FUNZIONI

1 mar '21

MANCA LA PARTE INIZIALE

FUNZIONI RAZIONALI

p. 1785

nella forma $y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ con $f(x)$ e $g(x)$ polinomi

$$y = \frac{a_0 x^n + \dots + a_n}{b_0 x^m + \dots + a_m}$$

- CE $\rightsquigarrow$ $g(x) \neq 0$

non da sempre origine ad asintoti !

asintoti
- → verticali ⇔ CE se non semplifica $f(x)$
- → orizzontali ⇔ $\deg f(x) = \deg g(x)$
- → obliqui ⇔ $\deg f(x) = \deg g(x) + 1$

ex $y = \dfrac{x^2+1}{x^2-9}$

2 A.V. $\rightarrow$ $\left[\begin{array}{l} x = +3 \\ x = -3 \end{array}\right.$

$f(x) = f(-x)$

è pari

1 A.O. $\rightarrow$ $y = 1$

$\rightarrow$ $\lim_{x \to 3} f(x) = \begin{cases} -\infty & \text{se } 0^- \\ +\infty & \text{se } 0^+ \end{cases}$

$\rightarrow$ il segno dipende solo dal denominatore $f(x) > 0 \iff x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$

$\rightarrow$ $f'(x) = \dfrac{2x(x^2-9) - 2x(x^2+1)}{(x^2-9)^2} = -\dfrac{20x}{(x^2-9)^2}$

$y' = 0 \iff x = 0$ il segno mi dice che è un punto di massimo

→ decrescente per $x \in (0; 3) \cup (3; +\infty)$

Non posso dire x>0 perché la funzione presenta un punto in cui non esiste.
Affermando che x>0 si potrebbero prendere due punti qualsiasi, e dovrebbe valere che

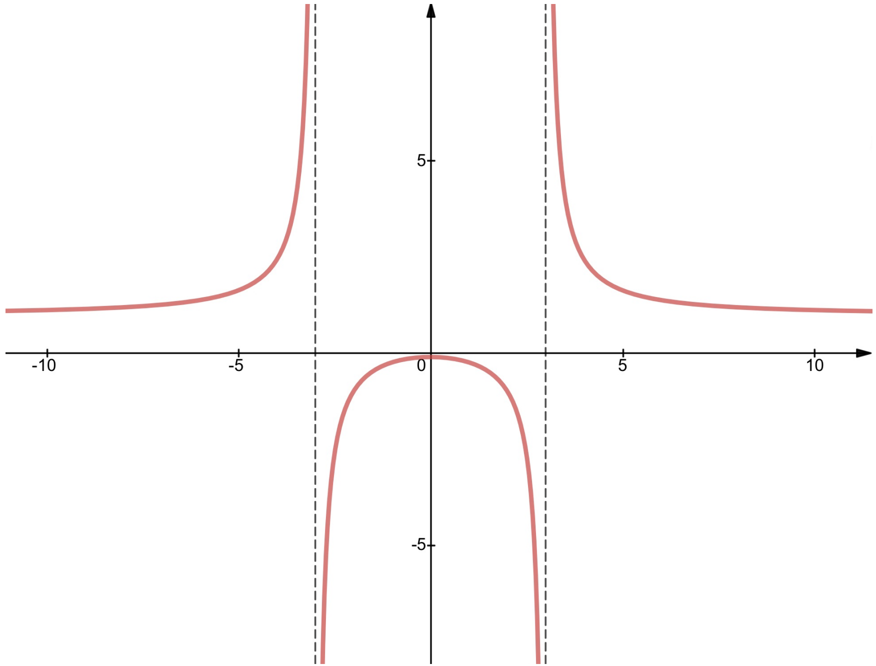
$$x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

cosa che, presi ad esempio i punti x=2 e x=8, è palesemente falsa

$$8 > 2 ;$$

$$f(8) > 0 ; \quad f(2) < 0$$

$$\Rightarrow f(8) \not< f(2)$$



manca ex

FUNZIONI IRRAZIONALI

p. 1813

variabile x come radicando

$$y = \sqrt{f(x)}$$

- CE $f(x) \geq 0$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{f(x)}} \cdot f'(x)$$

- CE $f(x) > 0$ $\rightsquigarrow$ $f(x) = 0$ p.to di non derivabilità

ex $y = \sqrt[3]{(x-4)^2}$ CE $x \in \mathbb{R}$

...

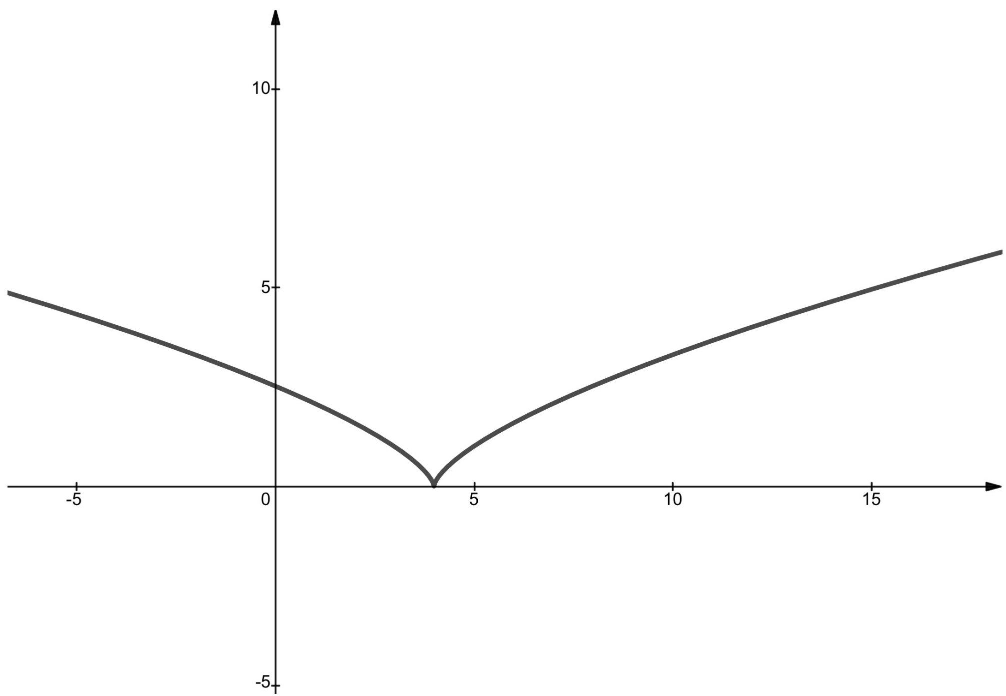
$\rightarrow$ $y' = \dfrac{2}{3\sqrt[3]{x-4}}$ cambia il CE

$x \neq 4$ p.to non derivabilità

$f'_-(4) = -\infty$; $f'_+(4) = +\infty$ cuspide

→ $y'' = D\left[\frac{2}{3}(x-4)^{-\frac{1}{3}}\right] = -\frac{2}{9\sqrt[3]{(x-4)^4}}$ sempre negativa (dove esiste)

non ci sono flessi



potevo vederla come

$$y = \sqrt[3]{x^2}$$

traslata

ex $y = x\sqrt{x+3}$ **CE** $x \in [-3; +\infty)$

zeri $f(x) = 0 \iff x \in \{0; 3\}$; $f(x) > 0 \iff x \in (0; +\infty)$

y'

$$y' = \sqrt{x+3} + \frac{x}{2\sqrt{x+3}} = \frac{3x+6}{2\sqrt{x+3}}$$

$x \neq -3$ p.to non derivabilità

$f'_+(-3) = -\infty$

$y' = 0 \iff x = -2$ p.to min (per il segno $3x+6 > 0$)

...