

Matemática discreta - Examen Final
Curso 2023-2024

Nombre y apellidos: _____ Grupo: _____

1. Sea D el conjunto de las MT que dada una entrada en unario computan una salida en unario o no paran, vistas como función de $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ cuando la máquina no para para alguna entrada se considera que la función no es total. Definamos D_P como las máquinas de D tales que cumplen una propiedad P , no trivial (existe al menos una función que la cumple y al menos una que no). Demuestre que D_P no es decidible.
2. Diseñe una MT que recibe una cadena de $\{a, b, c\}^*$ y devuelva una cadena con los caracteres modales (aquellos que aparecen el mayor número de veces).
3. Sea $L^{(1)} = \{xyz | y \in L, xz \in L\}$ y $L^{(n)} = \{xyz | y \in L, xz \in L^{(n-1)}\}$. Pruebe que si L es regular $L^{(n)}$ también lo es cualquiera sea n .
4. Demuestre que si en un grafo G de orden n , para cada par de vértices distintos $u, v \in V(G)$ se cumple $\deg(v) + \deg(u) \geq n - 1$, entonces G es conexo.
5. Sea G un grafo de orden n tal que posee un subgrafo G' de orden n que es bipartito completo. Sean A y B las partes de G' . $|A| = n_1$, $|B| = n_2$ y $d = \min(\delta(A), \delta(B))$. Demuestre que:

$$\chi(G) \geq 1 + \frac{n_1 n_2 - d^2}{(n + d)^2}$$