Matemática discreta - Examen Final
Curso 2023-2024

Nombre y apellidos: ______________________________ Grupo: ________

1. Construya una MT que reciba un número n en unario y devuelva 2^n en unario.

2. La Distancia de Hamming entre dos cadenas de bits x e y (notación: H(x,y)) es el número de lugares en que estas difieren. Por ejemplo, H(011,110) = 2. (Si $|x| \neq |y|$, entonces la distancia de Hamming es infinita.) Si x es una cadena y A es un conjunto de cadenas, la distancia de Hamming entre x y A es la distancia de x a la cadena de A más cercana:

$$H(x, A) \stackrel{def}{=} \min_{y \in A} H(x, y)$$

   Para cualquier conjunto $A \subseteq 0, 1^*$ y $k \geq 0$, se define:

$$N_k(A) \stackrel{def}{=} \{x | H(x, A) \leq k\}$$

   El conjunto de cadenas con distancia de Hamming al menos k de A. Por ejemplo $N_0(\{000\}) = \{000\}, N_1(\{000\}) = \{000, 001, 010, 100\}, N_2(\{000\}) = \{0, 1\}^3 - \{111\}$.

   Demuestre que si $A \subseteq$ 0,1* es regular, entonces también lo es $N_k(A)$.

3. Se dice que una MT (A) es *pedantic* sobre una entrada (x) si para todo par de índices (i, j) de la cinta modificados durante la ejecución de A con x como entrada son también modificados todos los índices entre i y j. Pruebe que *pedantic* es no decidible.

4. Sea G un grafo conexo de orden n y k entero positivo tal que $k < n$. Demuestra que si para cada par de vertices no adyacentes x, y se tiene que $deg(x) + deg(y) \geq k$, entonces existe en G un camino simple de longitud k.

5. Sea G tal que $|V(G)| = n \geq 3$. Demuestre que G es 2-conexo si y solo si para cualesquiera dos vertices de G, existe un ciclo simple que los contiene