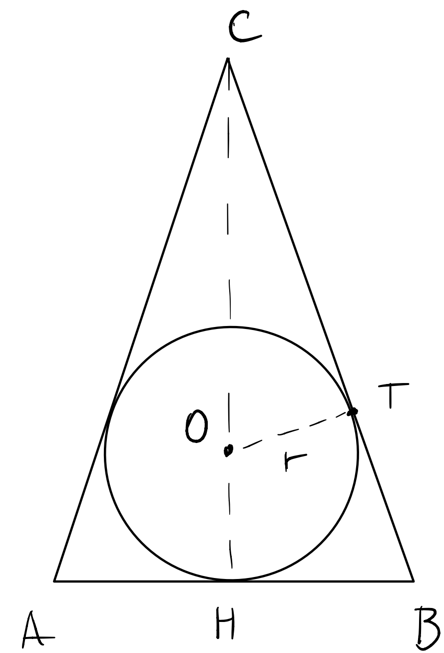
PROBLEMI DI OTTIMIZZAZIONE

24 feb '21

542 Un cono è generato dalla rotazione completa di un triangolo isoscele ABC, di base AB, intorno alla sua altezza CH. Sapendo che $CH = 4$ cm, determina la base AB in modo che sia minimo il rapporto fra il volume del cono e quello della sfera, di centro O, inscritta nel cono.

$[\overline{OH} = x,\ x = 1,\ AB = 2\sqrt{2}\text{ cm}]$

$$AB \mid y = \frac{V_{cono}}{V_{\text{sfera inscritta}}} \quad \min$$



$$y = \frac{\cancel{\frac{1}{3}\pi}\ \overline{HB}^2 \cdot \cancel{\overline{CH}}}{\cancel{\frac{4}{3}\pi}\ \overline{OT}^3} = \frac{\overline{HB}^2}{\overline{OT}^3}$$

<u>**geometria sintetica**</u>

$C\hat{T}O \cong C\hat{H}B$ $\circledast$

pongo $HB = x$, $x > 0$

→ I criterio di similitudine | $C\hat{T}O = C\hat{H}B = 90°$

$\hat{C}$ in comune

→ $\overline{HB} \mapsto \overline{OT} \rightsquigarrow x \mapsto \overline{OT}$

$\overline{CH} \mapsto \overline{CT} \rightsquigarrow 4 \mapsto$

$\overline{CB} \mapsto \overline{CO} \rightsquigarrow \sqrt{x^2+16} \mapsto 4-\overline{OT}$

$$x : \overline{OT} = \sqrt{x^2+16} : (4-\overline{OT})$$

$$x(4-\overline{OT}) = \overline{OT}\sqrt{x^2+16}$$

$$4x = \overline{OT}\left(\sqrt{x^2+16}+x\right)$$

TROPPO LUNGO

cambio variabile

pongo $\overline{OT} = x \qquad x \in (0; 4)$

$$HB : x = 4 : \sqrt{(4-x)^2 - x^2}$$

$$HB = \frac{4x}{\sqrt{16-8x}} = \frac{2x}{\sqrt{4-2x}}$$

$$y = \frac{4x^2}{4-2x} \cdot \frac{1}{x^3} = \frac{2}{2x-x^2} \qquad \dots$$

<u>**trigonometria**</u>

pongo $H\hat{C}B = x$

$CH = 4$

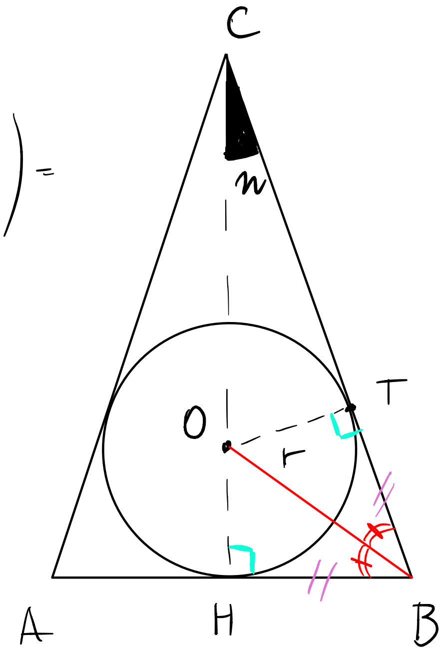
$$y = \frac{\overline{HB}^2}{\overline{OT}^3}$$

$HB = h \tan \alpha$

$OT = OH = HB \cdot \tan\left(\dfrac{\frac{\pi}{2} - \alpha}{2}\right) = HB \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha^2\right) =$

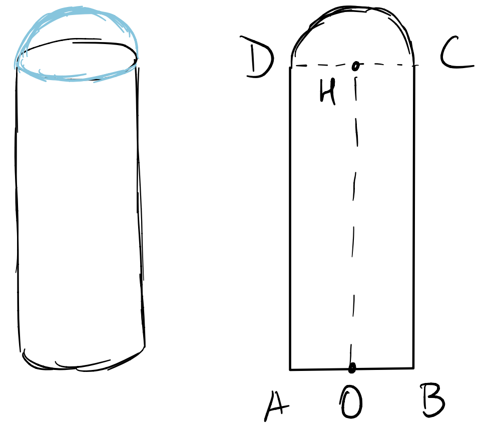
...

esiste un modo
più semplice



553 ●○ Per una scenografia teatrale si deve preparare una colonna costituita da un cilindro sormontato da una semisfera con la base coincidente con quella del cilindro. Quali devono essere le dimensioni della colonna se si sa che la sua superficie è di $147\pi\ \text{dm}^2$ e che il volume deve essere il più grande possibile?

$\left[\text{raggio di base} = \text{altezza} = \sqrt{\frac{147}{5}}\ \text{dm}\right]$



$S = 147\pi$

$y = V$ max

$$y = \pi\, AO^2 \cdot AD + \frac{2}{3} \cdot AO^3$$

...