Continuitá

27 nov 2020

1^∞ forma indeterminata

Perché 1^∞ é una forma indeterminata?

$$1^\infty = e^{\ln 1^\infty} = e^{\infty \ln 1} = e^{0 \cdot \infty}$$

FORMA INDETERMINATA

Asintoti obliqui

Sia $r: y = mx + q$ asintoto obliquo di $f(x)$

Essendo asintoto obliquo, la distanza tra la funzione e la retta, all'infinito, tende a 0

$$d[f(x); r] = \frac{|f(x) - mx - q|}{\sqrt{1+m^2}}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{|f(x) - mx - q|}{\sqrt{1+m^2}} = 0$$

m dal momento che $\sqrt{1+m^2} \neq 0$

$$\lim_{x \to \infty} |f(x) - mx - q| = 0 \qquad \text{dividendo per } x$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{|f(x) - mx - q|}{x} = 0$$

$$\lim_{x \to \infty} \left[\frac{f(x)}{x} - m - \underbrace{\frac{q}{x}}_{\to 0}\right] = 0$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} - \lim_{x \to \infty} m = 0 \Rightarrow m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} \qquad \square$$

q

$$\lim_{x\to\infty}[f(x)-mx-q]=0$$

$$\lim_{x\to\infty}[f(x)-mx]-\lim_{x\to\infty}q=0$$

$$q=\lim_{x\to\infty}[f(x)-mx] \qquad \square$$

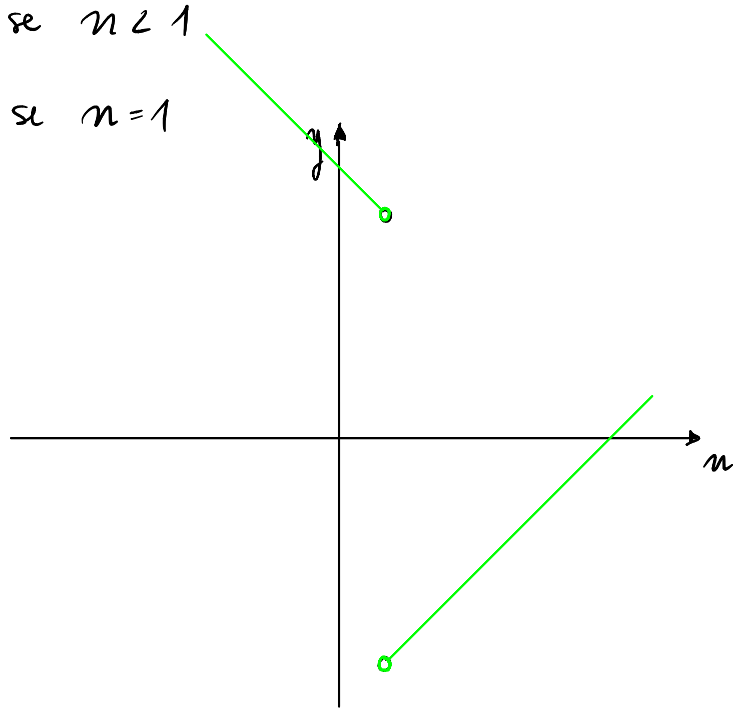
PUNTI DI DISCONTINUITÀ

ex

$$y=\frac{x^2-7x+6}{\sqrt{x^2-2x+1}}$$

discontinuità?

$$y=\frac{(x-1)(x-6)}{|x-1|}=\begin{cases} x-6 & \text{se } x>1 \\ -x-6 & \text{se } x<1 \\ \nexists & \text{se } x=1 \end{cases}$$



$$\lim_{x\to 1} f(x) \begin{cases} 1^+ = -5 \\ 1^- = +5 \end{cases}$$

I specie. $S=10$

ex $\quad y = \dfrac{x}{\ln(1+x)}$ $\qquad$ discontinuità

CE $\begin{cases} x+1>0 \\ 1+x \neq 1 \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} x>-1 \\ x \neq 0 \end{cases}$ $\qquad D_f: (-1;0) \cup (0;+\infty)$

$\underline{x \to -1}$? $\qquad \lim_{x \to -1^+} f(x) = \dfrac{-1}{-\infty} = 0^+$ $\qquad$ II specie (?)

$\underline{x \to 0}$? $\qquad \lim_{x \to 0} \dfrac{x}{\ln(1+x)} = 1$ $\qquad$ III specie

$\exists \lim_{x \to x_0} f(x) \neq f(x_0)$

Posso effettuare il prolungamento di $f(x)$ per eliminare la discontinuità

$$y = \begin{cases} \dfrac{x}{\ln(1+x)} & \text{se} \quad x \in (-1;0) \cup (0;+\infty) \\ 1 & \text{se} \quad x = 0 \end{cases}$$