Esercitazione 1

Ponte di Wheatstone

Marchesini Davide, Masiero Tommaso, Toffoli Marco - Gruppo IV-3 davide.marchesini@studenti.unipd.it tommaso.masiero@studenti.unipd.it marco.toffoli.2@studenti.unipd.it

Dipartimento di Fisica e Astronomia "G. Galilei" Università degli studi di Padova

27 agosto 2024



1. Introduzione

L'obiettivo dell'esperienza è la misura del valore di una resistenza con diverse metodologie e strumenti. Useremo il noto ponte di Wheastone e due multimetri. Grazie a questo potremmo confrontare i nostri risultati e cercare di gli errori di tipo statistico oppure intrinseci alla strumentazione. La precisione dipenderà dunque non solo dal ponte e dal multimetro ma anche dall'utilizzo del ponte stesso. L'utilizzo del ponte di Wheastone presenta sia vantaggi che vantaggi, infatti permette di effettuare misure ripetute con elementi resistivi diversi lungo il circuito ma allo stesso tempo la presenza di resistenze di contatto rende difficile la stima degli errori sistematici.

2. Apparato e procedimento

L'apparato strumentale utilizzato era composto da diverse componenti:

- ponte di Wheatstone (n.7) con resistenza incognita R_x (n.10);
- multimetro METRIX D00XTL37;
- multimetro Agilent U1232A.

Il multimetro Agilent è stato utilizzato solo per misure di intensità di corrente mentre il Metrix sia per misure di intensità di corrente che di resistenza. Le loro caratteristiche principali sono riassunte in tabella 1 dove la lettera L indica il valore fornito direttamente dallo strumento, mentre con D si intende la minor unità di misura mostrata sul display (l'ultimo digit). Sono riportati solo i range di utilizzo per l'esperienza fatta, noti a priori.

Strumento	Range	Accuratezza	Risoluzione
Agilent	$[0.6-6]k\Omega$	0.9%L + 3D	$1000m\Omega$
Metrix	$[0 - 1000]\Omega$	0.1%L + 8D	$10m\Omega$
Metrix	$[1-10]k\Omega$	0.07%L + 8D	$100m\Omega$
Metrix	$[0-1]\mu A$	0.1%L + 15D	10nA

Tabella 1. Caratteristiche costruttive dei multimetri utilizzati.

Il ponte di Wheatstone utilizzato, schematizzato in figura 1, era composto da:

- generatore di tensione, mantenuto a circa 5V;
- una coppia di resistenze R_1 e R_2 note;
- una coppia di resistenze in serie R_{n_1} e R_{n_2} ;
- una resistenza incognita R_x ;

- due commutatori "di coppia" per selezionare R_1 e R_2 tra le 15 coppie disponibili;
- un commutatore "di inversione" che permetteva di invertire le resistenze R_1 e R_2 senza spostarle.

Distingueremo le due configurazioni del sistema identificandole come "dir" (diretta) e "inv" (inversa).

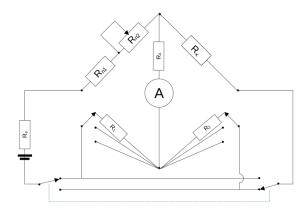


Figura 1. Possibile rappresentazione del ponte di Wheatstone utilizzato.

L'elemento resistivo R_{n_2} è a sua volta costituito da una cassetta a pioli contenente una serie di più resistenze che possono essere cortocircuitate a piacimento attraverso l'inserimento di appositi pioli in ottone; la risoluzione della cassetta è data dal valore della più piccola resistenza modificabile, pari quindi ad 1Ω .

	Valori assunti	Errore massimo
R_1, R_2	$[27:2200]\Omega$	0.5%
R_{n_1}	$1k\Omega$	0.2%
R_{n_2}	$[0:1110]\Omega$	0.1%

Tabella 2. Errori massimi percentuali sui valori di resistenza dei vari elementi del circuito.

Per quanto riguarda la presa dati, abbiamo inizialmente misurato la resistenza R_x direttamente con entrambi i multimetri in modo da avere dei valori di riferimento.

Successivamente, siccome

$$R_x = \rho \cdot R_n - ki_A \tag{1}$$



abbiamo stimato i parametri ρ e k; il primo rappresenta il rapporto tra le resistenze R_1 e R_2 che abbiamo scollegato dal circuito e misurato con il multimetro Metrix mentre per stimare k, detta sensibilità del ponte, abbiamo misurato, per ogni coppia di resistenze R_1 e R_2 , i valori di R_n che portavano ad avere una corrente negativa e positiva entro i $\pm 10\mu A$. Infatti per valori piccoli di corrente la relazione tra questa e R_n può approssimativamente essere considerata lineare:

$$k = \frac{R_n^{sx} - R_n^{dx}}{i_{sx} - i_{dx}} \tag{2}$$

dove abbiamo indicato con "sx" le misure relative ad una corrente e "dx" per corrente positiva.

Misurati questi due parametri abbiamo potuto provvedere a stimare la nostra resistenza incognita. Per ogni coppia di resistenza dei commutatori abbiamo cercato il valore di R_{n_2} che rendeva minima in modulo l'intensità di corrente. Abbiamo svolto le misure sia con il sistema in stato normale sia invertito grazie al commutatore di inversione.

3. Risultati

Le misure dirette della resistenza incognita effettuate con i due multimetri ci hanno fornito le seguenti stime:

$$R_x = (1821.8 \pm 0.9)\Omega$$
 Metrix
 $R_x = (1820 \pm 10)\Omega$ Agilent

dove le incertezze sono stimate a partire dall'accuratezza degli strumenti (vedi Tab. 1) ipotizzando una distribuzione uniforme dei valori entro l'intervallo fornito dall'errore massimo.

In tabella 3 sono invece riportate le misure delle varie coppie di resistenze R_1 e R_2 e il calcolo di ρ ; il numero di cifre significative riportate per le due resistenze è legato all'accuratezza dello strumento nel relativo range di utilizzo.

Dalla figura 2 si può notare la presenza di due coppie di resistenze (la 1 e la 4) il cui rapporto si discosta da 1 in misura maggiore rispetto alle altre.

In tabella 4 sono invece riportati i dati raccolti per la stima della sensibilità del ponte.

Per quanto riguarda le misure della resistenza R_n^{dir} e R_n^{inv} che annullava la corrente per ogni coppia di resistenze R_1 e R_2 , abbiamo impiegato due metodi di raccolta dati differenti:

 metodo A: la coppia di resistenze veniva invertita di posizione subito dopo la misura diretta;

coppia	$R_1(\Omega)$	$\sigma_{R_1}(\Omega)$	$R_2(\Omega)$	$\sigma_{R_2}(\Omega)$	ρ
1	27.07	0.08	26.72	0.08	0.987
2	47.05	0.09	47.16	0.09	1.002
3	100.09	0.13	99.53	0.13	0.994
4	219.0	0.2	221.3	0.2	1.010
5	331.0	0.3	331.0	0.3	1.000
6	393.8	0.4	391.7	0.4	0.995
7	473.5	0.5	472.2	0.5	0.997
8	563.0	0.6	563.9	0.6	1.002
9	650.5	0.7	647.4	0.7	0.995
10	764.2	0.8	763.5	0.8	0.999
11	1003.7	0.7	1001.3	0.7	0.998
12	1240.1	0.9	1241.7	0.9	1.001
13	1554.8	1.1	1556.9	1.1	1.001
14	1755.5	1.2	1754.8	1.2	1.000
15	2196.4	1.5	2193.1	1.5	0.998

Tabella 3. Verifica sulla distribuzione di ρ con il multimetro Metrix.

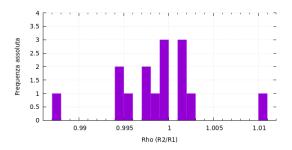


Figura 2. Istogramma di frequenza di ρ per le varie coppie di resistenze. Larghezza bin : 0.001, valori immessi: 15.

Coppia	$i_{sx} [\mu A]$	$R_n^{sx} [\Omega]$	$i_{dx} [\mu A]$	$R_n^{dx} [\Omega]$	$k\left[\frac{\Omega}{\mu A}\right]$
1	-10.58	873	10.03	817	-2.72
2	-10.79	840	10.26	797	-2.04
3	-10.69	860	9.54	813	-2.32
4	-10.54	820	10.78	784	-1.69
5	-10.8	840	10.46	803	-1.74
6	-10.77	850	10.08	813	-1.77
7	-2.19	830	1.08	824	-1.83
8	-6.41	830	6.05	807	-1.85
9	-5.59	840	4.87	820	-1.91
10	-8.85	840	6.38	810	-1.97
11	-6.86	840	7.28	810	-2.12
12	-5.04	830	8.25	800	-2.26
13	-8.69	840	7.57	800	-2.46
14	-7.04	840	8.42	800	-2.59
15	-5.64	840	8.29	800	-2.87

Tabella 4. Misure effettuate con il multimetro Metrix per la stima della sensibilità del ponte di Wheatstone.



• metodo B: l'inversione della posizione delle resistenze è stata fatta solo dopo aver preso tutte le misure con l'apparato in configurazione diretta.

Per i due metodi le misure sono riportate rispettivamente in tabella 5 e 6: tutti i valori di resistenza sono espressi in Ω mentre quelli di intensità di corrente in μA .

Gli istogrammi riportati sono relativi alle misure di $R_n^{0,corr}$ una grandezza che verrà discussa nell'analisi e calcolata come:

$$R_n^{0,corr} = R_n^0 - ki_0 \tag{3}$$

con i_0 l'intensità di corrente "residua".

Coppia	$R_n^{0,dir}$	i_0	$R_{n_0}^{dir,corr}$	$R_n^{0,inv}$	i_0^{inv}	$R_{n_0}^{inv,corr}$
1	1844	-0.06	1843.84	1797	0.05	1797.14
2	1817	-0.16	1816.67	1824	0	1824.00
3	1830	0.06	1830.14	1811	0.23	1811.53
4	1802	0	1802.00	1840	-0.03	1839.95
5	1821	0.04	1821.07	1821	0.15	1821.26
6	1831	0.21	1831.37	1811	0.22	1811.39
7	1826	0.02	1826.04	1816	0.05	1816.09
8	1818	0.04	1818.07	1824	-0.11	1823.80
9	1829	0.05	1829.10	1813	-0.12	1812.77
10	1822	0.2	1822.39	1819	0.21	1819.41
11	1825	0.08	1825.17	1817	-0.18	1816.62
12	1818	0.11	1818.25	1824	-0.14	1823.68
13	1818	0.19	1818.47	1823	0.18	1823.44
14	1822	-0.16	1821.59	1820	0.13	1820.34
15	1824	-0.18	1823.48	1818	0.15	1818.43

Tabella 5. Misure di R_n^0 ottenute applicando il metodo A per la stima di R_x usando il multimetro Metrix.

Coppia	$R_n^{0,dir}$	i_0	$R_n^{dir,corr}$	$R_n^{0,inv}$	i_0^{inv}	$R_{n_0}^{inv,corr}$
1	1844	-0.08	1843.78	1797	-0.05	1796.86
2	1817	-0.02	1816.96	1824	-0.05	1823.90
3	1830	0.15	1830.35	1811	0.013	1811.03
4	1802	0.04	1802.07	1840	-0.01	1839.98
5	1821	0.04	1821.07	1821	-0.15	1820.74
6	1831	-0.16	1830.72	1821	0.19	1821.34
7	1826	-0.02	1825.96	1816	-0.04	1815.93
8	1818	0.05	1818.09	1824	-0.1	1823.82
9	1829	0.12	1829.23	1813	-0.09	1812.83
10	1822	0.22	1822.43	1819	0.25	1819.49
11	1825	0.12	1825.25	1817	-0.1	1816.79
12	1818	0.15	1818.34	1824	-0.1	1823.77
13	1828	0.2	1828.49	1823	0.17	1823.42
14	1822	-0.15	1821.61	1820	0.16	1820.41
15	1823	0.18	1823.52	1819	-0.11	1818.68

Tabella 6. Misure di R_n^0 ottenute applicando il metodo B per la stima di R_x usando il multimetro Metrix.

Le distribuzioni di $R_{n_0}^{dir,corr}$ e $R_{n_0}^{inv,corr}$ sono invece riportate, per entrambi i metodi, in figura 3, 4, 5 e 6. Si può osservare facilmente in tutti i grafici che le coppie 1 e 4 delle resistenze R_1 e R_2 danno dei risultati anomali.

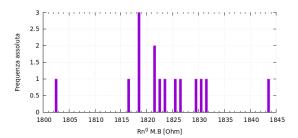


Figura 3. Istogramma di frequenza di $R_{n_0}^{dir,corr}$ ottenuto con il metodo A. Larghezza bin : 1 Ω , valori immessi: 15.

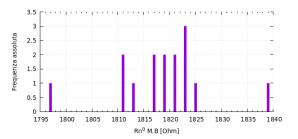


Figura 4. Istogramma di frequenza di $R_{n_0}^{inv,corr}$ ottenuto con il metodo A. Larghezza bin : 2 Ω , valori immessi: 15.

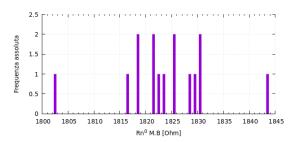


Figura 5. Istogramma di frequenza di $R_{n_0}^{dir,corr}$ ottenuto con il metodo B. Larghezza bin : 1 Ω , valori immessi: 15.

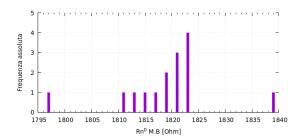


Figura 6. Istogramma di frequenza di $R_{n_0}^{inv,corr}$ ottenuto con il metodo B. Larghezza bin : 2 Ω , valori immessi: 15.

4. Analisi e discussione dei risultati

Le misure dirette delle 15 coppie R_1 e R_2 ci hanno permesso di valutare la validità dell'ipotesi secondo cui

$$\rho = \frac{R_2}{R_1} = 1$$

Abbiamo osservato che le misure delle resistenze, riportate in tabella 3, si discostano abbastanza dai valori tabellati, uscendo in alcuni casi anche dall'intervallo di fiducia dichiarato (0.5%). Ci aspettiamo però una correlazione positiva tra questo errore, dovuto all'usura, sulla resistenza R_1 e sulla resistenza R_2 , e di conseguenza una minor influenza su ρ

Difatti calcolando il rapporto otteniamo una buona stima di ρ , in particolare facendo la media (dei 15 valori ottenuti) otteniamo

$$\bar{\rho} = 0.999 \pm 0.005$$

$$\bar{\rho}^{-1} = 1.001 \pm 0.005$$

dove con ρ^{-1} intendiamo l'inverso di ρ ovvero il rapporto rispettivamente tra R_1 e R_2 . L'incertezza associata a queste stime è data dallo scarto quadratico medio, in questo modo possiamo confrontare questo errore con quello stimato a priori. Dai grafici riportati nella sezione precedente si vede come le coppie di resistenze 1 e 4 forniscano risultati incompatibili con le altre. Per questo motivo abbiamo deciso di eliminarle.

Con queste considerazioni le fluttuazioni di ρ si riducono ulteriormente fornendo un errore percentuale dello 0.27%, inferiore rispetto a quello massimo stimato a priori[1] e pari a 0.70%; questa differenza è attribuibile ad un'eventuale correlazione tra gli errori di R_1 e R_2 , sia sistematici che casuali che riducono l'errore su ρ .

Per quanto riguarda la stima della sensibilità del ponte di Wheatstone in laboratorio abbiamo trovato per ogni coppia di resistenze disponibile il valore di R_n che portava la corrente ad un valore compreso tra $[-10;10]\mu A$. Attraverso l'equazione 2 abbiamo calcolato k per ogni coppia $(R_1;R_2)$. I vari valori di k in funzione delle coppie di resistenze sono riportati nel grafico 7:

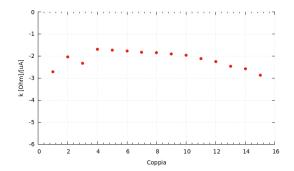


Figura 7. Sensibilità del ponte in funzione delle coppie di resistenze.

Osserviamo un andamento non esattamente lineare, questo a causa dell'approssimazione che abbiamo fatto considerando la relazione tra R_n e la corrente lineare.

Se facciamo una media aritmetica dei vari \boldsymbol{k} otteniamo:

$$k = -2.14 \pm 0.38$$

dove abbiamo assunto che l'incertezza su k sia la deviazione standard della media, osserviamo quindi che l'errore percentuale è piuttosto grande (circa 18%).

Calcolati questi due parametri e con i dati raccolti possiamo risolvere in parte il problema della discretizzazione della cassetta a pioli correggendo le resistenze di annullamento attraverso l'equazione

Come spiegato prima abbiamo usato due diverse procedure di raccolta dati (A e B), per entrambi il principio è quello di trovare il valore della resistenza R_n (cambiando la disposizione dei pioli) tale per cui la corrente nel circuito sia nulla per ogni coppia (R_1,R_2) e i due metodi si differenziano proprio per la sequenza di misurazioni effettuate. Il metodo A dovrebbe risultare a priori migliore in quanto l'effetto delle resistenze di contatto dei commutatori di coppia viene, in linea di principio, annullato.

Raccolti i dati, ovvero i valori della resistenza di azzeramento della corrente R_{n^0} e la corrente più vicina allo zero ottenibile i_0 , ipotizzando che ρ e ρ_{-1} siano uguali a 1 vale l'equazione 3.



OSS. La scelta di considerare $\rho=1$ è dovuta al fatto che le fluttuazioni dei valori di R_x che si osservano sono essenzialmente imputabili a quelle del valore di ρ per le diverse coppie di resistenze. Calcolando infatti lo scarto quadratico medio dei vari R_n^0 e dei $R_n^{0,corr}$ otteniamo un errore percentuale dello 0.260 % per i primi e 0.261 % per i secondi, che ci permette di affermare che l'errore casuale introdotto dalla misura di corrente è trascurabile rispetto a quello dovuto a ρ . Tale errore percentuale è relativo al set di dati raccolti col metodo B e con il sistema in stato "diretto", ma i risultati sono molto simili anche per gli altri set di dati. Otteniamo per i due metodi:

· Metodo A.

$$R_x^{dir}=(1823.2\pm1.4)\Omega$$

$$R_x^{inv} = (1818.7 \pm 1.3)\Omega$$

usando come incertezza la deviazione standard della media. In particolare otteniamo i seguenti scarti quadratici medi:

$$\sigma_{R_x^{dir}} = 5\Omega$$

 \mathbf{e}

$$\sigma_{R_x^{inv}} = 5\Omega$$

· Metodo B.

$$R_x^{dir} = (1824.0 \pm 1.3)\Omega$$

$$R_x^{inv} = (1819.4 \pm 1.2)\Omega$$

Mentre lo scarto quadratico medio risulta essere nei due casi:

$$\sigma_{R_{\pi}^{dir}} = 5\Omega$$

е

$$\sigma_{R_{\pi}^{inv}} = 4\Omega$$

Osserviamo dunque che l'incertezza sui vari R_x è importante e questo principalmente è dovuto alle fluttuazione di ρ , per ovviare a questo problema sfruttiamo il fatto che:

$$R_x = \rho \cdot R_n^{0,dir} \tag{4}$$

 \mathbf{e}

$$R_x = \frac{R_n^{0,inv}}{\rho} \tag{5}$$

e di conseguenza possiamo stimare il valore della resistenza incognita anche come:

$$R_r^* = \sqrt{R_n^{0,dir} \cdot R_n^{0,inv}} \tag{6}$$

in maniera tale da rendere la stima completamente indipendente da ρ (il suo errore sistematico si

anticorrela nel rapporto). Otteniamo i seguenti valori:

$$R_x^* = (1820.8 \pm 0.3)\Omega \quad (metodoA)$$

$$R_x^* = (1820.8 \pm 0.3)\Omega \quad (metodoB)$$

Dove l'errore è dato dallo scarto quadratico medio.

La stima di R_x^* per il set di dati ottenuto con il metodo B è stata fatta scartando due misure, entrambe dell'ordine di 1825 Ω , che, come si vede facilmente dal grafico 6, si discostano sensibilmente (più di tre deviazioni standard dal valor medio) dalle altre e avrebbero aumentato notevolmente l'incertezza. E' importante osservare che queste due misure non sono quelle riferite alle coppie 1 e 4 di R_1 e R_2 di cui abbiamo parlato precedentemente quindi è possibile che, nonostante non si veda nelle misure di R_n^0 e $R_n^{0,inv}$ (è possibile che le fluttuazioni di ρ abbiano coperto questo comportamento), ci sia stato qualche problema durante la presa dati.

Nell'ipotesi in cui l'errore calcolato a posteriori dalla distribuzione dei vari R_x^* sia frutto di un contributo legato all'errore sulla corrente, alla discretizzazione di R_n ed ad un contributo dovuto alle resistenze di contatto (sistematico se si considera il dato singolo, ma quasi casuale se si considera tutta la distribuzione dei vari R_n), possiamo stimare quest'ultimo.

Indicando con σ_{R_c} l'errore sistematico, con $\sigma_{R_x^0}$ quello dovuto a i_0 ed R_n e con $\sigma_{R_x^*}$ la deviazione standard, abbiamo che

$$\sigma_{R_x^*} = \sqrt{\sigma_{R_x^0}^2 + \sigma_{R_c}^2} \tag{7}$$

da cui si ricava:

$$\sigma_{R_c} = \sqrt{\sigma_{R_x^*}^2 - \sigma_{R_x^0}^2} \tag{8}$$

Per stimare $\sigma_{R_x^0}$ consideriamo che l'errore massimo dichiarato sulla corrente per il multimetro utilizzato è, per il fondo scala utilizzato, pari a 0.1%L + 15D (con D=0.01 μA nel nostro caso); trascurando il contributo del primo termine in quanto molto minore del secondo otteniamo che $\delta_{i_A}=0.15\mu A$, quindi usando il k medio il contributo a $\sigma_{R_x^0}$ dato dalla corrente è in modulo

$$\delta_{R_x}(i_A) = k\delta_{i_A} = 0.32\Omega$$

Se stimiamo l'errore massimo dovuto alla discretizzazione $\delta_{Rx}(ris) = 0.5\Omega$ considerando la risoluzione della cassetta di resistenze abbiamo che l'errore su R_x^0 è:



$$\delta_{R_x^0} = \sqrt{\delta_{Rx}(i_A)^2 + \delta_{Rx}(ris)^2} = 0.59\Omega$$

e considerando questo errore pari a 3σ otteniamo infine:

$$\sigma_{R_x^0} = 0.20\Omega$$

Possiamo allora stimare l'errore dovuto alle resistenze di contatto su R_x^* attraverso l'equazione 8 ottenendo :

$$\sigma_{R_c} = 0.2\Omega$$
 (metodo A)
 $\sigma_{R_c} = 0.2\Omega$ (metodo B)

Gli errori stimati fino a questo punto sono gli errori che hanno contribuito alla dispersione delle nostre misure. Per quanto riguarda gli errori sistematici su R_x^* , $R_n^{0,dir}$ e $R_n^{0,inv}$ abbiamo principalmente tre contributi:

• Le resistenze R_{n_1} e R_{n_2} sono disposte in serie, la prima è stimata di 1000Ω con un errore massimo δR_{n_1} dello 0.2% mentre la secondo ha una risoluzione δR_{n_2} di 1Ω . Valutiamo l'errore sistematico dovuto a queste resistenze come:

$$\delta R_n = \sqrt{(\delta R_{n_1})^2 + (\delta R_{n_2})^2} = 2.2\Omega$$

- La resistenza di collegamento che, nell'ipotesi di collegamenti in rame e circuito complessivo relativamente non troppo esteso, può essere stimata inferiore ad 0.1Ω [1].
- Le resistenze di contatto della cassetta che dovrebbero risultare inferiori all'errore massimo sul valore delle resistenze della cassetta. Possono essere stimate di circa 1Ω [1].

Sommando linearmente i contributi (stime effettuate per difetto) si ottiene un errore sistematico sulle stime finali della resistenza incognite di 3.3Ω .

5. Conclusioni

Riportiamo di seguito le stime della resistenza R_x ottenute con i diversi metodi:

• Metodo A:

$$\begin{split} \bar{R}_x^{dir} &= (1823.2 \pm 1.4 (\mathrm{stat.}) \pm 3.3 (\mathrm{sys.})) \ \Omega \\ \bar{R}_x^{inv} &= (1818.7 \pm 1.3 (\mathrm{stat.}) \pm 3.3 (\mathrm{sys.})) \ \Omega \\ \bar{R}_x^\star &= (1820.8 \pm 0.3 (\mathrm{stat.}) \pm 3.3 (\mathrm{sys.})) \ \Omega \end{split}$$

• Metodo B:

$$\begin{split} \bar{R}_x^{dir} &= (1824.0 \pm 1.3 (\mathrm{stat.}) \pm 3.3 (\mathrm{sys.})) \ \Omega \\ \bar{R}_x^{inv} &= (1819.4 \pm 1.2 (\mathrm{stat.}) \pm 3.3 (\mathrm{sys.})) \ \Omega \\ \bar{R}_x^\star &= (1820.8 \pm 0.3 (\mathrm{stat.}) \pm 3.3 (\mathrm{sys.})) \ \Omega \end{split}$$

Dove gli errori statistici sono rappresentati dalla deviazione standard della media.

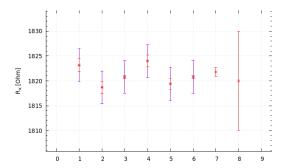


Figura 8. Stime finale della ressitenza incognita. In rosso l'errore casuale, in viola l'errore sistematico. Da sinistra verso destra: $R_x^{A,dir}$, $R_x^{A,inv}$, $R_x^{A,*}$, $R_x^{B,dir}$, $R_x^{B,inv}$, $R_x^{B,*}$, R_x^{Metrix} , $R_x^{Agilent}$.

Si nota che le stime di R_x^* risultano molto più accurate di tutte le altre, in generale non si osservano significative differenze sulle incertezze tra il metodo A e B, quando invece ci aspettavamo che l'errore dovuto alle resistenze di contatto dei commutatori di inversione influenzassero solo la precisione del metodo B, probabilmente altri errori hanno coperto questo effetto.

Le stime risultano tutte tra di loro compatibili, e tutte compatibili con le misure effettuate usando i multimetri (in generale se r è il coefficiente di correlazione troviamo che r < 3 per ogni coppia di R_x).

Riferimenti bibliografici

[1] A. Longhin, A. Patelli, Note di sperimentazioni di fisica 2, 2022