Tema 9

Junio 2017

9.1. En una guía conductora de planos paralelos, el espacio entre ellos está ocupado por un material de índice de refracción $\frac{25}{8}$. La función de onda para el campo magnético asociado al modo de orden 2 es $\vec{H} = \cos\left(\frac{250\pi}{3} y\right) e^{i\left(\omega t - \frac{250\pi\sqrt{3}}{3} x\right)} \vec{u}_z$ Am^{-1} (variables en unidades fundamentales del Sistema Internacional). De forma razonada, obtener:

1) La longitud de onda y la frecuencia de la señal con la que se excita la guía.
2) Qué modos se propagan sin atenuación, explicando si se trata de modos *TE*, *TM* o *TEM*.
3) Para qué modo la atenuación de la intensidad es $\frac{5\pi\sqrt{5}}{3} \log e$ dB mm^{-1}.

Junio 2018

9.2. La función de onda para el campo eléctrico correspondiente al tercer modo de una onda que viaja guiada entre dos planos conductores paralelos es:

$$\vec{E} = 40\pi\, e^{i\left(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z\right)} \left[4\cos(27\pi x)\vec{u}_x + 3i\,\text{sen}(27\pi x)\,\vec{u}_z\right] \text{Vm}^{-1} \quad (t \text{ en s, } x \text{ y } z \text{ en m})$$

De forma razonada:

1) Obtener el campo magnético $\vec{H}$ asociado al modo dado.
2) Obtener la longitud de onda de corte de todos los modos que se propagan sin atenuación.
3) Determinar para qué modo la intensidad se atenúa $9\pi\sqrt{3} \log e$ dB cm^{-1}.
4) Determinar entre qué valores debería estar comprendida la permitividad relativa del medio para que se propagara sólo un modo más, considerando que la frecuencia de excitación no ha cambiado.

Julio 2016

9.3. La función de onda para el campo eléctrico asociado a una onda guiada entre dos planos conductores paralelos, separados 24 cm, es $\vec{E} = 50\,\text{sen}(by)\, e^{i\left(2\pi\cdot 10^9 t - az + \pi/2\right)} \vec{u}_x$ V m^{-1}, donde *t* se mide en s e *y* y *z* en m. Si la atenuación de la intensidad para el primer modo que no se propaga es $2\pi \log e$ dB cm^{-1} y la permitividad del medio que ocupa el espacio entre los planos es $4\varepsilon_0$, obtener de forma razonada:

1) La función de onda para el campo magnético $\vec{H}$, a partir de la función de onda dada para el campo eléctrico.
2) Los valores de *a* y *b* para el modo de mayor frecuencia de corte que se propaga sin atenuación.

Julio 2018

9.4. En el interior de una guía formada por dos planos conductores paralelos se propagan ondas estacionarias *TE*, siendo el campo magnético asociado al modo de tercer orden:

$$\vec{H} = -2\left[\cos\left(\frac{50\pi}{3} z\right)\vec{u}_x + 3i\,\text{sen}\left(\frac{50\pi}{3} z\right)\vec{u}_z\right] e^{i\left(12\pi\cdot 10^9 t - 50\pi x\right)} \text{ Am}^{-1} \; (t \text{ en s, } x \text{ y } z \text{ en m})$$

Determinar razonadamente:

1) El campo eléctrico correspondiente al tercer modo.
2) La atenuación de la intensidad para el primer modo que no se propaga, expresándola en dB mm^{-1}.

Enero 2019

9.5. En una guía formada por dos planos conductores paralelos, se propagan ondas electromagnéticas. Si la función de onda del campo eléctrico correspondiente al modo de orden 6 es:

$$\vec{E} = E_0 \operatorname{sen}\left(40\pi x\right) e^{i\left(3\pi\cdot 10^9 t - 30\pi y - \frac{\pi}{2}\right)} \vec{u}_z \quad (t \text{ en s, } x \text{ e } y \text{ en m})$$

1) Calcular razonadamente la separación entre planos y la permitividad relativa del medio que ocupa el espacio entre ellos.
2) Obtener razonadamente la atenuación de la intensidad para el primer modo que no se propaga, expresándola en $\mathrm{dB\,cm^{-1}}$.
3) Justificar si la onda es *TE*, *TM* o *TEM*.

Mayo 2018

9.6. Una guía rectangular, de lados $a = 10$ mm y $b = 6{,}25$ mm, está ocupada por un material de permitividad $\frac{9\varepsilon_0}{4}$. Sabiendo que sólo se propaga un modo *TE* y que la atenuación de la intensidad para el primer modo *TE* que no se propaga es $2\pi\sqrt{31}\log e\ \mathrm{dB\,cm^{-1}}$, determinar razonadamente a qué modo corresponde la atenuación dada y cuál es la frecuencia con la que se excita la guía.

Diciembre 2018

9.7. Una guía rectangular tiene lados $a = 12$ mm y $b = 16$ mm, y su interior está ocupado por un material de índice de refracción $\frac{25}{8}$. Si la atenuación para la intensidad del modo TE_{22} es $\frac{35\pi}{3}\log e\ \mathrm{dB\,cm^{-1}}$, determinar razonadamente:

1) La frecuencia con la que se excita la guía.
2) Los modos que se propagan sin atenuación en la guía.

Enero 2018

9.8. Se tienen dos guías conductoras ① y ②. La primera tiene sección cuadrada, de lado *a* y está ocupada por un material de permitividad $9\varepsilon_0$. La segunda tiene sección rectangular, siendo *a* el menor de sus lados y está ocupada por un material de permitividad $4\varepsilon_0$. Cuando las dos guías se excitan con la misma frecuencia, el modo dominante en ambas tiene la misma frecuencia de corte. Determinar razonadamente:

1) La sección de la guía ②.
2) El mayor número de modos que podrán propagarse en la guía ② cuando en la ① se propaguen sólo dos modos, indicando qué modos son los que se propagan en cada guía.

Mayo 2017

9.9. El interior de una guía rectangular, de lados $a = 10$ mm y $b = 5$ mm, está ocupado por un material de índice de refracción 5. Si la guía se excita con una señal de frecuencia $6{,}25$ GHz, determinar razonadamente:

1) Qué modos *TE* se propagarán sin atenuación.
2) Cuál será la atenuación, expresada en $\mathrm{dB\,cm^{-1}}$, de la intensidad del primer modo que no se propaga.

Junio 2018

9.10. El interior de una guía rectangular, en la que se propagan ondas TE, está ocupado por un material dieléctrico de permitividad $16\varepsilon_0/9$. Si la frecuencia de corte del modo dominante es $\frac{45}{16}\,\mathrm{GHz}$ y la del modo TE_{11} es $\frac{75}{16}\,\mathrm{GHz}$, determinar razonadamente:

1) Las dimensiones de la guía, a y b, siendo $a > b$.
2) La condición que debe verificar la frecuencia f con la que se excita la guía, para que se propaguen sólo cuatro modos. Indicar qué modos serán los que se propaguen y sus correspondientes frecuencias de corte.

Enero 2017

9.11. Una guía rectangular, de lados $a = 3\ \mathrm{mm}$ y $b = 15\ \mathrm{mm}$, está ocupada por un material cuyo índice de refracción es $5/2$. Si únicamente de propagan modos TE_{0m}, determinar de forma razonada:

1) Qué modos se propagan sin atenuación.
2) Entre qué valores debe estar comprendida la frecuencia de la señal con la que se excita la guía.

9.1.

$$\sqrt{\varepsilon_r} = \frac{25}{8}$$

$$a = ? \quad , \quad \vec{H} = \underbrace{\cos\left(\frac{250\pi}{3} y\right)}_{(a)} \underbrace{e^{j\left(\omega t - \frac{250\sqrt{3}}{3} x\right)}}_{(b)} \vec{u}_z \ A/m$$

λ_0? f_0?

1) Termino de amplitud $\quad k_c = \dfrac{250\pi}{3}$ rad/m

$$k_g = \frac{250\pi\sqrt{3}}{3} \text{ rad/m}.$$

$$\frac{1}{\lambda_0^2} = \frac{1}{\lambda_c^2} + \frac{1}{\lambda_g^2} \longrightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$k_0^2 = k_c^2 + k_g^2 = \sqrt{\left(\frac{250\pi}{3}\right)^2 + \left(\frac{250\sqrt{3}\pi}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{250000\pi^2}{9}}$$

$$\left[k_0 = \frac{500\pi}{3} \text{ rad/m} \right]$$

$$v = \lambda \cdot f$$

$$\sqrt{\varepsilon_r} = \frac{c_0}{v} \rightarrow v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{3 \cdot 10^8}{25/8} = 96 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$\left[f_0 = \frac{v}{\lambda_0} = \frac{96 \cdot 10^6}{\frac{3}{250}} = 8 \cdot 10^9 \text{ Hz} = 8 \text{ GHz} \right]$$

2) Modos en el (TE, TM, TEM)

Para que no haya atenuación $\lambda_0 < \lambda_c$

$$d = n\,\frac{\lambda_c}{2}\ ,\ \text{para } n=2 \rightarrow \lambda_c = \frac{2\pi}{k_c} = \frac{2\pi}{\frac{250\pi}{3}} = \frac{3}{125}\,m = \frac{12}{5}\,cm$$

$$\boxed{d = 2\cdot\frac{3/125}{2} = \frac{3}{125}\,m = \frac{12}{5}\,cm}$$

$$\left.\begin{array}{l} \lambda_0 < \lambda_c \\ \lambda_0 < \dfrac{d\cdot 2}{n}\ ;\ n < \dfrac{d\cdot 2}{\lambda_0} \end{array}\right\}\quad \left[n < \frac{\frac{3}{125}\cdot 2}{\frac{3}{250}}\ ;\ n < 4 \right]$$

se propagan los modos $n = 1, 2, 3$

$$\nabla \times \bar{H} = J + \varepsilon\,\frac{d\bar{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \bar{H} = \frac{\partial H_z}{dy}\,\bar{u}_x - \frac{\partial H_z}{dz}\,u_y = \varepsilon\,\frac{\partial \bar{E}}{dx}$$

$$\bar{E} = \frac{1}{\varepsilon}\int \left(\frac{\partial H_z}{dy}\,\bar{u}_x - \frac{\partial H_z}{dx}\,\bar{u}_x \right) dx = E_x\cdot\bar{u}_x + E_y\,\bar{u}_y$$

Como tiene componente x no es perpendicular a la dirección de propagación por lo que no será TE.

Como no es TE y TM de forma simultanea, no será TEM

Se propaga en TM_1, TM_2, TM_3

3) Modo $A\ell[x] = \frac{5\pi\sqrt{5}}{3} \lg e$ dB/cm 9.1

$$A\ell[x] = 10 \lg \frac{I_0 e^{-\frac{4\pi}{|\gamma|}x}}{I_0 e^{-\frac{4\pi}{|\gamma|}(x+x_0)}} = 10 \lg\left(e^{\frac{4\pi}{|\gamma|}x_0}\right) =$$

$$= \{x_0 = 10^{-3}\} = \frac{40\pi}{|\gamma|} \cdot 10^{-3} \lg e = \frac{5\pi\sqrt{5}}{3} \lg e$$

$$\left[|\gamma| = \frac{40\pi}{5\pi\sqrt{5}} \cdot 3 \cdot 10^{-3} = \frac{3}{125\sqrt{5}}\, m = \frac{12}{5\sqrt{5}}\, cm \right]$$

Con hay atenuación $\rightarrow \gamma = i|\gamma| = \frac{12i}{5\sqrt{5}}$ cm

$$\frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{\lambda^2}$$

$$\left[\lambda_c = \left(\sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\gamma^2}}\right)^{-1} = \sqrt{\left(\frac{1}{\left(\frac{6}{5}\right)^2} - \left(-\frac{1}{\left(\frac{12}{5\sqrt{5}}\right)^2}\right)\right)} = \right.$$

$$= \frac{4}{5} cm$$

$$d = n \cdot \frac{\lambda_c}{2} \rightarrow n = \frac{d \cdot 2}{\lambda_c} = \frac{\frac{12}{5} \cdot 2}{4/5} = 6.$$

Corresponde al modo TM_6.

9.2.

$$\vec{E} = 40\pi\, e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)} \left[4\cos(27\pi x)\,\vec{u_x} + 3i\,\mathrm{sen}(27\pi x)\,\vec{u_z} \right] \mathrm{V/m}$$

1) Campo $\vec{H}$ al [illegible]

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

Como $E_y = 0$, $E_x = f(x,z)$, $E_z = g(x,z)$

$$\nabla \times \vec{E} = \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \vec{u_y}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left[160\pi \cos(27\pi x)\, e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)} \right] =$$

$$= 160\pi \cos(27\pi x)(-36\pi i)\, e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)} =$$

$$= -5760\pi^2 i \cos(27\pi x)\, e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[120\pi i\, \mathrm{sen}(27\pi x)\, e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)} \right] = 3240\pi^2 i \cos(27\pi x) \cdot e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)}$$

$$= 120\pi i (27\pi) \cos(27\pi x)\, e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)}$$

$$\nabla \times \vec{E} = \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \vec{u_y} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$-\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \left[-5760\pi^2 i \cos(27\pi x) - 3240\pi^2 i \cos(27\pi x) \right] e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)} \vec{u_y}$$

$$\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 9000\pi^2 i \cos(27\pi x)\, e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)} \vec{u_y}$$

$$\vec{H} = \frac{9000\pi^2 i}{4\pi\cdot 10^{-7}} \cos(27\pi x) \int e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)}\, dt\, \vec{u_y}$$

$$\vec{H} = \frac{9000\pi^2 i}{4\pi 10^{-7}} \cos(27\pi x) \int e^{i(9\pi 10^9 t - 36\pi z)} dt \, \vec{u_y}$$

$$\vec{H} = \frac{9000\pi^2 i}{4\pi 10^{-7}} \cos(27\pi x) \frac{e^{i(9\pi \cdot 10^9 t - 36\pi z)}}{i \, 9\pi \cdot 10^9} \vec{u_y}$$

$$\left[\vec{H} = \frac{5}{2} \cos(27\pi x) e^{i(9\pi 10^9 t - 36\pi z)} \vec{u_y} \ A/m \right]$$

2) $\lambda_0 < \lambda_c$ con $\lambda_c = \frac{2d}{n}$

$$\frac{1}{\lambda_g^2} + \frac{1}{\lambda_c^2} = \frac{1}{\lambda_0^2} \quad , \quad \lambda_{c3} = \frac{2d}{3} \ (n=3)$$

$$e^{i(9\pi \cdot 10^9 t - 36\pi z)} = e^{i(\omega t - k_g z)} \rightarrow k_g = 36\pi \text{ rad/m}$$

$$\left.\begin{aligned} \cos(k_c x) &= \cos(27\pi x) \\ \text{sen}(k_c x) &= \text{sen}(27\pi x) \end{aligned}\right\} \begin{aligned} k_g &= 36\pi \text{ rad/m} \\ k_{c3} &= 27\pi \text{ rad/m} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\lambda_g^2} + \frac{1}{\lambda_c^2} = \frac{1}{\lambda_0^2} \rightarrow k_g^2 + k_c^2 = k^2$$

$$k = \sqrt{(36\pi)^2 + (27\pi)^2} = 45\pi \text{ rad/m}$$

9.2

$\lambda_0 = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{45\pi}\, m \rightarrow \lambda_0 = \frac{40}{9}\, cm$

$\lambda_{c3} = \frac{2\pi}{k_{c3}} = \frac{2\pi}{27\pi}\, m \rightarrow \lambda_{c3} = \frac{200}{27}\, cm$

$\lambda_{c3} = \frac{2d}{3}\ (n=3) \rightarrow d = \frac{3\lambda_{c3}}{2} \rightarrow d = \frac{100}{9}\, cm$

$\lambda_0 < \lambda_c$ con $\lambda_c = \frac{2d}{n}$, $n < \frac{2d}{\lambda} = \frac{2 \cdot 100 \cdot 9}{9 \cdot 40} \rightarrow n < 5$

$n < 5$, se propagan los cuatro primeros modos:

$\lambda_1 = 2d$; $\lambda_2 = d$; $\lambda_3 = \frac{2d}{3}$, $\lambda_4 = \frac{d}{2}$

$\lambda_1 = \frac{200}{9}\, cm$; $\lambda_2 = \frac{100}{9}\, cm$; $\lambda_3 = \frac{200}{27}\, cm$; $\lambda_4 = \frac{50}{9}\, cm$

3) Modo la intensidad se atenúa $9\pi\sqrt{3}\,\lg e$ dB/cm

Existe atenuación si:

$\lambda_0 \geq \lambda_c \rightarrow \lambda_g = i|\lambda_g| \rightarrow \Psi_0 \propto e^{-\frac{2\pi z}{|\lambda_g|}}$

$I \propto \Psi_0^2 \rightarrow at(int) = 10 \log \left(\frac{I_0 e^{-\frac{4\pi z}{|\lambda_g|}}}{I_0 e^{-\frac{4\pi (z+z_0)}{|\lambda_g|}}} \right) = \frac{40\pi z_0}{|\lambda_g|} \lg e$

$z_0 = 1 cm \rightarrow \frac{40\pi}{|\lambda_g|} \lg e = 9\pi\sqrt{3} \lg e \rightarrow |\lambda_g| = \frac{40}{9\sqrt{3}}\, cm$

$\lambda_g = i|\lambda_g| = \frac{i\,40}{9\sqrt{3}}\, cm \rightarrow \lambda_g^2 = -\frac{1600}{243}\, cm^2$

$$\lambda_g^2 = -\frac{1600}{243}\ cm^2$$

$$\lambda_0^2 = \frac{1600}{81}\ cm^2$$

$$\frac{1}{\lambda_g^2} + \frac{1}{\lambda_c^2} = \frac{1}{\lambda_0^2} \rightarrow \frac{1}{\lambda_c^2} = \frac{1}{\lambda_0^2} - \frac{1}{\lambda_g^2} = \frac{81}{1600} + \frac{243}{1600}$$

$$\frac{1}{\lambda_c^2} = \frac{324}{1600} \rightarrow \lambda_c = \sqrt{\left(\frac{1600}{324}\right)} \rightarrow \lambda_c = \frac{20}{9}\ cm$$

$$\lambda_c = \frac{20}{9}\ cm$$

$$\lambda_c = \frac{2d}{n}$$

$$d = \frac{100}{9}\ cm$$

$$n = \frac{2d}{\lambda_c} = \frac{2 \cdot 100 \cdot 9}{9 \cdot 20} = 10$$

$$\vec{E} = E_x \vec{u_x} + E_z \cdot \vec{u_z} \rightarrow E_z \neq 0$$

$$\vec{H} = H_y \vec{u_y} \rightarrow H_z = 0$$

Dirección de propagación $\rightarrow \vec{u_z}$

$$\vec{E} \cdot \vec{u_z} \neq 0$$

$$\vec{H} \cdot \vec{u_z} = 0$$

La onda no es TE la onda sí es TM

La atenuación corresponde al modo TM_{10}

4)

$$f_0 > f_5 \rightarrow f_0 > \frac{v_0}{\lambda_5} = \frac{5 v_0}{2d} = \frac{5c}{2d\sqrt{\varepsilon_r}} \rightarrow \sqrt{\varepsilon_r} > \frac{5c}{2f_0 d}$$

$$f_0 \leq f_6 \rightarrow f_0 \leq \frac{v_0}{\lambda_6} = \frac{6 v_0}{2d} = \frac{6c}{2d\sqrt{\varepsilon_r}} \rightarrow \sqrt{\varepsilon_r} \leq \frac{3c}{f_0 d}$$

$$f_0 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{9\pi \cdot 10^9}{2\pi} = \frac{9 \cdot 10^9}{2} \text{ Hz} \; ; \quad d = \frac{100}{9} \text{ cm} = \frac{1}{9} \text{ m}$$

$$f_0 > f_5 \rightarrow \sqrt{\varepsilon_r} > \frac{5c}{2f_0 d}$$

$$f_0 \leq f_6 \rightarrow \sqrt{\varepsilon_r} \leq \frac{3c}{f_0 d}$$

$$\frac{c}{f_0 d} = \frac{3 \cdot 10^8}{\frac{9}{2} \cdot 10^9 \cdot \frac{1}{9}} = \frac{3}{5}$$

$$\sqrt{\varepsilon_r} > \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{\varepsilon_r} \leq 3 \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{5}$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{9}{4} < \varepsilon_r \leq \frac{81}{25}}$$

9.5 Enero 2019.

$n = 6 \qquad \vec{E} = E_0 \sin(40\pi x) \cdot e^{j(3\pi 10^9 t - 30\pi y - \frac{\pi}{2})} \vec{u_z}$

1) d? ε_r?

$k_c = 40\pi$ rad/m

$k_g = 30\pi$

$\lambda_c = \frac{2\pi}{k_c} = \frac{2\pi}{40} = \frac{1}{20}$ m

Para $n = 6$; $d = n \cdot \frac{\lambda_c}{2} = 6 \cdot \frac{1/20}{2} = \frac{3}{20}$ m

$\sqrt{\varepsilon_r} = \frac{c}{v} \qquad \lambda_g = \frac{2\pi}{k_g} = \frac{1}{15}$

$v = f_0 \cdot \lambda_0$

$\frac{1}{\lambda_0^2} = \frac{1}{\lambda_c^2} + \frac{1}{\lambda_g^2}$; $\lambda = \left(\sqrt{\frac{1}{\lambda_c^2} + \frac{1}{\lambda_g^2}}\right)^{-1} = \frac{1}{25}$ m

$f_0 \Rightarrow w = 3\pi \cdot 10^9 = 2\pi f_0$

$f_0 = \frac{3\pi \cdot 10^9}{2\pi} = \frac{3}{2} \cdot 10^9$

$v = \frac{3}{2} \cdot 10^9 \cdot \frac{1}{25} = 6 \cdot 10^7$ m/s

$$\boxed{\varepsilon_r = \frac{c^2}{v^2} = \frac{(3 \cdot 10^8)^2}{(6 \cdot 10^7)^2} = 25}$$

9.5

2) $\Delta t(I)$

Para que haya propagación $\lambda_c > \lambda_0$ $\lambda_c = \frac{d \cdot 2}{n}$

$\frac{2d}{n} > \lambda_0$; $n < \frac{2 \cdot d}{\lambda_0}$ $n < \frac{\frac{3}{20} \cdot 2}{1/25}$; $n < 7{,}5$

Se propaga modos del 1 al 7

1º modo que no se propaga $n = 8$

Para $n=8$ $\lambda_c = \frac{\frac{3}{20} \cdot 2}{8} = \frac{3}{80}$ m

$$\lambda_g = \left(\sqrt{\frac{1}{\lambda_0^2} - \frac{1}{\lambda_c^2}}\right)^{-1} = \left(\frac{5i\sqrt{31}}{3}\right)^{-1} = \left(\sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{25}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{3}{80}\right)^2}}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda_g^2} = \frac{1}{\lambda_0^2} - \frac{1}{\lambda_c^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{25}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{3}{80}\right)^2} = -\frac{775}{9}$$

$$\lambda_g^2 = -\frac{9}{775} \ ; \quad \lambda_g = i\sqrt{\frac{9}{775}} = \frac{i3}{5\sqrt{31}}$$

$$\Delta t(I) = 10 \lg \frac{I \cdot e^{-\frac{4\pi}{|\lambda_g|}x}}{I_0\, e^{-\frac{4\pi}{|\lambda_g|}(x+x_0)}} = 10 \lg e^{\frac{4\pi}{|\lambda_g|}x_0} = \frac{40\pi}{|\lambda_g|} x_0 \lg e =$$

$$= \frac{40\pi}{\frac{3}{5\sqrt{31}}} = \frac{200\pi\sqrt{31}}{3} \cdot 10^{-2} \lg e \ dB/m = \frac{2\pi\sqrt{31}}{3} \lg e \ dB/cm$$

3) Justificar TE, TM, TEM

Como $\vec{E} \perp \vec{k}$, $\vec{k} \parallel y$, $\vec{E} \parallel z$ la onda es TE

$$\nabla \times \vec{E} = \frac{dE_z}{dy} \vec{u_x} - \frac{dE_z}{dy} \vec{u_y} = -\mu \frac{d\vec{H}}{dt}$$

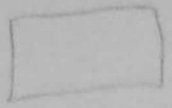
$$\vec{H} = -\frac{1}{\mu_0} \int \frac{\partial E_z}{\partial y} \vec{u_y} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \vec{u_y} \, dt$$

$$\vec{H} = H_x \cdot \vec{u_x} + H_y \cdot \vec{u_y}$$

H no será $\perp$ a $\bar{k}$ porque la onda no es TM ni TEM pero sí es TE y TM de manera simultánea.

$b = \frac{4}{3}a \quad \sqrt{\varepsilon_r} = \frac{25}{8}$

9.7.



Modo TE_{21} → $at(int) = \frac{35\pi}{3} \log e \ dB/cm$

1) $$f_{nm} = \frac{c}{2\sqrt{\varepsilon_r}}\sqrt{\frac{n^2}{a^2} + \frac{9m^2}{16a^2}} = \frac{c}{8a\sqrt{\varepsilon_r}}\sqrt{16n^2 + 9m^2}$$

$$\frac{c}{8a\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{3\cdot 10^8}{8\cdot 12\cdot 10^{-3}\cdot \frac{25}{8}} Hz = 1 GHz \ , \quad f_{nm} = \sqrt{16n^2 + 9m^2} \ GHz$$

Para TE_{22}:

$$f_c = f_{2,2} = \sqrt{16(2)^2 + 9(2)^2} \ GHz = 10 \ GHz$$

$$\lambda_c = \frac{v_0}{f_c} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}\, f_c} = \frac{3\cdot 10^8}{\frac{25}{8}\, 10\cdot 10^9} = \frac{6}{625} m = \frac{24}{25} cm$$

$$\lambda_g = i|\lambda_g|$$

$$I \propto \psi_0^2 \ ; \ \psi_0 \propto e^{-\frac{2\pi z}{|\lambda_g|}} \rightarrow at(int) = 10 \log\left(\frac{I_0 e^{-\frac{4\pi z}{|\lambda_g|}}}{I_0 e^{-\frac{4\pi(z+z_0)}{|\lambda_g|}}}\right) =$$

$$= \frac{40\pi z_0}{|\lambda_g|} \log e$$

$$z_0 = 1cm \rightarrow \frac{40\pi}{|\lambda_g|} \log e = \frac{35\pi}{3} \log \rightarrow |\lambda_g| = \frac{24}{7} cm \quad \lambda_g = i\frac{24}{7} cm$$

$$\frac{1}{\lambda_0^2} = \frac{1}{\lambda_g^2} + \frac{1}{\lambda_c^2} = \frac{49}{576} + \frac{625}{576} = \frac{576}{576} = 1 \rightarrow \lambda_0 = 1cm$$

$$f_0 = \frac{v_0}{\lambda_0} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}\, \lambda_0} = \frac{3\cdot 10^8}{\frac{25}{8}\cdot 1\cdot 10^{-2}} \rightarrow \left[f_0 = 9{,}6 \ GHz\right]$$

2) Modos que se propagan a continuación:

$f_0 > f_{nm}$, $f_{nm} = \sqrt{16n^2 + 9m^2}$ GHz ; $f_0 = 9,6$ GHz

n	m	f_{nm} (GHz)	propagación	excluidos
1	0	4	Si	
2	0	8	Si	$TE_{n,m}$; $n \geq 3$
3	0	12	No	
0	1	3	Si	
0	2	6	Si	
0	3	9	Si	$TE_{n,m}$ $m \geq 4$
0	4	12	No	
1	1	5	Si	
1	2	7,2	Si	
1	3	9,7	No	$TE_{\cancel{1},m}$, $m \geq 3$
2	1	8,5	Si	

Se propagan los modos: TE_{10}, TE_{20}, TE_{01}, TE_{02}, TE_{03}, TE_{11}, TE_{12}, TE_{21}

Problema 9.1

1) $\lambda_0 = 12\ \text{mm}$; $f_0 = 8\ \text{GHz}$
2) Se propagan los tres primeros modos. Son modos *TM*.
3) Modo TM_6 .

Problema 9.2

1) $\vec{H} = \frac{5}{2}\cos\left(27\pi x\right)e^{i\left(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z\right)}\,\vec{u}_y\ \text{A m}^{-1}$
2) $\lambda_1 = \frac{200}{9}\ \text{cm},\ \lambda_2 = \frac{100}{9}\ \text{cm},\ \lambda_3 = \frac{200}{27}\ \text{cm},\ \lambda_4 = \frac{50}{9}\ \text{cm}$
3) TM_{10}
4) $\frac{9}{4} < \varepsilon_r \le \frac{81}{25}$

Problema 9.3

1) $\vec{H} = \frac{a}{16\pi^2}\,\text{sen}\left(by\right)e^{i\left(2\pi\cdot 10^9 t - az + \pi/2\right)}\vec{u}_y + \frac{b}{16\pi^2}\cos\left(by\right)e^{i\left(2\pi\cdot 10^9 t - az\right)}\vec{u}_z$
2) $a = \frac{5\pi\sqrt{31}}{6}\ \text{rad m}^{-1}$; $b = \frac{25\pi}{2}\ \text{rad m}^{-1}$

Problema 9.4

1) $\vec{E} = 576\pi\,\text{sen}\left(\frac{50\pi}{3}z\right)e^{i\left(12\pi\cdot 10^9 t - 50\pi x - \frac{\pi}{2}\right)}\,\vec{u}_y\ \text{Vm}^{-1}$
2) $\frac{\pi\sqrt{10}}{9}\log e\ \text{dB mm}^{-1}$

Problema 9.5

1) $d = 15\ \text{cm}$; $\varepsilon_r = 25$
2) $\frac{2\pi\sqrt{31}}{3}\log e\ \text{dB cm}^{-1}$
3) Onda *TE*.

Problema 9.6

La atenuación corresponde al modo TE_{01} ; $f_0 = 15\ \text{GHz}$

Problema 9.7

1) $f_0 = 9{,}6\ \text{GHz}$
2) TE_{10} , TE_{20} , TE_{01} , TE_{02} , TE_{03} , TE_{11} , TE_{12} y TE_{21}

Problema 9.8

1) $S_2 = \frac{3}{2}a^2$
2) En la guía ① se propagan los modos TE_{10} y TE_{01} . En la guía ② se propaga el modo TE_{01} .

Problema 9.9

1) Modos TE_{10}, TE_{20} y TE_{01}.

2) $\dfrac{5\pi\sqrt{95}}{3}\log e \ \mathrm{dB\,cm^{-1}}$ (modo TE_{11}).

Problema 9.10

1) $a = 4\ \mathrm{cm}$, $b = 3\ \mathrm{cm}$

2) $\dfrac{45}{8}\,\mathrm{GHz} < f \le \dfrac{15\sqrt{13}}{8}\,\mathrm{GHz}$; $TE_{10}\left(\dfrac{45}{16}\,\mathrm{GHz}\right)$, $TE_{20}\left(\dfrac{45}{8}\,\mathrm{GHz}\right)$, $TE_{01}\left(\dfrac{15}{4}\,\mathrm{GHz}\right)$, $TE_{11}\left(\dfrac{75}{16}\,\mathrm{GHz}\right)$

Problema 9.11

1) Modos $TE_{01}, TE_{02}, TE_{03}, TE_{04}$

2) $16\ \mathrm{GHz} < f_0 \le 20\ \mathrm{GHz}$