

Equazioni differenziali

19 mag 2021

$$F(n; y; y'; y'') = 0$$

mette in relazione la funzione, la variabile indipendente e le derivate della funzione

$$\rightarrow y'' + y' + 2n = 1$$

integrale generale dell'eq.
↑
diff. associata

$$\rightarrow y' = 2n \quad \leadsto \quad y = \int 2n \, dn = \boxed{n^2 + K}$$

Risolvere una eq.-diff. significa andare a trovare LE primitive (infinita soluzioni)

↓
per trovarne una devo porre qualche condizione \leadsto condizione al controllo

integrale generale

posso passare dall'integrale generale a quello particolare

$$\begin{cases} y' = 2n \\ 3 = f(1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = n^2 + K \\ f(1) = 3 \end{cases}$$

$$\boxed{y = n^2 + 2}$$

\leadsto è un integrale particolare

↳ questo è un PROBLEMA DI CAUCHY

p. 2031

L'ordine è l'ordine delle derivate che sono presenti nell'equazione

Eq. diff I ordine

$$F(n; y; y') = 0$$

classificazione

→ elementari $y' = f(n)$

→ a variabili separabili $y' = f(n) \cdot g(y)$

→ lineari $y' = a(n) \cdot y + b(n)$

→ omogene

→ complete

ELEMENTARI (p. 2043)

ex $y' - 3e^n + 2n = 0$

$$y' = \int 3e^n dn - \int 2n dn = 3e^n - n^2 + K$$

se impongo $f(0) = 3 \leadsto$ PROBLEMA DI CAUCHY

$$K = 0$$

$$y = 3e^n - n^2$$

A VARIABILI SEPARABILI (p. 2045)

$$y' = f(n) \cdot g(y)$$

ex $y' = n \cdot y$

~~Y/N~~

$$y > 0$$

$$\frac{dy}{dn} = n \cdot y \rightarrow \text{isolo le variabili}$$

$$\frac{dy}{y} = n \cdot dn$$

applico l'integrale indefinito

$$\int \frac{1}{y} dy = \int n dn$$

$$\ln |y| = \frac{n^2}{2} + K$$

$$|y| = \sqrt{e^{n^2}} \cdot e^K = K_i \sqrt{e^{n^2}}$$

$$\Rightarrow y = K e^{n^2/2}$$

POSSO VEDERE $y' = f(n)$ come caso particolare

$$y' = f(n) \Rightarrow \frac{dy}{dn} = f(n) \Rightarrow dy = f(n) dn$$

$$\int dy = \int f(n) dn \Rightarrow y = \int f(n) dn \quad (\text{HALLELUJAH})$$

ex $y' - 2y^2 = 0$

$$\frac{dy}{dn} = 2y^2 \Rightarrow \frac{dy}{2y^2} = dn \quad (*)$$

$$\int y^{-2} dy = 2 \int dn$$

$$-1/y = 2n + K$$

$$y = -\frac{1}{2n + K} \leadsto \text{qui } y = 0 \text{ non \u00e8 contemplata}$$

ma $y = 0$ \u00e8 soluzione

IN $(*)$ ho imposto implicitamente $y \neq 0 \Rightarrow$ devo controllarlo

ricerca della soluzione particolare