
ESERCIZI DI
FISICA GENERALE PER LA
FACOLTÀ DI SCIENZE FARMACEUTICHE

IN PREPARAZIONE AL CORSO *FISICA E INFORMATICA*

SCRITTO DA
DAVIDE MARIA
TAGLIABUE

*UNIVERSITÀ DEGLI STUDI
MILANO*

\boxed{DMT}

2024

Indice

1	Lezione di venerdì 5 Aprile 2024	2
1.1	Esercizi sulle cifre significative	2
1.2	Esercizi sulla cinematica	2
1.3	Esercizi sulla dinamica	3
1.4	Esercizi sulla gravitazione	4
2	Lezione di venerdì 12 Aprile 2024	6
2.1	Domande (18 punti)	6
2.2	Esercizi (15 punti)	10

1 Lezione di venerdì 5 Aprile 2024

In questa lezione presentiamo affrontiamo i seguenti argomenti:

- esercizi sulle cifre significative,
- esercizi sulla cinematica,
- esercizi sulla dinamica,
- esercizi sulla gravitazione.

1.1 Esercizi sulle cifre significative

Esercizio 1.1

Un edificio a forma di parallelepipedo ha una base di area 225.4 m^2 e un'altezza di 63.2 m . Calcolare il suo volume, esprimendolo con il numero corretto di cifre significative.

Soluzione:

Il risultato di una moltiplicazione (o divisione) di due grandezze fisiche deve avere tante cifre significative quante ne ha la grandezza che ne contiene meno. In questo caso:

$$V = A \times h = (225.4 \text{ m}^2) \times (63.2 \text{ m}) = 142\,000 \text{ m}^3. \quad (1.1)$$

Esercizio 1.2

In un esperimento di fisica, si misurano due lunghezze e si ottengono rispettivamente i valori $x = 32.578 \text{ m}$ e $y = 5.6489 \text{ m}$. Si esprima la somma $z = x + y$ con il numero corretto di cifre significative.

Soluzione:

Il risultato di una somma (o sottrazione) di due grandezze fisiche con una o più cifre decimali deve contenere un numero di cifre decimali pari a quello della grandezza che ne contiene di meno. In questo caso:

$$z = x + y = (32.578 \text{ m}) + (5.6489 \text{ m}) = 38.227 \text{ m}. \quad (1.2)$$

1.2 Esercizi sulla cinematica

Esercizio 1.3

Partendo da una corsia esterna, un'auto si immette in autostrada con una velocità iniziale pari a $v_{\text{in}} = 35 \text{ km/h}$. L'auto inizia poi ad accelerare con un'accelerazione costante di $a = 4 \text{ m/s}^2$, fino a raggiungere la velocità finale $v_{\text{f}} = 130 \text{ km/h}$. Si calcolino:

- i) l'intervallo di tempo Δt necessario per passare da v_0 a v_f ,
- ii) lo spazio Δx percorso nel mentre.

Soluzione:

L'auto si muove di *moto rettilineo uniformemente accelerato*. Questo implica che

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta v}{a}. \quad (1.3)$$

Utilizzando le unità del sistema internazionale, abbiamo $v_{\text{in}} = 9.7 \text{ m/s}$ e $v_f = 36.1 \text{ m/s}$, da cui

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = 6.6 \text{ m/s}. \quad (1.4)$$

Questo risponde alla domanda i). Per quanto riguarda la domanda ii), ricordiamo che un oggetto che ha accelerazione lineare costante soddisfa la seguente equazione del moto:

$$\Delta x = v_{\text{in}} \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2. \quad (1.5)$$

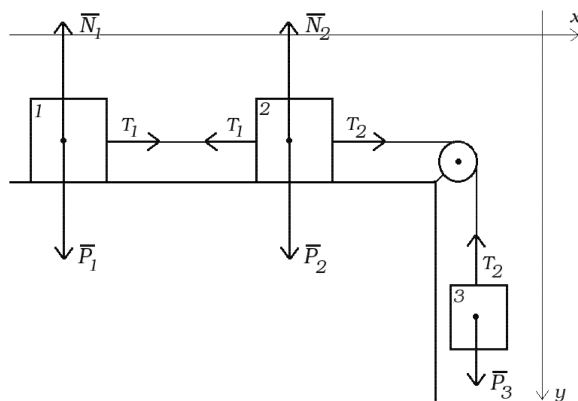
Sostituendo i valori numerici di v_{in} , Δt e a , e approssimando il risultato a due cifre significative, troviamo

$$\Delta x = 150 \text{ m}. \quad (1.6)$$

1.3 Esercizi sulla dinamica**Esercizio 1.4**

I corpi 1, 2 e 3, di massa rispettivamente $m_1 = 2.0 \text{ kg}$, $m_2 = 3.0 \text{ kg}$ e $m_3 = 4.0 \text{ kg}$, sono collegati come in figura tramite un filo inestendibile. Trascurando ogni attrito, si calcolino:

- i) l'accelerazione a del sistema,
- ii) le tensioni dei due fili.

**Soluzione:**

Cominciamo con il definire la dinamica di ciascuno dei tre corpi:

$$\text{corpo 1: } \begin{cases} \vec{P}_1 - \vec{N}_1 = 0, \\ \vec{T}_1 = m_1 a \hat{x}, \end{cases} \quad (1.7)$$

$$\text{corpo 2: } \begin{cases} \vec{P}_2 - \vec{N}_2 = 0, \\ \vec{T}_2 - \vec{T}_1 = m_2 a \hat{x}, \end{cases} \quad (1.8)$$

$$\text{corpo 3: } \begin{cases} \vec{P}_3 - \vec{T}_2 = m_3 a \hat{y}, \end{cases} \quad (1.9)$$

dove \hat{x} e \hat{y} sono i versori dei due assi. Per convenzione, abbiamo messo un segno *meno* davanti ai vettori delle forze che puntano nella direzione negativa degli assi. Notiamo inoltre che tutti e tre corpi si muovono con un'accelerazione che ha lo stesso modulo a , in quanto vincolati da un filo inestensibile. Per trovare i moduli a , T_1 e T_2 , dobbiamo dunque risolvere il seguente sistema di tre equazioni in tre incognite:

$$\begin{cases} T_1 = m_1 a, \\ T_2 - T_1 = m_2 a, \\ m_3 g - T_2 = m_3 a. \end{cases} \quad (1.10)$$

Sostituiamo la prima equazione nella seconda, e poi la seconda nella terza, ottenendo:

$$\begin{cases} T_1 = m_1 a, \\ T_2 = (m_1 + m_2) a, \\ m_3 g - (m_1 + m_2) a = m_3 a, \end{cases} \quad (1.11)$$

da cui ricaviamo

$$\begin{aligned} a &= \frac{m_3}{m_1 + m_2 + m_3} g = 4.4 \text{ m}^2, \\ T_1 &= \frac{m_1 m_3}{m_1 + m_2 + m_3} g = 8.8 \text{ N}, \\ T_2 &= \frac{(m_1 + m_2) m_3}{m_1 + m_2 + m_3} g = 22 \text{ N}. \end{aligned} \quad (1.12)$$

1.4 Esercizi sulla gravitazione

Esercizio 1.5

Un asteroide di massa m si muove lungo un'orbita circolare di raggio r attorno al Sole, alla velocità v . A un certo punto impatta con un altro asteroide di massa M e viene spinto in una nuova orbita circolare, lungo cui si muove a $1.5 v$. Qual è il raggio della nuova orbita in termini di r ?

Soluzione:

Prima dell'urto, l'asteroide di massa m orbita con moto circolare uniforme attorno al Sole. Ciò significa che la forza centripeta \vec{F}_c deve coincidere con la forza gravitazione \vec{F}_g , ossia $\vec{F}_g = \vec{F}_c$. Questo implica che

$$\frac{G m M_S}{r^2} = m \frac{v^2}{r}, \quad \implies \quad G M_S = r v^2 \equiv \text{costante}, \quad (1.13)$$

ossia il prodotto $r v^2$ è costante. Pertanto, dopo l'urto, l'asteroide verrà spinto in una nuova orbita circolare con velocità $v_f = 1.5 v$, con un raggio r_f tale che

$$r_f v_f^2 = G M_S \equiv r v^2. \quad (1.14)$$

Troviamo quindi

$$r_f = \frac{v^2}{v_f^2} r = \frac{4}{9} v. \quad (1.15)$$

Esercizio 1.6

Il pianeta Giove possiede una massa circa 320 volte maggiore della Terra. Per questo motivo è stato affermato che una persona verrebbe schiacciata dalla forza di gravità di un pianeta delle dimensioni di Giove, poiché un uomo non può sopravvivere a più di qualche g .

Si calcoli l'accelerazione, in termini di g , che una persona avvertirebbe se si trovasse all'equatore di Giove, tenendo conto anche della rotazione del pianeta. Si usino i seguenti dati:

- massa di Giove: $M_G = 1.9 \cdot 10^{27} \text{ kg}$,
- raggio equatoriale di Giove: $R_G = 7.1 \cdot 10^4 \text{ km}$,
- periodo di rotazione di Giove: $T_G = 9 \text{ h } 55 \text{ min}$.

Soluzione:

Una persona che si trova all'equatore risente dell'azione di tre forze:

- i) forza di gravità \vec{F}_g (diretta verso il centro del pianeta),
- ii) forza *centrifuga* \vec{F}_{cf} , dovuta alla rotazione del pianeta; ha la stessa direzione di \vec{F}_g , ma verso opposto (punta verso l'esterno del pianeta),
- iii) reazione vincolare \vec{N} della superficie di Giove.

Chiamando \hat{r} il raggio versore che punta verso l'esterno, scriviamo il seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} \vec{F}_g + \vec{F}_{cf} + \vec{N} = 0, \\ \vec{F}_g = -\frac{G m M_G}{R_G^2} \hat{r}, \\ \vec{F}_{cf} = m \frac{v^2}{R_G} \hat{r}, \\ \vec{N} = m g_G \hat{r}, \end{cases} \quad (1.16)$$

dove g_G indica l'accelerazione percepita dalla persona sulla superficie di Giove. Otteniamo pertanto

$$-\frac{G m M_G}{R_G^2} + m \frac{v^2}{R_G} + m g_G = 0. \quad (1.17)$$

Notiamo che la massa m si semplifica, mentre la velocità tangenziale v si può esprimere come

$$v = \frac{2\pi R_G}{T_G}. \quad (1.18)$$

Pertanto, sostituendo tale espressione nell'Eq. (1.17), concludiamo che

$$g_G = \frac{G M_G}{R_G^2} - \frac{4\pi^2 R_G}{T_G^2} = 23 \text{ m/s}^2, \quad (1.19)$$

ossia

$$\frac{g_G}{g} = 2.3. \quad (1.20)$$

2 Lezione di venerdì 12 Aprile 2024

In questa lezione presentiamo le soluzioni della *Prova in itinere* del 15 Aprile 2020.

2.1 Domande (18 punti)

Esercizio 2.1

Calcolare il risultato con il giusto numero di cifre significative delle seguenti grandezze:

i) $A = (5.4 \text{ cm}) \times (3.95 \text{ cm})$;

ii) $V = (62 \text{ m/s}) + (10.2 \text{ m/s})$.

Soluzione:

Il risultato di una moltiplicazione (o divisione) di due grandezze fisiche deve avere tante cifre significative quante ne ha la grandezza che ne contiene meno. In questo caso:

$$A = (5.4 \text{ cm}) \times (3.95 \text{ cm}) = 21 \text{ cm}^2. \quad (2.1)$$

Nel caso invece di una somma (o sottrazione) di due grandezze fisiche con una o più cifre decimali, il risultato deve contenere un numero di cifre decimali pari a quello della grandezza che ne contiene di meno. In questo caso,

$$V = (62 \text{ m/s}) + (10.2 \text{ m/s}) = 72 \text{ m/s}. \quad (2.2)$$

Esercizio 2.2

Dire quali sono grandezze scalari e vettoriali: *energia potenziale*, *pressione*, *carica elettrica*, *campo elettrico*.

Soluzione:

Il *campo elettrico* è l'unica grandezza vettoriale, mentre *energia potenziale*, *pressione* e *carica elettrica* sono scalari.

Esercizio 2.3

Indicare l'unità di misura di GM_T/R_T^2 , dove G è la costante di gravitazione universale, M_T è la massa della terra e R_T è il raggio della terra.

Soluzione:

Notiamo che

$$F_g = \frac{G m M_T}{R_T^2} \quad (2.3)$$

esprime il modulo della forza di gravità che lega un corpo di massa m alla Terra. Pertanto,

$$a_g = \frac{F_g}{m} = \frac{GM_T}{R_T^2} \quad (2.4)$$

deve avere la dimensione di un'accelerazione, ossia m/s^2 .

Esercizio 2.4

In un moto circolare uniforme di periodo $T = 3.5$ s e raggio $R = 140.5$ cm, calcolare la frequenza di rotazione, la velocità tangenziale e l'accelerazione centripeta.

Soluzione:

In un moto circolare uniforme, la frequenza di rotazione è pari a

$$f = \frac{1}{T} = 0.29 \text{ Hz}, \quad (2.5)$$

la velocità angolare a

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2.5 \text{ m/s}, \quad (2.6)$$

dove abbiamo usato $R = 1.405$ m, e l'accelerazione centripeta a

$$a_{\text{cp}} = \frac{v^2}{R} = 4.5 \text{ m/s}^2. \quad (2.7)$$

Esercizio 2.5

Il peso di un corpo è maggiore o minore se misurato sul monte Everest rispetto al livello del mare? Spiegare perché. Quanto varia l'accelerazione di gravità g ? Si consideri la massa della Terra $M_T = 5.98 \cdot 10^{24}$ kg, il raggio della Terra $R_T = 6380$ km e l'altezza del monte Everest $h = 8.90$ km.

Soluzione:

Il modulo della forza di gravità che lega un corpo di massa m alla Terra è pari a

$$F_g = \frac{G m M_T}{r^2}, \quad (2.8)$$

dove r è la distanza del corpo dal centro del pianeta. L'accelerazione di gravità sarà pertanto

$$a_g = \frac{F_g}{m} = \frac{G M_T}{r^2}. \quad (2.9)$$

Al crescere di r , a_g diminuisce, quindi ci aspettiamo che l'accelerazione di gravità sia maggiore al livello del mare, dove troviamo come valore numerico

$$a_g = \frac{G M_T}{R_T^2} = 9.80 \text{ m/s}^2. \quad (2.10)$$

Sulla punta del monte Everest varrà invece

$$a_g = \frac{G M_T}{(R_T + h)^2} = 9.77 \text{ m/s}^2. \quad (2.11)$$

Esercizio 2.6

Un oggetto di massa $m = 1.2$ kg è fermo su un piano scabro nonostante che venga applicata una forza orizzontale di 2.3 N. Calcolare tutte le forze agenti sul corpo e indicarne il modulo, la direzione e il verso.

Soluzione:

Sul corpo agiscono quattro forze:

- i) la forza peso \vec{P} , diretta verso il centro della Terra, di modulo

$$P = mg = 12 \text{ N}; \quad (2.12)$$

- ii) la reazione vincolare del piano $\vec{N} = -\vec{P}$, con stesso modulo e direzione di \vec{P} , ma verso opposto;

- iii) una forza esterna di modulo $F = 2.3$ N, parallela al piano;

- iv) la forza d'attrito $\vec{F}_a = -\vec{F}$, con stesso modulo e direzione di \vec{F} , ma verso opposto.

Ricordiamo che la forza d'attrito statico non ha un valore intrinseco, ma assume il modulo della forza cui si oppone, fino al valore massimo $F_s^{\max} = \mu_s N$.

Esercizio 2.7

Determinare lo spazio percorso da un oggetto lasciato cadere da una torre sotto l'azione della gravità dopo 1.3 s. Quale sarà lo spazio percorso tra $t_1 = 1.5$ s e $t_2 = 2.5$ s?

Soluzione:

Un corpo in caduta libera soddisfa la seguente legge oraria:

$$x_f = x_{\text{in}} + v_{\text{in}}(t_f - t_{\text{in}}) - \frac{1}{2}g(t_f - t_{\text{in}})^2, \quad (2.13)$$

dove abbiamo preso l'asse delle ordinate diretto verso l'alto. Siamo liberi di fissare $t_{\text{in}} = 0$ s, e poiché in tale istante abbiamo $v_{\text{in}} = 0$ m/s, l'Eq. (2.13) si riduce a

$$x_f = x_{\text{in}} - \frac{1}{2}g t_f^2, \quad (2.14)$$

Assumendo $t_f = 1.3$ s, troviamo

$$\Delta x = x_f - x_{\text{in}} = -\frac{1}{2}g t_f^2 = -8.3 \text{ m}, \quad (2.15)$$

dove il segno $-$ indica che il corpo, cadendo, si sta avvicinando all'origine del nostro sistema di riferimento, ossia il terreno.

Per trovare lo spazio percorso tra gli intervalli di tempo t_1 e t_2 , utilizziamo l'Eq. (2.14) per entrambi questi tempi, come segue:

$$\begin{cases} x(t_1) = x_{\text{in}} - \frac{1}{2}g t_1^2, \\ x(t_2) = x_{\text{in}} - \frac{1}{2}g t_2^2. \end{cases} \quad (2.16)$$

Sottraiamo la prima equazione del sistema alla seconda, ottenendo:

$$\Delta x_{21} = x(t_2) - x(t_1) = -\frac{1}{2}g(t_2^2 - t_1^2) = -19.6 \text{ m}. \quad (2.17)$$

Esercizio 2.8

In un urto completamente anelastico un corpo di massa $m = 1.2$ kg e velocità $v = 10.2$ m/s urta su un corpo di massa $M = 12.0$ kg a riposo. Calcolare l'impulso e l'energia cinetica prima e dopo l'urto del sistema. Commentare il risultato.

Soluzione:

Per definizione, in un *urto completamente anelastico* due corpi rimangono attaccati tra loro dopo l'impatto. Ciò significa che la quantità di moto finale sarà pari a $p_f = (m + M)v_f$. Per quanto riguarda la quantità di moto iniziale, questa corrisponde semplicemente a $p_{in} = mv$, poiché prima dell'impatto il corpo di massa M è fermo. Quindi

$$p_{in} = p_f \quad \Rightarrow \quad mv = (m + M)v_f \quad \Rightarrow \quad v_f = \frac{m}{m + M}v = 0.93 \text{ m/s} . \quad (2.18)$$

La differenza tra la quantità di moto finale e iniziale del corpo di massa m ci restituisce l'*impulso* che esso ha *subito* dall'impatto con il corpo di massa M , e corrisponde a

$$\Delta p = m(v_f - v) = -11 \text{ kg m/s} . \quad (2.19)$$

Il segno $-$ indica che l'impulso ha verso opposto alla direzione iniziale del moto del corpo di massa m .

Esercizio 2.9

Se il lavoro delle forze non conservative effettuato su un sistema è $W_{nc} = -10.3$ J e la variazione dell'energia potenziale del sistema è $\Delta U = 13.0$ J, quanto vale la variazione dell'energia cinetica ΔK del sistema considerato?

Soluzione:

Ricordiamo che il *teorema delle forze vive* afferma che

$$W_{tot} = W_c + W_{nc} = \Delta K , \quad (2.20)$$

dove il lavoro conservativo corrisponde a $W_c = -\Delta U$. Nel nostro caso,

$$\Delta K = W_{nc} - \Delta U = -23.3 \text{ J} . \quad (2.21)$$

Esercizio 2.10

Calcolare l'allungamento di una molla di costante elastica $k = 45.7$ N/m alla quale viene applicata una forza $F = 10.5$ N.

Soluzione:

È sufficiente usare la *legge di Hooke*:

$$F = k\Delta x \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \frac{F}{k} = 0.230 \text{ m} . \quad (2.22)$$

2.2 Esercizi (15 punti)

Esercizio 2.11: (*nome originale: A*)

Due asteroidi si urtano frontalmente: prima dell'urto l'asteroide A ($m_A = 6.9 \cdot 10^{12}$ kg) ha un velocità di 2.9 km/s e l'asteroide B ($m_B = 1.20 \cdot 10^{13}$ kg) ha un velocità di 1.9 km/s orientata in senso opposto. Se gli asteroidi si uniscono, quale sarà la velocità (direzione e modulo) del nuovo asteroide dopo l'urto? Calcolare l'energia cinetica prima e dopo l'urto e spiegare il risultato ottenuto.

Soluzione:

Trattandosi di un urto totalmente anaelastico, si conserva la quantità di moto totale, ma non l'energia cinetica. La quantità di moto prima dell'urto è data da

$$\vec{p}_{\text{in}} = m_A \vec{v}_{\text{in}}^A + m_B \vec{v}_{\text{in}}^B, \quad (2.23)$$

mentre quella dopo l'urto corrisponde a

$$\vec{p}_{\text{f}} = (m_A + m_B) \vec{v}_{\text{f}}. \quad (2.24)$$

Prendendo il versore \hat{x} con stessa direzione e verso di \vec{v}_{in}^A , abbiamo

$$\vec{p}_{\text{in}} = \vec{p}_{\text{f}} \quad \Rightarrow \quad (m_A v_{\text{in}}^A - m_B v_{\text{in}}^B) \hat{x} = (m_A + m_B) v_{\text{f}} \hat{x}, \quad (2.25)$$

da cui otteniamo

$$v_{\text{f}} = \frac{m_A v_{\text{in}}^A - m_B v_{\text{in}}^B}{m_A + m_B} = -0.15 \text{ km/s} = -1.5 \cdot 10^2 \text{ m/s}. \quad (2.26)$$

\vec{v}_{f} ha pertanto la stessa direzione e verso di \vec{v}_{in}^B .

Per quanto concerne la variazione di energia cinetica, troviamo

$$\Delta K = K_{\text{f}} - K_{\text{in}} = \frac{1}{2} (m_A + m_B) v_{\text{f}}^2 - \frac{1}{2} (m_A (v_{\text{in}}^A)^2 + m_B (v_{\text{in}}^B)^2) = -2.9 \cdot 10^{19} \text{ J}. \quad (2.27)$$

Come ci aspettavamo, durante l'urto è andata persa parte dell'energia cinetica. È importante sottolineare che, per il calcolo di ΔK , tutte le velocità devono essere espresse in m/s.

Esercizio 2.12: (*nome originale: B*)

Un corpo di massa $m = 3.2$ kg, attaccato ad una molla con costante elastica $k = 290$ N/m, compie un moto armonico. A distanza di $d = 2.5$ cm dalla posizione di equilibrio il corpo si muove con velocità $v = 0.90$ m/s. Calcolare

- i) l'ampiezza del moto,
- ii) la massima velocità scalare raggiunta dal corpo.

Soluzione:

Per trovare l'ampiezza del moto, è sufficiente applicare la *conservazione dell'energia meccanica* (si noti che la forza elastica è *conservativa*):

$$K_{\text{in}} + U_{\text{in}} = \cancel{K_{\text{f}}} + U_{\text{f}}. \quad (2.28)$$

La posizione iniziale è quella in cui conosciamo i dati d e v , mentre la posizione finale quella corrispondente al massimo allungamento della molla, che è proprio l'ampiezza A del moto. In tale posizione, la velocità è nulla, da cui $K_f = 0$ J. Quindi,

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}kA^2 \quad \Rightarrow \quad A = \sqrt{\frac{mv^2 + kd^2}{k}} = 0.098 \text{ m}, \quad (2.29)$$

dove abbiamo usato $d = 0.025$ m.

Possiamo trovare una via alternativa per risolvere il problema. Sappiamo che la legge oraria per un corpo che si muove di moto circolare uniforme corrisponde a

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi), \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (2.30)$$

dove ϕ è una generica fase. La legge della velocità è invece

$$v(t) = A\omega \cos(\omega t + \phi). \quad (2.31)$$

Sappiamo che al tempo t_{in} il sistema si trova nella posizione $x(t_{\text{in}}) = d$ con una velocità $v(t_{\text{in}}) = v$. Pertanto, abbiamo che

$$\begin{cases} A \sin(\omega t_{\text{in}} + \phi) = d, \\ A\omega \cos(\omega t_{\text{in}} + \phi) = v. \end{cases} \quad (2.32)$$

Dividiamo la prima equazione per la seconda, così da trovare:

$$\frac{1}{\omega} \tan(\omega t_{\text{in}} + \phi) = \frac{d}{v} \quad \Rightarrow \quad \omega t_{\text{in}} + \phi = \tan^{-1} \left(\frac{\omega d}{v} \right). \quad (2.33)$$

A questo punto, invertiamo la prima equazione in (2.32) per ottenere l'ampiezza:

$$A = \frac{d}{\sin(\omega t_{\text{in}} + \phi)} = \frac{d}{\sin \left(\tan^{-1} \left(\frac{\omega d}{v} \right) \right)} = 0.098 \text{ m}, \quad (2.34)$$

che coincide con il risultato ottenuto tramite la conservazione dell'energia.

Da ultimo, per quanto riguarda la velocità scalare massima, dall'Eq. (2.31) troviamo:

$$v(t) = A\omega \cos(\omega t + \phi) \leq \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}} A \equiv v_{\text{max}} = 0.93 \text{ m/s}. \quad (2.35)$$

Esercizio 2.13: (*nome originale: C*)

Un corpo di massa $m = 12.0$ kg si trova su un piano inclinato scabro con angolo $\alpha = 30^\circ$ rispetto al superficie orizzontale. Il coefficiente di attrito statico è $\mu_s = 0.42$. Determinare se il corpo scivola o se rimane fermo sul piano inclinato. Qual è l'angolo massimo consentito affinché il corpo di massa m non scivoli?

Soluzione:

Dividiamo la forza peso \vec{P} in due componenti \vec{P}_{\parallel} e \vec{P}_{\perp} , la prima parallela e la seconda perpendicolare al piano inclinato. \vec{P}_{\perp} è compensata dalla normale al piano, ossia

$$\vec{P}_{\perp} + \vec{N} = 0. \quad (2.36)$$

Prendendo i moduli di entrambi i vettori, troviamo:

$$mg \cos(\alpha) - N = 0 \quad \implies \quad N = mg \cos(\alpha). \quad (2.37)$$

Conoscendo N , possiamo calcolare la forza di attrito statico massima, che corrisponde a

$$F_s^{\max} = \mu_s N = \mu_s mg \cos(\alpha) = 43 \text{ N}. \quad (2.38)$$

Notiamo che \vec{F}_s^{\max} è diretta lungo la componente parallela al piano, ma in verso opposto a $\vec{P}_{||}$. Il sistema è in equilibrio se e solo se $P_{||} \leq F_s^{\max}$. Tuttavia, $P_{||}$ è pari a

$$P_{||} = mg \sin(\alpha) = 58.8 \text{ N}, \quad (2.39)$$

quindi il sistema non è in equilibrio.

Affinché il sistema risulti in equilibrio, deve valere la condizione:

$$P_{||} \leq F_s^{\max} \quad \implies \quad mg \sin(\alpha) \leq \mu_s mg \cos(\alpha), \quad (2.40)$$

condizione soddisfatta solo se

$$\tan(\alpha) \leq \mu_s \quad \implies \quad \alpha \leq \tan^{-1}(\mu_s) = 23^\circ. \quad (2.41)$$
