

TP n°1

Cinématiques directe et inverse

1 Introduction

On propose d'étudier la modélisation géométrique et cinématique d'un bras manipulateur développé par le *Laboratoire de Robotique Interactive* du *CEA List* (Fig. 1). Ce robot, dont la chaîne cinématique est de type série, comporte 6 articulations rotoïdes (j_i avec $i = 1, \dots, 6$).

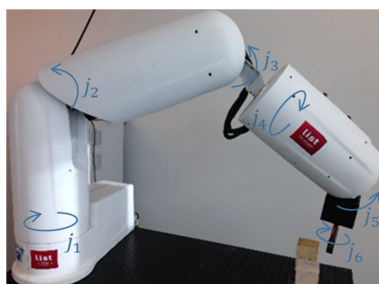


FIGURE 1 – Prototype de bras robotique poly-articulé du *CEA-LIST*.

Les valeurs numériques des paramètres du robot, nécessaires à la réalisation de ce TP, sont renseignées dans le tableau 1.

Il est nécessaire de disposer de l'outil logiciel *MatlabTM* pour pouvoir traiter ce sujet.

2 Modèle géométrique direct

Q1 Compléter la figure 2 donnant les repères attachés aux corps successifs du robot selon la convention DHM.

Q2 Compléter le tableau donnant les paramètres géométriques du robot.

i	α_i	d_i	θ_i	r_i
1	?	?	?	?
2	?	?	?	?
3	?	?	?	?
4	?	?	?	?
5	?	?	?	?
6	?	?	?	?

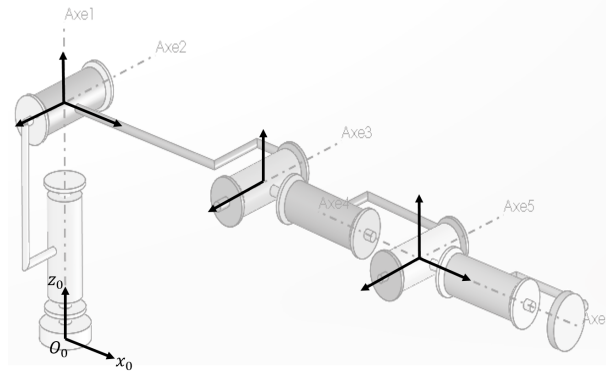


FIGURE 2 – Description de la géométrie du robot.

Q3 Programmation de la fonction calculant le MGD du robot :

1. Écrire une fonction générique *CalculTransformationElem* ($\alpha_i, d_i, \theta_i, r_i$) retournant la matrice de transformation homogène \bar{g} entre deux repères consécutifs ;
2. Écrire une fonction *CalculMGD* (α, d, θ, r) qui calcule le MGD d'un robot quelconque en chaîne ouverte simple prenant comme argument d'entrée les vecteurs de paramètres géométriques du robot (α, d, θ, r) ;
3. A partir des résultats de la question Q2, calculer la matrice de transformation homogène \bar{g}_{0E} donnant la position et l'orientation du repère terminal \mathcal{R}_E attaché à l'organe terminal du robot dans le repère de base \mathcal{R}_0 (\mathcal{R}_E est défini par une translation du repère \mathcal{R}_6 d'une distance r_E selon l'axe z_6).

Q4 Que valent les positions P_x, P_y, P_z et les paramètres liés à l'orientation $R_{n,q}$ (n vecteur directeur et $q \in [0, \pi]$ l'angle de rotation tels que $R_{n,q} = R_{0E}$) du repère terminal lorsque les configurations articulaires $q = [q_1, \dots, q_6]^t$ valent $q_i = [-\frac{\pi}{2}, 0, -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}]^t$ et $q_f = [0, \frac{\pi}{4}, 0, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, 0]^t$?

Q5 Proposer une fonction *VisualisationRepere* (q) qui retourne une visualisation des position et orientation du repère terminal \mathcal{R}_E par rapport au repère de base \mathcal{R}_0 pour les configurations q_0 et q_f ?

3 Modèle cinématique direct

Q6 Écrire une fonction *CalculJacobiennne* (α, d, θ, r) retournant la matrice jacobienne 0J (calculée par la méthode des compositions de vitesse).

Pour rappel, la matrice jacobienne exprime les vitesses des coordonnées opérationnelles du repère terminal dans \mathcal{R}_0 pour une configuration q donnée

en fonction des vitesses articulaires :

$${}^0\mathcal{V}_{0,E}(0_E) = \begin{bmatrix} {}^0V_{0,E}(O_E) \\ {}^0\omega_{0,E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^0J_v(q) \\ {}^0J_\omega(q) \end{bmatrix} \dot{q} = {}^0J(q) \dot{q}$$

Que valent les torseurs cinématiques en O_E évalués en $q = q_i$ et $q = q_f$ à la vitesse articulaire $\dot{q} = [0.5, 1.0, -0.5, 0.5, 1.0, -0.5]^t$?

Q7 Dans la suite de l'étude, on restreint l'étude des vitesses opérationnelles du repère terminal aux seules vitesses de translation via ${}^0J_v(q)$.

Qualifier la transmission des vitesses entre les espaces articulaire et opérationnel pour les configurations q_i et q_f correspondantes : quelle est la direction privilégiée pour transmettre une vitesse dans l'espace opérationnelle lorsque la configuration du bras manipulateur vaut q_i ? Idem pour q_f ? Que valent les manipulabilités en vitesse correspondantes ?

Sur la figure obtenue à la question **Q5** montrant les repères dans l'espace opérationnel, tracer les ellipsoïdes¹ de vitesse correspondantes aux configurations q_i et q_f .

4 Modèle géométrique inverse

Q8 Dans cette étude, la résolution du MGI est envisagée numériquement en exploitant le modèle différentiel inverse. Par ailleurs, on restreint l'étude à la seule position du repère terminal du robot dans l'espace opérationnel (pas de contrainte sur l'orientation du repère terminal).

En utilisant une procédure itérative exploitant la pseudo-inverse de la matrice jacobienne, programmer une fonction $q^* = MGI(X_d, q_0, k_{max}, \epsilon_x, \alpha_{step})$ ayant comme argument d'entrée la position opérationnelle X_d désirée, la condition initiale q_0 et la taille du pas α_{step} , le nombre maximal d'itérations k_{max} de l'algorithme, ainsi que la norme de l'erreur cartésienne tolérée $\|X_d - f(q_k)\| < \epsilon_x$, définissent les critères d'arrêt de l'algorithme.

Calculer q^* lorsque la fonction est appelée avec les arguments suivant :

1. $X_d = X_{d_i} = (-0.1, -0.7, 0.3)^t$, $q_0 = [-1.57, 0.00, -1.47, -1.47, -1.47, -1.47]$, $k_{max} = 100$, $\alpha_{step} = 0.005$, $\epsilon_x = 1\text{mm}$?
2. $X_d = X_{d_f} = (0.64, -0.10, 1.14)^t$, $q_0 = [0, 0.80, 0.00, 1.00, 2.00, 0.00]$, $k_{max} = 100$, $\alpha_{step} = 0.005$, $\epsilon_x = 1\text{mm}$?

Vérifier l'exactitude du résultat en vous aidant de la fonction calculée en **Q3**.

5 Modèle cinématique inverse

Q9 Dans cette question, la trajectoire de l'organe terminal à suivre dans l'espace opérationnel doit permettre d'atteindre, de manière rectiligne dans

1. On pourra utiliser les fonctions *ellipsoid* et *rotate* fournies par *Matlab*TM.

l'espace opérationnel, la position finale désirée X_{d_f} à partir de la position initiale X_{d_i} . Ce mouvement rectiligne est effectué à vitesse constante $V = 1m.s^{-1}$ et est échantillonné à une période $T_e = 1ms$. La position de l'organe terminal à l'instant kT_e est noté X_{d_k} . La configuration initiale du robot est donnée par q_i (figurant à la question **Q4**).

A partir du modèle cinématique différentiel inverse, proposer une fonction $MCI(X_{d_i}, X_{d_f}, V, T_e, q_i)$ capable de réaliser le transformateur de coordonnées nécessaire pour fournir aux asservissements des axes la série de valeurs de consignes q_{d_k} correspondant aux X_{d_k} . Pour cela, après avoir programmé la loi horaire correspondante au mouvement demandé, vous pourrez faire appel à la fonction développée à la question **Q8** capable de calcul le MGI itératif à partir de la pseudo-inverse de la matrice jacobienne.

Sur la figure obtenue à la question **Q4**, superposer la trajectoire de consigne constituée de la suite des positions X_{d_k} à faire suivre à l'organe terminal. A l'aide de la fonction $VisualisationRepere(q_{d_k})$, afficher sur la même figure la suite des repères \mathcal{R}_E pour quelques configurations q_{d_k} . Commenter la trajectoire réellement suivie par l'organe terminal.

Q10 Tracer l'évolution temporelle des variables articulaires q_1 à q_6 calculées à la question précédente. Pour chaque variable articulaire, superposer graphiquement les valeurs extrémales admissibles qui correspondent aux butées articulaires :

$$q_{min} = \left[-\pi, -\frac{\pi}{2}, -\pi, -\pi, -\frac{\pi}{2}, -\pi \right]$$

et

$$q_{max} = \left[0, \frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$$

Commenter les évolutions des variables articulaires obtenues à la question précédente.

Q11 Dans cette question, nous modifions l'algorithme développé à la question **Q9**. Nous souhaitons prendre en compte l'éloignement des valeurs prises par les variables articulaires par rapport à leurs butées dans le calcul du modèle cinématique inverse. Pour cela, développer une nouvelle fonction $MCIbutees(X_{d_i}, X_{d_f}, V, T_e, q_i, q_{min}, q_{max})$ qui considère une tâche secondaire visant l'éloignement des butées articulaires q_{min} et q_{max} . Par la technique du gradient projeté dans le noyau de ${}^0J_v(q)$, vous considérerez la minimisation de la fonction potentielle suivante :

$$H_{but.}(q) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{q_i - \bar{q}_i}{q_{max} - q_{min}} \right)^2 \quad \text{où } \bar{q}_i = \frac{q_{max} - q_{min}}{2}$$

Tracer la nouvelle évolution temporelle des variables articulaires q_1 à q_6 pour la trajectoire de consigne donnée à la question **Q9**. Commentez les valeurs prises par les variables articulaires.

Annexe

Paramètres	Valeurs numériques	Grandeurs
d_3	$0.7m$	Paramètre géométrique
r_1	$0.5m$	Paramètre géométrique
r_4	$0.2m$	Paramètre géométrique
r_E	$0.1m$	Paramètre géométrique

TABLE 1 – Données numériques du robot.