

ANALISI MATEMATICA UNO

Esercizi da consegnare per la correzione  
Consegna 4

Cognome e nome ..... Peccidi Davide .....

Es. IV. Provare che le seguenti funzioni sono uniformemente continue sui loro rispettivi domini:

$$f(x) = |x|, \quad h(x) = \arctan x.$$

Svolgimento.

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) \mid \forall n, y \in D \mid n - y \mid < \delta \Rightarrow \mid f(n) - f(y) \mid < \varepsilon$$

$f(n)$  Preso  $\delta = \varepsilon$  mostro che

$$\forall n, y \in D \mid n - y \mid < \delta \Rightarrow \mid f(n) - f(y) \mid < \varepsilon$$

$$\mid f(n) - f(y) \mid = \underbrace{\mid n - y \mid}_{< \delta = \varepsilon} < \varepsilon$$

$h(n)$  Sfruttando il risultato dimostrato dal prof. Seiler (Es. 20, F.5)

Affermo che  $\arctan n: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  è uniformemente continua.

Pertanto,  $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta(\varepsilon) \mid$

$$\forall n, y > 0, \mid n - y \mid < \delta \Rightarrow \mid h(n) - h(y) \mid < \varepsilon$$

Siano  $\alpha, \beta < 0$ . Preso comunque  $\varepsilon$ , so che  $\exists \delta(\varepsilon) \mid$

$$\begin{array}{l} \bar{\alpha} = -\alpha, \quad \bar{\beta} = -\beta \\ \bar{\alpha}, \bar{\beta} > 0 \end{array} \mid \mid \bar{\alpha} - \bar{\beta} \mid < \delta \Rightarrow \mid h(\bar{\alpha}) - h(\bar{\beta}) \mid < \varepsilon$$

$$\text{Noto che } \mid \bar{\alpha} - \bar{\beta} \mid = \mid -\alpha + \beta \mid = \mid \alpha - \beta \mid$$

$$\text{e che } \mid \arctan \bar{\alpha} - \arctan \bar{\beta} \mid = \mid -\arctan \alpha + \arctan \beta \mid = \mid \arctan \alpha - \arctan \beta \mid$$

H<sub>0</sub> dimostra quindi che  $\arctan n$  è uniformemente continuo  
sulle su  $(-\infty, 0)$

$\Rightarrow \arctan n$  un. cont. su  $\mathbb{R}$ .