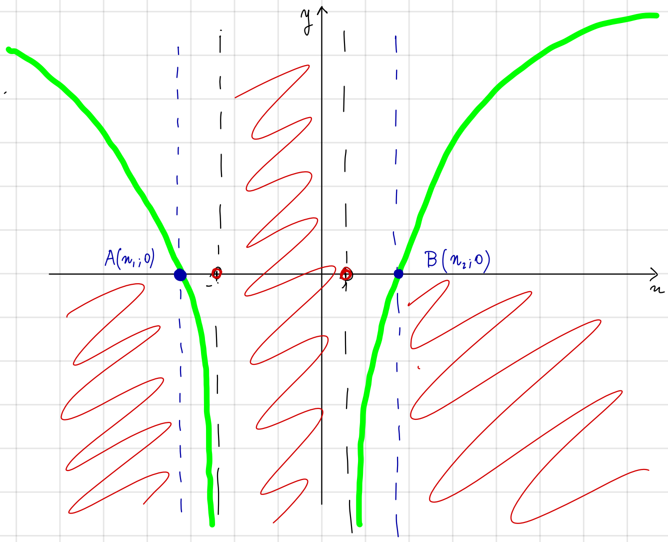
Esercizi propedeutici all'Analisi

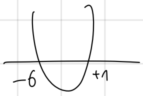
18 set 2020

$$\boxed{y = \ln(x^2+5x-6)}$$



① CE

$x^2+5x-6>0 \rightsquigarrow (x+6)(x-1)>0$



$x \in (-\infty;-6) \cup (1;+\infty)$

questo mi dice che non ci sono simmetrie

② zeri

$\ln f(x) = 0 \rightsquigarrow f(x)=1 \rightsquigarrow x^2+5x-6=1$

$x^2+5x-7=0$

$x_1 = \dfrac{-5-\sqrt{53}}{2}$; $x_2 = \dfrac{-5+\sqrt{53}}{2}$

sicuramente accettabili, perché CE $f(x)>0$ e x_1 e x_2 sono soluzioni di $f(x)=1$

③ segno

$\ln f(x) > 0 \to f(x) > 1 \to x^2+5x-7>0$

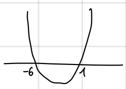
$x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2;+\infty)$

④ limiti

$\lim_{x\to-\infty} \ln f(x) = \ln(+\infty+\infty-6)$?? supponiamo $-\infty$

$\lim_{x\to-6^-} \ln f(x) = \ln(0) \rightsquigarrow$ devo capire se 0^+ o 0^-

guardo $f(x)$ $\rightsquigarrow$



noto che $f(x)$ per -6^- tende a 0^+ (ovvero si avvicina allo 0 dall'alto)

Quindi lo 0 preso in considerazione nel limite è 0^+

$$\lim_{x\to-6^-} \ln f(x) = \ln(0^+) = -\infty$$

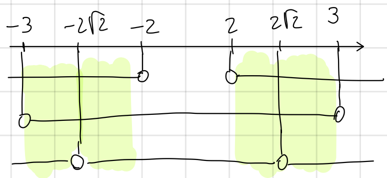
$$\lim_{x\to 1^+} \ln f(x) = \ln(0^+) = -\infty$$ (stesso discorso del limite precedente)

$$\lim_{x\to +\infty} \ln f(x) = \ln(+\infty) = +\infty$$

$$\boxed{y = \frac{\ln(x^2-4)}{\ln(9-x^2)}}$$

1 CE

$$\begin{cases} x^2-4>0 \\ 9-x^2>0 \\ \ln(9-x^2)\neq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x<-2 \vee x>2 \\ -3<x<3 \\ 9-x^2\neq 1 \rightsquigarrow x\neq \pm 2\sqrt{2} \end{cases}$$



$$x\in(-3;-2\sqrt{2})\cup(-2\sqrt{2};-2)\cup(2;2\sqrt{2})\cup(2\sqrt{2};3)$$

$$\boxed{y=\sqrt{\ln(1-\operatorname{sen} x)}}$$

1 CE

$$\begin{cases} 1-\operatorname{sen} x>0 \\ \ln(1-\operatorname{sen} x)\geq 0 \end{cases} \to \begin{cases} \operatorname{sen} x<1 \\ \cancel{1}-\operatorname{sen} x\geq \cancel{1} \end{cases} \to \begin{cases} x\neq \frac{\pi}{2}+2k\pi \\ \pi+2k\pi\leq x\leq 2\pi+2k\pi \end{cases} \to x\in[\pi;2\pi]_{\text{mod } 2\pi}$$

$\operatorname{sen} x\leq 0$