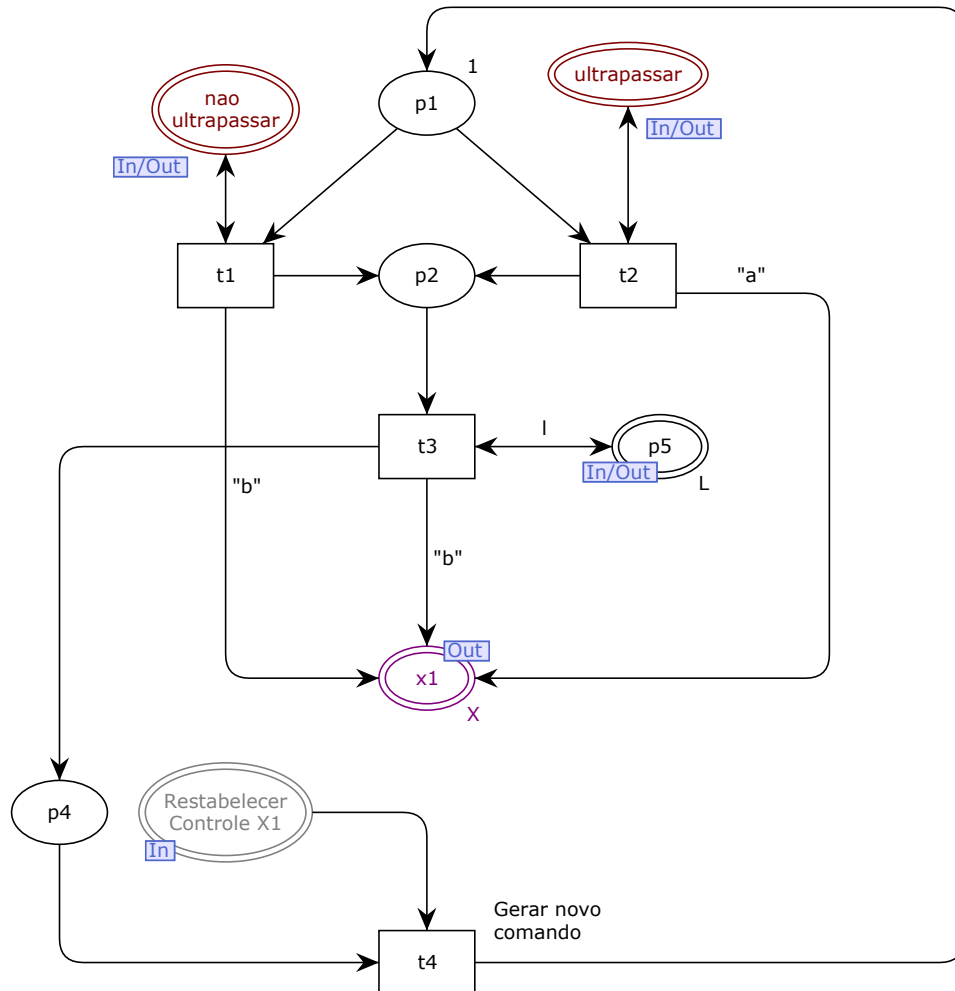
Em um nível hierárquico abaixo do nível da pista, como demonstrado na figura 15 estão os *Controladores*  $x_1$  a  $x_4$ , que serão detalhados a seguir.

O *Controlador*  $X_1$  referente a transição *Controle*  $X_1$  com borda vermelha na figura 21, é demonstrado na figura 22. Note que a rede de Controle de  $X_1$ , possui alguns lugares com subscrição denominadas de *IN*, *OUT* ou *IN/OUT*, que são diretamente relacionadas aos lugares externos a rede, estabelecendo uma comunicação com lugares pertencentes ao nível hierárquico

superior. Alguns lugares como  $x_1$  e  $p_5$  já foram demonstrados na máscara de componentes na figura 21, outros serão demonstrados na subseção 4.3.1.3 referente a modelagem de ordenação dos vagões.

Para o controle do lugar  $X_1$  note que a rede possui inicialmente uma ficha no lugar  $p_1$ , de modo que dependendo do comando de ultrapassar ou não ultrapassar a transição  $t_2$  ou  $t_1$  será acionada, respectivamente. O acionamento primeiro coloca ficha de posição "a" ou "b" na chave  $X_1$  e posteriormente a posição "b" pela transição  $t_3$  pós a passagem do primeiro vagão sinalizada pelo lugar  $p_5$ . Após os dois comandos de posição serem utilizados a rede aguarda o comando externo de restabelece o controle para assim, reiniciar a rede para o estado inicial e começar um novo ciclo.

Figura 22 – Rede referente ao controle hierárquico  $X_1$  na RPC



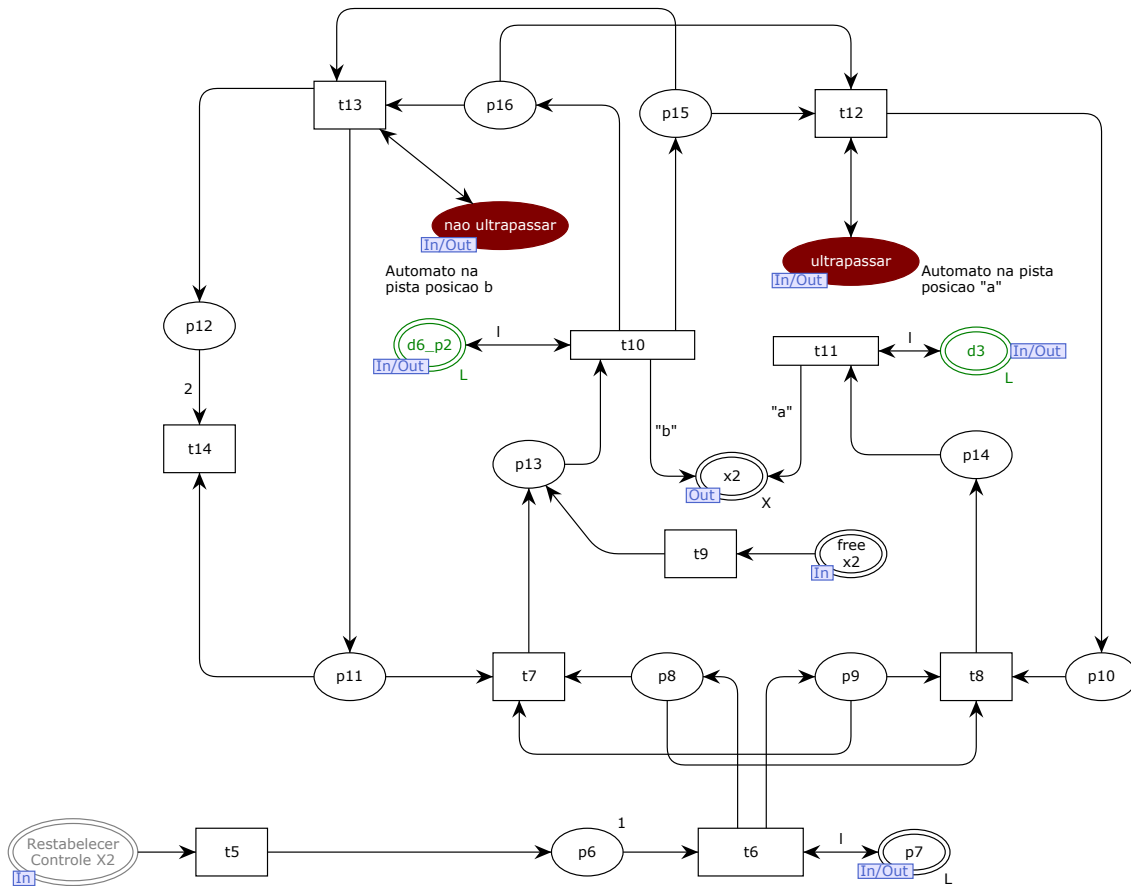
Fonte: Elaborado pelo autor.

A RPC referente a transição *Controle*  $X_2$  é demonstrado na figura 23. Tal controle tem como objetivo primeiramente receber o vagão da pista  $d_6$ , ou seja do menor caminho e



posteriormente, analisar caso tenha tido o comando de ultrapassagem o próximo vagão é esperado na pista  $d_3$ , caso contrário virá novamente pela pista  $d_6$ . Para alcançar tal objetivo primeiramente a estrutura da rede recebe uma ficha vinda da pista de  $free\ x_2$  ativando a transição  $t_9$  que espera o vagão chegar em  $d_6$ , ao ser identificado na curva é liberada primeiramente a ficha para X2 "b". Posteriormente, dependendo do comando relacionado à ultrapassagem é acionado  $t_{13}$  ou  $t_{12}$ , com as fichas respectivamente em  $p_{11}$  ou  $p_{10}$ , é esperado que chegar uma ficha no lugar  $p_7$  indicando que já pode dar o segundo comando para a chave, por fim é dado o comando de posição "a" ou "b" para a chave caso  $t_8$  seja acionado ou  $t_7$ , respectivamente. Ao fim do ciclo a rede espera uma ficha para restabelecer o *Controle X2*.

Figura 23 – Rede referente ao controle hierárquico X2 na RPC

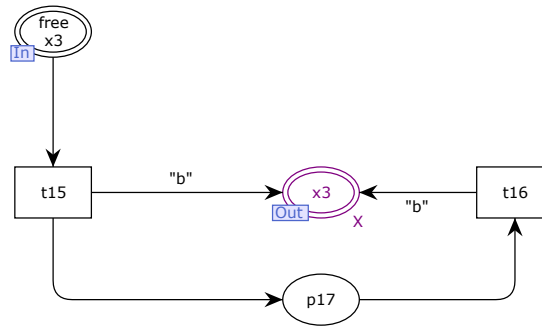


Fonte: Elaborado pelo autor.

A RPC referente ao controlador  $X_3$  e  $X_4$ , possuem estruturas e comportamentos idênticos como demonstrados na figura 24 e 25. Como no escopo da simulação o local de ultrapassagem foi fixado no *Controle X1*, o objetivo do *Controle X3* e *Controle X4* é apenas garantir que uma vez liberado o controle para o controlador através do lugar  $free\ x_3$  ou  $x_4$  seja

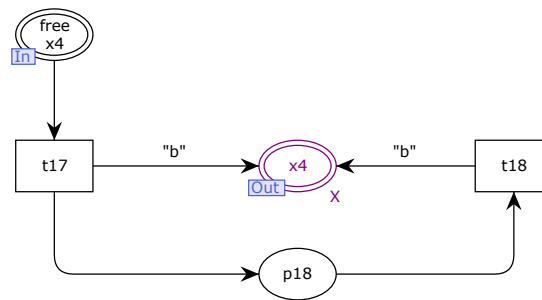
colocada a ficha de posição "b", ou seja o menor caminho para o vagão que vinher.

Figura 24 – Rede referente ao controle hierárquico X3 na RPC



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 25 – Rede referente ao controle hierárquico X4 na RPC

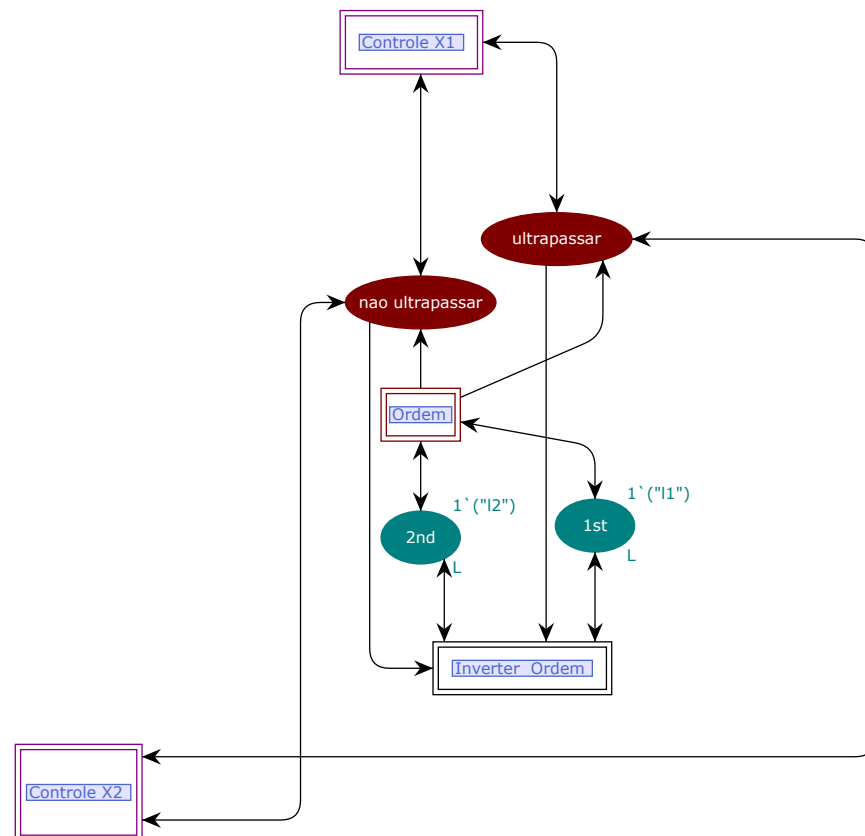


Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.3.1.3 Modelagem Ordenação dos vagões

Na hierarquia trabalhada referente a figura 15, que do modelo hierárquico referente a RPC, será demonstrado agora as redes relacionadas aos comando de coordenação dos vagões. Na camada de cima da hierarquia da pista as transições e lugares de ordem e inversão de ordem possuem comunicação principal com os controladores, como demonstrado na máscara do primeiro nível hierárquico na figura 26. Note que as informações de ultrapassagem e não ultrapassagem tem comunicação contro os *Controladores X1* e *X2* e quem gerencia o primeiro(1<sup>st</sup>) e segundo(2<sup>nd</sup>) lugar são os dois componentes de *Ordem* e *Inversão de Ordem*.

Figura 26 – Máscara de componentes relacionados a ordem na RPC



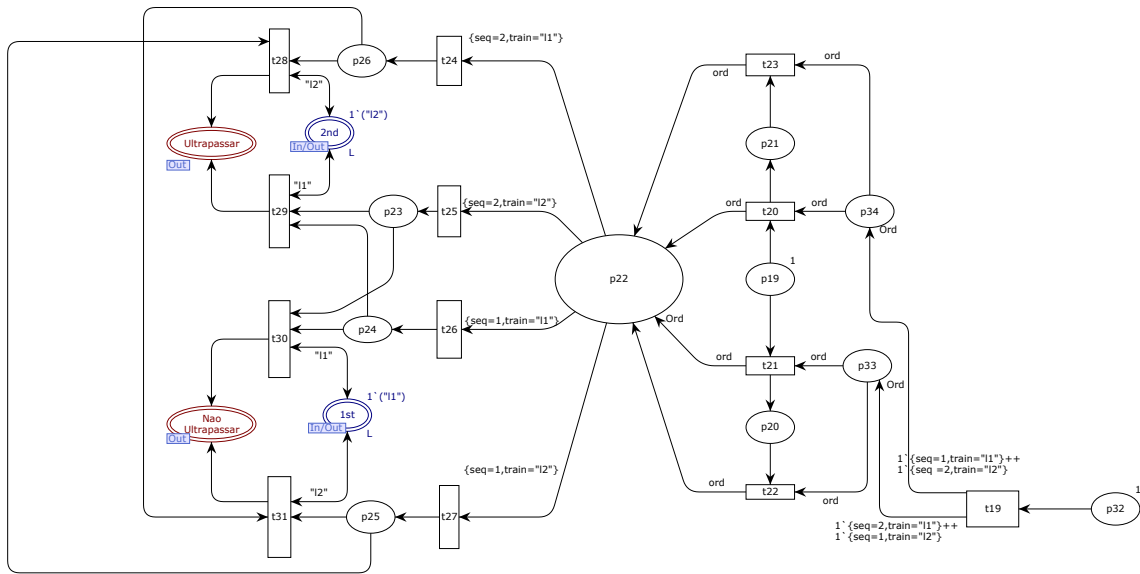
Fonte: Elaborado pelo autor.

A transição hierárquica do componente de *Ordem* é definida através da RPC demonstrada na figura 27, para melhor compreensão a mesma foi dividida em duas máscaras uma de geração de comando e outra de restabelecimento da rede para geração de um novo comando.

Na geração do comando referente a ultrapassagem ou não ultrapassagem a parte

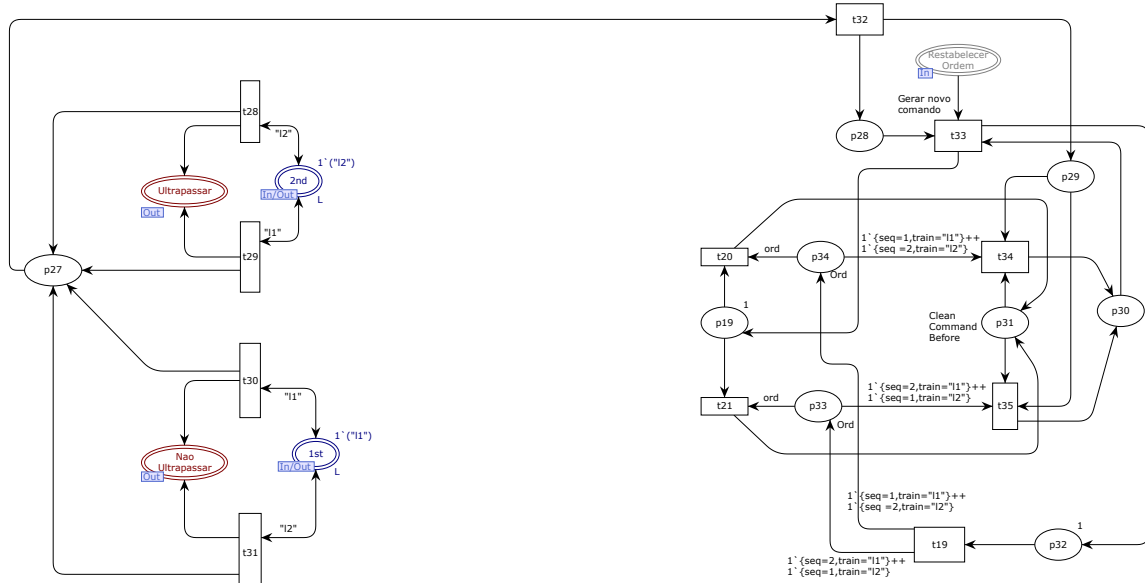


Figura 28 – Máscara referente a geração de comando do componente de Ordem na RPC



Fonte: Elaborado pelo autor.

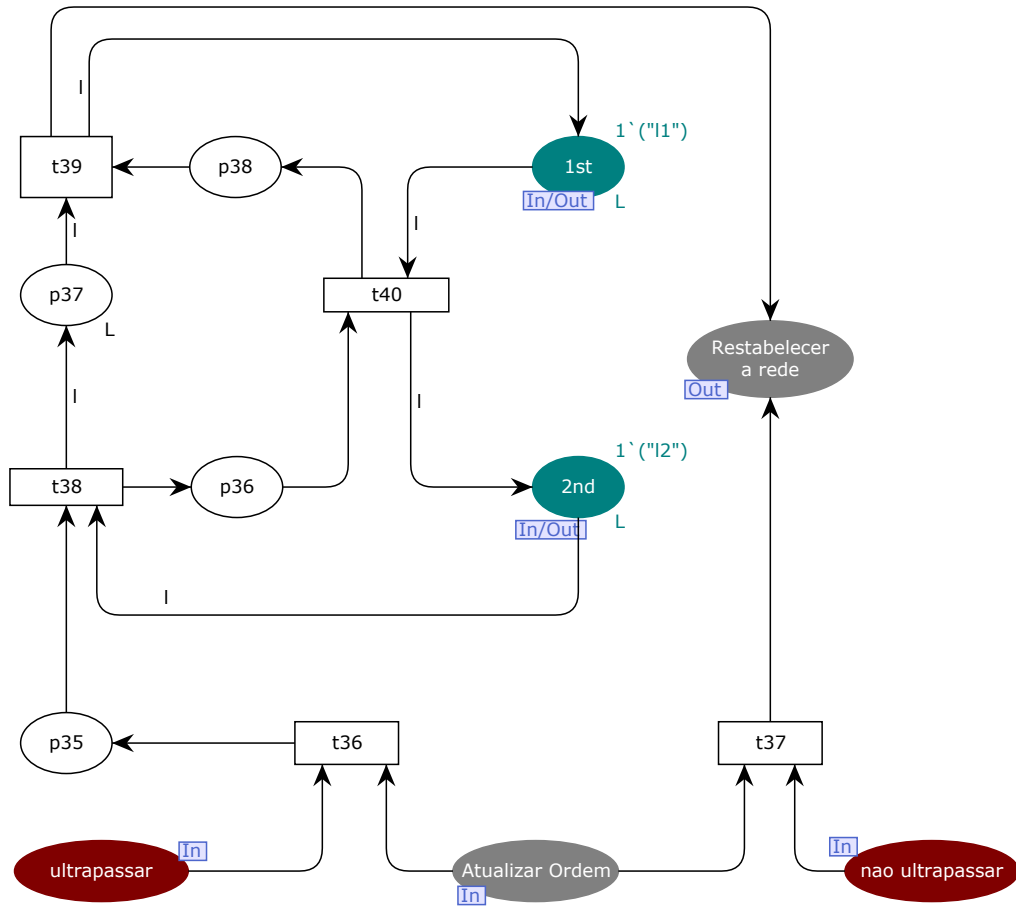
Figura 29 – Máscara referente ao restabelecimento do componente de Ordem na RPC



Fonte: Elaborado pelo autor.

comando de atualizar ordem caso haja uma ficha em ultrapassar, é ativado a transição  $t_{36}$  que tem como objetivo retirar a ficha que estava em  $2^{nd}$  guardar temporariamente em  $p_{37}$  enquanto a ficha que estava em primeiro lugar é transferida para o segundo lugar e por fim é atualizado o primeiro lugar. Caso não tenha ocorrido ultrapassagem a transição  $t_{37}$  é acionada enviando o comando de *Restabelecer a Rede* para a hierarquia a cima.

Figura 30 – Máscara referente ao restabelecimento do componente de Ordem na RPC



Fonte: Elaborado pelo autor.

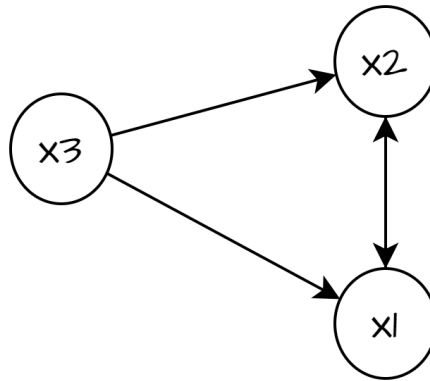
#### 4.3.2 Controle Cooperativo aplicado a Multiagentes

Posteriormente à detalhada modelagem do sistema na seção 4.3.1 que foi definida os principais eventos do sistema, além da arquitetura da rede que gera algumas regras para o deslocamento dos vagões é buscada um controle de nível superior responsável por otimizar a referência de posição de cada vagão. Para o desenvolvimento do controle cooperativo entre os vagões com o objetivo de evitar colisões e promover a otimização das trajetórias é importante garantir que as transições na rede de petri possuem acionamentos praticamente instantâneos não influenciando assim de forma significativa na dinâmica do sistema.

Para a coordenação e intercomunicação entre os agentes e a referência (agente virtual ou líder), foi escolhido o modelado o seguinte grafo 31. Tal que  $x_1$  e  $x_2$ , são os dois agentes da planta e o líder e dado por  $x_3$ . Note, que o grafo é classificado com um *direct tree*, pois existe somente um líder o qual possui grau de entrada nulo, como apresentado na subseção 2.3.2.

Foram formulados dois tipos de problemática para o controle, o primeiro relacionado

Figura 31 – Modelagem do grafo entre agentes



Fonte: Elaborado pelo autor.

aos momentos que acontecem uma situação de ultrapassagem no ciclo de uma volta partindo e chegando em  $d_1$  na pista da figura 14, e o segundo o ciclo de uma volta sem ultrapassagem.

#### 4.3.2.1 Casos de Ultrapassagem

Para a simulação e comportamento do controle por consenso nos casos de ultrapassagem foram escolhidas 4 referências diferentes para demonstrar o comportamento do sistema de acordo com a tabela 1.

referência	trajetória
0.5	$d_1$ para $d_6$ e $d_3$
-0.5	$d_3$ e $d_6$ para $d_2$
-0.2	$d_2$ para $d_5$
0	$d_5$ para $d_1$

Tabela 1 – Escolha de referências ao longo do tempo com inversão de sinal

Para primeira parte do algoritmo de controle cooperativo os valores dos pesos entre agentes, onde o agente  $R$  é considerado como a referência. Posteriormente, define-se a matriz de adjacência  $A$  e a matriz diagonal tal que  $A^T[0]$  corresponde à primeira linha de  $A$  transposta,  $A^T[1]$  à segunda linha e assim por diante, como demonstrado a seguir:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} \text{sum}(A^T[0]) & 0 & 0 \\ 0 & \text{sum}(A^T[1]) & 0 \\ 0 & 0 & \text{sum}(A^T[2]) \end{bmatrix}$$

Para a construção da matriz Laplaciana, o valor final da matriz é determinado de acordo com a

Equação 2.7, resultando no seguinte valor de  $L$ .

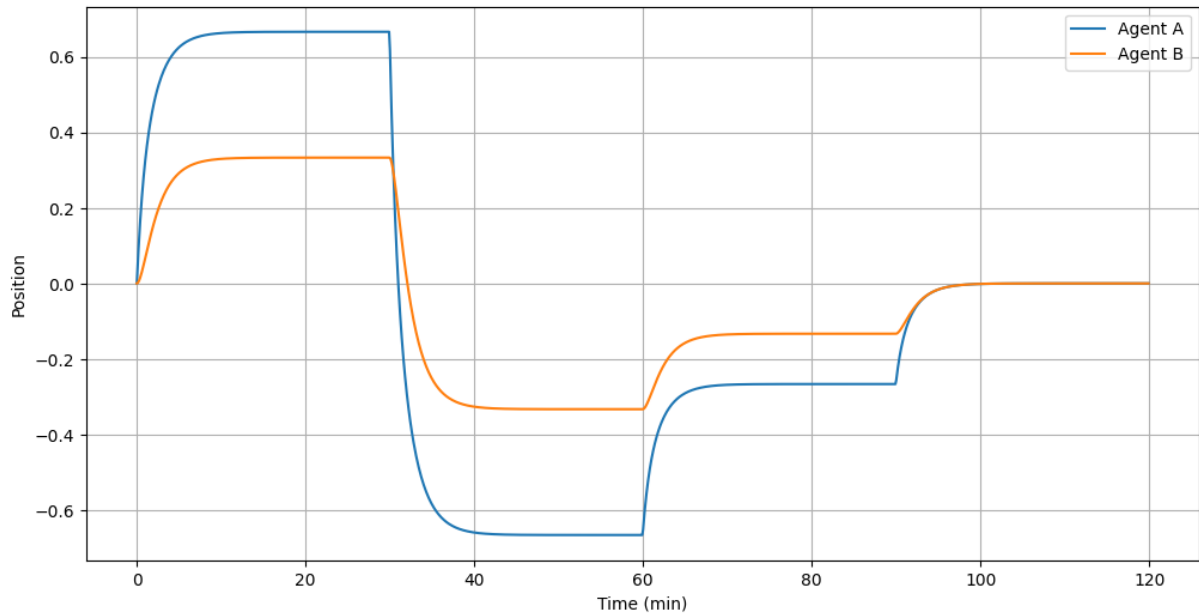
$$L = \begin{bmatrix} \text{sum}(A^T[0]) & -a_{12} & 0 \\ -a_{21} & \text{sum}(A^T[1]) & 0 \\ -a_{31} & -a_{32} & \text{sum}(A^T[2]) \end{bmatrix}$$

Por fim o sistema resultante em espaço de estados é dado pelos seguintes valores de  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ ;

$$A = -L, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, D = 0$$

Por meio da simulação com todos os pesos nos arcos iguais a 0.5 é obtido a seguinte o gráfico da figura 32. Note que inicialmente é praticamente considerado que os dois iniciam praticamente junto e vão se separando no tempo de 0 a 20 minutos, até que ao chegar aproximadamente em torno de 30 segundo a referência é alterada e é feita uma ultrapassagem nos momentos seguintes as colocações se mantêm mas a distância entre os agentes vai cada vez mais diminuindo coma escolha das referências.

Figura 32 – Simulação Caso de Ultrapassagem

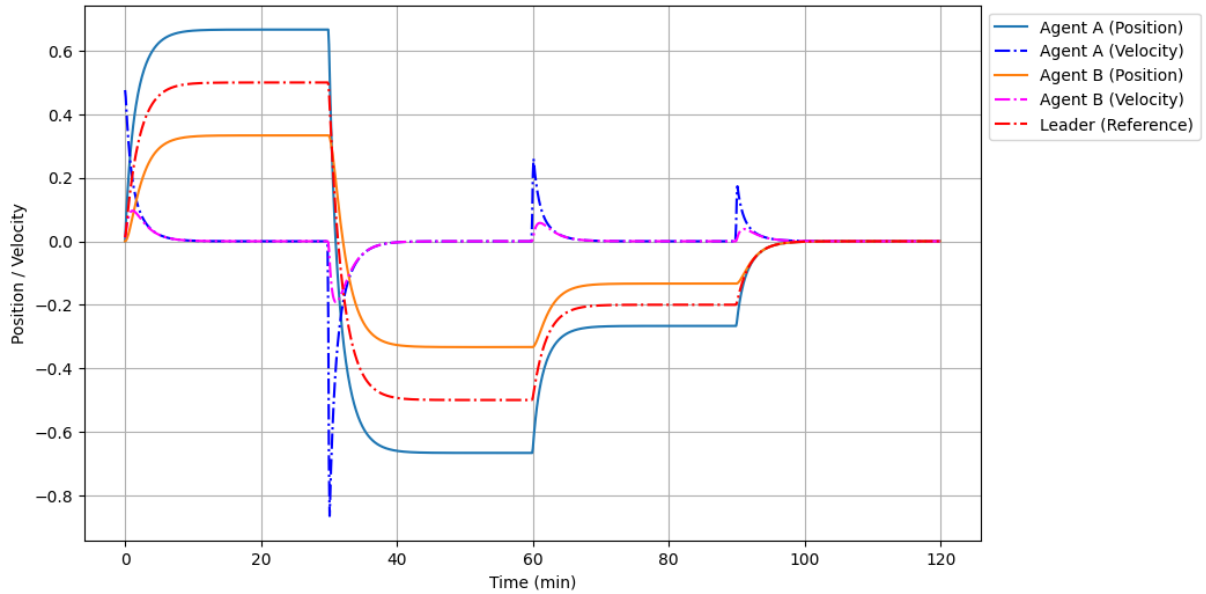


Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir da figura 33 é visualizado o comportamento da velocidade entre os agentes assim como as mudanças de referência, note que mesmo o líder submetido a valores constantes de referência, o sistema gradualmente estabiliza naquele ponto de referência, gerando assim uma mudança de referência mais suave.



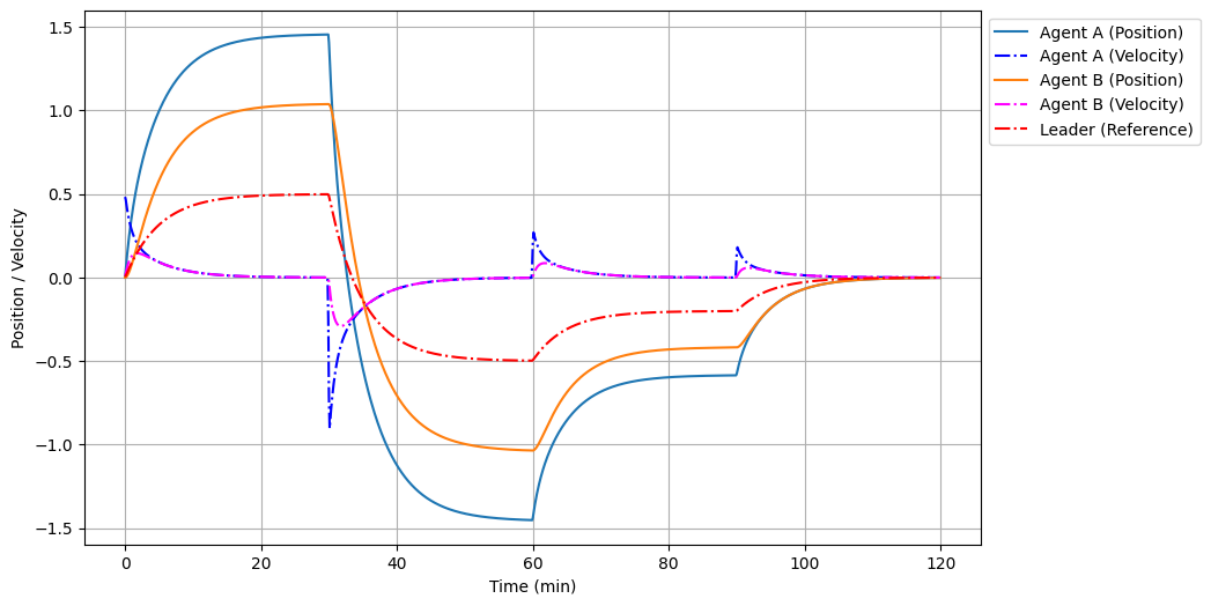
Figura 33 – Análise velocidade Caso de Ultrapassagem



Fonte: Elaborado pelo autor.

Um segundo resultado é obtido diminuindo a em torno de 4x a comunicação com o líder, mas mantendo o mesmo valor de comunicação entre os agentes. Tal exemplo é demonstrada na figura 34, note que para esse caso a formação dos agentes se mantém ao longo de todas as mudanças de referência, o que muda é a velocidade em que os agentes alcançam a velocidade relativa de zero. Na aplicação proposta esse comportamento não é desencorajado uma vez que o foco tem sido o mantimento da formação nos casos de ultrapassagem.

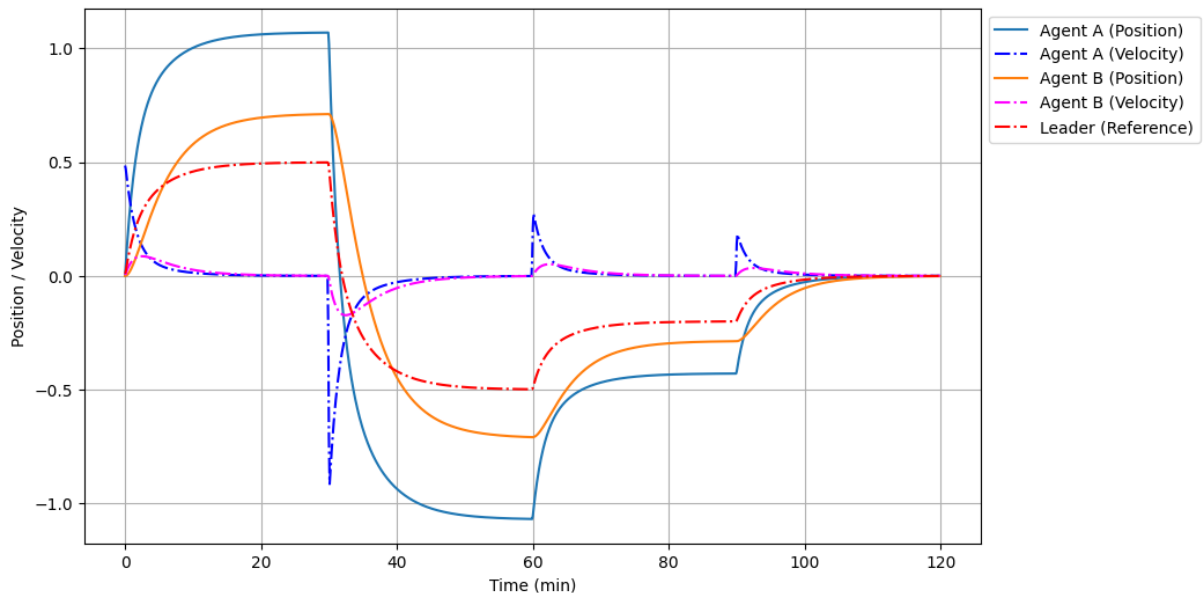
Figura 34 – Análise Diminuição do peso da comunicação com o líder no Caso de Ultrapassagem



Fonte: Elaborado pelo autor.

Ainda na análise com os valores de referência descritos na tabela 1, um importante ponto a ser realçado é que para manter a mesma configuração com a ultrapassagem somente no ponto onde a referência é dada como negativa é importante que o peso dos arcos entre os agentes seja semelhantes, pois a medida que a diferença aumenta a velocidade em que um agente procura a referência é maior que a do outro, podendo ocasionar uma segunda ultrapassagem, exemplo desse comportamento evitado para a aplicação dada é demonstrado na figura 35. Note que o perfil de velocidade se assemelha nos dois casos, mas na posição é possível perceber que em torno de 90 min o agente A vai de encontro a referência do líder mais rapidamente que o Agente B, ocasionando uma segunda ultrapassagem, e de fato para essa simulação o peso do arco do agente A em relação com o líder em relação ao agente B com o líder é em torno de 4x maior.

Figura 35 – Análise pesos muito diferentes na comunicação com o líder Caso de Ultrapassagem



Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.3.2.2 Casos de Não Ultrapassagem

O segundo grupo de simulações é relacionado aos casos onde não é necessário que ocorra ultrapassagem entre os agentes, ou seja a formação inicial seja mantida ao longo das mudanças de referência. Para isso é utilizado os valores de referência de acordo com a a tabela 2

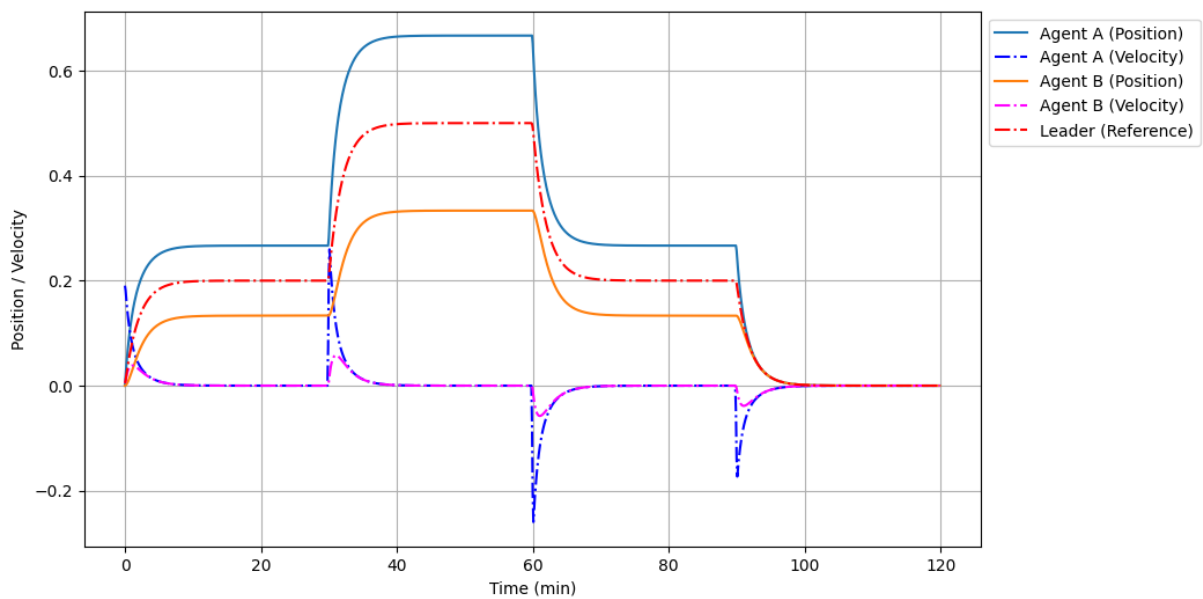
Por meio da simulação com todos os pesos nos arcos iguais a 0.5 é obtido a seguinte o gráfico da figura 36. Note que inicialmente é considerado que os dois iniciam praticamente junto e vão se separando no tempo de 0 a 20 minutos, e em quanto o valor de referência sobe,

referência	trajetória
0.2	$d_1$ para $d_6$ e $d_3$
0.5	$d_3$ e $d_6$ para $d_2$
0.2	$d_2$ para $d_5$
0	$d_5$ para $d_1$

Tabela 2 – Escolha de referências ao longo do tempo sem inversão de sinal

a distância entre eles aumenta até o momento que a referência começa a diminuir. Note que a formação do grupo de agentes se mantém a mesma ao longo de diferentes valores de referência positiva.

Figura 36 – Simulação Caso de não ultrapassagem

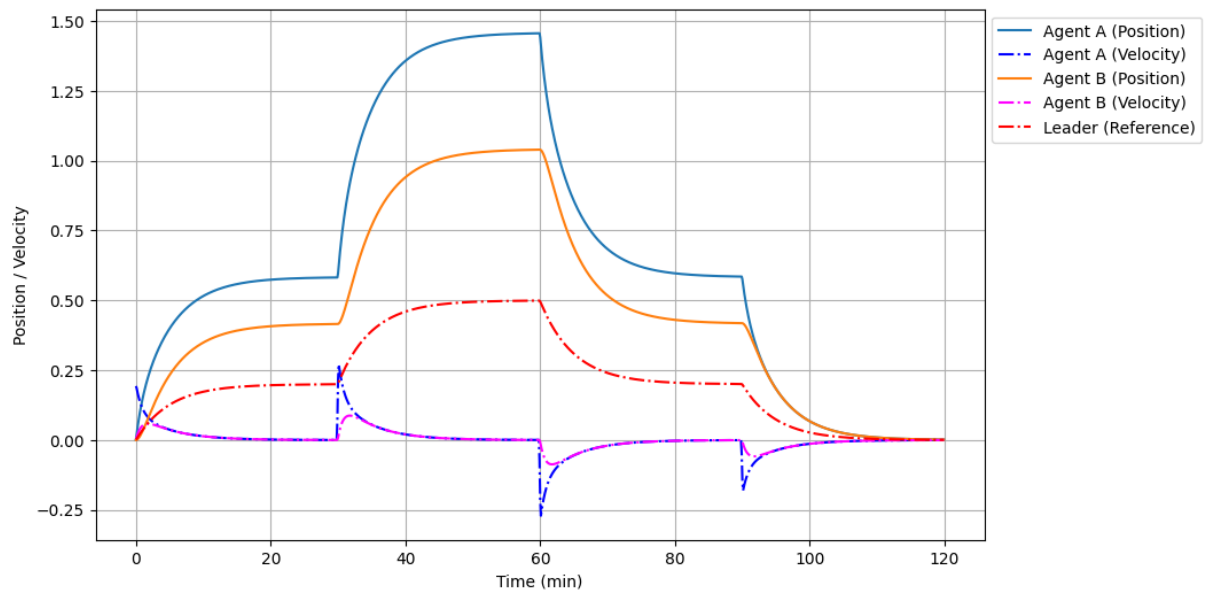


Fonte: Elaborado pelo autor.

De forma análoga um segundo resultado é obtido diminuindo em torno de 4x a comunicação com o líder, mas mantendo o mesmo valor de comunicação entre os agentes. Tal exemplo é demonstrada na figura 37, note que para esse caso a formação dos agentes se mantém ao longo de todas as mudanças de referência, o que muda é a velocidade em que os agentes alcançam a velocidade relativa de zero.

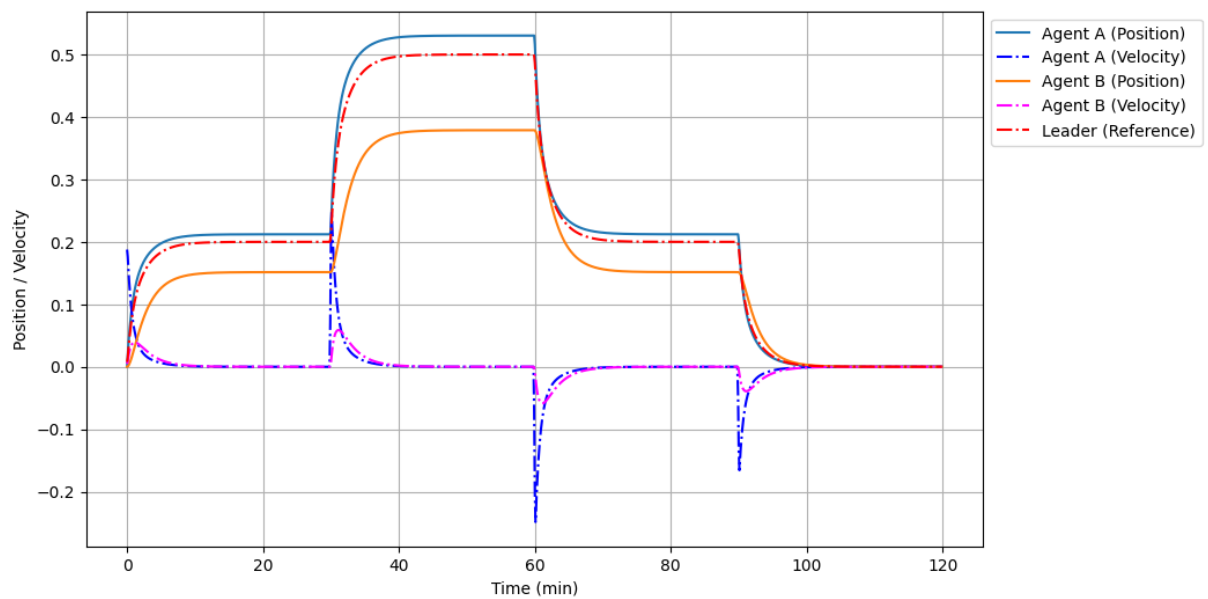
Por fim, para fins de análise, é feito o testes de pesos desbalanceados em relação ao líder, o resultado é demonstrado na figura 38, note que o mesmo tipo de comportamento acontece como demonstrado no caso de ultrapassagem, em que a formação é alterada perto do ponto de referência nula do líder. No caso de manter a formação tal comportamento não é desejado.

Figura 37 – Simulação Caso de não ultrapassagem, diminuição peso comunicação com o líder



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 38 – Simulação Caso de não ultrapassagem, grande diferença peso na comunicação com o líder



Fonte: Elaborado pelo autor.

## 5 CONCLUSÃO

Este trabalho realizou uma abordagem integrada de modelagem e controle em sistemas industriais, utilizando Redes de Petri Colorida e estratégias de controle cooperativo. O método proposto de modelagem e controle foi aplicado a um problema prático<sup>1</sup> envolvendo uma planta industrial, abordando a sincronia e formação de autômatos ao longo de trajetórias definidas. Eventos modelados pela rede de Petri foram utilizados para alterar a formação e os pontos de sincronia do grupo de autômatos.

A implementação de um modelo detalhado da planta industrial por meio de Redes de Petri Colorida mostrou-se eficaz e intuitiva, oferecendo uma visualização hierárquica e orientada a eventos, além de facilitar a comunicação entre os componentes da planta. Assim, as Redes de Petri Colorida destacaram-se como uma ferramenta fundamental na modelagem precisa e abstrata de sistemas complexos, contribuindo para uma compreensão aprofundada e eficiente do funcionamento da planta industrial.

O método de abordagem integrada revelou-se viável e eficiente, especialmente em aplicações com muitos agentes, já que o controle por consenso proporciona uma implementação simples, sem grande demanda matemática, fornecendo a sincronia necessária para a aplicação de uma formação ordenada do grupo de autômatos.

No ponto de vista de robustez e adaptabilidade do sistema, observou-se que cada agente respeita as limitações dos agentes vizinhos, seja ela de posição, de velocidade, evitando assim colisões. Independente da mudança da dinâmica de um agente todo o sistema tem sua dinâmica adaptada, trazendo assim uma sincronia entre os diferentes agentes com diferentes comportamentos ao longo do sistema.

A principal contribuição deste trabalho consistiu no uso da técnica integrada de modelagem e controle que diminui o processamento local em cada agente, deixando assim as lógicas de processamento centralizadas em um sistema supervisorio modelado via rede de petri, além de uma lógica de controle de baixo custo computacional. Todavia é necessário ainda haver uma ótima comunicação entre os agentes, pois a base do controle é dada pela sincronia entre os estados do agente vizinho.

---

<sup>1</sup> Todas os códigos estão disponíveis em [https://github.com/Davidap041/Master\\_Dissertation.git](https://github.com/Davidap041/Master_Dissertation.git)

## REFERÊNCIAS

- CARDOSO, J.; VALLETE, R. **Redes de Petri**. Florianópolis, SC: [S. n.], 1997.
- CASSANDRAS, C. G.; LAFORTUNE, S. **Introduction to Discrete Event Systems**. 3. ed. Springer Cham, 2021. XXVI, 804 p. ISBN 978-3-030-72272-2 Hardcover. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-3-030-72274-6>.
- CENA, C. G.; CARDENAS, P. F.; PAZMINO, R. S.; PUGLISI, L.; SANTONJA, R. A. A cooperative multi-agent robotics system: Design and modelling. **Expert Systems with Applications**, v. 40, n. 12, p. 4737–4748, 2013. ISSN 0957-4174. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417413000791>.
- FARINELLI, A.; IOCCHI, L.; NARDI, D.; ZIPARO, V. Assignment of dynamically perceived tasks by token passing in multirobot systems. **Proceedings of the IEEE**, v. 94, n. 7, p. 1271–1288, July 2006. ISSN 1558-2256.
- FIGAT, M.; ZIELIŃSKI, C. Robotic system specification methodology based on hierarchical petri nets. **IEEE Access**, v. 8, p. 71617–71627, 2020.
- HSIEH, F.-S. Developing cooperation mechanism for multi-agent systems with petri nets. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 22, n. 4, p. 616–627, 2009. ISSN 0952-1976. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0952197609000554>.
- JENSEN, K.; KRISTENSEN, L. **Coloured Petri Nets: Modelling and Validation of Concurrent Systems**. [S. l.: s. n.], 2009. ISBN 978-3-642-00283-0.
- LIN, X.; LIANG, Z.; SHEN, L.; ZHAO, F.; LIU, X.; SUN, P.; CAO, T. Reinforcement learning method for the multi-objective speed trajectory optimization of a freight train. **Control Engineering Practice**, v. 138, p. 105605, 2023. ISSN 0967-0661. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066123001740>.
- MIYAMOTO, T.; HORIGUCHI, K. Modular reachability analysis of petri nets for multiagent systems. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems**, v. 43, n. 6, p. 1411–1423, 2013.
- PAIVA, D. A.; VASCONCELOS, F. J. d. S.; FILGUEIRAS, I. d. A. G.; CORREIA, W. B. A simple procedure for modeling and identification of a test bench 4-dof manipulator. In: SOCIEDADE BRASILEIRA DE AUTOMÁTICA (SBA) AND GALOÁ SCIENCE. **Congresso Brasileiro de Automática**. Online: Galoá, 2020. (CBA2020, 1), p. 1050. ISSN 2525-8311. Aparece nas coleções: DEEL - Trabalhos apresentados em eventos. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/65012>.
- PETERSON, J. L. **Petri net theory and the modeling of systems**. [S. l.]: Prentice-Hall, 1981. ISBN 0136619835, 9780136619833.
- VASCONCELOS, F. J. S.; LEITE, G. C.; NETO, G. B. F.; CORREIA, W. B.; AGUIAR, V. P. B.; PAIVA, D. A. Anfis identification applied to a reservoir level liquid system. In: **2021 9th International Conference on Control, Mechatronics and Automation (ICCMA)**. [S. l.: s. n.], 2021. p. 135–140.

WANG, P.; GOVERDE, R. M. Multi-train trajectory optimization for energy efficiency and delay recovery on single-track railway lines. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 105, p. 340–361, 2017. ISSN 0191-2615. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0191261517300711>.

WENZELBURGER, P.; ALLGÖWER, F. A petri net modeling framework for the control of flexible manufacturing systems. **IFAC-PapersOnLine**, v. 52, n. 13, p. 492–498, 2019. ISSN 2405-8963. 9th IFAC Conference on Manufacturing Modelling, Management and Control MIM 2019. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896319310596>.