Politecnico di Milano Facoltà di Ingegneria dei Sistemi

III APPELLO DI STATISTICA APPLICATA 4 Luglio 2007

©I diritti d'autore sono riservati. Ogni sfruttamento commerciale non autorizzato sarà perseguito.

Nome e cognome: Numero di matricola:

Problema 1

Un laboratorio sta conducendo un esperimento clinico per testare l'efficacia di un farmaco antiglicemico. A ciascuno dei pazienti dell'esperimento, vengono misurate 2 ore prima e 2 ore dopo l'assunzione del farmaco: glicemia, temperatura corporea, pressione minima e pressione massima. I dati sono raccolti nel file diabete.txt. L'azienda farmaceutica produttrice dichiara che il farmaco è in grado di abbassare di 60 unità la glicemia e che non vi è nessun effetto collaterale riguardante temperatura corporea, pressione minima e pressione massima.

- a) Eseguite un test per verificare quanto affermato dall'azienda produttrice.
- b) Ricorrendo agli intervalli di Bonferroni di confidenza globale 95%, approfondite il risultato del test eseguito al punto (a).
- c) Verificate le assunzione necessarie all'implementazione del test eseguito al punto (a).

Problema 2

$$\mathrm{Sia} \, \left(\begin{array}{c} X_1 \\ X_2 \end{array} \right) \sim N_2(\mu, \Sigma) \ \mathrm{con} \ \mu = \left(\begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \right) \ \mathrm{e} \ \Sigma = \left(\begin{array}{c} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{array} \right).$$

Si individuino le distribuzioni condizionate di:

1.
$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} | X_1 + 2X_2 = 11$$

$$2. \ X_1 + 2X_2 \mid X_1 = 11$$

3.
$$X_1 + 2X_2 \mid X_2 = 11$$

Problema 3

Gli ultimi dati raccolti dalla Guardia di Finanza riguardanti la diffusione nel commercio online di borse Prada false affermano che:

- Il rapporto tra borse false e borse originali è di 2 a 1.
- Il prezzo delle borse false (espresso in centinaia di euro) ha densità:

$$f(p) = \left(1 - \frac{p}{2}\right) I_{[0;2]}(p)$$

• Il prezzo delle borse originali (espresso in centinaia di euro) ha densità:

$$g(p) = I_{[1/2;1]}(p) + I_{[3/2;2]}(p)$$

Supponendo che sia impossibile farsi dire dal venditore se la borsa in vendita sia originale o falsa:

- a) Costruite un criterio basato sul prezzo in grado di discriminare al meglio borse originali e borse false.
- b) Si valuti l'AER del criterio costruito al punto (a).
- c) Con che probabilità una borsa che viene venduta online a 175 euro risulta essere falsa?

Problema 4

Presso le acciaierie Tenaris si sta studiando la relazione tra lunghezza [m] e temperatura $[{}^{o}C]$ di alcune barre d'acciaio che verranno vendute alla PirelliRE (i dati sono contenuti nel file tenaris.txt). La relazione ipotizzata è del tipo:

$$L = L_0 + C \cdot T + D \cdot T^2 + \epsilon$$

con L la lunghezza della barra, T la temperatura della barra, L_0 la lunghezza della barra a 0 oC , C il coefficiente di dilatazione termica quadratica e ϵ un errore di misurazione di media nulla.

Rispondete ai seguenti quesiti utilizzando opportuni argomenti statistici:

- a) Stimate i parametri L_0 , C, D e la varianza dell'errore ϵ .
- b) Dall'analisi dei residui, ritenete che ci siano le condizioni per fare inferenza sui coefficienti sulla base di un modello gaussiano? (In caso di risposta affermativa proseguite al punto (c); in caso di risposta negativa individuate il problema, eliminatelo e ripartite dal punto (a))
- c) Ritenete che il modello spieghi l'eventuale dipendenza tra la temperatura T e la lunghezza L?
- d) Ritenete plausibile che la lunghezza delle barre a 0 oC sia uguale a 2?
- e) Ritenete che si possa eliminare dal modello il termine quadratico?