DERIVATE

15 gen

Def sia $y = f(x)$ definita in $[a; b]$, con $x_0 \in (a; b)$

x_0 punto stazionario $\overset{def}{\iff} f'(x_0) = 0$

un punto stazionario non é per forza un max/min

ex $y = x^3 - x^2 - 2x$

CE $x \in \mathbb{R}$

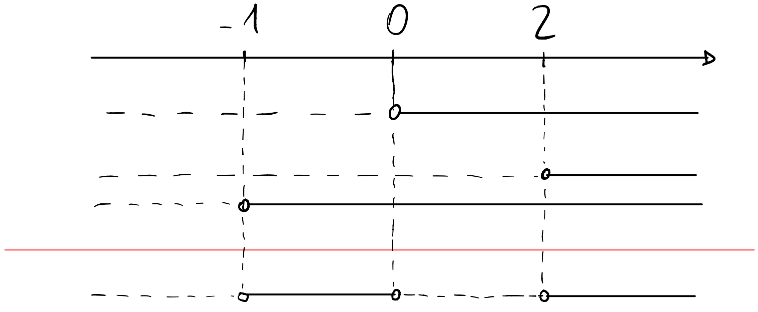
asintoti NO

zeri $x^3 - x^2 - 2x = 0$

$x(x^2 - x - 2) = 0$

$x(x-2)(x+1) = 0$

segno $x(x-2)(x+1) > 0$



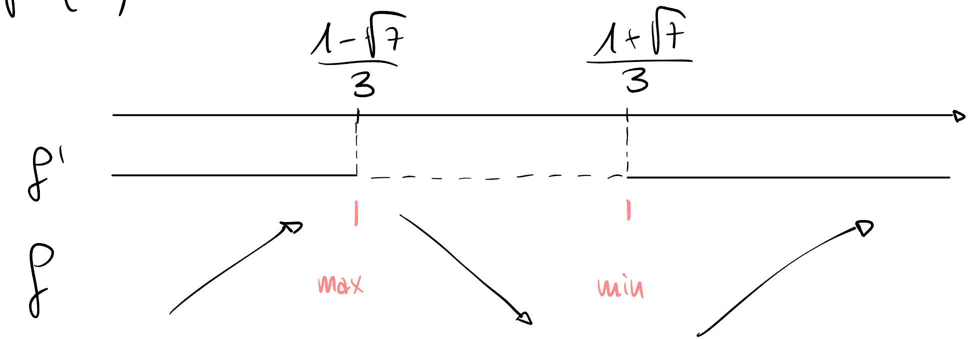
Derivata

$f'(x) = 3x^2 - 2x - 2$ $\rightsquigarrow$ trovo i punti stazionari

$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 2x - 2 = 0$ $\quad x = \dfrac{1 \pm \sqrt{7}}{3}$

per capire se sono max / min / flessi devo studiare il segno della derivata prima

$f'(x) > 0 \qquad 3x^2 - 2x - 2 > 0$



$x = \dfrac{1-\sqrt{7}}{2}$ p.to max ; $\quad x = \dfrac{1+\sqrt{7}}{2}$ p.to min

$\hookrightarrow$ A $\qquad \hookrightarrow$ B

$A\left(\frac{1-\sqrt{7}}{3};\ \frac{-20+14\sqrt{7}}{27}\right)$ $B\left(\frac{1+\sqrt{7}}{3};\ -\frac{20+14\sqrt{7}}{27}\right)$

derivata seconda

$f''(x)=0 \Rightarrow$ punto di flesso in cui cambia la concavità

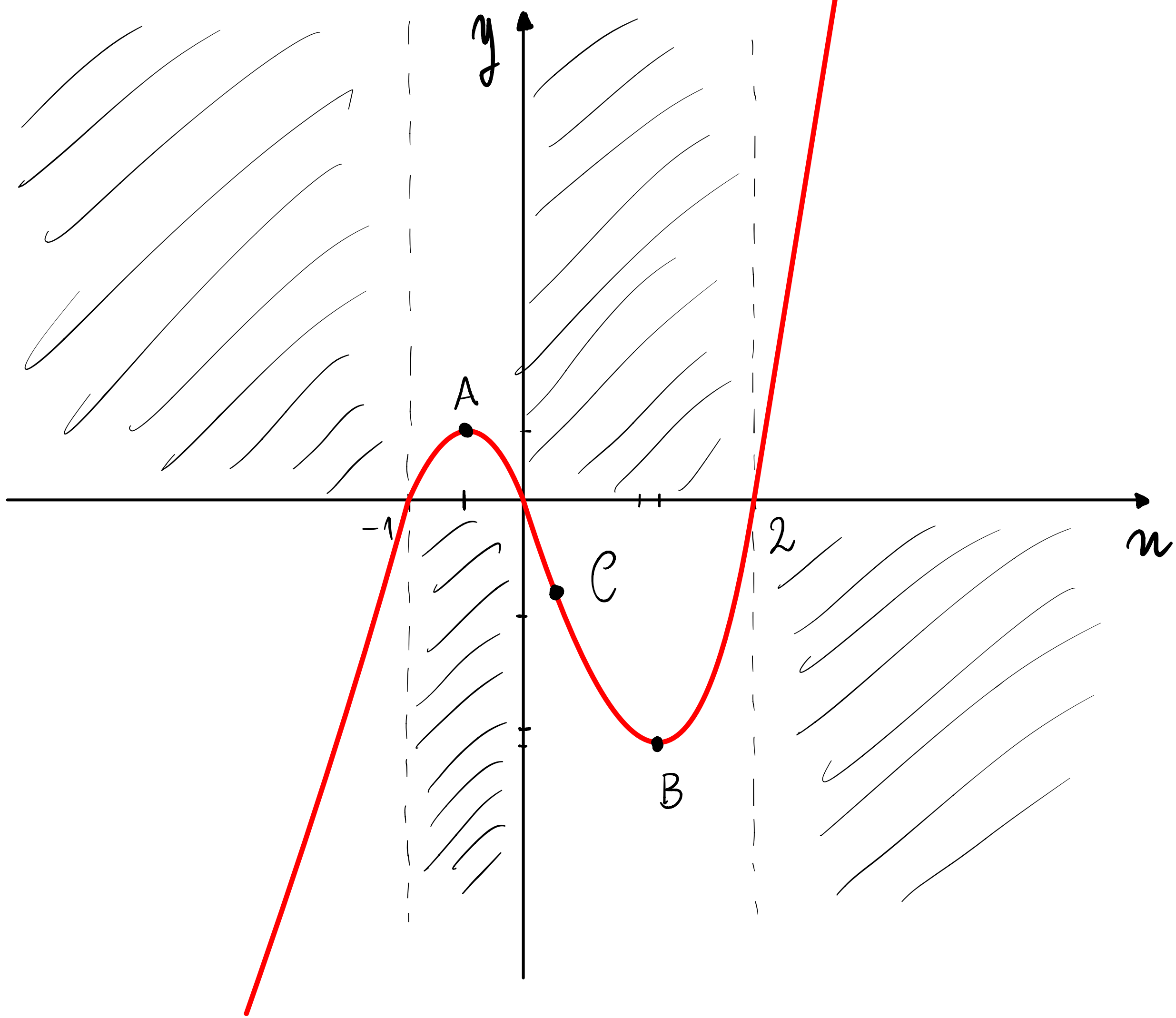
$f''(x)<0 \rightsquigarrow$ concavità verso il basso

$f''(x)>0 \rightsquigarrow$ concavità verso l'alto

$y''=6x-2$

$y''=0 \Rightarrow x=1/3 \rightsquigarrow C\left(\frac{1}{3};\ -\frac{20}{27}\right)$

$y''>0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\ \frac{1}{3}\right)$; $y''<0 \Leftrightarrow x\in\left(\frac{1}{3};\ +\infty\right)$


y
x
A
B
C
−1
2

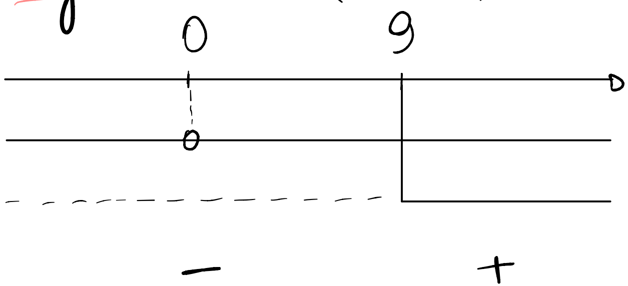
ex $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2$ CE $x \in \mathbb{R}$

asintoti $\rightarrow$ NO

intersezione $\frac{1}{3}x^3 - 3x^2 = 0$

$x^2(x-9) = 0$ — $x = 0$ doppio $\rightarrow$ la funzione taglia due volte; $x = 9$

segno $x^2(x-9) > 0$



$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (0; 9)$

$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (9; +\infty)$

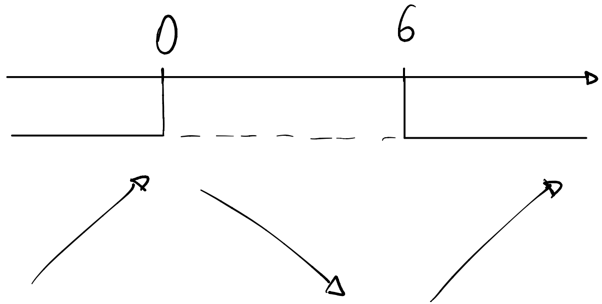
derivata $y' = x^2 - 6x$

$y' = 0 \Rightarrow x^2 - 6x = 0$

$x = 0 \vee x = 6$

$y' > 0$

f



$x = 0$ p.to max $\rightsquigarrow$ $O(0;0)$

$x = 6$ p.to min $\rightsquigarrow$ $B(6;-36)$

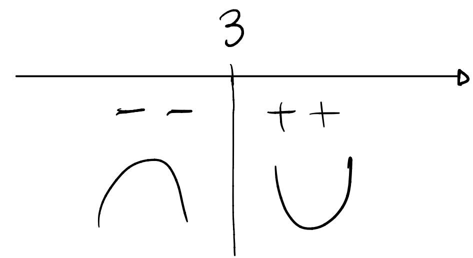
derivata seconda $y'' = 2x - 6$

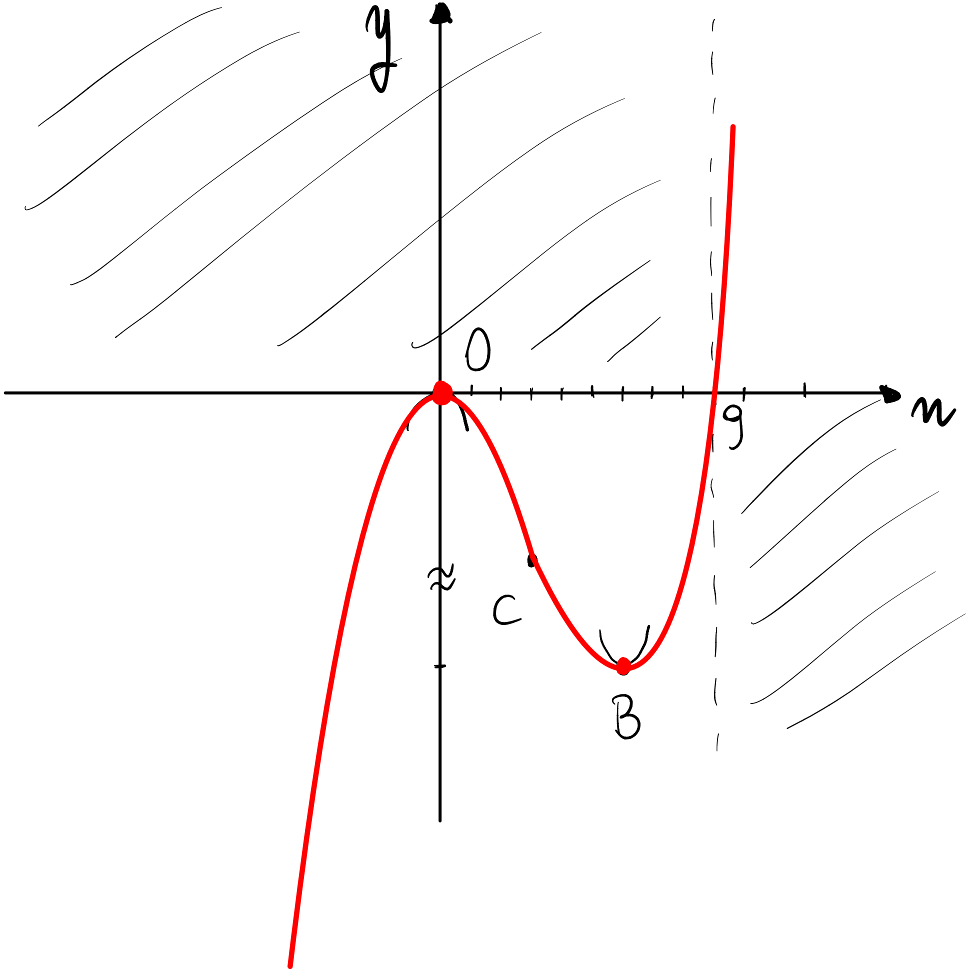
$y'' = 0 \Rightarrow x = 3$

punto di flesso $\rightsquigarrow$ $C(3;-18)$

$y'' > 0 \Rightarrow 2x - 6 > 0$

$x > 3$





y
O
x
9
C
B

ex $y = x^3$ CE $x \in \mathbb{R}$

zeri $x = 0$ ⇝ zero triplo

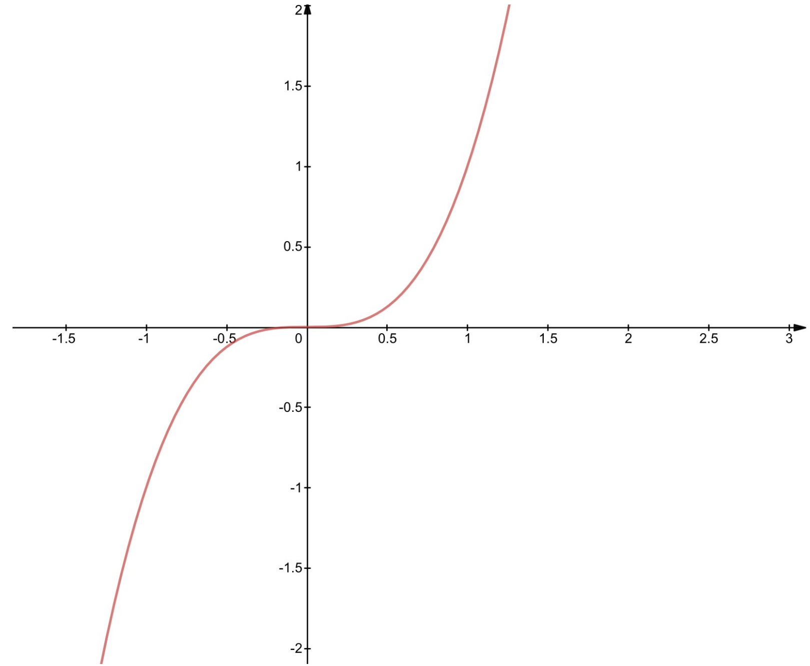
derivata prima $y' = 3x^2$

$y' = 0 \rightarrow x = 0$

può essere
- max
- min
- flesso

$y' > 0 \Rightarrow x \neq 0$

la funzione è sempre crescente, quindi $x = 0$ è punto di flesso



derivata seconda $y'' = 6x$

$y'' = 0 \rightarrow x = 0$

$y'' > 0 \rightarrow x > 0$

$y'' < 0 \rightarrow x < 0$