

第十五届蓝桥杯大赛软件赛省赛

Python 大学 A 组

【考生须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

结果填空题：要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

程序设计题：要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

注意：在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

对于编程题目，不能使用诸如绘图、硬件操作或与操作系统相关的 API。

注意：所有依赖的模块（如 math）必须明确地在源文件中 import。只能使用 python 自带的模块，使用 pip 等安装的扩展模块无法使用。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

试题 A: 拼正方形

本题总分：5 分

【问题描述】

小蓝正在玩拼图游戏，他有 7385137888721 个 2×2 的方块和 10470245 个 1×1 的方块，他需要从中挑出一些来拼出一个正方形，比如用 3 个 2×2 和 4 个 1×1 的方块可以拼出一个 4×4 的正方形，用 9 个 2×2 的方块可以拼出一个 6×6 的正方形，请问小蓝能拼成的最大的正方形的边长为多少。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 B: 召唤数学精灵

本题总分：5 分

【问题描述】

数学家们发现了两种用于召唤强大的数学精灵的仪式，这两种仪式分别被称为累加法仪式 $A(n)$ 和累乘法仪式 $B(n)$ 。

累加法仪式 $A(n)$ 是将从 1 到 n 的所有数字进行累加求和，即： $A(n) = 1 + 2 + \cdots + n$ 。

累乘法仪式 $B(n)$ 则是将从 1 到 n 的所有数字进行累乘求积，即： $B(n) = 1 \times 2 \times \cdots \times n$ 。

据说，当某个数字 i 满足 $A(i) - B(i)$ 能被 100 整除时，数学精灵就会被召唤出来。

现在，请你寻找在 1 到 2024041331404202 之间有多少个数字 i ，能够成功召唤出强大的数学精灵。

【答案提交】

这是一道结果填空题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 C: 数字诗意

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 10 分

【问题描述】

在诗人的眼中，数字是生活的韵律，也是诗意的表达。

小蓝，当代顶级诗人与数学家，被赋予了“数学诗人”的美誉。他擅长将冰冷的数字与抽象的诗意相融合，并用优雅的文字将数学之美展现于纸上。

某日，小蓝静坐书桌前，目光所及，展现着 n 个数字，它们依次为 a_1, a_2, \dots, a_n ，熠熠生辉。小蓝悟到，如果一个数能够以若干个（至少两个）连续的正整数相加表示，那么它就蕴含诗意。例如，数字 6 就蕴含诗意，因为它可以表示为 $1 + 2 + 3$ 。而 8 则缺乏诗意，因为它无法用连续的正整数相加表示。

小蓝希望他面前的所有数字都蕴含诗意，为此，他决定从这 n 个数字中删除一部分。请问，小蓝需要删除多少个数字，才能使剩下的数字全部蕴含诗意？

【输入格式】

输入的第一行包含一个整数 n ，表示展示的数字个数。

第二行包含 n 个整数 a_1, a_2, \dots, a_n ，相邻整数之间使用一个空格分隔，表示展示的数字。

【输出格式】

输出一行包含一个整数，表示小蓝需要删除的数字个数，以使剩下的数字全部蕴含诗意。

【样例输入】

```
3
3 6 8
```

【样例输出】

1

【样例说明】

在样例中，数字 3 可以表示为 $1 + 2$ ，数字 6 可以表示为 $1 + 2 + 3$ ，数字 8 无法表示为连续的正整数相加，因此，需要删除的数字个数为 1。

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $1 \leq n \leq 10^3$ ， $1 \leq a_i \leq 10^3$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$ ， $1 \leq a_i \leq 10^{16}$ 。

试题 D: 回文数组

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 10 分

【问题描述】

小蓝在无聊时随机生成了一个长度为 n 的整数数组，数组中的第 i 个数为 a_i ，他觉得随机生成的数组不太美观，想把它变成回文数组，也就是对于任意 $i \in [1, n]$ 满足 $a_i = a_{n-i+1}$ 。小蓝一次操作可以指定相邻的两个数，将它们一起加 1 或减 1；也可以只指定一个数加 1 或减 1，请问他最少需要操作多少次能把这个数组变成回文数组？

【输入格式】

输入的第一行包含一个正整数 n 。

第二行包含 n 个整数 a_1, a_2, \dots, a_n ，相邻整数之间使用一个空格分隔。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

【样例输入】

```
4
1 2 3 4
```

【样例输出】

```
3
```

【样例说明】

第一次操作将 a_1, a_2 加 1，变为 2, 3, 3, 4；

后面两次操作将 a_1 加 1，变为 4, 3, 3, 4。

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq n \leq 10$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 10^5$ ， $-10^6 \leq a_i \leq 10^6$ 。

试题 E: 吊坠

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

【问题描述】

小蓝想制作一个吊坠，他手上有 n 个长度为 m 的首尾相连的环形字符串 $\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ ，他想用 $n-1$ 条边将这 n 个字符串连接起来做成吊坠，要求所有的字符串连完后形成一个整体。连接两个字符串 s_i, s_j 的边的边权为这两个字符串的最长公共子串的长度（可以按环形旋转改变起始位置，但不能翻转），小蓝希望连完后的这 $n-1$ 条边的边权和最大，这样的吊坠他觉得最好看，请计算最大的边权和是多少。

【输入格式】

输入的第一行包含两个正整数 n, m ，用一个空格分隔。

接下来 n 行，每行包含一个长度为 m 的字符串，分别表示 s_1, s_2, \dots, s_n 。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

【样例输入】

```
4 4
aabb
abba
acca
abcd
```

【样例输出】

```
8
```


【样例说明】

连接 $\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle$, 边权和为 $4 + 2 + 2 = 8$

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例, $1 \leq n, m \leq 10$;

对于所有评测用例, $1 \leq n \leq 200$, $1 \leq m \leq 50$ 。所有字符串由小写英文字母组成。

试题 F: 砍柴

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

【问题描述】

小蓝和小乔正在森林里砍柴，它们有 T 根长度分别为 n_1, n_2, \dots, n_T 的木头。对于每个初始长度为 n 的木头，小蓝和小乔准备进行交替砍柴，小蓝先出手。每次砍柴时，若当前木头长度为 x ，需要砍下一截长度为 p 的木头，然后换另一个人继续砍，其中 $2 \leq p \leq x$ 且 p 必须为质数。当轮到某一方时 $x = 1$ 或 $x = 0$ ，它就没法继续砍柴，它就输了。它们会使用最优策略进行砍柴。请对每根木头判断是小蓝赢还是小乔赢，如果小蓝赢请输出 1（数字 1），如果小乔赢请输出 0（数字 0）。

【输入格式】

输入的第一行包含一个正整数 T ，

接下来 T 行，每行包含一个正整数，其中第 i 的整数为 n_i 。

【输出格式】

输出 T 行，每行包含一个整数，依次表示对于每一根木头的答案。

【样例输入】

```
3
1
2
6
```

【样例输出】

```
0
1
1
```

【样例说明】

对于 $n_1 = 1$ ，由于当前长度 $x = 1$ ，小蓝直接输掉，小乔赢；

对于 $n_2 = 2$ ，小蓝选择 $p = 2$ ，轮到小乔时当前长度 $x = 2 - 2 = 0$ ，小乔输掉，小蓝赢；

对于 $n_3 = 6$ ，小蓝选择 $p = 5$ ，轮到小乔时 $x = 6 - 5 = 1$ ，小乔输掉，小蓝赢。

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq n_i \leq 10^3$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n_i \leq 10^5$ ， $1 \leq T \leq 10^4$ 。

试题 G: 智力测试

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

小蓝考上了世界上最好的魔法师学校, 然而入学第一件事就是智力测试, 老师给出了一个 $n \times m$ 大小的棋盘, 同时对每行每列设置了权重 $\{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ 和 $\{C_1, C_2, \dots, C_m\}$, 因此, 对于第 r 行第 c 列的格子 (r, c) , 其权重为一个二元组 (R_r, C_c) 。

小蓝可以在格子之间进行移动, 若某时刻小蓝在格子 (r, c) , 那么他可以一步走到任意的格子 (r', c) 或 (r, c') , 其中 r', c' 满足:

- (1) $R_{r'} > R_r, C_{c'} > C_c$,
- (2) $\nexists r'', c'' . R_{r'} > R_{r''} > R_r; \nexists c'' . C_{c'} > C_{c''} > C_r$ 。

之后, 老师提出了 T 个问题, 第 i 个问题为: 假设小蓝从格子 (s_r^i, s_c^i) 出发, 移动到格子 (t_r^i, t_c^i) 有多少种不同的走法, 答案对 1000000007 取模。

【输入格式】

输入的第一行包含三个正整数 n, m, T , 相邻整数之间使用一个空格分隔。

第二行包含 n 个正整数 R_1, R_2, \dots, R_n , 相邻整数之间使用一个空格分隔。

第三行包含 m 个正整数 C_1, C_2, \dots, C_m , 相邻整数之间使用一个空格分隔。

接下来 T 行, 第 i 行包含四个正整数 $s_r^i, s_c^i, t_r^i, t_c^i$, 相邻整数之间使用一个空格分隔。

【输出格式】

输出 T 行, 每行包含一个整数, 依次表示每个问题的答案。

【样例输入】

```
4 4 2
4 2 3 1
```

2 1 2 1
4 4 1 1
2 2 2 4

【样例输出】

4
0

【样例说明】

询问 1:

$(4, 4) \rightarrow (2, 4) \rightarrow (3, 4) \rightarrow (1, 4) \rightarrow (1, 1);$
 $(4, 4) \rightarrow (2, 4) \rightarrow (3, 4) \rightarrow (3, 1) \rightarrow (1, 1);$
 $(4, 4) \rightarrow (2, 4) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (3, 1) \rightarrow (1, 1);$
 $(4, 4) \rightarrow (4, 1) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (3, 1) \rightarrow (1, 1)。$

询问 2:

不存在方案可以从 $(2, 2)$ 走到 $(2, 4)$ 。

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq n, m, T \leq 10^3$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n, m, T \leq 10^5$ ， $1 \leq R_i, C_i \leq 10^8$ ， $1 \leq s_r^i, t_r^i \leq n$ ，
 $1 \leq s_c^i, t_c^i \leq m$ 。

试题 H: 最大异或结点

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

小蓝有一棵树，树中包含 N 个结点，编号为 $0, 1, 2, \dots, N-1$ ，其中每个结点上都有一个整数 X_i 。他可以从树中任意选择两个不直接相连的结点 a 、 b 并获得分数 $X_a \oplus X_b$ ，其中 \oplus 表示按位异或操作。

请问小蓝可以获得的最大分数是多少？

【输入格式】

输入的第一行包含一个整数 N ，表示有 N 个结点。

第二行包含 N 个整数 X_1, X_2, \dots, X_N ，相邻整数之间使用一个空格分隔。

第三行包含 N 个整数 F_1, F_2, \dots, F_N ，相邻整数之间使用一个空格分隔，其中第 i 个整数表示 i 的父结点编号， $F_i = -1$ 表示结点 i 没有父结点。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

【样例输入】

```
5
1 0 5 3 4
-1 0 1 0 1
```

【样例输出】

```
7
```

【样例说明】

选择编号为 3 和 4 的结点， $x_3 = 3$ ， $x_4 = 4$ ，他们的值异或后的结果为 $3 \oplus 4 = 7$ 。

【评测用例规模与约定】

对于 50% 的评测用例， $1 \leq N \leq 1000$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq N \leq 10^5$ ， $0 \leq X_i \leq 2^{31} - 1$ ， $-1 \leq F_i \leq N$ ， $F_i \neq 0$ 。