

Matemática discreta - Examen extraordinario  
Curso 2023-2024

Nombre y apellidos: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

1. Sea  $L$  el lenguaje de todas las máquinas de Turing que para toda entrada  $x$  en binario, computan exactamente la función  $x^2$ , demuestre que  $L$  es no decidible.
2. Demuestre que los autómatas finitos no deterministas definen exactamente el mismo conjunto de lenguajes que los finitos deterministas.
3. Demuestre que si existe una máquina de Turing que computa una función  $f$  total de  $N \rightarrow N$  (dado una entrada, cuando para, deja en la cinta la salida), también existe una máquina de Turing que para siempre y dado un par  $(x, y)$ , termina en un estado final si y solo si  $y = f(x)$ .
4. Demuestre que  $G$  o  $G^c$  es conexo.
5. Demuestre que  $X(G) \leq \frac{1}{2}(1 + \sqrt{8m + 1})$  para cualquier grafo  $G$  de tamaño  $m$ .
  - a) Pruebe que dicha cota es ajustada.