

XXXX XXXX

XXXX-XXXX - Matricola XXXX - Email [XXXX](#)

XXXX-XXXX - Matricola XXXX - Email [XXXX](#)

XXXX-XXXX - Matricola XXXX - Email [XXXX](#)

XXXX-XXXX - Matricola XXXX - Email [XXXX](#)

Data consegna relazione: 29/03/2021

Verifica della legge di Hooke e stima del coefficiente di Young in allungamento e accorciamento

1 Obiettivo dell'esperienza

L'obiettivo dell'esperienza è la verifica sperimentale della relazione lineare tra forza applicata ad un filo e relativa estensione (Legge di Hooke), con conseguente stima del modulo di Young dell'acciaio. Questa grandezza esprime la propensione dei materiali ad allungarsi o ad accorciarsi a seguito dell'azione di una forza di carico. Per ottenere tale risultato abbiamo misurato la variazione di lunghezza di 4 cavi dello stesso materiale, ma con caratteristiche geometriche diverse, sotto l'azione di una forza prodotta ruotando una ghiera metallica collegata ad un dinamometro ed ad una leva moltiplicatrice. Abbiamo infine interpolato i dati e stimato il valore migliore della costante elastica, e quest'ultima l'abbiamo utilizzata per fornire una stima del modulo di Young con relativa incertezza.

2 Descrizione dell'apparato strumentale e della procedura di misura

Per misurare il modulo di Young di un filo di acciaio abbiamo usato un estensimetro. Questo strumento permette di misurare la variazione di lunghezza del filo (contenuto in un tubo di plexiglass) sottoposto ad una determinata forza. Come si vede in figura 1 la forza viene applicata grazie ad un dinamometro dotato di ghiera rotante, che rende agevole la regolazione di tale forza, collegata ad una leva con un rapporto 1:4, cioè la forza applicata risulta essere quattro volte maggiore di quella visualizzata sulla vite. La leva è direttamente collegata al cavo tramite un gancio metallico in modo tale da ridurre le deformazioni. Il sistema di misurazione della lunghezza consiste in un minimetro comparatore, cioè uno strumento in grado di misurare una distanza da un determinato punto, composto da un pistoncino che poggia su un disco agganciato al filo tale che quando la lunghezza del cavo varia, il disco si muove assieme al pistoncino. Come si vede in figura 2, il valore misurato dipende dal movimento del pistoncino che regola delle lancette generando un'incertezza intrinseca dello strumento dovuta soprattutto

dal suo stato di usura. Grazie al movimento di quest'ultimo una finestra analogica con due lancette permette di stimare la variazione di lunghezza rispetto al punto di riferimento scelto. Un problema riscontrato durante le misurazioni è stato il mancato movimento completo del pistoncino durante l'accorciamento del filo. In alcuni casi questo influenzava di molto la misura e quindi bisognava agire su esso per ridurne l'effetto. In conseguenza di ciò è stato necessario rispettare il tempo di reazione dello strumento, infatti molti strumenti analogici ne hanno uno e nel nostro caso era di circa 1s, tempo che abbiamo rispettato per non commettere errori sistematici. Questo valore non era di riferimento per tutti gli estensimetri ma era sufficiente.

I vari strumenti che componevano l'estensimetro avevano diverse sensibilità e risoluzioni. Il nostro minimetro aveva una risoluzione di $10\mu m$ dovuta principalmente al fatto che era uno strumento analogico, di conseguenza bisognava considerare anche l'efficacia dell'occhio umano e l'impossibilità di affermare con precisione quanto rappresentasse il nostro "un po' di più" o "un po' di meno" in termini numerici. Infatti come si vede in figura 3 non sono presenti tacche intermedie tra $10\mu m$. La sensibilità dello strumento risultava invece di $0.1\mu m^{-1}$. Durante la sezione di analisi dati abbiamo dovuto comparare queste relative risoluzioni e decidere come approssimare. Per la risoluzione e sensibilità della ghiera è stata necessaria una analisi più approfondita che verrà discussa successivamente.

Strumento	Risoluzione	Sensibilità
Minimetro	$10[\mu m]$	$0.1[\mu m^{-1}]$
Ghiera	$0.2[N]$	$5[N^{-1}]$

Tabella 1: Tabella riassuntiva dei nostri strumenti

L'obiettivo dell'esperienza era stimare il modulo di Young e per fare ciò avremmo dovuto calcolare una qualche relazione tra variazione di forza applicata e la variazione della lunghezza. Siamo stati divisi in due gruppi, ognuno dei quali disponeva di due estensimetri. Per rendere la lettura più agevole, d'ora in poi ci riferiremo ai due gruppi con le sigle G1 e G2; inoltre utilizzeremo l'abbreviazione *gp* per riferirci ai grammi-peso. Abbiamo preso misure per 4 strumenti: iniziando da $200gp$ abbiamo man mano aumentato di $100gp$ fino alla forza di $1100gp$. Questi valori sono riferiti alla numerazione nella ghiera e quindi la forza reale applicata al cavo è il quadruplo. Le variazioni di forza sono state effettuate sia per calcolare la variazione di lunghezza in allungamento sia in accorciamento in quanto non eravamo certi che il filo si sarebbe comportato nella stessa maniera, soprattutto a causa di possibili fenomeni di isteresi. Inoltre per poter notare altre correlazioni abbiamo usato 4 diversi estensimetri con fili di lunghezza differente ma dello stesso materiale e stessa sezione. Infatti non sapendo precedentemente le relazioni che avremmo analizzato e conoscendo il modello fisico riguardo il modulo di Young, questo ci è risultato utile.

Per confrontare la precisione della misura con le nostre ipotesi sono state prese due serie di misure in allungamento e in accorciamento per la variazione di 400 grammi peso. I dati sono riportati in figura 4. Come si nota la raccolta dati avrebbe potuto riportare valori più definiti se il numero di misure o la risoluzione dello strumento fosse stato migliore.

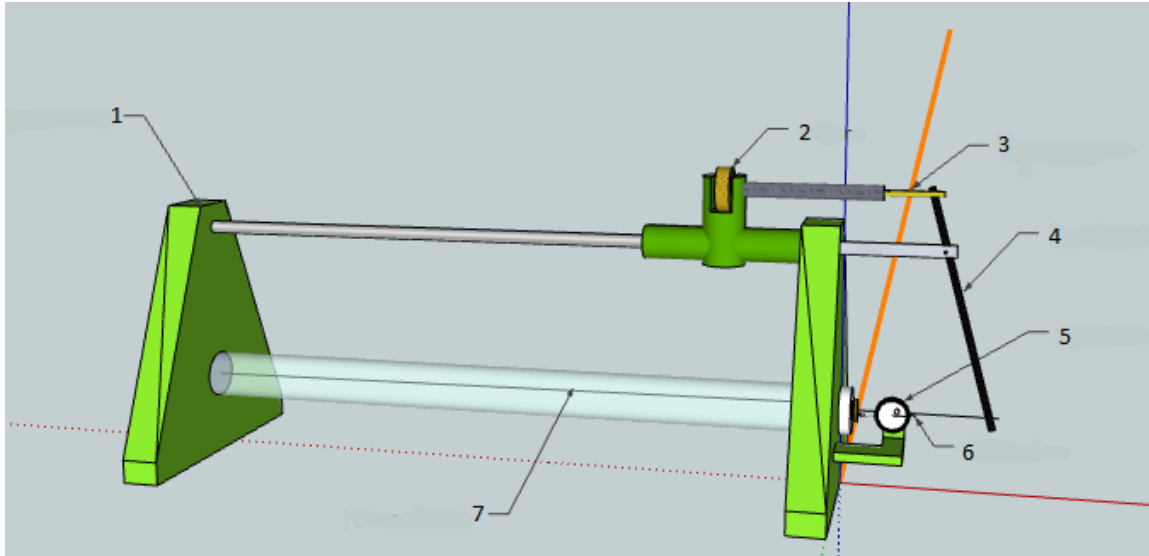


Figura 1: Immagine dello strumento utilizzato: il cavo si trova dentro un tubo plastico per non essere modificato, a destra c'è tutto il sistema di misurazione in alto la vite applicativa della forza.

1	Estensimetro
2	Ghiera
3	Dinamometro
4	Leva moltiplicatrice
5	Minimetro
6	Pistoncino
7	Filo d'acciaio

Tabella 2: Legenda



Figura 2: Sistema di misurazione della variazione della lunghezza. Si può osservare a sinistra la leva moltiplicatrice collegata attraverso il cavo d'acciaio ad un disco metallico il quale poggia sul pistoncino del minimetro.

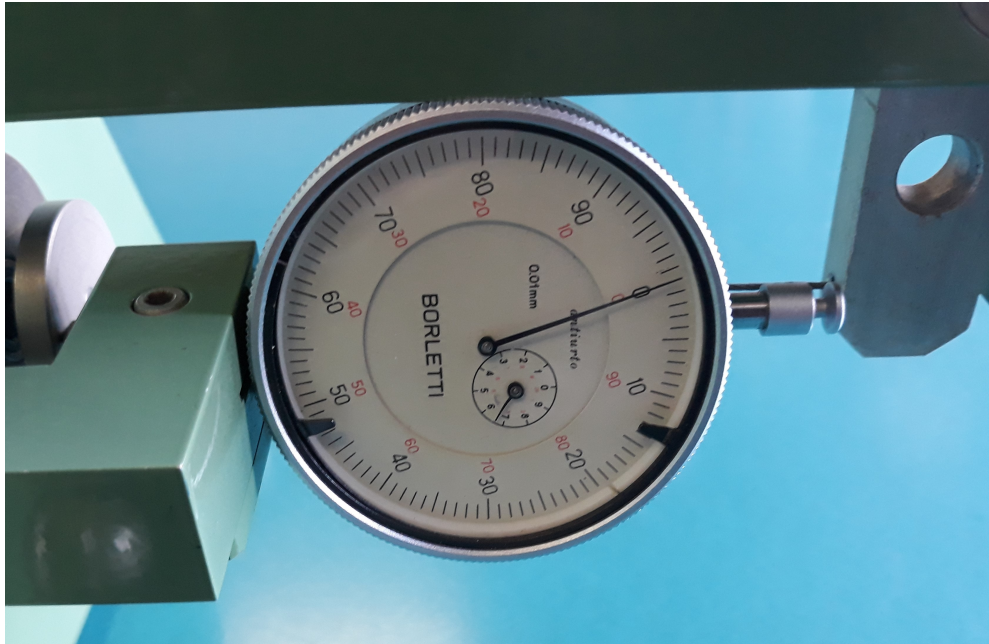


Figura 3: Quadro di lettura della variazione di lunghezza. Ad ogni tacca corrisponde una variazione di lunghezza di 0.01mm .

3 Regolazione del sistema di misurazione

Con lo scopo di raccogliere dei dati il più accurati possibili abbiamo dovuto tenere in considerazione la presenza di alcuni fenomeni che avrebbero potuto influire negativamente sulle misure.

Tra questi vi sono:

- **Vibrazioni.** Essendo l'estensimetro molto sensibile alle variazioni di lunghezza del filo, ogni minima perturbazione del sistema veniva percepita dallo strumento come una forza applicata al filo e, di conseguenza, andava a modificare la posizione dell'ago sul minimetro. Abbiamo constatato che un solo colpo con la mano sul piano di lavoro avrebbe fatto variare il valore della lunghezza del filo abbastanza da renderlo inaccurato..
- **Temperatura.** Una significativa variazione di temperatura durante la presa dati non ci avrebbe permesso di fare una buona stima del modulo di Young in quanto il filo, oltre alla forza applicata dallo strumento avrebbe subito anche una dilatazione o contrazione non lineare in funzione della variazione di temperatura. Ogni set di misure non è durato più di 25 minuti e nell'arco delle tre ore dell'intero esperimento la temperatura esterna è passata da 15 a 16 gradi centigradi circa. Trovandosi le postazioni di lavoro tutte vicine a delle finestre aperte possiamo ipotizzare che anche la temperatura all'interno della stanza non abbia subito significative variazioni nell'arco di tempo necessario per raccogliere un singolo set di dati.

- **Stato di conservazione del filo in acciaio.** Non essendo a conoscenza delle modalità di conservazione e della data di produzione dei fili utilizzati per le misurazioni abbiamo dovuto verificare che questi non fossero parzialmente ossidati. La presenza di impurità nel filo o sulla sua superficie sarebbero potute essere causa di una non compatibilità con un eventuale valore di riferimento, sia perché il valore del diametro effettivo sarebbe stato differente da quello fornitoci, sia perché il modulo di Young, essendo una caratteristica del materiale, avrebbe assunto valori diversi per la parte ossidata e quella pura, rendendo la stima finale poco accurata. Inoltre l'uso ripetuto negli anni dello strumento sicuramente ha portato alla modifica del cavo a causa dei continui stiramenti
- **Tipologia di acciaio.** L'acciaio è una lega di metalli, cioè un miscuglio omogeneo, composto per la maggior parte da ferro e carbonio. La presenza di differenti quantitativi relativi di metalli influenza il modulo di Young perché esso è direttamente collegato alle forze intermolecolari del solido. Sapendo che tutti gli estensimetri sono prodotti dalla stessa casa di produzione non si possono notare differenze nei prossimi calcoli tra i vari strumenti ed inoltre questi effetti sono molto trascurabili nelle nostre misurazioni.

A causa probabilmente dell'usura di alcune parti meccaniche dello strumento, la stabilità del sistema di misurazione è risultata compromessa. In particolare, abbiamo notato che il pistoncino collegato al minimetro, ed utilizzato come sensore di variazione di lunghezza, non si assestava in una posizione di equilibrio ma, occasionalmente, rimaneva quasi incastrato segnando una variazione di lunghezza non conforme con la realtà. In particolare questo fenomeno si verificava prevalentemente nella fase di accorciamento, ovvero quando il pistoncino avrebbe dovuto allungarsi. Riteniamo probabile che questo effetto sia dovuto a delle irregolarità negli ingranaggi dello strumento createsi dopo diversi anni di utilizzo.

Per questo motivo i due sottogruppi avrebbero dovuto lavorare in maniera leggermente diversa. Il gruppo G2 avrebbe sistemato manualmente il pistoncino ad ogni misurazione, mentre il gruppo G1 avrebbe raccolto i dati supponendo trascurabile questo effetto. Tuttavia si è reso necessario un intervento periodico su di esso durante la fase di accorciamento anche del gruppo G1, in quanto altrimenti i dati sarebbero risultati inutilizzabili.

Un altro aspetto importante è stato la misurazione dell'incertezza sulla forza applicata. Il dinamometro con ghiera rotante era munito di alcune tacche che indicavano il valore della forza applicata. Ogni tacca segnava un valore maggiore di 100 grammi peso rispetto alla precedente, tuttavia la ghiera permetteva di essere molto precisi.

Per stimare l'incertezza sulla forza applicata abbiamo misurato quanti giri doveva compiere la ghiera per passare da una tacca all'altra. Successivamente abbiamo stimato il numero di frazioni di giro che secondo noi avrebbero rappresentato l'incertezza, ovvero l'intervallo di spazio intorno alla tacca che poteva creare dei dubbi sulla lettura della forza. In questo modo siamo stati in grado di convertire i "giri di ghiera" in unità di forza ricavandoci l'incertezza.

Per aumentare la forza applicata di 100gp erano necessari 5.5 giri di ghiera, mentre l'incertezza era rappresentata solo da 1/40 di giro. In unità di forza l'incertezza stimata risulta essere quindi di circa 0.45gp.

4 Presentazione dei dati, analisi e presentazione dei risultati

A seguito delle misure con i relativi strumenti, costruendo una retta di regressione, calcoleremo due valori di K per ogni strumento, uno relativo alla fase di allungamento (A) e uno alla fase di accorciamento (R), per poi verificarne la compatibilità. Successivamente valuteremo l'andamento dei dati, che ci aspettiamo lineare. L'ipotesi da noi effettuata infatti, è un andamento lineare della variazione di lunghezza del filo in funzione della forza applicata, ciò che faremo sarà valutare la bontà di questa ipotesi e la presenza di eventuali errori sistematici. Infine, stimeremo il valore più probabile del modulo di Young, verificandone la compatibilità tra i vari strumenti e calcolandone la media ponderata.

STIMA DEL MODULO DI YOUNG

I parametri costanti dei quattro estensimetri utilizzati sono riportati in tabella 3. Le sigle G1.1 e G1.2 si riferiscono al primo e al secondo estensimetro utilizzato dal gruppo 1, analoghe sigle sono state utilizzate per il gruppo 2.

Gruppo	Lunghezza[mm]	Incertezza lunghezza[mm]	Diametro[mm]	Incertezza diametro[mm]
G1.1	300	2	0.279	0.003
G1.2	900	2	0.279	0.003
G2.1	400	2	0.279	0.003
G2.2	600	2	0.279	0.003

Tabella 3: Tabella contenente i dati noti riguardo agli estensimetri

La legge fisica che vogliamo verificare sperimentalmente, detta legge di Hooke, afferma che la variazione di lunghezza di un corpo, nel nostro caso un filo, in funzione della forza applicata ha un andamento lineare, più precisamente:

$$\Delta x = K \cdot \Delta F \quad (1)$$

Dove K è la costante elastica che dipende dalle caratteristiche del filo, in particolare dalla lunghezza a riposo, dalla sezione e dal modulo di Young secondo la relazione:

$$K = \frac{L}{S \cdot E} \quad (2)$$

Dove:

L è la lunghezza a riposo del filo;

S è la sezione del filo calcolabile a partire dal diametro noto come: $S = \frac{\pi}{4}d^2$;

E è il modulo di Young.

Osservando questa formula si nota come K dipende sia da parametri geometrici del filo, sia da E (d'ora in poi ci riferiremo al modulo di Young in questo modo), che dovrebbe dipendere solo dalle caratteristiche chimiche e fisiche intrinseche del filo. Questo ci permetterà innanzitutto di effettuare la media pesata dei vari E ottenuti con diversi estensimetri perché esso dovrebbe rimanere costante a patto che i vari fili siano dello stesso materiale, e di valutare l'andamento del rapporto K/L , da ipotesi costante.

Come anticipato precedentemente abbiamo interpolato con una retta i dati ottenuti per quattro estensimetri diversi e da due sottogruppi diversi. Per farlo abbiamo posizionato

sulle ascisse i ΔF e sulle ordinate i Δx allo scopo di rendere più agevoli i calcoli, e sempre allo stesso scopo abbiamo considerato le incertezze sulle ascisse trascurabili, essendo piccole rispetto alle forze in gioco.

Le incertezze dei Δx invece non sono trascurabili e per stimarle abbiamo considerato l'incertezza sulla singola misura di lunghezza x_i come:

$$\sigma_x = \frac{R}{\sqrt{24}} \quad (3)$$

dove $R = 5 \mu m$ visto che eravamo capaci di percepire anche una variazione di metà tacca del minimetro. L'incertezza che abbiamo usato è quella relativa alla distribuzione triangolare, dato che lo strumento in questione era analogico, otteniamo quindi:

$$\sigma_{\Delta x} = 2 \cdot \sigma_x = 2.0 \mu m \quad (4)$$

A seguito dell'interpolazione si sono ottenuti i seguenti valori di K:

Gruppo	$K_A [\frac{10\mu m}{gp}]$	$K_R [\frac{10\mu m}{gp}]$	Coef. di Pearson (ρ) $[A R]$	Compatibilità
G1.1	0.023083	0.023229	0.999831 0.999914	1.6
G1.2	0.067500	0.068271	0.999989 0.999980	8.3
G2.1	0.032292	0.032625	0.999960 0.999915	3.6
G2.2	0.046521	0.046354	0.999885 0.999918	1.8

Tabella 4: Tabella contenente i valori di K ottenuti per ogni strumento e la relativa compatibilità. Le sigle A e R fanno riferimento alla fase di allungamento e di accorciamento rispettivamente.

Ove la compatibilità è stata calcolata come:

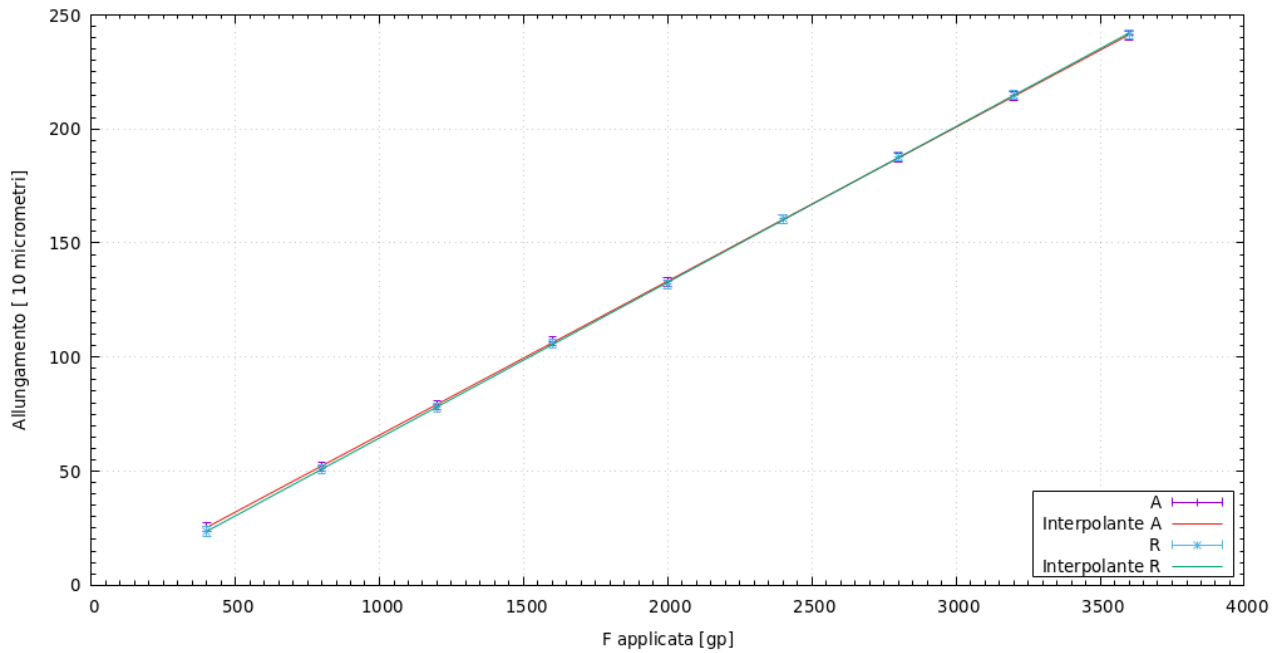
$$r = \frac{|K_A - K_R|}{\sqrt{\sigma_{K_A}^2 + \sigma_{K_R}^2}} \quad (5)$$

E dove l'incertezza di K è costante e pari a $6.6 * 10^{-5} \frac{10\mu m}{gp}$.

Nella precedente tabella ci siamo dedicati anche al calcolo del coefficiente di Pearson, tra i ΔF applicati e i Δx misurati, per ipotesi questi due dovrebbero avere un indice di correlazione tendente ad uno. I risultati ottenuti soddisfano le nostre aspettative e ci permettono di affermare che i dati raccolti non sono sicuramente frutto di una qualsiasi anomalia strumentale, ma rappresentano un fenomeno fisico vero e proprio.

Mostriamo ora un grafico, a titolo di esempio, che esplicita la provenienza dei K precedentemente esposti. Quello che segue è il grafico rappresentativo del set di misure G1.2, dove è presente la retta di regressione sia dei dati relativi all'allungamento sia quella dei dati relativi all'accorciamento. In questa parte è stato riportato solamente questo grafico, i restanti sono visibili in appendice.

Le due rette non sono facilmente distinguibili a causa dei dati in allungamento e in accorciamento molto simili tra di loro.



Interpolazione lineare dei dati del gruppo G1.2. Le barre di errore sono poco apprezzabili in quanto piccole rispetto alla scala del grafico.

Questo set di misure è stato scelto per la sua rappresentatività di ciò che stiamo facendo, in quanto le pendenze delle rette di allungamento e accorciamento non sono risultate compatibili dai calcoli precedentemente effettuati. Tuttavia, le due rette sono difficilmente distinguibili, questo effetto visivo ovviamente è dovuto alla scala del grafico. Ciò è anche in parte dovuto ai valori delle intercette delle due rette, che essendo diverse non favoriscono una chiara comparazione tra le due pendenze.

La nostra ipotesi, che è della forma:

$$y = mx + b \quad (6)$$

prevede che l'intercetta b sia uguale a zero, questo perché intuitivamente se un corpo non è sottoposto a nessuna forza di trazione, la lunghezza di esso non varierà, e questo è confermato anche dalla legge di Hooke. Perciò è necessario valutare la compatibilità tra l'intercetta b , ottenuta mediante l'interpolazione per ogni misura tenendo separati allungamento e accorciamento, e lo zero. Questa operazione dovrebbe darci un'indicazione sulla bontà della nostra ipotesi e sulla presenza di eventuali errori sistematici.

gruppo	b_A	compatibilità
G1.1	-0.67	4.5
G1.2	-1.67	11.1
G2.1	1.97	13.1
G2.2	1.96	13.1

Tabella 5: Compatibilità intercette di allungamento con lo zero

gruppo	b_R	compatibilità
G1.1	-0.29	1.9
G1.2	-3.71	24.7
G2.1	0.36	2.4
G2.2	1.79	11.9

Tabella 6: Compatibilità intercette di accorciamento con lo zero

Dove l'incertezza $\sigma_b = 1.5\mu m$ è costante per ogni misurazione.

Possiamo notare come le misure effettuate in allungamento hanno prodotto dei valori di b_A assolutamente non compatibili con lo zero, mentre quelle relative all'accorciamento hanno prodotto due rette che potrebbero avere intercetta $b_R = 0$. Questo fatto è probabilmente dovuto ad un problema con il pistoncino che regolava le misurazioni durante le fasi di allungamento e accorciamento, il cui effetto è stato maggiore in quest'ultima fase.

Una volta valutata la bontà dell'ipotesi e la possibile presenza di errori sistematici, risultata positiva, possiamo dedicarci a valutare la compatibilità tra i vari moduli di Young ottenuti con le misurazioni, allo scopo di valutare la possibilità di effettuare una media pesata tra essi.

Di seguito abbiamo calcolato gli otto moduli di Young e la compatibilità di essi tra allungamento e accorciamento, per ogni strumento utilizzato:

Gruppo	$E_A[\frac{gp}{mm^2}]$	$s_{E_A}[\frac{gp}{mm^2}]$	$E_R[\frac{gp}{mm^2}]$	$s_{E_R}[\frac{gp}{mm^2}]$	Compatibilità
G1.1	21258162	452248	21124703	449359	0.2
G1.2	21809299	439385	21563055	434412	0.4
G2.1	20261543	419742	20054528	415412	0.3
G2.2	21096322	428787	21172174	430337	0.1

Tabella 7: Tabella contenente i valori di E ottenuti per ogni strumento e la relativa compatibilità

Dove:

E_A : Modulo di Young allungamento;

s_{E_A} : Incertezza modulo di Young allungamento;

E_R : Modulo di Young accorciamento;

s_{E_R} : Incertezza modulo di Young accorciamento.

Il modulo di Young E è stato calcolato come:

$$E = \frac{4L}{\pi D^2 K} \quad (7)$$

Con L la lunghezza del filo, D diametro e K la costante elastica.

L'incertezza su E è stata calcolata come:

$$\sigma_E = E \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_K}{K}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2} \quad (8)$$

Dalla tabella si evince come i due E ottenuti da ogni singolo strumento siano compatibili tra loro anche dove la compatibilità tra i K non era risultata tale, questo probabilmente è dovuto al basso peso nella stima dell'incertezza del modulo di Young di σ_K .

I risultati ottenuti ci permettono di avere un singolo E per strumento, si può, quindi, arrivare a stimare con più precisione il risultato utilizzando la media ponderata:

Gruppo	Media ponderata [$\frac{gp}{mm^2}$]	incertezza [$\frac{gp}{mm^2}$]
G1.1	21191005	318761
G1.2	21684776	308919
G2.1	20156962	295260
G2.2	21134111	303745

Tabella 8: Tabella contenente la media pesata degli E per il relativo strumento

Dove la media ponderata è stata calcolata come:

$$M_p = \frac{\frac{E_A}{\sigma_{E_A}^2} + \frac{E_R}{\sigma_{E_R}^2}}{\frac{1}{\sigma_{E_A}^2} + \frac{1}{\sigma_{E_R}^2}}$$

(9)

E la sua incertezza come:

$$\sigma_{M_p} = \frac{1}{\frac{1}{\sigma_{E_A}^2} + \frac{1}{\sigma_{E_R}^2}} \quad (10)$$

Con E_A modulo di Young allungamento, E_R modulo di Young accorciamento e le relative incertezze. Abbiamo ottenuto, così facendo, 4 valori pesati del modulo di Young, uno per ogni estensimetro utilizzato, e di seguito valuteremo la compatibilità tra ognuno di essi. Nella successiva tabella è stata usata la seguente nomenclatura: E_{ij} indica che è stata studiata la compatibilità tra E_i e E_j , dove i,j indicano i valori riferiti ai gruppi:

i, j	gruppo
1	G2.1
2	G2.2
3	G1.1
4	G1.2

Tabella 9: Tabella per giustificare la nomenclatura

Abbiamo quindi, studiato la compatibilità tra i quattro valori di E ottenuti, e i risultati sono esplicitati nella seguente tabella

E_{ij}	compatibilità
E_{12}	2.3
E_{13}	2.4
E_{14}	3.6
E_{23}	0.1
E_{24}	1.3
E_{34}	1.1

Tabella 10: Tabella contenente il calcolo del coefficiente di compatibilità r per i quattro valori di E ottenuti sperimentalmente

Dalla tabella qui sopra notiamo che le prime tre compatibilità sono molto meno buone rispetto alle altre, di conseguenza, siccome si sta parlando degli E_{1j} dove $j = 2, 3, 4$ possiamo fare le seguenti considerazioni.

E' possibile che E_1 non sia affetto da errori sistematici, a differenza degli altri E, tuttavia questo è l'evento meno probabile in assoluto, di conseguenza possiamo affermare che con molta probabilità E_1 è affetto da un qualsiasi fattore che rende la misura numero 1 del gruppo G2 non compatibile con le altre. Scartando il valore del modulo di Young corrispondente a quest'ultimo set di misure, possiamo affermare che è lecito calcolare la media pesata tra gli E rimanenti.

Così facendo otteniamo un valore sperimentale del modulo di Young dell'acciaio pari a:

$$E = (2.134 \pm 0.018) \cdot 10^7 \frac{gp}{mm^2}$$

che convertito in $\frac{N}{m^2}$ diventa:

$$E = (2.092 \pm 0.018) \cdot 10^{11} \frac{N}{m^2}$$

Nella letteratura abbiamo trovato che il modulo di Young dell'acciaio è circa pari a:

$$E = 2.1 \cdot 10^{11} \frac{N}{m^2}$$

Nonostante l'acciaio sia una lega di ferro, carbonio e altri metalli, ne esistono quindi moltissimi tipi diversi, questo valore ci da un'indicazione dell'accuratezza della nostra stima di E, che riteniamo probabilmente buona.

Come anticipato in precedenza, le caratteristiche del modulo di Young ci permettono di valutare il rapporto $\frac{K}{L} = R$ attraverso i quattro valori di K , dove L è la lunghezza a riposo del filo corrispondente. Da ipotesi questo rapporto deve essere costante per ogni strumento.

Il grafico sottostante mostra il valore di R con le relative incertezze, rispettivamente da sinistra verso destra dei set di misure G1.1, G1.2, G2.1 e G2.2.

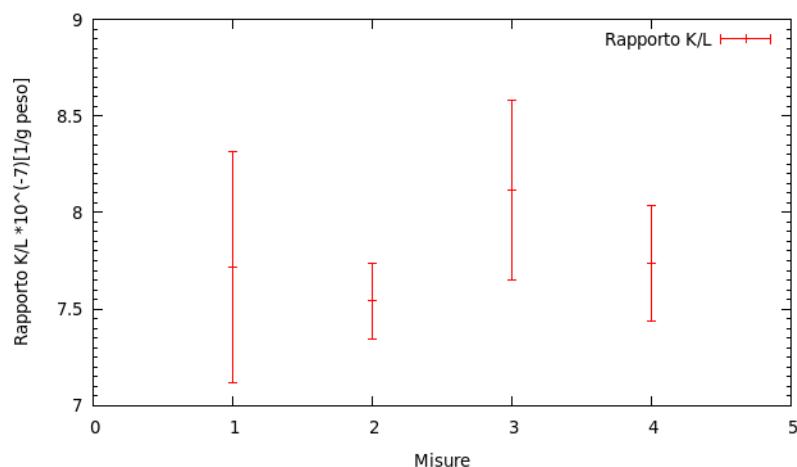


Figura 4: Grafico che mostra l'andamento del rapporto $\frac{K}{L}$ per ogni estensimetro utilizzato

Dal grafico si nota che il secondo valore di R (R_2) con la relativa incertezza si discosta dagli altri, seppur minimamente. Questo perché non vi era compatibilità tra i due k di allungamento ed accorciamento, tuttavia abbiamo scelto di unirli e riportare il valore R corrispondente a solo scopo dimostrativo di ciò. Si può osservare inoltre che i valori di R non risultano costanti ma, grazie alle incertezze, si possono ritenere tali infatti, eccezion fatta per la serie G1.2, si vede che è possibile tracciare una retta con pendenza $m=0$ che interpoli i tre R rimanenti. Questo confermerebbe il fatto che il modulo di Young non dipende dalle caratteristiche geometriche del corpo in esame, in quanto al variare di esse il valore di R rimane costante, e l'ipotesi iniziale è così verificata.

STIMA ERRORE SISTEMATICO

Allo scopo di valutare la presenza di eventuali errori sistematici nelle misure, abbiamo raccolto una serie di misure ripetute allungando e accorciando il filo con un $\Delta F = 400$ gp, inserito i valori di queste misure rispettivamente in due istogrammi con 11 bins e valutato la sovrapposizione tra essi.

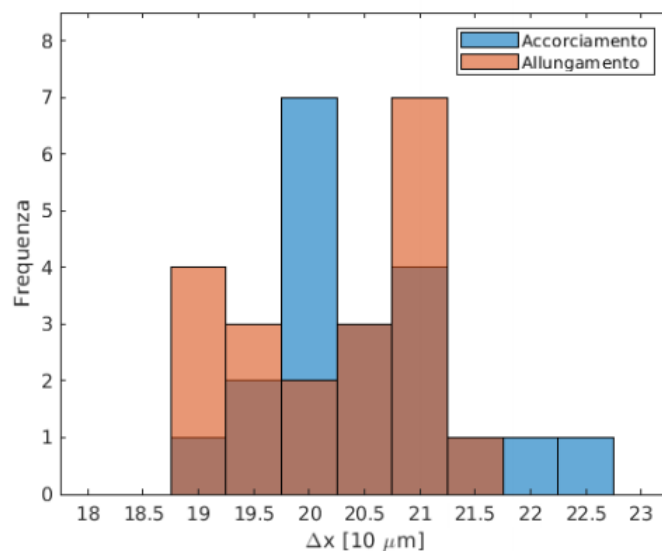


Figura 5: Istogrammi di frequenza della variazione di lunghezza del filo d'acciaio G2.2 in allungamento e accorciamento sottoposto a 400 grammi peso di forza.

Fatto ciò, un eventuale errore sistematico risulterebbe presente nel caso in cui i due valori centrali si discostassero in modo apprezzabile. In questo caso, per il numero di misure effettuate, non è possibile stimare a priori l'errore sistematico che ha poi influenzato i nostri dati, anzi risulta difficile persino fornire un giudizio riguardo la presenza o meno di un tale errore. Tuttavia siccome la maggior parte delle intercette delle rette di regressione sono risultate incompatibili con lo zero possiamo affermare che ci aspettiamo la presenza di errori sistematici, perché questo indica che il comportamento del filo d'acciaio potrebbe essere stato influenzato dalle condizioni iniziali. Per esempio potrebbe essere accaduto che nella prima misurazione in allungamento il filo si sia allungato meno del dovuto a causa della sua lunga permanenza nella posizione iniziale, inoltre inevitabilmente

aver allungato e poi accorciato il filo avrà causato un discostamento dal comportamento atteso. Abbiamo proceduto, a conferma di ciò, stimando la compatibilità tra le medie delle due gaussiane così ottenute:

Serie	Media \bar{x} [10 μ m]	$\sigma_{\bar{x}}$ [10 μ m]
Allungamento(A)	20.28	0.18
Accorciamento(R)	20.5	0.2

Tabella 11: Tabella contenente media e deviazione standard della media delle due serie di dati ripetute, allungamento e accorciamento, applicando la stessa intensità di forza

Otteniamo quindi una compatibilità $r=0.8$ che risulta essere ottima, in forza di questo risultato ci sono due possibili conclusioni. Siccome i valori medi delle due gaussiane sono risultati perfettamente compatibili, potremmo affermare che le misure effettuate con questo estensimetro non siano affette da errore sistematico e per estensione tutte le misure effettuate con gli altri estensimetri hanno una buona probabilità di avere la stessa caratteristica. E' possibile tuttavia, che il numero di misure raccolte non sia sufficiente ad affermare con questa procedura se sono presenti o meno errori sistematici, di conseguenza possiamo limitarci a dire che per le misure da noi effettuate non è stata riscontrata nessuna presenza di tali errori anche se, visti i risultati ottenuti con le intercette delle rette di regressione, rimane probabile.

5 Conclusioni

L'obiettivo dell'esperienza era riuscire a verificare la relazione lineare tra forza applicata ad un filo e la relativa estensione, per poi calcolare il modulo di Young del cavo in questione, verificandone la compatibilità con il valore noto. Tramite l'utilizzo di quattro estensimetri abbiamo perciò misurato l'allungamento e l'accorciamento dei vari fili, sottoposti a differenti variazioni di forza man mano crescenti. Così facendo abbiamo ottenuto per ogni strumento due valori della costante di elasticità K . Dopo aver graficato i dati dei vari estensimetri, in accordo con le ipotesi precedentemente formulate, abbiamo ottenuto due rette di regressione per ogni estensimetro, e grazie a ciò abbiamo potuto verificarne l'andamento lineare. Successivamente, una volta stimata la compatibilità tra i valori del modulo di Young in allungamento e accorciamento, abbiamo proceduto a calcolarne un valore con relativa incertezza per ogni strumento utilizzato. Da ipotesi, ci aspettavamo che i quattro valori così ottenuti dovessero essere compatibili tra loro, non dipendendo dalle caratteristiche geometriche del filo. In particolare, a seguito dell'analisi dati, il modulo di Young E_1 risultava non compatibile con tutti gli altri ottenuti, facendoci pensare che la relativa presa dati sia stata disturbata da fattori esterni, come per esempio una vibrazione del banco di lavoro. Perciò, sotto queste ipotesi, abbiamo proceduto a scartare questo valore per calcolare la media pesata dei restanti, stimando la compatibilità con il valore di riferimento. I dati raccolti hanno permesso di calcolare il modulo di Young che risulta:

$$E = (2.092 \pm 0.018) \cdot 10^{11} \frac{N}{m^2}$$

Il dato tabellato di questo parametro, che probabilmente non è rappresentativo del materiale del cavo da noi utilizzato essendo l'acciaio una lega, è circa $2.1 \cdot 10^{11} [\frac{N}{m^2}]$ che risulta simile alla nostra stima, permettendoci di affermare di non aver commesso errori

durante l'analisi statistica. Non essendo disponibile alcuna stima affidabile del modulo di Young dell'acciaio completa di incertezza, siamo costretti a considerare questo dato come il valore vero. Di conseguenza ne abbiamo calcolato la compatibilità con il valore da noi ottenuto e risulta: $r = 0.4$

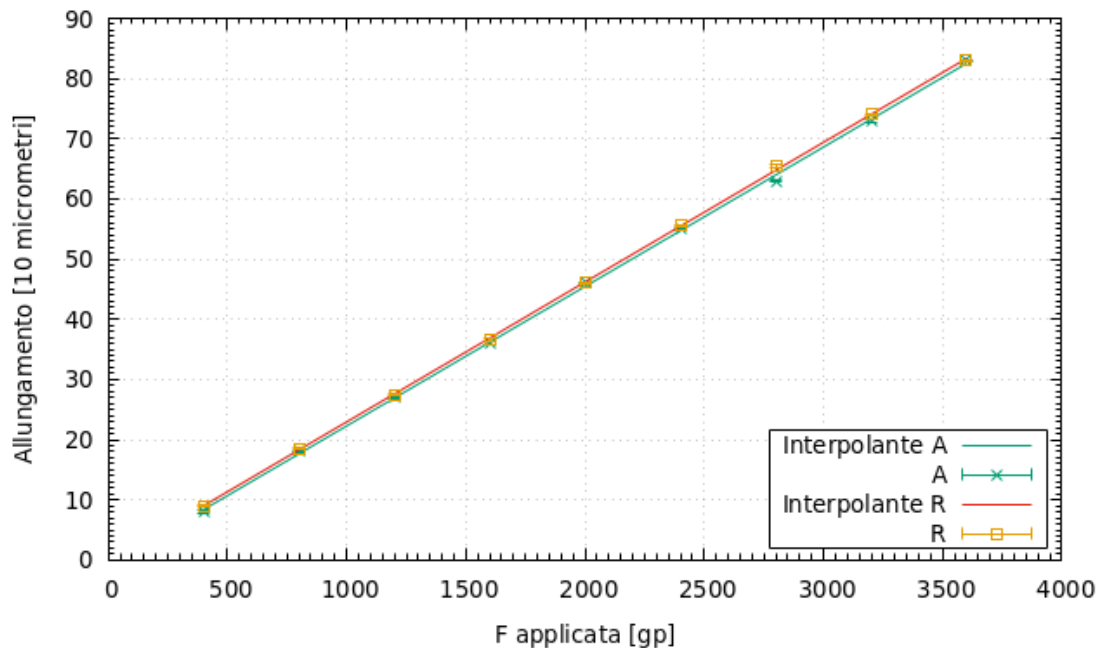
Questo risultato conferma, per quanto vale, che l'ipotesi lineare è corretta e che il nostro valore di E è accurato.

La ripetizione delle 20 misure non ha permesso di stabilire se abbiamo commesso errori sistematici nelle prese dati ma se avessimo fatto maggiori misurazioni questo risultato sarebbe stato più evidente e sarebbe stato ancora meglio se la risoluzione del minimetro comparatore fosse stata migliore. Infatti si sarebbero messi in grafico maggiori bin e avrebbero permesso di notare una distribuzione gaussiana più evidente. Inoltre le misurazioni delle lunghezze sono misure singole e questo implica il fatto che l'incertezza dipende dalla nostra ipotesi statistica mentre se si fossero fatte misurazioni ripetute la nostra deviazione standard della media sarebbe stata molto minore.

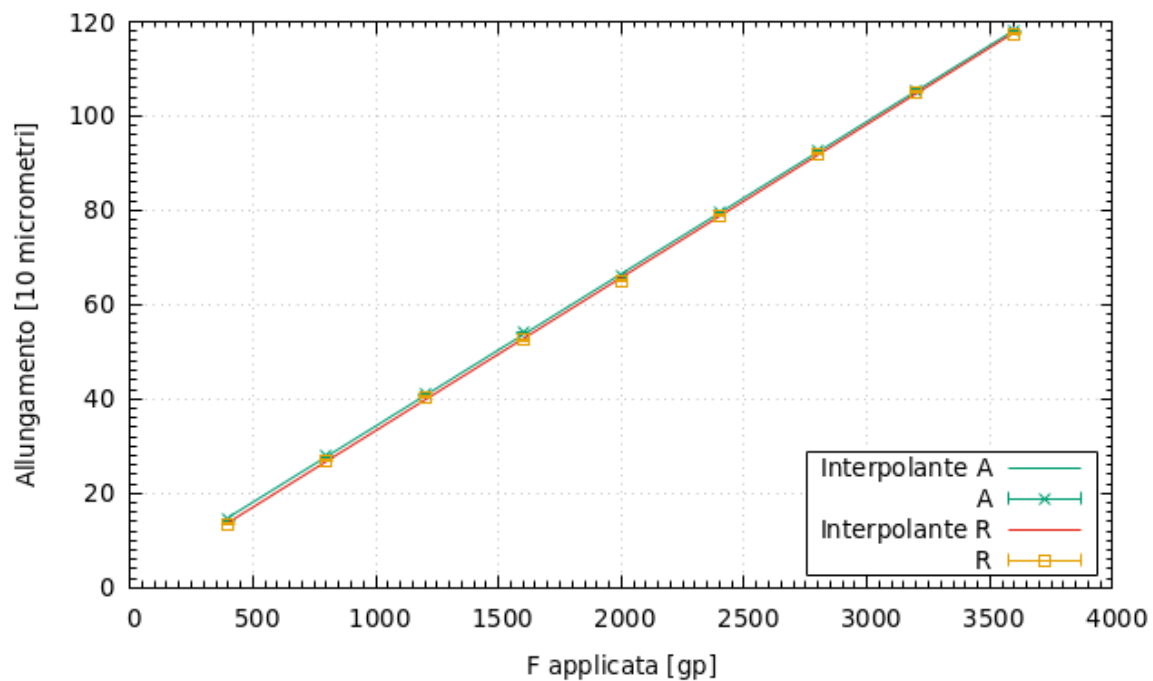
6 Appendice

$\Delta F[\text{gpeso}]$	100	200	300	400	500	600	700	800	900
G1.1A	8,5	18	27	36	46	55	63	73	83
G1.1R	9	18,5	27,5	36,5	46	55,5	65,5	74	83
G1.2A	25,5	52	79	107	133	160,5	187,5	214,5	241
G1.2R	23,5	51	78	106	132	160,5	188	215	241,5
G2.1A	14,5	28	41	54	66	79,5	92,5	105,5	118
G2.1R	13,5	27	40,5	52,5	65	79	92	105	117,5
G2.2A	21,5	39,5	56,5	76	95	114	132	150	170,5
G2.2R	20	39	57	76	96	113	131	149,5	169

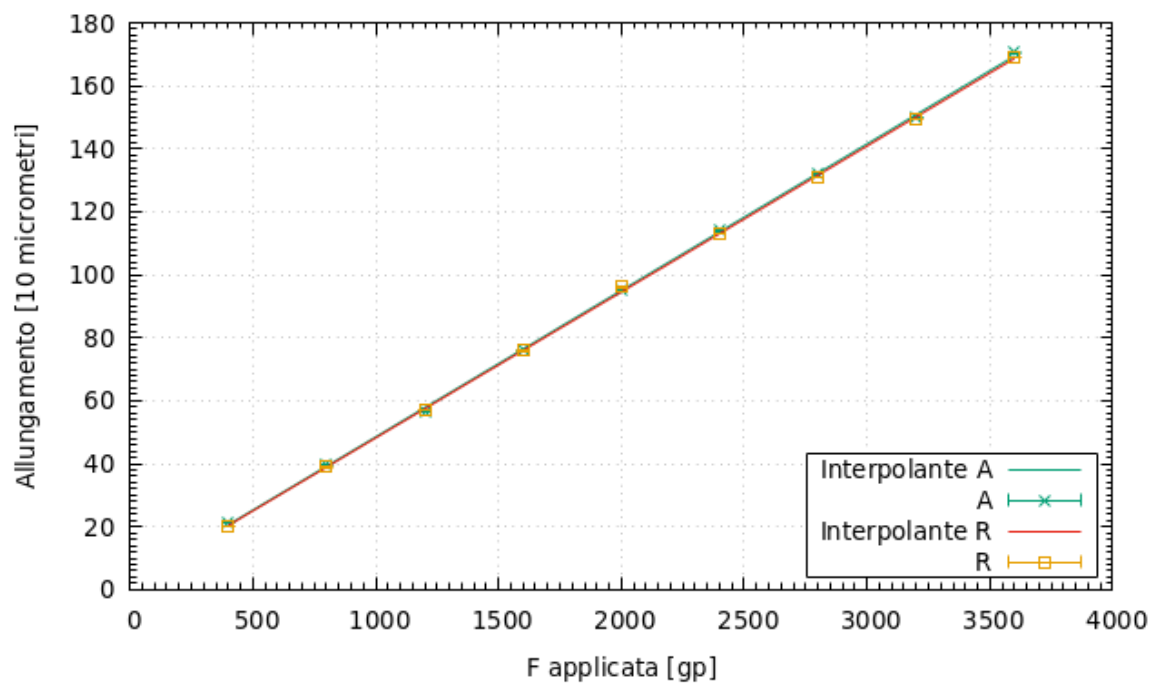
Tabella 12: Tabella contenente i dati ottenuti dai singoli gruppi



Dati del gruppo G1.1 sia in allungamento che accorciamento con la loro interpolazione lineare



Dati del gruppo G2.1 sia in allungamento che accorciamento con la loro interpolazione lineare.



Dati del gruppo G2.2 sia in allungamento che accorciamento con la loro interpolazione lineare.