
Università di Padova - Dipartimento Fisica e Astronomia

Corso: Sperimentazioni 1 - Canale M-Z.

Anno accademico: 2020-21.

Docenti: M. Doro (michele.doro@unipd.it), D. Mengoni

Gruppo 12

Masiero Tommaso - Matricola 2015778 - Email tommaso.masiero@studenti.unipd.it

Marchesini Davide - Matricola 2009840 - Email davide.marchesini@studenti.unipd.it

Toffoli Marco - Matricola 2000397 - Email marco.toffoli.2@studenti.unipd.it

Travali Davide - Matricola 2008630 - Email davide.travali@studenti.unipd.it

Data consegna relazione: 03/05/2021

Analisi moto forzato smorzato pendolo a torsione

1 Obiettivo dell'esperienza

L'obiettivo dell'esperienza consiste nell'analisi del moto forzato e smorzato di un pendolo a torsione posto all'interno di un liquido viscoso. Per fare ciò, sono stati raccolti dati relativi alla variazione dell'ampiezza di oscillazione di un cilindro metallico a diverse frequenze di oscillazione.

2 Descrizione dell'apparato strumentale e della teoria di base dell'esperienza

Per motivi sanitari l'esperienza è stata svolta interamente da remoto.

Lo strumento utilizzato per l'analisi del moto forzato smorzato è un pendolo a torsione, collegato ad un motorino elettrico che permetteva il moto di una massa cilindrica all'interno di un liquido viscoso. Il pendolo era formato da un filo di acciaio collegato ad un peso, immerso a sua volta nel liquido, nello specifico in acqua distillata. Il sistema era inoltre isolato dall'esterno grazie ad un tubo di vetro.

Sull'estremità superiore del tubo vi era posto il motorino elettrico, il cui compito era di applicare un momento torcente al cavo, facendo iniziare così il moto del cilindro. Grazie ad un software si è potuto regolare la forza applicata al filo, variando di conseguenza la frequenza di oscillazione, allo scopo di stimare il coefficiente di viscosità del fluido. La presa dati era automatizzata, ciò ci ha permesso di prendere varie serie di dati sull'oscillazione della massa.

A differenza dei pendoli classici, il pendolo a torsione compie un moto di rotazione attorno ad un asse parallelo alla direzione del cavo che trasferisce il momento torcente.

Di seguito si può osservare uno schema dello strumento.

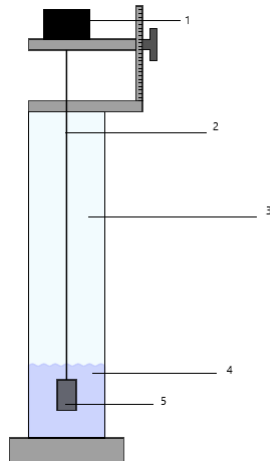


Figura 1: Schema approssimativo dell'apparato strumentale.

1	Motorino elettrico
2	Filo torcente
3	Cilindro trasparente
4	Acqua distillata
5	Cilindro

Figura 2: Legenda relativa allo schema dell'apparato strumentale

Le risoluzioni e sensibilità dei nostri strumenti sono dipendenti solo dai sensori e dal software che restituiva i dati. Nella tabella sottostante sono riportate le principali caratteristiche degli strumenti che ci hanno permesso di avere tempo, ampiezza e intensità della forza.

Le unità di misura adottate sono i secondi e le unità di angolo $[ua]$, dove $1\ ua = 360$ gradi.

Strumento	Risoluzione	Sensibilità
Misuratore ampiezza	$10^{-3}\ ua$	$10^3\ ua^{-1}$
Cronometro	$10^{-2}\ s$	$10^2\ s^{-1}$
Misuratore forzante	$10^{-3}\ ua \cdot N$	$10^3\ ua \cdot N^{-1}$

Tabella 1: Tabella riassuntiva delle caratteristiche degli strumenti utilizzati.

I dati a nostra disposizione riguardavano frequenze variabili tra 900mHz e 1100mHz. Ad ogni frequenza il sistema raccoglieva dati relativi alla variazione di ampiezza di oscillazione del corpo in funzione del tempo, dati che abbiamo utilizzato per stimare il periodo associato e l'ampiezza massima raggiunta durante il moto. Le ampiezze sono state poi riportate in tabella 2.

Oltre ai set in regime forzato avevamo a disposizione 4 set di misure del moto smorzato. Queste misure sono state effettuate prima portando il pendolo a regime stazionario e dopo regolando il motorino in modo tale che non applicasse nessuna forza.

Le misure di input per l'esperienza, raggruppate in un file excel, erano:

- Frequenza impostata
- Intervalli di tempo
- Ampiezze
- Forza applicata

Le misure di output, ossia ciò che vogliamo stimare, sono invece:

- Ampiezza di risonanza
- Pulsazione del sistema
- Coefficiente viscoso liquido

Queste tre grandezze sono ciò che stimeremo nella sezione di analisi dati.

3 Stima dei possibili errori casuali e sistematici.

La presa dati è avvenuta automaticamente mediante l'uso di un software che regola il motorino elettrico. Le principali cause di errore per questa esperienza possono essere:

Vibrazioni. Dovendo studiare il moto del pendolo, ad ogni minima vibrazione del banco da lavoro si rischia di compromettere la presa dati, facendo oscillare la massa in modo anomalo.

Viscosità variabile Il pendolo è immerso in acqua distillata, tuttavia, non conoscendo le proprietà di quest'ultima, non è possibile a priori escludere turbolenze all'interno del liquido.

Temperatura e stato del liquido. Il liquido che è stato usato risulta di tipo viscoso. E' stato necessario perciò effettuare la presa dati solo in condizioni costanti dei parametri termodinamici, infatti nel nostro caso la viscosità potrebbe dipendere dalla temperatura e dalla pressione ambientali. Durante l'esperienza questi parametri si possono considerare costanti poiché le misure si suppongono effettuate tutte in un arco di tempo nel quale non è possibile assistere ad un cambiamento, non trascurabile, delle condizioni ambientali. Tuttavia il movimento del cilindro e del filo metallico potrebbero aver innalzato il valore della temperatura.

Pareti. E' possibile che la composizione del liquido cambi in prossimità delle pareti, portando ad una stratificazione del liquido e di conseguenza ad una variazione di viscosità. Questo fenomeno può influenzare la misura nel caso in cui il pendolo non sia posto esattamente al centro del cilindro, perché potrebbe essere soggetto ad una viscosità variabile.

Effetto di smorzamento. Questo fattore è determinante durante l'analisi del moto smorzato del pendolo. Durante il moto forzato infatti, si possono creare delle perturbazioni nei pressi del filo metallico che, una volta iniziato il moto smorzato, possono influenzarne l'andamento.

Incertezza software. I dati sono stati presi tramite un software digitale, e a noi non ne è stata permessa alcuna regolazione. Non avendo partecipato attivamente alla presa dati non possiamo né escludere né affermare con certezza la presenza di incertezze dovute all'affidabilità di esso.

Misure ripetute. Avendo preso vari set di misure con frequenze variabili sullo stesso fluido, è possibile che esso abbia cambiato le sue proprietà in alcuni punti, compromettendo la presa dati. L'impossibilità di effettuare nuove misurazioni rende difficile qualsiasi tipo di valutazione sulla presenza di un tale fenomeno.

Offset variabile. Il sistema man mano che acquisisce i dati può incorrere in quello che viene detto problema di offset. Quando questo succede si osserva che l'andamento dinamico della posizione del cilindro in funzione del tempo è traslato rispetto allo zero di una quantità che può essere sia positiva che negativa a seconda dei casi. Se avessimo effettuato l'esperienza in presenza avremmo potuto effettuare una ricalibrazione durante la presa dati. Nel nostro caso invece la correzione va svolta (se necessario) lavorando con i dati grezzi.

Dopo aver discusso delle cause di incertezze, sistematiche o casuali, è possibile determinare riproducibilità e ripetibilità dell'esperimento.

La ripetibilità si basa sulla successione delle prese dati nelle stesse condizioni, essa è perciò soggetta, per esempio, ai cambiamenti che avvengono all'interno del liquido viscoso. La riproducibilità invece riguarda l'utilizzo di strumenti diversi con operatori differenti. Come da ipotesi, a seguito di più ripetizioni è possibile che ci siano stati dei cambiamenti di alcune proprietà fisiche del liquido in alcuni punti, influenzando inevitabilmente la presa dati. Inoltre, essendo la viscosità dipendente dalla temperatura è possibile che il moto del pendolo, a seguito di varie ripetizioni, abbia innalzato la temperatura del liquido a causa dell'attrito, modificandone anche in questo caso alcuni parametri e di conseguenza influenzando la ripetibilità della misura. Le cause principali di errore sono quindi dovute al moto all'interno del fluido che, con il tempo, non risulta più un sistema affidabile. Una possibile soluzione è quella di ripetere tali misure con un secondo pendolo a torsione, utilizzando il medesimo tipo di fluido. Grazie a questo si possono ridurre tali errori, tuttavia, se ne potrebbero includere altri. Questo ci permette di affermare che il grado di riproducibilità sia più alto del grado di ripetibilità in quanto, dalle nostre ipotesi, molte incertezze derivano dal ripetersi delle misure nello stesso strumento e nello stesso arco di tempo.

4 Presentazione dei dati, analisi e presentazione dei risultati

Grazie alle misure effettuate è possibile calcolare il coefficiente di viscosità γ del liquido all'interno del quale è immerso il corpo in quanto questo compare in maniera esplicita nell'equazione che regola la variazione dell'ampiezza di oscillazione in funzione del tempo.

$$A(t) = A_I e^{-\gamma t} \cos(\omega_s t + \varphi_s) \quad (1)$$

Dove:

A_I è l'ampiezza iniziale nel momento in cui inizia lo smorzamento;

γ è il coefficiente viscoso del liquido nel quale è immerso il solido;

ω_s è la pulsazione che il nostro corpo ha in smorzamento che risulta circa uguale a quella nel quale è in regime stazionario;

φ_s è la fase del sistema.

Il coefficiente di viscosità del liquido ci permette inoltre di stimare la frequenza di risonanza, ovvero la frequenza alla quale l'ampiezza di oscillazione è massima.

Il modello matematico adottato è quello del moto armonico forzato con attrito viscoso. Il nostro obiettivo riguarda studiare la risonanza del corpo tramite il calcolo dell'ampiezza di oscillazione per differenti frequenze. Una volta trovate si può studiare la curva di risonanza.

nanza, ovvero la curva dell'ampiezza di oscillazione del corpo in funzione della pulsazione della forza applicata, che ha equazione:

$$A(\omega_f) = \frac{M/I}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_f^2)^2 + (2\gamma\omega_f)^2}} \quad (2)$$

Con:

ω_f la pulsazione della forza applicata;

ω_0 la pulsazione propria del sistema;

γ il coefficiente di attrito viscoso del liquido;

M il momento massimo applicato;

I il momento di inerzia del sistema.

Il valore ω_r a cui corrisponde il massimo della funzione è detta pulsazione di risonanza e risulta essere:

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2} \quad (3)$$

Procederemo dunque stimando l'ampiezza di risonanza, il coefficiente di attrito viscoso, la pulsazione del sistema e infine la larghezza a metà altezza della curva interpolante e il fattore di qualità. Abbiamo quindi diviso la sezione di analisi dei dati in quattro parti.

4.1 Stima dell'ampiezza di oscillazione alla frequenza di risonanza.

Con i dati a disposizione, si è calcolato il periodo di ogni frequenza utilizzata durante il moto forzato, allo scopo di individuare l'ampiezza di una singola oscillazione, attraverso l'equazione:

$$T = 1/v \quad (4)$$

Dove:

T : Periodo oscillazioni [s];

v : Frequenza impostata [Hz].

Il periodo di oscillazione ci ha permesso di avere un'idea approssimativa di dove si trovassero le singole oscillazioni per ogni frequenza utilizzata, grazie alle quali avremmo potuto fornire una stima dell'ampiezza, non prima però di averne verificato l'andamento temporale: questo è stato confermato tramite una linearizzazione delle ampiezze ottenute. In particolare, si è notato che le ampiezze aumentavano in funzione del tempo, tuttavia, si trattava solo di un effetto visivo, infatti, era il centro delle oscillazioni ad alzarsi mentre i valori di A rimanevano costanti, questa cosa molto probabilmente è causata dall'offset variabile. Un esempio di questo effetto può essere osservato in figura 3 relativa alla frequenza di 900mHz.

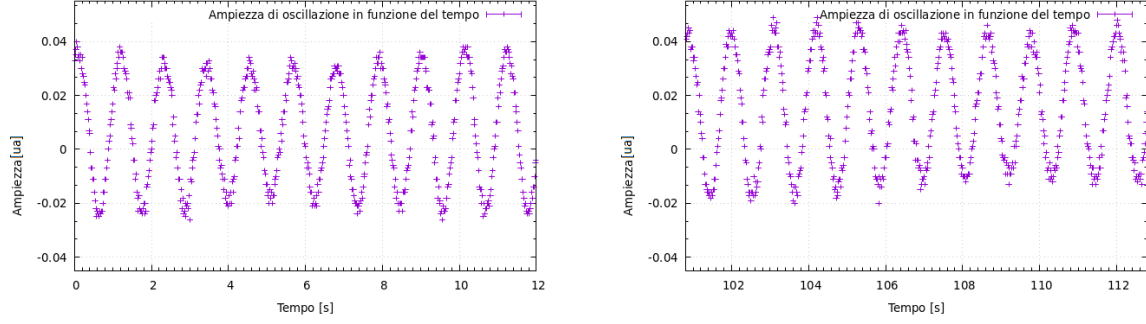


Figura 3: Grafici relativi alla frequenza di 900 mHz. Nella figura di destra si può osservare come il centro di oscillazione sia traslato rispetto alla figura di sinistra.

Per fornire una stima più accurata abbiamo proceduto sommando i massimi e i minimi in modulo e poi dividendo per due, in questo modo anche se il centro di oscillazione aumenta proporzionalmente, l'ampiezza rimane invariata.

Nella seguente tabella sono riassunti i risultati così ottenuti:

Frequenza[mHz]	$A \pm \sigma_A [ua \cdot 10^{-3}]$	Numero dati
900	44 ± 3	88
910	43 ± 1	46
920	46 ± 1	90
930	59 ± 2	92
940	91 ± 3	82
950	126 ± 2	93
960	244 ± 3	38
961	224 ± 2	93
962	232 ± 3	95
963	237 ± 2	95
964	242 ± 6	95
964.5	243 ± 2	95
965	241 ± 2	54
966	244 ± 3	38
967	235 ± 15	43
968	230 ± 2	75
969	215 ± 2	54
970	209 ± 3	66
980	122 ± 1	95
990	81 ± 3	97
1000	56 ± 3	99
1100	20 ± 2	48

Tabella 2: Ampiezze medie di oscillazione alle varie frequenze con relativa deviazione della media. Il numero di dati è il numero di massimi ricavati dai nostri dati.

Dove:

A è l'ampiezza media di oscillazione [ua];

σ_A : Incertezza sull'ampiezza media di oscillazione [ua].

Quest'ultima è stata calcolata come:

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (A_i - \bar{A})^2}{N(N-1)}} \quad (5)$$

Per ottenere una stima dell'ampiezza di risonanza abbiamo supposto che le ampiezze si distribuissero secondo la distribuzione di Cauchy, data dall'equazione:

$$f(\omega) = \frac{A_r \mu^2}{(\omega - \omega_r)^2 + \mu^2} \quad (6)$$

Dove:

A_r è l'ampiezza di risonanza;

μ è un parametro specifico della distribuzione;

ω_r è la pulsazione di risonanza;

Abbiamo dunque effettuato un fit dei dati vicino alla risonanza utilizzando un apposito programma per stimare questi parametri, e ne risulta quanto segue.

L'ampiezza di risonanza corrisponderà al $\max[f(\omega)]$ che mediante uno studio analitico di quest'ultima funzione risulta essere:

$$A_r = (241 \pm 3) \mu a \cdot 10^{-3}$$

Inoltre vale $\mu = 116 \pm 5 [s^{-2}]$. Mentre la corrispondente pulsazione di risonanza:

$$\omega_r = (6057 \pm 3) rad \cdot 10^{-3} / s$$

Sapendo che:

$$\omega_r = 2\pi \cdot \nu_r$$

si può ricavare la frequenza di risonanza ν_r che risulta essere:

$$\nu_r = (964.0 \pm 0.5) mHz$$

Di seguito è riportato il grafico che mostra le diverse ampiezze in funzione della pulsazione, assieme alla curva di Cauchy interpolante i dati vicini alla risonanza grazie alla quale abbiamo potuto stimare l'ampiezza e la frequenza di risonanza. Un test del χ^2 con 8 gradi di libertà fornisce un χ^2 sperimentale di circa 75. Tuttavia è molto probabile che siano stati trascurati degli errori sistematici in quanto vicino alla risonanza effetti quali perturbazioni del sistema e viscosità non costante modificano i risultati molto più rispetto a quanto fanno su valori lontani dalla risonanza.

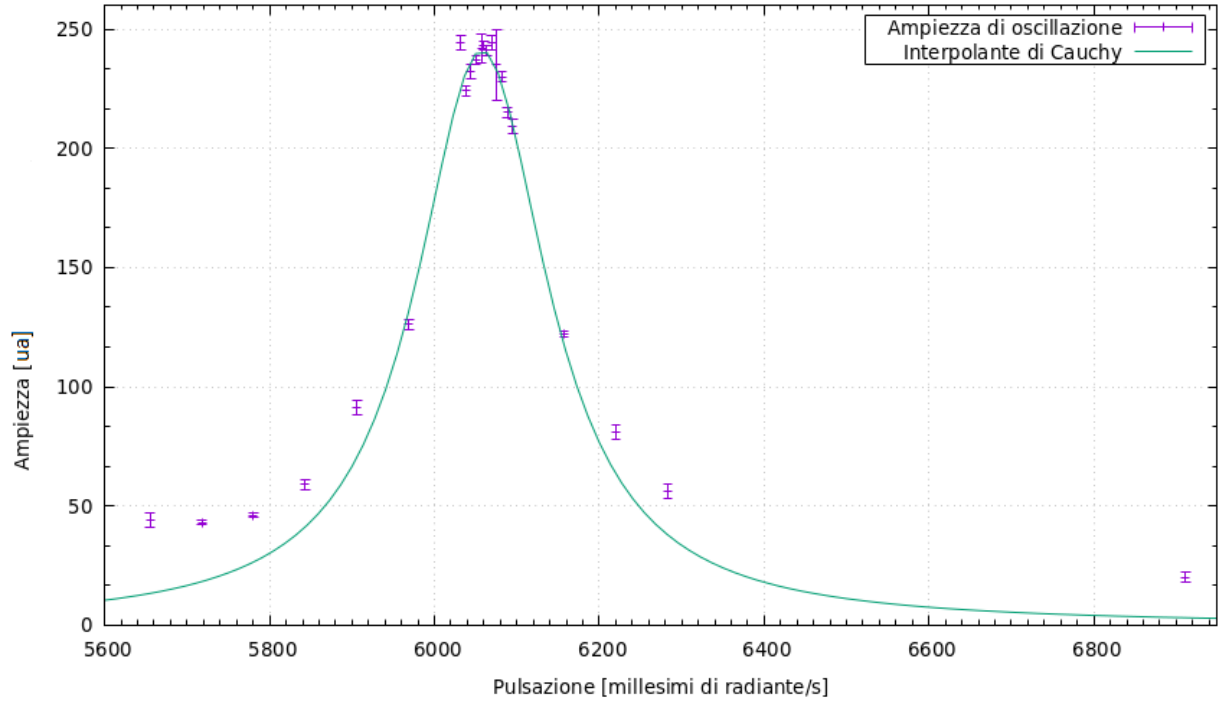


Figura 4: Grafico in cui si possono osservare le ampiezze di oscillazione in funzione della pulsazione interpolate dalla curva di Cauchy.

4.2 Stima del coefficiente viscoso

Successivamente, dall'analisi del moto smorzato del pendolo abbiamo proceduto stimando il coefficiente di viscosità γ secondo la seguente equazione::

$$\ln(A(t)) = \ln(A_i) - \gamma t \quad (7)$$

con A_i l'ampiezza del sistema in regime stazionario e A l'ampiezza del sistema in un dato tempo. Con questa formula abbiamo ottenuto i seguenti valori con relative incertezze stimate con la propagazione degli errori.

Frequenza[mHz]	$\gamma \pm \sigma_\gamma [s^{-1}]$
964	0.0510 ± 0.0004
965	0.0500 ± 0.0004
964.5 ₁	0.0490 ± 0.0004
964.5 ₂	0.0550 ± 0.0004

Tabella 3: coefficiente viscoso stimato utilizzando 40 dati per ogni frequenza impostata.

Abbiamo dunque trovato 4 differenti valori del coefficiente di viscosità.

Calcolandone la compatibilità si ottengono i risultati riassunti in tabella 4 dove nella prima colonna sono indicate le coppie di frequenze per le quali è stata calcolata la compatibilità del rispettivo γ .

Frequenza[mHz]	Compatibilità	Giudizio
964 – 965	2.2	Sufficiente
965 – 964.5 ₁	0.7	Ottima
964.5 ₁ – 964.5 ₂	10.7	Sospetta incompatibilità
964 – 964.5 ₁	2.9	Sufficiente
965 – 964.5 ₂	10.0	Sospetta incompatibilità
964 – 964.5 ₂	8.2	Sospetta incompatibilità

Tabella 4: compatibilità riguardo γ .

Come si può osservare, si riscontra una compatibilità ottima solo in un caso. Questo, in accordo con quanto dichiarato sulla stima degli errori sistematici, può essere dovuto ad effetti anomali sul fluido causati dal moto della massa, che oscillando può alterare la viscosità locale. Questo è incisivo durante il moto smorzato, ossia quando non vi è più una forza torcente, e la massa tende a ritornare nella posizione di equilibrio. Non agendo più una forza, quindi, il pendolo è soggetto al moto del fluido e di conseguenza risente della possibile variazione di viscosità. Per cercare di verificare questa ipotesi, si sono stimati i coefficienti viscosi utilizzando i primi 40 dati a disposizione, allo scopo di migliorare la nostra stima di γ . Infatti, successivamente si notava come fosse presente un moto armonico dei massimi in contrasto con quanto ipotizzasse il nostro modello. Come si nota senza molte analisi queste variazioni potrebbero essere dovute alla presenza di onde nel fluido dovute al moto precedente. Questo fenomeno infatti, si nota solo per piccole ampiezze mentre per quelle maggiori si rientra sempre nell'ordine delle incertezze statistiche. ,

4.3 Stima di ω_0

Infine, come dichiarato, si è proceduto a stimare il valore più probabile di ω_0 utilizzando la pulsazione di risonanza ed il coefficiente di viscosità stimati precedentemente, secondo la formula:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_r^2 + 2\gamma^2} \quad (8)$$

A causa della presenza di quattro diversi parametri γ abbiamo calcolato per ognuno di essi il valore di ω_0 corrispondente e ricavato così i dati in tabella 5, con

$$\sigma_{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{\omega_r^2 + 2\gamma^2}} \cdot \sqrt{\omega_r^2 \sigma_{\omega_r}^2 + 4\gamma^2 \sigma_{\gamma}^2} \quad (9)$$

Frequenza [mHz]	$\omega_0 \pm \sigma_{\omega_0} [\frac{rad}{s}]$
964	6.057 ± 0.003
965	6.057 ± 0.003
964.5 ₁	6.057 ± 0.003
964.5 ₂	6.057 ± 0.003

Tabella 5: ω_0 ricavati dai differenti coefficienti viscosi

La compatibilità risulta ottima per tutti i coefficienti e dunque si ha

$$\omega_0 = 6.057 \pm 0.003 [s^{-1}]$$

4.4 Larghezza a metà ampiezza e fattore di qualità

Con i dati così ottenuti si è stimata la larghezza a metà altezza della curva che meglio approssimasse la nostra distribuzione. Tale valore risulta essere:

$$FWHM = 2\mu \quad (10)$$

Otteniamo allora:

$$FWHM = (232 \pm 10)s^{-1}$$

Successivamente abbiamo deciso di calcolare il fattore di qualità della nostra curva di risonanza. Esso può essere interpretato come una grandezza che indica quanto velocemente si smorzano le oscillazioni del cilindro metallico.

$$Q = \frac{\omega_0}{2\gamma} \quad (11)$$

$$\sigma_Q = \sqrt{\frac{\sigma_{\omega_0}^2}{4\gamma^2} + \frac{\sigma_\gamma^2}{2\gamma^4}} \quad (12)$$

I risultati sono riassunti nella tabella seguente usando come ω_0 quello ottenuto nella precedente sezione.

Frequenza [mHz]	$Q \pm \sigma_Q [s^{-2}]$
964	59.2 ± 0.4
965	60.6 ± 0.5
964.5 ₁	60.9 ± 0.5
964.5 ₂	55.1 ± 0.4

Tabella 6: Fattori di qualità ottenuti utilizzando le pulsazioni e i coefficienti di attrito relativi ad ogni frequenza.

Frequenza [mHz]	Compatibilità	Giudizio
964 – 965	0.03	Ottima
964 – 964.5 ₁	0.01	Ottima
964 – 964.5 ₂	0.13	Ottima
965 – 964.5 ₁	0.03	Ottima
965 – 964.5 ₂	0.10	Ottima
964.5 ₁ – 964.5 ₂	0.12	Ottima

Tabella 7: Compatibilità tra i Q ottenuti dalle varie frequenze.

Siccome tutti i fattori di qualità risultano compatibili tra loro, abbiamo calcolato la media ponderata, ottenendo:

$$\bar{Q} = (60574 \pm 3) \cdot 10^{-4} s^{-2}$$

che quindi ci fornisce un dato con una incertezza dell'ordine di 10^{-4} che risulta molto precisa.

5 Conclusioni

L'obbiettivo dell'esperienza consisteva nell'analisi del moto forzato e smorzato di un pendolo a torsione. In particolare, procedendo ad analizzare i dati ottenuti da un software digitale, si è tentato di stimare con accuratezza il coefficiente viscoso del fluido, l'ampiezza di risonanza e la pulsazione del sistema, nonché la larghezza a metà altezza della curva interpolante i massimi. A seguito delle ipotesi sui possibili errori sistematici dovuti alla ripetizione delle prese dati con frequenze diverse, utilizzando lo stesso fluido, si è notato come in particolare lo studio del coefficiente viscoso tramite l'analisi del moto smorzato si sia rivelato difficoltoso. Per migliorare la stima e la compatibilità abbiamo proceduto ad analizzare solo le prime 40 oscillazioni, ottenendo leggeri miglioramenti sulle compatibilità. Tuttavia questo non è bastato per dichiarare affidabile la nostra stima del coefficiente viscoso che, sotto le dichiarate ipotesi, si può assumere come:

$$\gamma = (0.0503 \pm 0.0002)s^{-1}$$

calcolato come media ponderata dei coefficienti escluso quello per le frequenza a 964.5_2 . Infatti è l'unico valore fortemente non compatibile con gli altri e persino con quello ricavato alla stessa frequenza. Questo fatto ci risulta un po' sospetto perché dovrebbero essere compatibili in qualsiasi caso e forse una variazione così pesante del valore è dovuta agli effetti di disturbo descritti nel paragrafo dedicato. Dall'analisi del moto forzato, invece, si è potuto stimare l'ampiezza massima di risonanza e la sua pulsazione tramite fit con la curva di Cauchy, ottenendo i seguenti valori:

$$A_m = (241 \pm 3)ua \cdot 10^{-3}$$

$$\omega_r = (6057 \pm 3)rad \cdot 10^{-3}s^{-1}$$

e con frequenza di risonanza:

$$\nu_r = (964.0 \pm 0.5)mHz$$

Infine si è proceduto a stimare il valore più probabile della pulsazione del sistema, che risulta essere:

$$\omega_0 = (6.057 \pm 0.003)\frac{rad}{s}$$

calcolato come per il coefficiente γ cioè considerando il valore ottenuto senza elaborazione perchè risulta un valore statisticamente più accettabile e sicuro in quanto l'incertezza sulla media ridurrebbe la nostra sicurezza sul dato.

Come ultimo passo, abbiamo determinato la larghezza a metà ampiezza del fit con la curva 6 ed il fattore di qualità, fornendone una stima approssimativa:

$$FWHM = (232 \pm 10)s^{-1}$$

$$Q = (60574 \pm 3)10^{-4}s^{-2}$$

6 Appendice

Per capire se i nostri massimi avessero qualche effetto che non riuscivamo a scovare abbiamo calcolato le ampiezze per ogni punto e lo zero rispettivamente con la semi somma e la somma per ogni periodo di tempo. Così facendo abbiamo cercato di interpolare i dati con una retta per avere un confronto qualitativo. Abbiamo ottenuto i risultati riportati sotto che evidenziano che tutte le devizioni sono sempre entro la deviazione standard.

Frequenza	$a[ua10^{-6}]$	$\sigma_a[ua\ 10^{-6}]$
900	2,40875	3,82026
910	2,3086	1,03248
920	4,56724	3,75804
930	27,336	3,70448
940	33,4864	4,38287
950	7,42564	3,71342
960	33,0777	14,2811
961	34,2636	3,71202
962	8,34207	3,66809
963	25,3645	3,66936
964	39,9041	3,66698
965	20,5713	8,56955
966	21,251	14,5678
967	80,529	12,0579
968	11,9174	5,21641
969	132,139	8,5628
964,5	23,9307	3,66932
970	145,403	7,8775
980	11,2941	3,66455
990	69,3156	3,62943
1000	67,5674	3,58957
1010	17,2607	11,5794

Tabella 8: Coefficiente angolare in valore assoluto dell'ampiezza

Frequenze	$a[ua10^{-6}]$	$\sigma_a[ua\ 10^{-6}]$
900	16,7403	0,0764052
910	2,88388	0,206495
920	1,11752	0,0751608
930	3,02684	0,0740897
940	5,24946	0,0876574
950	2,21145	0,0742684
960	26,0711	0,297291
961	3,57335	0,0742404
962	3,83556	0,0733619
963	1,83304	0,0733871
964	0,336827	0,0733396
964,5	0,155303	0,0733864
965	6,55284	0,171391
966	25,8385	0,291357
967	1,18073	0,241158
968	6,56419	0,104328
969	4,62536	0,171256
970	3,10003	0,015755
980	0,23792	0,0732909
990	1,24324	0,0725886
1000	1,99288	0,0717915
1100	5,484	0,231587

Tabella 9: Coefficienti angolari degli zeri per ogni set di misura