DISCONTINUITÀ

11 nov 2020

Una funzione continua lo é se $\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$,

A. $x_0 \in CE$ / B. x_0 pt. accumulazione

Basandoci su A. la discontinuità può avvenire in due modi

① $\nexists \lim \rightarrow$ prima specie

② $\exists \lim = l$, $l \neq f(x_0) \rightarrow$ terza specie

PUNTO DI DISCONTINUITÁ DI I SPECIE

Def $\nexists \lim \Leftrightarrow \lim_{x \to x_0^-} f(x) = l_1$

$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = l_2$

$l_1 \neq l_2 \Rightarrow x_0$ p.to discontinuità I specie

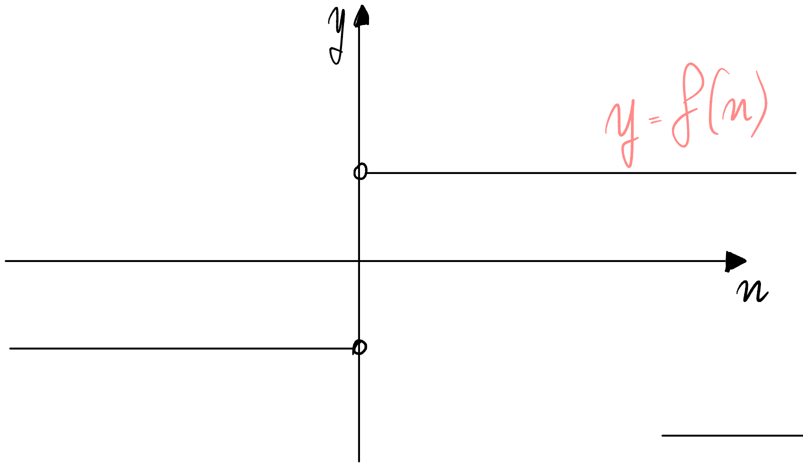
$S = |l_1 - l_2|$ salto

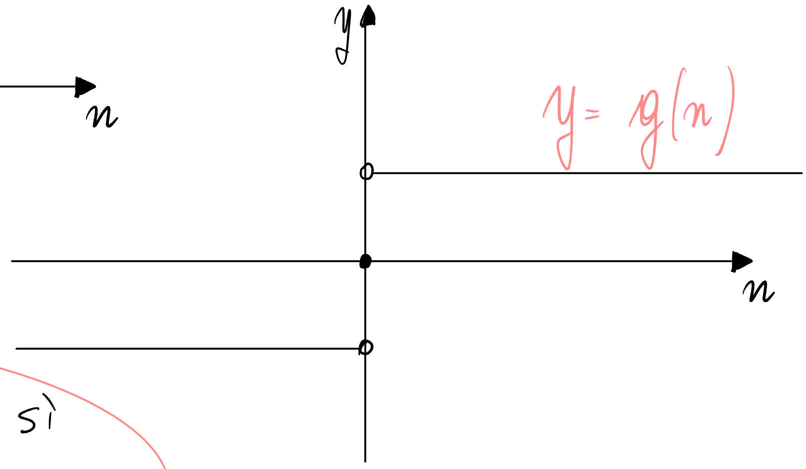
ex $y = f(x) = \dfrac{|x|}{x}$; CE $x \neq 0$; $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 0 \\ -1 & \text{se } x < 1 \end{cases}$

$y = g(x)$; $g(x) = \begin{cases} \dfrac{|x|}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$

$g(x)$ é la funzione

$y = sgn(x)$





• $g(x)$ continua in $(-\infty; 0)$? sì

•• $g(x)$ continua in $(0; +\infty)$? sì

→ $g(x)$ continua in $\mathbb{R}_0$

∴ $g(x)$ continua in $x=0$?

NO, I SPECIE; $s=2$

∷ $f(x)$ continua in x_0?

NON HA SENSO CHIEDERSELO, PERCHÉ IN x_0 NON ESISTE (se A.)

ex $y = \dfrac{|x+2|}{x+2}$; CE $\mathbb{R} - \{-2\}$

• $f(x)$ continua in CE? sì

•• $f(x)$ continua in $\mathbb{R}$ (se B.)? NO, DISCONTINUITÁ I SPECIE

PUNTO DI DISCONTINUITÁ DI III SPECIE (o eliminabile)

Def
$$\left.\begin{array}{l} \exists \lim_{x \to x_0} f(x) = l \\ f(x_0) \neq l \end{array}\right\} \overset{def}{\Longleftrightarrow} x = x_0 \text{ p.to discontinuitá III specie}$$

PUNTO DI DISCONTINUITÁ DI II SPECIE

Tutti gli altri casi

$$\begin{cases} \lim_{x \to x_0^-} = \pm\infty \\ \lim_{x \to x_0^+} = l \end{cases} \qquad \begin{cases} \lim_{x \to x_0^-} = \pm\infty \\ \lim_{x \to x_0^+} = \mp\infty \end{cases}$$

ex $\quad y = \dfrac{x}{\ln(1+x)}$; CE $(-1; 0) \cup (0; +\infty)$

secondo B. discontinuitá

- $\lim_{x \to 0} \dfrac{x}{\ln(1+x)} = \lim_{x \to 0} \dfrac{1}{\ln\left[(1+x)^{1/x}\right]} = 1 \neq f(0) \nexists$

$\to e$

disc. III specie

perché viene detto eliminabile?

basta creare una funzione composta del tipo

$$y = \begin{cases} f(x) & \text{se } x \neq x_0 \\ l & \text{se } x = x_0 \end{cases}$$

per eliminare la discontinuità.

In questo caso.

$$y = \begin{cases} \dfrac{x}{\ln(1+x)} & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$