

本节内容

# 检错编码

(循环冗余校验码)

## 本节总览

### 循环冗余校验码 (CRC 码)

CRC 码的基本思想

如何构造

如何检错纠错

循环冗余校验 (Cyclic Redundancy Check, **CRC**)

# 循环冗余校验码的基本思想



7

1 2 6

8 8 2

7

1 8

1 4

4 2

4 2

0

7

1 2 6

8 8 3

7

1 8

1 4

4 3

4 2

1

7

1 2 1

8 5 2

7

1 5

1 4

1 2

7

5



循环冗余校验码的思想：

数据发送、接受方约定一个“除数”

K个信息位+R个校验位作为“被除数”，添加校验位后需保证除法的余数为0

收到数据后，进行除法检查余数是否为0

若余数非0说明出错，则进行重传或纠错

数据出错导致余数改变——检测到错误

# 循环冗余校验码



【例2-5】 设生成多项式为 $G(x)=x^3+x^2+1$ ，信息码为101001，求对应的CRC码。

1. 确定K、R以及生成多项式对应的二进制码

$K = \text{信息码的长度} = 6$ ， $R = \text{生成多项式最高次幂} = 3 \rightarrow \text{校验码位数} N = K + R = 9$

生成多项式 $G(x) = 1 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x^1 + 1 \cdot x^0$ ，对应二进制码1101

2. 移位

信息码左移R位，低位补0

1101 | 101001000

3. 相除

对移位后的信息码，用生成多项式进行模2除法，产生余数

# 循环冗余校验码



【例2-5】 设生成多项式为 $G(x)=x^3+x^2+1$ ，信息码为101001，求对应的CRC码。



敲黑板啦，知识点来啦！

注意体会：  
“模2除”  
“模2减”

```
      110101
1101 | 101001000
      1101
      ---
      1110
      1101
      ---
      0111
      0000
      ---
      1110
      1101
      ---
      0110
      0000
      ---
      1100
      1101
      ---
      001
```

001 校验位

对应的CRC码：

101001 001

# 循环冗余校验码



【例2-5】 设生成多项式为 $G(x)=x^3+x^2+1$ ，信息码为101001，求对应的CRC码。

1. 确定K、R以及生成多项式对应的二进制码

K = 信息码的长度 = 6，R = 生成多项式最高次幂 = 3 → 校验码位数N = K + R = 9

生成多项式 $G(x) = 1 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x^1 + 1 \cdot x^0$ ，对应二进制码1101

2. 移位

信息码左移R位，低位补0

3. 相除

对移位后的信息码，用生成多项式进行模2除法，产生余数

对应的CRC码：101001 001

4. 检错和纠错

## 循环冗余校验码



【例2-5】 设生成多项式为 $G(x)=x^3+x^2+1$ ，信息码为101001，求对应的CRC码。

### 3. 相除

对移位后的信息码，用生成多项式进行模2除法，产生余数

对应的CRC码：101001 001

### 4. 检错和纠错

发送：101001001 记为 $C_9C_8C_7C_6C_5C_4C_3C_2C_1$

接收：101001001 用1101进行模2除 → 余数为000，代表没有出错

接收：101001011 用1101进行模2除 → 余数为010，代表 $C_2$ 出错

# 循环冗余校验码

发送：101001001

$$G(x)=x^3+x^2+1$$

接收：101001001 用1101进行模2除 → 余数为000，代表没有出错

接受	余数	出错位
101001 010	001	1
101001 011	010	2
101001 101	100	3
101000 001	101	4
101011 001	111	5
101101 001	011	6
100001 001	110	7
111001 001	001	8
001001 001	010	9



# 循环冗余校验码

信息位: 0100

生成多项式:  $G(x)=x^3+x^2+1$  (1101)

0100 000 对 1101 模  
二除, 余数为 011

CRC码: 0100 011

接受	余数	出错位
0100 010	001	1
0100 011	010	2
0100 101	100	3
0101 001	101	4
0110 001	111	5
0000 001	011	6
1100 001	110	7

对于确定的生成多项式, 出  
错位与余数是相对应的

理论上可以证明循环冗余校验码的检错能力有以下特点:

- 1) 可检测出所有奇数个错误;
- 2) 可检测出所有双比特的错误;
- 3) 可检测出所有小于等于校验位长度的连续错误;

实际应用中一般  
只用来“检错”

K个信息位, R个校验位, 若生成多项式选择得当, 且  $2^R \geq K+R+1$ , 则CRC码可纠正1位错

# 知识回顾

## 循环冗余校验码

### 构造

由生成多项式确定“除数”。若生成多项式中 $x$ 的最高次为 $R$ ，则“除数”有 $R+1$ 位

$K$ 个信息位 +  $R$ 个0，作为“被除数”

被除数、除数 进行“模二除”，得 $R$ 位余数

$K$ 个信息位 +  $R$ 位余数 = CRC 码

### 校验

收到 $K+R$ 位数据，与生成多项式模二除，计算 $R$ 位余数

余数为0，说明无错误

余数非0，说明出错

### 检错、纠错能力

1) 可检测出所有奇数个错误；

2) 可检测出所有双比特的错误；

3) 可检测出所有小于等于校验位长度的连续错误；

4) 若选择合适的生成多项式，且 $2^R \geq K+R+1$ ，则可纠正单比特错