

### GRUPPO IV 3

Masiero Tommaso - Matricola 2015778 - Email [tommaso.masiero@studenti.unipd.it](mailto:tommaso.masiero@studenti.unipd.it)

Marchesini Davide - Matricola 2009840 - Email [davide.marchesini@studenti.unipd.it](mailto:davide.marchesini@studenti.unipd.it)

Toffoli Marco - Matricola 2000397 - Email [marco.toffoli.2@studenti.unipd.it](mailto:marco.toffoli.2@studenti.unipd.it)

## Stima della lunghezza focale, del coefficiente di aberrazione sferica e cromatica di una lente

### 1 Obiettivi

L'obiettivo di questa esperienza è stimare alcuni parametri fondamentali che caratterizzano una lente sferica reale, cioè una lente con spessore non trascurabile, curvatura e altri parametri. In particolare otterremo una stima della distanza focale, dei coefficienti di aberrazione sferica e aberrazione cromatica della lente in questione (n.9).

Inoltre la stima della distanza focale verrà ottenuta con tre metodi differenti in modo tale da consentirci di fare alcune valutazioni.

### 2 Apparato sperimentale

Siccome la stima dei parametri verrà ottenuta attraverso metodi differenti, l'apparato strumentale ha subito piccoli cambiamenti durante tutta l'esperienza.

Elementi principali dell'apparato:

**Banco ottico:** esso consiste in una guida rigida, affiancata da una riga millimetrata (con risoluzione di mezzo millimetro), sulla quale possono essere fatti scorrere e fissati altri oggetti.

**Lanterna:** si trova ad uno dei due estremi del banco ottico ed è costituita principalmente da una sorgente luminosa a luce bianca e tre differenti filtri. Questi permettono di ottenere tre diverse lunghezze d'onda:

- Filtro blu,  $\lambda = 486.1nm$ ;
- Filtro giallo,  $\lambda = 589.3nm$ ;
- Filtro rosso,  $\lambda = 656.3nm$ .

**Lente:** rappresenta l'oggetto di studio, è una lente sferica con raggio di curvatura pari a  $R = (14.0 \pm 0.5)mm$ .

**Schermo:** è l'oggetto su cui viene a crearsi l'immagine; è in vetro opaco su cui è impresso

un reticolo a quadri utile per la misura di lunghezza dell'immagine.

**Cavalieri:** sono delle strutture su cui possono essere inserite lenti o schermi e che permettono il fissaggio di questi al banco ottico. In particolare avevamo a disposizione un cavaliere porta lente e uno porta schermo dotati di micrometro con risoluzione  $R = 0.01mm$ .

Elementi aggiuntivi necessari per alcune misurazioni:

**Diaframma:** di tre tipi, il primo costituito da un disco metallico al cui centro è stato praticato un foro, usato in tutte le esperienze e posto davanti alla sorgente, il secondo simile al primo ma con quattro fori, più piccoli rispetto al caso precedente, e disposti in maniera tale da avere separatamente due fasci marginali e due fasci parassiali e il terzo posto davanti alla lente in modo da ridurre ulteriormente gli effetti marginali ma che non è stato utilizzato nella quarta esperienza.

**Doppietto di Dollond:** è ottenuto dall'accoppiamento di una lente sferica con una bi-concava e permette di ridurre al massimo l'aberrazione cromatica. In questo modo la sua lunghezza focale della radiazione rossa coincide con quella della radiazione blu.

### 3 Metodo di misura

#### 3.1 Metodo per la stima della lunghezza focale per auto-collimazione

Il primo metodo per la misura della distanza focale della lente in luce ambra si basa sul misurare la larghezza dell'immagine nello schermo.

Il sistema si basa sul concetto teorico secondo il quale quando la distanza lente-oggetto è uguale alla distanza focale allora i raggi uscenti dalla lente devono essere paralleli tra loro e di conseguenza la dimensione dell'immagine sullo schermo deve rimanere invariata al variare della distanza di questo dalla lente. Allora abbiamo fissato la lente sul cavaliere porta lente dotato di micrometro in una posizione approssimativa della distanza focale (che sapevamo essere entro  $(5 \pm 1)cm$ ); poi abbiamo posto lo schermo a distanze di 35cm e 85cm nella riga del banco e, facendo variare il valore del micrometro del porta-lente abbiamo di volta in volta misurato il diametro dell'immagine (circolare) sullo schermo. La misura del diametro è stata eseguita grazie alla rigatura presente sullo schermo e al micrometro ad esso fissato che permetteva di misurarne lo spostamento laterale. Infatti fissata una linea verticale tangente all'immagine e spostando lo schermo (col micrometro laterale) fino a che tale linea fosse nuovamente tangente ma alla parte opposta dell'immagine, allora la differenza tra le due lunghezze misurate col micrometro risulta essere la misura da noi cercata. Abbiamo effettuato la misura del diametro per diverse distanze oggetto-lente soffermandoci in un intorno della distanza focale sempre più piccolo.

#### 3.2 Metodo dei punti coniugati per la stima della lunghezza focale

Il secondo metodo per la misura della lunghezza focale è noto come metodo dei punti coniugati. Conoscendo la legge dei costruttori di lenti è possibile con semplici misure di distanze tra la lente, l'oggetto e lo schermo ottenere la distanza focale. Dal punto di vista pratico fissata una posizione per la lente (grazie solo all'uso della riga sul banco ottico e

non al micrometro in questo caso) il nostro obbiettivo era trovare la posizione di messa a fuoco dell'immagine (sempre solo con la riga del banco). Questa procedura è stata ripetuta per 20 volte per diversi valori della distanza lente-oggetto. In questo modo si possono ottenere dei punti che appartengono a  $\frac{1}{q} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$ . Allora risulta semplice ricavare la lunghezza focale.

### 3.3 Metodo per la stima della lunghezza focale col metodo di Bessel

Il terzo metodo per la misura focale è noto come metodo di Bessel. Usando le equazioni note dalla teoria è possibile ricondursi alla formula  $f = \frac{L^2 - S^2}{4L}$  con  $L$  la distanza oggetto-schermo e  $S$  la distanza di due punti precisi che dobbiamo misurare. Questi due punti sono posizioni che mandano a fuoco l'oggetto nello schermo tenendo costante la distanza oggetto-schermo. Il fatto è dovuto all'equazione dei costruttori di lenti perché se poniamo le trasformazioni  $p \rightarrow q$  e  $q \rightarrow p$  allora l'oggetto è comunque a fuoco perché i punti appartengono ancora al grafico di equazione  $\frac{1}{q} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$ . A differenza del secondo metodo noi siamo interessati alla distanza dei due punti e non ai valori assoluti di  $q$  e  $p$ . Per le misure di questi valori abbiamo fissato l'oggetto e lo schermo in posizioni che non sono mai state mosse durante le misure e abbiamo cercato le due posizioni della lente che mandano a fuoco l'immagine ed effettuato misure ripetute. Queste misure ripetute sono state fatte con il portalente non dotato di micrometro quindi con risoluzione legata a quella del metro sul banco ottico.

### 3.4 Metodo per la stima del coefficiente di aberrazione sferica

L'obbiettivo dell'esperienza è la quantificazione dell'aberrazione sferica sulla nostra lente. Il parametro da stimare  $c$  è il coefficiente di aberrazione sferica che si calcola da  $c = \frac{l \cdot f_D}{R^2}$  dove  $l$  è la distanza tra i due fuochi dei raggi marginali e assiali.

Per fare ciò, chiamato  $\theta$  l'angolo tra la normale nel centro della lente e i raggi di luce dell'immagine, abbiamo dovuto misurare la lunghezza focale per raggi parassiali e marginali ( $\theta_P \ll \theta_M$ ). Per selezionare i raggi abbiamo usato un diaframma con 4 fori: 2 molto vicini al centro e 2 molto distanti. Abbiamo utilizzato anche il doppietto di Dollond, che permette di produrre raggi paralleli acromatici se posto ad una certa distanza ricavata grazie ad una riga solida, distanza che è stata mantenuta costante per tutta l'esperienza. Abbiamo fissato dunque la nostra lente su un punto qualsiasi del banco ottico e per trovare la convergenza dei raggi in un solo punto abbiamo mosso solamente lo schermo.

Per i raggi marginali siccome un minimo movimento della lente portava ad un grande spostamento dei punti nello schermo abbiamo effettuato una singola misura, tuttavia per i raggi parassiali abbiamo misurato l'intervallo  $[f_{Pi}; f_{Pf}]$  entro il quale il fuoco era compreso a causa della bassa risoluzione del nostro occhio.

### 3.5 Metodo per la stima del coefficiente di aberrazione cromatica

Questa quinta esperienza mira invece alla quantificazione dell'aberrazione cromatica, cioè alla misura della distanza tra i fuochi della luce blu (linea F) e di quella rossa (linea C) e successivamente alla stima del numero di Abbe. Utilizzando il doppietto di Dollond (in modo da avere raggi paralleli) e fissata la lente abbiamo mosso lo schermo fino ad arrivare ad un punto vicino al fuoco per poi usare il micrometro, in modo da avere misure più precise. Il tutto è stato ripetuto cambiando il filtro per 10 misure ad entrambi i

colori (rosso e blu). Durante l'esperienza, tuttavia, si è notato come non fosse possibile a volte percepire il cambiamento dell'immagine pur sapendo che il fuoco della linea C doveva essere minore di quello della linea F, ci aspettiamo dunque una stima non molto accurata.

## 4 Analisi e discussioni

Questo paragrafo sarà composto da tre sottoparagrafi dedicati a diverse esperienze, il primo con l'obiettivo di stimare il fuoco di una lente, con le ultime due invece abbiamo cercato di quantificare le aberrazioni. D'ora in poi fisseremo le seguenti quantità:

$\mu_0 = (8.7 \pm 0.1)mm$ : posizione di azzeramento del micrometro del cavaliere porta lente;

$P_0 = (19.85 \pm 0.05)cm$ : posizione della sorgente luminosa;

$dr = (2.7 \pm 0.1)mm$ : distanza tra gli spigoli della lente;

$VV' = (10.1 \pm 0.1)mm$ : distanza tra i due vertici della lente

Dove  $P_0$  rimarrà fissa durante tutte le esperienze. Inoltre le incertezze per tutte le misure prese utilizzando la riga del banco ottico sono di  $0.05cm$ .

### 4.1 Stima della distanza focale

#### 4.1.1 Analisi dati 1

Come spiegato nella sezione dedicata al metodo, durante l'esperienza abbiamo ottenuto una serie di coppie di dati  $(\mu, D)$  che rappresentano il diametro dell'immagine in funzione della distanza della lente rispetto a  $\mu_0$ ; sia con lo schermo posto ad una distanza di 35cm che a 85cm. Da questi abbiamo potuto ricavare  $\mu^*$ , ovvero la distanza  $\mu$  tale per cui i raggi uscenti dalla lente fossero paralleli, necessaria per ottenere una corretta stima della distanza focale. Per piccole variazioni di distanze, come quelle da noi effettuate, si ha che  $D \propto \mu$  dunque esiste una retta del tipo  $D = a\mu + b$ , con  $a$  e  $b$  i coefficienti.

Interpolando i dati secondo questa ipotesi per entrambe le posizioni dello schermo abbiamo ottenuto le stime seguenti:

	a	$\sigma_a$	b	$\sigma_b$
sc.35	0.6	0.1	7.6	0.9
sc.85	2.4	0.1	-5.5	0.9

Tabella 1: Parametri  $a$  e  $b$  delle due rette interpolanti. "sc.35" e "sc.85" rappresentano rispettivamente la retta ottenuta dall'interpolazione dei dati raccolti con lo schermo distante 35cm dallo zero del banco ottico e quelli raccolti con lo schermo a 85cm.

$\mu^*$  è l'ascissa del punto di intersezione delle due rette, quindi:

$$\mu^* = \frac{b_{35} - b_{85}}{a_{85} - a_{35}} = 7.48$$

Per quanto riguarda l'incertezza, questa può essere stimata utilizzando la propagazione degli errori e tenendo conto delle covarianze tra i parametri della stessa retta.

Considerando che  $\sigma_{b_{35}} = \sigma_{b_{85}} = \sigma_b$ , che  $\sigma_{a_{35}} = \sigma_{a_{85}} = \sigma_a$  e che  $Cov(b_{35}, a_{35}) = Cov(b_{85}, a_{85}) =$

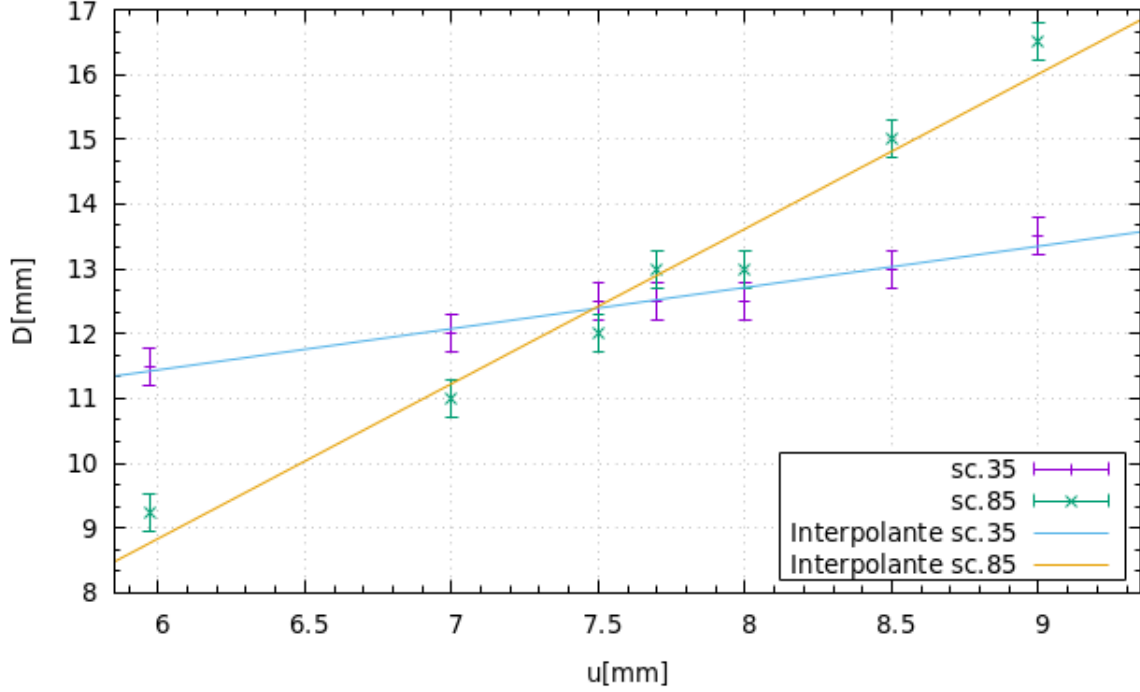


Figura 1: interpolazione dei diametri in funzione di  $\mu$ .

$Cov(b, a)$ , si ottiene che:

$$\sigma_{\mu*} = \sqrt{2 \cdot \left( \frac{\sigma_b}{a_{85} - a_{35}} \right)^2 + 2 \cdot \left( \frac{b_{35} - b_{85}}{(a_{85} - a_{35})^2} \right)^2 \cdot \sigma_a^2 + 4 \cdot \frac{b_{35} - b_{85}}{(a_{85} - a_{35})^3} \cdot Cov(b, a)} \quad (1)$$

Con:

$$Cov(a, b) = -\frac{\bar{x} \cdot \sigma_y^2}{N \cdot Var[x]} = -0,1076mm \quad (2)$$

Dove  $\bar{x}$  è la media dei vari  $\mu$  misurati,  $\sigma_y^2$  è la varianza riferita alla misura singola dei diametri dell'immagine sullo schermo, stimata come:

$$\sigma_y^2 = \left( \frac{2 \cdot R^*}{\sqrt{12}} \right)^2 \quad (3)$$

ipotizzando una distribuzione uniforme dove  $R^* = 0.5mm$ , stimata in laboratorio e legata alla non perfetta definizione del bordo dell'immagine sullo schermo.

Una volta ottenuto  $\mu* = (7.5 \pm 0.1)mm$  possiamo ricavare la distanza focale con l'equazione per le lenti spesse:

$$f = P_L - P_0 + (\mu_0 - \mu*) + \frac{dr}{2} - \frac{VV'}{6} \quad (4)$$

dove  $P_L = (25.00 \pm 0.05)cm$  rappresenta la posizione del cavaliere porta lente. Abbiamo ottenuto l'incertezza su  $f$  attraverso la propagazione come:

$$\sigma_f = \sqrt{\sigma_{P_L}^2 + \sigma_{P_0}^2 + \sigma_{\mu_0}^2 + \sigma_{\mu*}^2 + \frac{\sigma_{dr}^2}{4} + \frac{\sigma_{VV'}^2}{36}} \quad (5)$$

Ottenendo infine:

$$f_1 = (5.39 \pm 0.07) \text{ cm}$$

#### 4.1.2 Analisi dati 2

Posti  $P_L$ ,  $P_S$  rispettivamente le posizioni di lente e schermo lette sull'asta graduata del banco ottico, sappiamo dalla teoria che valgono le seguenti equazioni:

$$p = P_L - P_0 + \frac{dr}{2} - \frac{VV'}{6} \quad (6)$$

$$q = P_S - P_L - \frac{dr}{2} - \frac{VV'}{6} \quad (7)$$

dove  $p$  e  $q$  sono rispettivamente la distanza della lente dalla sorgente e dallo schermo quando l'immagine è a fuoco.

Sapendo inoltre che:

$$\frac{1}{q} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f} \quad (8)$$

possiamo stimare la distanza focale effettuando misure di  $P_S$  e  $P_L$  variando di volta in volta la posizione di lente e schermo. I dati possono essere interpolati ipotizzando un andamento del tipo  $y = ax + b$ , dove nel primo caso (1)  $x = \frac{1}{p}$  e  $y = \frac{1}{q}$  mentre nel secondo caso (2)  $x = \frac{1}{q}$  e  $y = \frac{1}{p}$ . Le due differenti interpolazioni sono mostrate nei grafici seguenti.

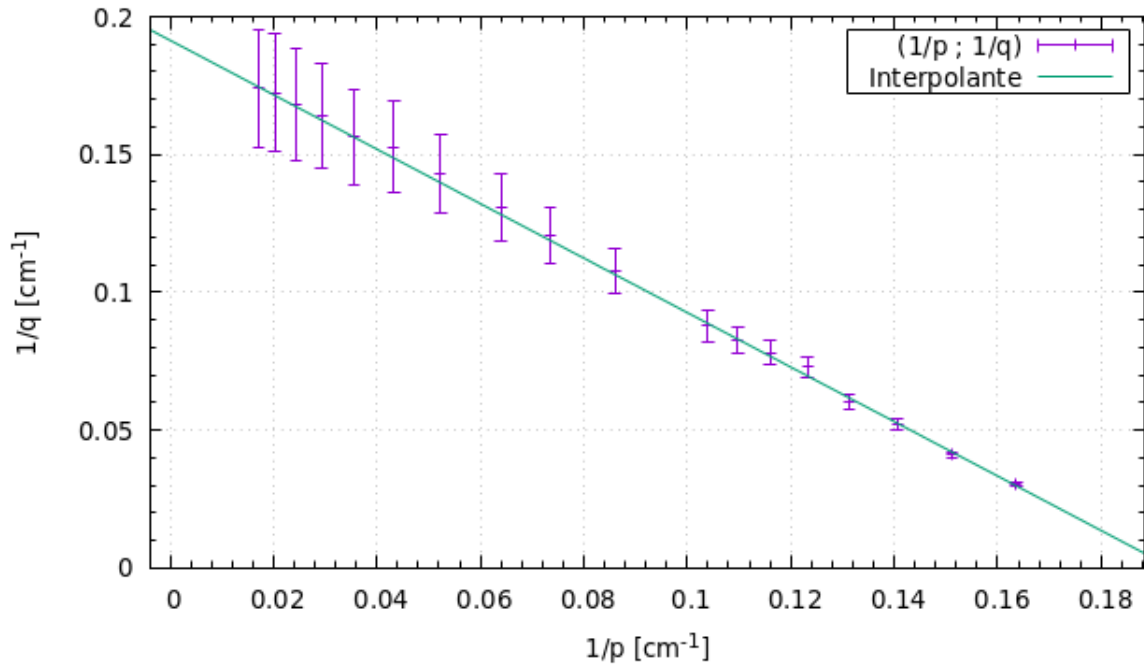


Figura 2: interpolazione dei dati su un piano in cui l'ascissa rappresenta i valori di  $1/p$  e l'ordinata di  $1/q$ .

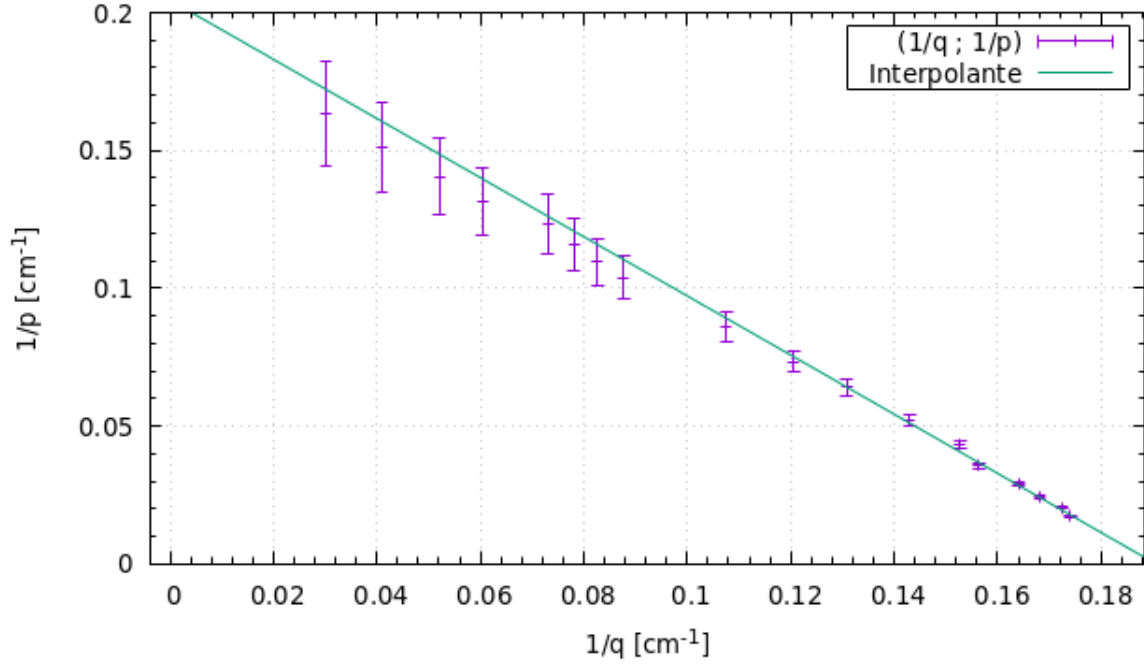


Figura 3: interpolazione dei dati su un piano in cui l'ascissa rappresenta i valori di  $1/q$  e l'ordinata di  $1/p$ .

I valori di  $a$  e  $b$  per entrambe le rette sono riassunti in tabella 2. Nell'interpolazione abbiamo trascurato le incertezze sulle ascisse e considerato le varie  $\sigma_{yi}$  diverse l'una dall'altra a causa del fatto che nonostante  $Var[p]$  e  $Var[q]$  siano costanti, l'incertezza dell' $i$ -esimo punto è pesato con un fattore  $\frac{1}{p_i^2}$  per ogni  $i=1, \dots, N$ .

In particolare

$$Var(y_i) = Var\left(\frac{1}{p_i}\right) = \frac{Var(p)}{p_i^4} \quad (9)$$

dove  $Var[p] = Var[q] = 0.503mm$  sono state ottenute propagando:

$$Var[p] = \sigma_{PL}^2 + \sigma_{P0}^2 + \frac{\sigma_{dr}^2}{4} + \frac{\sigma_{VV'}^2}{36} \quad (10)$$

$$Var[q] = \sigma_{PL}^2 + \sigma_{PS}^2 + \frac{\sigma_{dr}^2}{4} + \frac{\sigma_{VV'}^2}{36} \quad (11)$$

	a	b [ $cm^{-1}$ ]
1	$-0.99 \pm 0.03$	$0.1914 \pm 0.0004$
2	$-1.07 \pm 0.02$	$0.2045 \pm 0.0004$

Tabella 2: parametri delle due interpolazioni

Adesso per la legge di Gauss si deve avere  $a \approx -1$  e  $b = \frac{1}{f}$ , nel primo caso posto  $\mu = -1$  la compatibilità tra  $\mu$  e  $a_1$  risulta  $r = 0.4$  invece per il secondo caso si ha  $r = 3.5$ , di conseguenza siamo motivati a scegliere la prima interpolazione come quella più attendibile.

Otteniamo dunque che

$$f = \frac{1}{b_1} = 5.2228cm$$

con incertezza  $\sigma_f = \frac{\sigma_{b_1}}{b_1^2} = 0.125mm$ , quindi in definitiva usando il secondo metodo abbiamo ottenuto:

$$f_2 = (5.223 \pm 0.012)cm$$

#### 4.1.3 Analisi dati 3

In questa esperienza abbiamo fissato  $P_S = 50cm$  (posizione schermo) e tramite misure ripetute dei due punti di messa a fuoco, come spiegato nella sezione del metodo, si sono trovati i valori più probabili:  $P_{L1} = (26.57 \pm 0,013)cm$  e  $P_{L2} = (43,04 \pm 0,015)cm$  stimati con media e deviazione standard della popolazione.

Allora valgono le seguenti relazioni:

$$S = P_{L2} - P_{L1} = (16.47 \pm 0.02)cm$$

e

$$L = P_S - P_0 = (30.15 \pm 0.07)cm$$

dove abbiamo usato la propagazione degli errori per stimare le incertezze, cioè:

$$\sigma_S = \sqrt{\sigma_{P_{L1}}^2 + \sigma_{P_{L2}}^2} \quad (12)$$

$$\sigma_L = \sqrt{\sigma_{P_S}^2 + \sigma_{P_0}^2} \quad (13)$$

Con questi risultati usare le formule di Bessel per trovarsi il fuoco risulta immediato:

$$f = \frac{L^2 - S^2}{4L} = 5.2896cm$$

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{1}{4} + \frac{S^2}{4L^2}\right)^2 \cdot \sigma_L^2 + \left(\frac{S}{2L}\right)^2 \cdot \sigma_S^2} \quad (14)$$

Di conseguenza il valore ricavato con il metodo di Bessel della misura del fuoco risulta:

$$f_3 = (5.29 \pm 0.02)cm$$

#### 4.1.4 Confronto risultati

Ricapitolando abbiamo ottenuto con tre metodi diversi le seguenti stime della distanza focale:

$$f_1 = (5.24 \pm 0.07)cm$$

$$f_2 = (5.223 \pm 0.012)cm$$

$$f_3 = (5.29 \pm 0.02)cm$$



Studiandone la compatibilità otteniamo i seguenti valori per  $r$ :

$r_{ij}$	
$r_{12}$	2.3
$r_{23}$	2.5
$r_{13}$	1.3

Tabella 3: coefficienti di compatibilità

Dove con  $r_{ij}$  intendiamo il coefficiente di compatibilità tra  $f_i$  e  $f_j$ . Dalla tabella si nota che gli unici valori compatibili tra loro sono  $f_1$  e  $f_3$ , dunque possiamo fare una media ponderata tra i due ottenendo un'unica stima della distanza focale:

$$f = (5.30 \pm 0.02)cm$$

## 4.2 Stima del coefficiente di aberrazione sferica.

Sapendo che deve valere:

$$c = \frac{l \cdot f_D}{R^2} \quad (15)$$

Dove:

$l$  è la distanza tra il fuoco dei raggi marginali e quelli parassiali;

$f_D$  è la distanza focale a luce ambra;

$R$  è il raggio di curvatura della lente;

ci è bastato avere una buona stima di  $l$ , in quanto  $R$  è un valore a noi noto mentre  $f_D$  è stato calcolato precedentemente, per stimare il coefficiente di aberrazione sferica  $c$ .

Avendo una inclinazione maggiore, la posizione in cui i raggi marginali convergono è molto definita e semplice da misurare.

Per quanto riguarda i parassiali la situazione è differente, non essendo raggi singoli e avendo una inclinazione più debole per il nostro occhio non convergono in un unico punto, tuttavia si può osservare un intervallo di distanza dalla lente in cui l'immagine rimane costante.

Per questo motivo abbiamo stimato  $l$  come:

$$l = \frac{f_{P,i} + f_{P,f}}{2} - f_M \quad (16)$$

Dove:

$f_{P,i}$  e  $f_{P,f}$  sono rispettivamente le distanze iniziali e finali discusse prima riguardo il fuoco dei raggi parassiali;

$f_M$  è il fuoco dei raggi marginali.

Mediante singola misurazione abbiamo ottenuto come stima di  $f_M$ :

$$f_M = (42.95 \pm 0.02)cm$$

dove l'incertezza assegnata è stimata nell'ipotesi in cui la sua distribuzione sia triangolare.

Per l'intervallo in cui vanno a fuoco i raggi parassiali abbiamo fatto misure ripetute per poterne poi fare la media e usare la deviazione standard della media come incertezza:

	$f_{P,i}$ [cm]	$f_{P,f}$ [cm]
	43.242	43.940
	43.292	43.840
	43.342	43.883
	43.254	43.787
	43.285	43.803
	43.345	44.000
	43.180	43.959
	43.324	43.855
	43.270	43.900
	43.315	43.935
Media [cm]	43.285	43.890
$\sigma_{\bar{x}}$ [cm]	0.016	0.022

Tabella 4: misure delle distanza focali massime e minime dei raggi paraassiali con media e deviazione standard della media.

L'assenza di outliers ci ha permesso di non scartare alcun dato. Attraverso l'equazione 16 abbiamo potuto calcolare  $l$  associandogli un errore ottenuto per propagazione degli errori, in particolare:

$$\sigma_l = \sqrt{\frac{1}{4}\sigma_{f_{P,i}}^2 + \frac{1}{4}\sigma_{f_{P,f}}^2 + \sigma_{f_M}^2} \quad (17)$$

Ottenendo:  $l = (0.64 \pm 0.02)cm$

Infine, sapendo che  $R = 14.0 \pm 0.5mm$  e usando la media pesata tra  $f_1$  e  $f_3$ , con l'equazione 15 abbiamo potuto calcolare il coefficiente di correlazione sferica associandogli un errore propagato del tipo:

$$\sigma_c = \sqrt{\left(\frac{F_D}{R^2}\right)^2 \cdot \sigma_l^2 + \left(\frac{l}{R^2}\right)^2 \cdot \sigma_{F_D}^2 + \left(\frac{2l \cdot F_D}{R^3}\right)^2 \cdot \sigma_{R^2}^2} \quad (18)$$

Ottenendo:  $C = 1.72 \pm 0.14$

### 4.3 Stima del coefficiente di aberrazione cromatica.

Il coefficiente di aberrazione cromatica  $A$  è dato dal rapporto tra la lunghezza focale nella luce ambra e il numero di Abbe  $V$ . Quest'ultimo è un numero puro e caratteristico della

lente che quantifica il comportamento di quest'ultima al variare della lunghezza d'onda incidente. L'aberrazione cromatica può essere ottenuta anche come la differenza tra la distanza focale con radiazione rossa  $f_C$  e quella con radiazione blu  $f_F$ . In particolare:

$$A = f_C - f_F \quad (19)$$

$$V = \frac{f_D}{A} \quad (20)$$

Per una migliore stima del coefficiente di aberrazione sferica abbiamo raccolto misure ripetute delle distanze focali a luce rossa e a luce blu, inoltre per identificare meglio la distanza abbiamo osservato solo i raggi marginali. Nella tabella che segue sono riassunti i dati principali.

	$f_F[mm]$	$f_C[mm]$
	18.35	19.70
	18.50	19.70
	18.30	19.30
	18.30	20.20
	18.40	20.10
	18.60	19.95
	18.30	20.40
	19.30	20.30
	19.00	20.10
	18.50	19.70
Media	18.56	19.95
$\sigma_{\bar{x}}$	0.11	0.11

Tabella 5: misure di distanze focali con lunghezze d'onda nel blu e nel rosso, relative medie e deviazioni standard delle medie.

I valori presenti nella tabella non indicano la distanza focale rispetto alla lente, bensì rispetto ad un punto di riferimento scelto arbitrariamente, in quanto al nostro scopo è sufficiente la loro differenza.

Otteniamo:

$$A = (1.39 \pm 0.15)mm$$

$$V = 38 \pm 4$$

Le cui incertezze son state calcolate tramite propagazione come:

$$\sigma_A = \sqrt{\sigma_{f_C}^2 + \sigma_{f_F}^2} \quad (21)$$

$$\sigma_V = \sqrt{\frac{\sigma_{f_D}^2}{A^2} + \frac{f_D^2 \cdot \sigma_A^2}{A^4}} \quad (22)$$

## 5 Osservazioni e conclusioni

L'obiettivo dell'esperienza era di valutare le caratteristiche fisiche della lente stimando tre parametri: distanza focale, coefficiente di aberrazione sferica e numero di Abbe. Per il primo parametro abbiamo utilizzato tre diversi metodi in modo tale da poter stimare nel miglior modo possibile la lunghezza focale, solo nella luce ambra. Come si nota però solo due parametri risultano compatibili tra loro, questo può essere dovuto a una possibile sottostima delle incertezze.

Per l'aberrazione sferica e cromatica abbiamo utilizzato la stessa lente in quanto questi parametri sono differenti da lente a lente perché dipendono dalla geometria di quest'ultima. In questo caso non abbiamo nessun possibile confronto in quanto abbiamo seguito un solo metodo ma è osservabile come il valore del numero di Abbe abbia un'incertezza relativa del 10% sul valore centrale, che risulta notevole considerando gli errori percentuali sulle stime del fuoco. Questo però era prevedibile in quanto durante la misura è risultato difficile notare ad occhio nudo un cambiamento nell'immagine al variare della distanza, come è stato detto precedentemente.

In conclusione di seguito sono riassunte le varie stime ottenute per la lente numero 9:

$f_D[cm]$	$5.30 \pm 0.02$
$c$	$1.72 \pm 0.14$
$V$	$38 \pm 4$

Tabella 6: risultati ottenuti dall'analisi dati.

## 6 Appendice

$P_S$	$P_L$
59.40	26.00
51.20	26.50
46.50	27.00
44.35	27.50
42.00	28.00
41.60	28.50
41.40	29.00
41.20	29.50
41.10	31.50
42.10	33.50
43.45	35.50
46.30	39.00
49.85	43.00
54.70	48.00
60.40	54.00
67.25	61.00
75.10	69.00
84.05	78.00

Tabella 7: misure di  $P_S$  e  $P_L$  per la misura della distanza focale con il metodo dei punti coniugati.

$D_{35}$	$D_{85}$	$\mu[\text{mm}]$
11,5	9,3	6,0
12,0	11,0	7,0
12,5	12,0	7,5
12,5	13,0	7,7
12,5	13,0	8,0
13,0	15,0	8,5
13,5	16,5	9,0

Tabella 8: misure del diametro dell'immagine, con lo schermo a 35 e 85 cm, a varie posizioni  $\mu$  della lente

$f_A [\text{cm}]$	$f_B [\text{cm}]$
26,60	43,00
26,55	43,00
26,55	43,00
26,60	43,10
26,60	43,10
26,50	43,00
26,60	43,05
26,60	43,10
26,60	43,00
26,50	43,00

Tabella 9: Misure ripetute della posizione dei due fuochi osservati mantenendo fissi schermo e sorgente, usate per la stima della distanza focale con il terzo metodo