

EQUAZIONI LINEARI DIOFANTEE

- Equazioni di I grado di cui si devono sapere le soluzioni intere

Risoluzione

- Algoritmo di Euclide

$$\begin{aligned} Ax + By &= C \\ \text{m.c.m.}(A;B) &= 1 \\ A > B \end{aligned}$$

$$Ax + By = C$$

$$S(x; y) = \{ x; y \mid Ax + By = C \}$$

$$S1(x; y) = \{ (x + K(-B); y + K(A)) \mid x \text{ appartiene a } S \vee y \text{ appartiene a } S \}$$

$$S1(x; y) = S(x; y)$$

$$\text{eq } Ax + By = C \rightarrow Ax + By = 1$$

$$A : B = Q \text{ e resto } R \rightarrow R = A - QB$$

$$B : R = T \text{ e resto } Z \rightarrow Z = B - KR$$

..... Finchè $K = 1$

$$\begin{aligned} \rightarrow Z &= B - TR = B - T(A - QB) = \\ &= B - AK - TQB = (QT + 1)B - AT \end{aligned}$$

$$S(x; y) = \{ (QT+1; T); \dots \}.$$

$$\#S(x; y) = \infty \text{ oppure } 0$$

$$\text{eq } Ax + By = C$$

$$C(Ax + By) = (1)C = ACx + BCy = C \rightarrow$$

$$\rightarrow S = S_{(Cx; Cy)}$$

$$S(x; y) = \{ x; y \mid Ax + By = C \}$$

$$S(x; y) = \{ (x_1; y_1); (x_2; y_2) \}$$

$$R(x; y) = \{ x; y \mid Ax + By = 0 \}$$

$$\begin{aligned} R(x; y) &= \{ (Sx_1 - Sx_2; Sy_1 - Sy_2) \} \rightarrow \\ &\rightarrow R(x; y) = \{ -BK; AK \} \end{aligned}$$

EQUAZIONI DIOFANTEE 2° GRADO

Le equazioni diofantee di 2° grado sono equazioni a due incognite di secondo grado di cui si cercano tutte le soluzioni intere (appartenenti all'insieme \mathbb{Z}).

METODO di RISOLUZIONE

- Completamento dei quadrati presenti, aggiungendo da entrambe le parti una certa quantità
- Trasformare l'equazione nella maniera più appropriata in un prodotto tra due polinomi di 1 grado equiparato ad un coefficiente
- Scomporre il coefficiente in un prodotto tra due numeri (k_1 e k_2), e mettere a sistema il primo polinomio con k_1 e il secondo polinomio con k_2
- Trovare i valori delle due incognite al variare di k_1 e k_2

Esempio

$$\underline{x^2} + \underline{6x} - \underline{y^2} - \underline{21} = 0$$

$$(x^2 + 6x + 9) - y^2 - 30 = 0$$

$$(x+3)^2 - y^2 - 30 = 0$$

$$(x+3+y)(x+3-y) = 30$$

↓

combinati

$$\begin{cases} x+3+y = 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ x+3-y = \end{cases}$$