Tema 8

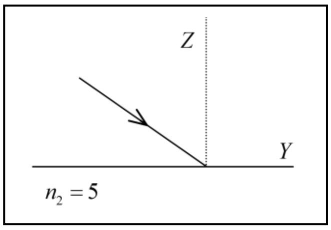
Mayo 2018

8.1. Una onda electromagnética incide sobre la frontera de separación entre dos medios, tal como se muestra en la figura. Si la función de onda para el campo magnético de la onda incidente es:

$$\vec{H} = \frac{1}{6\pi} \operatorname{sen}\left[39\pi\cdot 10^8 t - 12\pi(5y - 12z)\right]\vec{u}_x \text{ Am}^{-1} (t \text{ en s e } y, z \text{ en m})$$

Obtener razonadamente:

1) Las intensidades reflejada y transmitida en la frontera.
2) La función de onda para el vector de Poynting asociado a la onda transmitida.



***Problema* 8.1**

Junio 2018

8.2. El campo eléctrico asociado a una onda electromagnética es:

$$\vec{E} = 60\pi \cos\left(4\pi\cdot 10^8 t - 8\pi x + \frac{\pi}{4}\right)\vec{u}_z \text{ Vm}^{-1} \ (t \text{ en s}, x \text{ en m})$$

La onda incide perpendicularmente sobre la superficie de un material de conductividad $\frac{3}{20}\,\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$, en el que la intensidad se atenúa $\frac{2\pi}{5}\log e \text{ dB cm}^{-1}$. De forma razonada, obtener la intensidad de la onda transmitida cuando ha recorrido 80 cm dentro del material.

Junio 2017

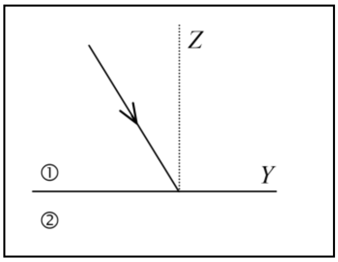
8.3. La función de onda para el campo magnético asociado a una onda electromagnética es:

$$\vec{H} = \frac{1}{13\pi} e^{i\left(39\pi\cdot 10^8 t - 30\pi y + 72\pi z\right)}\left(12\vec{u}_y + 5\vec{u}_z\right) \text{ Am}^{-1} \ (t \text{ en s}, y \text{ y } z \text{ en m})$$

1) De forma razonada y sin utilizar las ecuaciones de Maxwell, obtener las funciones de onda correspondientes al campo eléctrico y al vector de Poynting.

Se hace incidir la onda sobre la superficie de un medio en el que el número de onda de la señal es $34\pi \text{ rad m}^{-1}$, tal como indica la figura:

2) Determinar razonadamente el estado de polarización y la intensidad de las ondas reflejada y transmitida.



***Problema* 8.3**

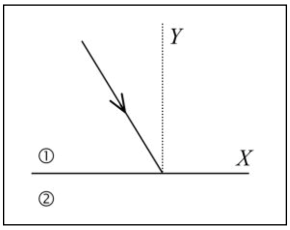
Junio 2018

8.4. Una onda electromagnética, que se propaga en un medio ① $(n_1 = 5/3)$, incide sobre la frontera de un medio ②, tal como indica la figura, siendo el campo eléctrico asociado a la onda transmitida:

$$\vec{E}_t = 96\cos\left[18\pi\cdot 10^8 t - 6\pi(x - y)\right]\vec{u}_z \text{ Vm}^{-1} \ (t \text{ en s}, x \text{ e } y \text{ en m})$$

Determinar razonadamente:

1) La función de onda correspondiente al campo magnético $\vec{H}$ asociado a la onda reflejada.
2) La fracción de intensidad reflejada y de intensidad transmitida en la frontera.



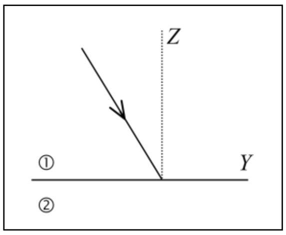
***Problema* 8.4**

Diciembre 2018

8.5. Una onda electromagnética, que se propaga en un medio ①, incide sobre la frontera de un medio ② $\left(n_2 = \sqrt{3}\right)$, tal como muestra la figura. Si el campo magnético asociado a la onda incidente es:

$$\vec{H}_i = \frac{5}{3\pi}\cos\left(6\pi\sqrt{3}\cdot 10^8 t - 2\pi y + 2\pi\sqrt{2}z\right)\vec{u}_x \ \mathrm{Am^{-1}} \quad \left(t \text{ en s, } y \text{ y } z \text{ en m}\right)$$

Determinar razonadamente la función de onda correspondiente al campo eléctrico asociado a la onda reflejada y la fracción de intensidad transmitida en la frontera.

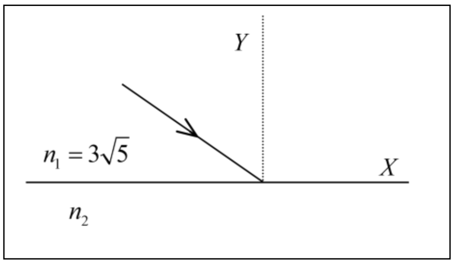


***Problema* 8.5**

Julio 2017

8.6. Una onda electromagnética, de intensidad $\pi\sqrt{5}\ \mathrm{Wm^{-2}}$, incide sobre la frontera de separación entre dos medios (ver figura), observándose que no existe onda reflejada. Si la función de onda para uno de los campos asociados a la onda incidente es: $a\cos\left(\omega t - 4\pi\sqrt{5}\,x + 10\pi y\right)\vec{u}_z$, donde todas las variables se miden en unidades básicas del Sistema Internacional, determinar razonadamente:

1) Las unidades de la constante a, justificando si la función dada corresponde al campo eléctrico $\vec{E}$ o al campo magnético $\vec{H}$ de la onda incidente.
2) Los valores numéricos de la frecuencia angular ω, del índice de refracción n_2 y de la constante a.
3) La función de onda para el campo eléctrico de la onda transmitida, así como la fracción de intensidad transmitida en la frontera.

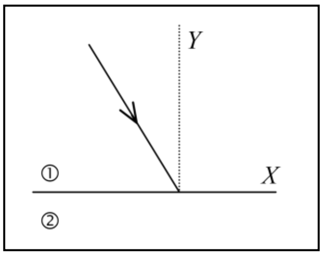


***Problema* 8.6**

Enero 2017

8.7. Una onda electromagnética, que se propaga en un medio ①, tiene asociado un campo magnético $\vec{H} = \frac{1}{5}\cos\left(15\pi\cdot 10^8 t - 16\pi x + 12\pi y\right)\vec{u}_z\ \mathrm{A\,m^{-1}}$, donde todas las variables se miden en unidades fundamentales del Sistema Internacional. La onda incide sobre la superficie de un medio ②, cuyo índice de refracción es $n_2 = 2\sqrt{2}$, tal como muestra la figura. De forma razonada, obtener:

1) Las intensidades reflejada y transmitida en la frontera.
2) La función de onda para el vector de Poynting de la onda reflejada, explicando el estado de polarización de dicha onda, e indicando, si procede, la dirección de polarización mediante un vector unitario.



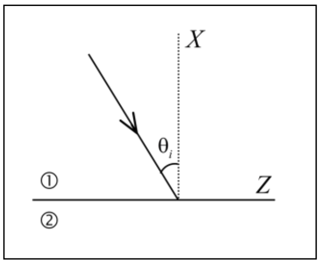
***Problema* 8.7**

Enero 2019

8.8. Una onda electromagnética plana y linealmente polarizada, de intensidad $204\ \mathrm{mWm^{-2}}$, que se propaga en aire, incide perpendicularmente sobre la frontera de un material cuyo índice de refracción es $4 - 3i$. Si la atenuación de la intensidad en el material es $5\pi\log e\ \mathrm{dB\,m^{-1}}$, obtener razonadamente la intensidad de la señal transmitida cuando ha avanzado 60 cm dentro de dicho material.

Julio 2018

8.9. Una onda electromagnética plana y armónica, de frecuencia angular $3\pi\sqrt{6}\cdot 10^8\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ e intensidad I_0, tiene asociado un campo magnético paralelo al vector $\vec{u}_y$. La onda incide desde un medio ① sobre la frontera con un medio ② $\left(n_2=\sqrt{6}\right)$, con un ángulo de incidencia θ_i $\left(\cos\theta_i = 1/\sqrt{6}\right)$, tal como muestra la figura. La amplitud del campo eléctrico de la onda reflejada es la séptima parte que la del campo eléctrico de la onda incidente, no introduciéndose cambio de fase en la reflexión. Si el índice de refracción del medio ① verifica la condición $1{,}8 < n_1 < 2{,}5$, obtener razonadamente la función de onda correspondiente al vector de Poynting asociado a la onda transmitida al medio ②, suponiendo que la fase inicial de los campos asociados a la onda incidente es nula.



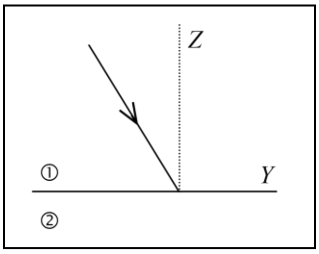
***Problema* 8.9**

Enero 2019

8.10. Una onda electromagnética incide, desde un medio ①, sobre la superficie de un medio ②, de índice de refracción $n_2 = 12$, como se indica en la figura. La función de onda para el campo eléctrico de la onda incidente es:

$$\vec{E} = \frac{169}{5}\cos\left[39\pi\cdot 10^8 t - 5\pi(12y-5z)\right]\,\vec{u}_x\ \mathrm{Vm^{-1}}\,(t \text{ en s, } y \text{ y } z \text{ en m})$$

Obtener razonadamente la función de onda para el campo magnético $\vec{H}$ asociado a la onda transmitida.



***Problema* 8.10**

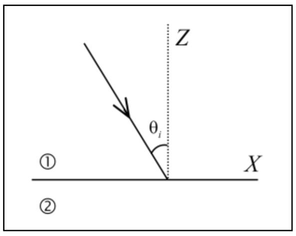
Enero 2018

8.11. Una onda electromagnética que se propaga en un medio cuyo índice de refracción es $5/4$, incide en la frontera con otro medio, tal como indica la figura. La función de onda para el campo magnético asociado a la onda transmitida es:

$$\vec{H}_t = \frac{1}{\pi\sqrt{5}}\left(6\vec{u}_x + 10\vec{u}_y + 3\vec{u}_z\right)e^{i\left(12\pi\sqrt{5}\cdot 10^8 t - 10\pi x + 20\pi z\right)}\ \mathrm{A\,m^{-1}},\ (x \text{ y } z \text{ en m y } t \text{ en s})$$

Determinar de forma razonada:

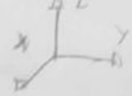
1) El valor de $\operatorname{sen}\theta_i$ y el estado de polarización de las ondas incidente y reflejada.
2) La intensidad de la onda incidente.

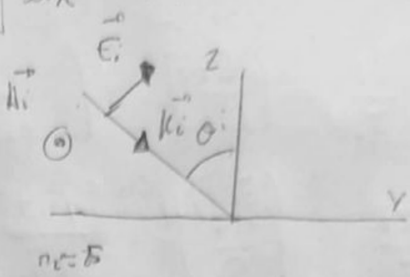


***Problema* 8.11**

8.1.

$\vec{H}_i = \frac{1}{6\pi} \, \text{sen}\left[39\pi\cdot 10^8 t - 12\pi(5y-12z)\right] \vec{u_x}$ A/m





$\vec{E}\times\vec{H} \parallel \vec{k}$

$\vec{E}\cdot\vec{H} = 0 \to \vec{E}\perp\vec{H}$

- Intensidad reflejada y transmitida en la frontera
- Polarización contenida en el plano $\vec{E}_\parallel$

$k\cdot r = 12\pi(5y-12z)$ $\qquad \vec{k} = k\cdot\vec{u_k}$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{k} = k_x\vec{u_x} + k_y\vec{u_y} + k_z\vec{u_z} \\ \vec{r} = x\vec{u_x} + y\vec{u_y} + z\vec{u_z} \end{array}\right\}$$

$\vec{k}_i = 12\pi(5\vec{u_y} - 12\vec{u_z})$

$$\vec{u_{ki}} = \frac{\vec{k}}{k} = \frac{12\pi(5\vec{u_y}-12\vec{u_z})}{12\pi\sqrt{5^2+12^2}} = \frac{5\vec{u_y}-12\vec{u_z}}{13} = \frac{5}{13}\vec{u_y} - \frac{12}{13}\vec{u_z}$$

$\vec{u_{ki}} = \text{sen}\,\theta_i\,\vec{u_y} - \cos\theta_i\,\vec{u_z}$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{sen}\,\theta_i = \frac{5}{13} \\ \cos\theta_i = \frac{12}{13} \end{array}\right.$$

Aplicando la Ley de Snell:

$\text{sen}\,\theta_t = \frac{n_1}{n_2}\cdot\text{sen}\,\theta_i =$

$k = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega n}{c} \to n_1 = \frac{c}{\omega}\cdot k_i = \frac{3\cdot 10^8}{39\pi\cdot 10^8}\cdot 156\pi = 12$

$\boxed{\text{sen}\,\theta_t = \frac{12}{5}\cdot\frac{5}{13} = \frac{12}{13}}$

$\cos\theta_t^2 + \text{sen}\,\theta_t^2 = 1$

$\cos\theta_t = \sqrt{1-\text{sen}^2\theta_t} = \sqrt{1-\left(\frac{12}{13}\right)^2} = \frac{5}{13}$

$$\begin{cases} \cos\theta_i = \operatorname{sen}\theta t = \frac{12}{13} \\ \operatorname{sen}\theta_i = \cos\theta t = \frac{5}{13} \end{cases}$$

θ_i y θ_r son complementarios, entonces el $\theta_i = \theta_B$, ángulo de incidencia es el ángulo de Brewster.

$\theta_i = \theta_B \rightarrow (E_{0r})_{\parallel} = 0$; no hay onda reflejada.

$J_r = 0$

$R + T = 1$; $R = \frac{J_r}{J_i} = 0$ $\quad T = 1$

$$T = \frac{J_t \cos\theta t}{J_i \cdot \cos\theta_i} = 1 \rightarrow J_t = \frac{J_i \cos\theta_i}{\cos\theta t} \qquad Z = \frac{E}{H}$$

$$J_i = \langle |\vec{S}| \rangle = \langle E \cdot H \rangle = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_{0i}^2}{Z} = \frac{1}{2} H_{0i}^2 \cdot Z$$

$$\left[J_i = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{6\pi}\right)^2 \cdot 10\pi = \frac{5}{36\pi} \ W/m^2 \right] \qquad \left[\begin{array}{l} J_r = 0 \ W/m^2 \\ J_t = \frac{1}{3\pi} \ W/m^2 \end{array} \right]$$

$$Z = \mu_0 \cdot v = \mu_0 \frac{\omega}{K_i} = 4\pi 10^{-7} \cdot \frac{39\pi \cdot 10^8}{156\pi} = 10\pi \qquad J_t = \frac{5}{36\pi} \cdot \frac{\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}} = \frac{1}{3\pi} \ W/m^2$$

2) Función de onda del vector de Poynting (onda transmitida)

La onda transmitida tiene los mismos componentes

Como $\left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_{\parallel} > 0$, que la onda incidente y θt y θ_i siempre están en fase

$$\vec{E_{0t}} = E_{0t} \cdot \operatorname{sen}\left[39\pi \cdot 10^8 t - 12\pi(5y - 12z)\right] \vec{u_{Ct}}$$

$$Z_i = \frac{E_{0i}}{H_{0i}} \rightarrow E_{0i} = Z_i \cdot H_{0i} = \mu_0 \cdot \frac{\omega}{K_i} \cdot H_{0i} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{39\pi \cdot 10^8}{156\pi} \cdot \frac{1}{6\pi} = \frac{5}{3} \ V/m$$

$$\left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_{\parallel} = \frac{2 n_1 \cdot \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta t + n_2 \cos\theta_i} = \frac{2 \cdot 12 \cdot \frac{12}{13}}{12 \cdot \frac{5}{13} + 5 \cdot \frac{12}{13}} = \frac{12}{5}$$

$$\frac{E_{0t}}{E_{0i}} = \frac{12}{5} \rightarrow E_{0t} = \frac{12}{5} \cdot E_{0i} = \frac{12}{5} \cdot \frac{5}{3} = 4 \ V/m$$

$\vec{S_t} \parallel \vec{K}$ $\qquad k = \frac{\omega n}{c}$

$$\vec{S_t} = \vec{E_t} \times \vec{H_t} = E_t \cdot H_t \cdot \vec{u_{kt}} = \frac{E_t^2}{Z_2} \cdot \left(\frac{5}{13}\vec{u_y} - \frac{12}{13}\vec{u_z}\right)$$

$$\left[Z_2 = \mu_0 \cdot v = \mu_0 \cdot \frac{\omega}{K_t} = \mu_0 \frac{\omega}{\omega n} \cdot c = \frac{120\pi}{n_2} = 24\pi\,\Omega \right.$$

$$\left\{ Z_2 = \frac{E}{H} \rightarrow H = \frac{E}{Z_2} \right\}$$

$$\vec{S_t} = \frac{4^2 \cdot \operatorname{sen}^2\left(39\pi \cdot 10^8 t - 12\pi(5y - 12z)\right)}{24\pi} \cdot \left(\frac{5}{13}\vec{u_y} - \frac{12}{13}\vec{u_z}\right)$$

$$\left[\vec{S_t} = \frac{2}{3\pi} \operatorname{sen}^2\left(39\pi \cdot 10^8 t - 12\pi(5y - 12z)\right) \cdot \left(\frac{5}{13}\vec{u_y} - \frac{12}{13}\vec{u_z}\right) \ W/m^2 \right]$$

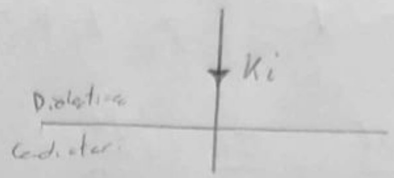
8.2.

$$\vec{E} = 60\pi \cos\left(4\pi \cdot 10^8 t - 8\pi x + \frac{\pi}{4}\right) \vec{u_z} \quad V/m$$

$\vec{k_i} = k \cdot \vec{u_k}$

$\vec{k} \parallel \vec{u_x}$

$\sigma = \frac{3}{20} \Omega^{-1} m^{-1} \qquad at(int) = \frac{2\pi}{5} \log e \; dB/cm$



Onda incide perpendicularmente

$\theta_r = \theta_i$

Cuando onda en el primer medio no se atenúa suponemos que es un dieléctrico:

$$R = \left| \frac{\langle \vec{S_r} \rangle \vec{u_n}}{\langle \vec{S_i} \rangle \vec{u_n}} \right| = \frac{I_r \cdot \cos\theta_r}{I_i \cdot \cos\theta_i} = \frac{I_r}{I_i} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)^2 = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2$$

$$n_1 = \frac{c}{v_1} = \frac{c}{\omega} \cdot k_i = \frac{3 \cdot 10^8}{4\pi \cdot 10^8} \cdot 8\pi = 6.$$

$$n_2 = \frac{c}{v_2} = \frac{c}{\omega} \cdot k_c = \frac{c}{\omega}(\gamma - i\beta)$$

$$\begin{cases} k_c^2 = \omega^2 \varepsilon \mu_0 - i\sigma\omega\mu_0 \\ k_c^2 = (\gamma - i\beta)^2 = \gamma^2 + \beta^2 - 2i\beta\gamma \end{cases}$$

$$at(int) = 10 \log \frac{I(x)}{I(x+x_0)} = 10 \log \frac{I_0 \cdot e^{-2\beta x}}{I_0 e^{-2\beta(x+x_0)}} = 10 \log\left(e^{2\beta x_0}\right) =$$

$$\boxed{at = 20\beta x_0 \log e}$$

$$\left\{ x_0 = \frac{1}{100} cm \right\} \qquad 20\beta \cdot \frac{1}{100} \cdot \log e = \frac{2\pi}{5} \log e \; ;$$

$$\boxed{\beta = 2\pi \; rad/m}$$

$$\sigma\omega\mu_0 = 2\beta\gamma \rightarrow \gamma = \frac{\sigma\omega\mu_0}{2\beta} = \frac{3}{20} \frac{\cdot 4\pi \cdot 10^8 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 2\pi} = 6\pi \; rad/m$$

$$n_2 = \frac{3 \cdot 10^8}{4\pi \cdot 10^8} \cdot (6\pi - i2\pi) = \frac{3}{2}(3 - i)$$

$$R = \frac{J_r}{J_i} = \left| \left(\frac{6 - \frac{3}{2}(3-i)}{6 + \frac{3}{2}(3-i)} \right)^2 \right| = \left| \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{2}i}{\frac{21}{2} - \frac{3}{2}i} \right|^2 = \frac{1}{25}$$

$$\rightarrow R + T = 1 \qquad \left[T = 1 - R = \frac{24}{25} \right]$$

$$T = \frac{J_t \cdot \cos\theta t}{J_i \cos\theta i} = \frac{J_t}{J_i} = \frac{24}{25}$$

$$J_i = \langle |\vec{S}| \rangle = \langle E \cdot H \rangle = \left\{ Z = \frac{E}{H} \right\} =$$

$$J_i = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_i^2}{Z_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(60\pi)^2}{20\pi} = 90\pi \ W/m^2$$

$$J_t = \frac{24}{25} \cdot J_i$$

$$\left[Z_1 = \frac{Z_0}{n_1} = \frac{120\pi}{6} = 20\pi \ \Omega \right]$$

$$J_t = \frac{24}{25} \cdot 90\pi = \frac{432}{5}\pi \ W/m^2$$ intensidad transmitida en la frontera.

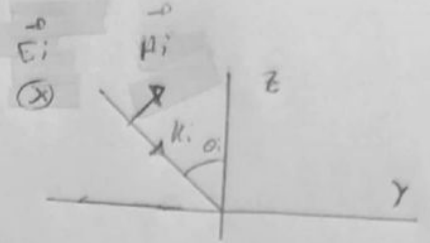
$$J_t = (d = 80cm) = \frac{432\pi}{5} \cdot e^{-2\beta \cdot x} = \frac{432\pi}{5} e^{-2 \cdot 2\pi \cdot 80 \cdot 10^{-2}} =$$

$$\left[J_t(x = 80cm) = \frac{432\pi}{5} e^{-\frac{16}{5}\pi} \ W/m^2 \right]$$

Junio 2017

5.3

$$\vec{H} = \frac{1}{13\pi} \cdot e^{i(39\pi \cdot 10^8 t - 30\pi y + 72\pi z)} (12\vec{u_y} + 5\vec{u_z}) \quad A/m$$



$k \cdot r = 30\pi y + 72\pi z$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{k} = k_x \vec{u_x} + k_y \vec{u_y} + k_z \vec{u_z} \\ \vec{r} = x\vec{u_x} + y\vec{u_y} + z\vec{u_z} \end{array} \right\}$$

$$\vec{u_k} = \frac{\vec{k_i}}{k_i} = \frac{30\pi \vec{u_y} - 72\pi \vec{u_z}}{\sqrt{30\pi^2 + 72\pi^2}} = \frac{30\pi \vec{u_y} - 72\pi \vec{z}}{78\pi}$$

$\vec{k_i} = 30\pi \vec{u_y} - 72\pi \vec{u_z}$

$$\vec{u_k} = \frac{5}{13}\vec{u_y} - \frac{12}{13}\vec{u_z} = \operatorname{sen}\theta_i \vec{u_y} - \cos\theta_i \vec{u_z}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{sen}\theta_i = \frac{5}{13} \\ \cos\theta_i = \frac{12}{13} \end{array} \right\}$$

$$Z_1 = \mu_0 \cdot v_1 = \mu_0 \cdot \frac{\omega}{k_i} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{39\pi \cdot 10^8}{78\pi} = 20\pi\,\Omega$$

$E = Z \cdot H \rightarrow \vec{E} = Z \cdot \vec{H} \times \vec{u_k}$

$$\vec{E} = 20\pi \cdot \frac{1}{13\pi} \cdot e^{i(39\pi \cdot 10^8 t - 30\pi y + 72\pi z)} (12\vec{u_y} + 5\vec{u_z}) \times \left(\frac{5}{13}\vec{u_y} - \frac{12}{13}\vec{u_z}\right) =$$

$$= \left\{ \begin{vmatrix} \vec{u_x} & \vec{u_y} & \vec{u_z} \\ 0 & 12 & 5 \\ 0 & \frac{5}{13} & -\frac{12}{13} \end{vmatrix} = -\frac{144}{13}\vec{u_x} - \frac{25}{13}\vec{u_x} = -13\vec{u_x} \right.$$

$$\vec{E_i} = 20\, e^{i(39\pi \cdot 10^8 t - 30\pi y + 72\pi z)} (-\vec{u_x}) \quad V/m$$

$$\vec{S} \parallel \vec{k}, \quad \vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = E \cdot H \vec{u_k} = \frac{20}{\pi} \cos^2(39\pi 10^8 t - 30\pi y + 72\pi z) \cdot \left(\frac{5}{13}\vec{u_y} - \frac{12}{13}\vec{u_z}\right) \quad W/m^2$$

$$\left\{ H = \frac{E}{Z} = \frac{20}{20\pi} = \frac{1}{\pi} \right\}$$

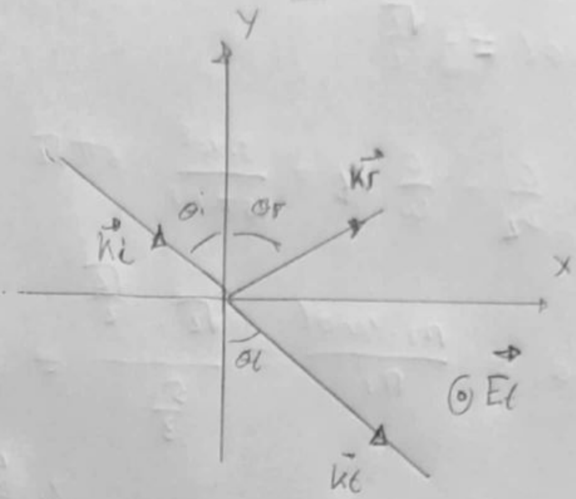
Escaneado con CamScanner

8.4.

Medio ① $n_1 = 5/3$

$$\vec{E_t} = 96 \cos[18\pi \cdot 10^8 t - 6\pi (x - y)]\,\vec{u_z} \quad V/m$$

a) Onda Magnética (onda reflejada)



$\vec{E_t} \parallel \vec{u_z}$

Polarización perpendicular al plano de incidencia.

El medio ① es un medio dieléctrico pues n_1 es un número real.

El medio ② es un medio dieléctrico pues $\vec{E_t}$ no presenta atenuación.

$E_{0t} = 96$ V/m.

$$\vec{E_t} = E_{0t} \cos[\omega t - \vec{k_t} \cdot \vec{r} + \varphi_t]\,\vec{u_z}$$

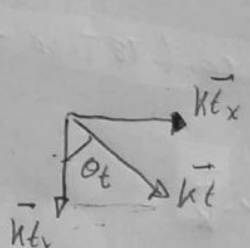
$\omega = 18\pi \cdot 10^8$ rad/s.

$\varphi_t = 0$

θ_t y θ_i están en fase.

Como $\left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_\perp > 0$ la onda transmitida tendrá las mismas componentes que la onda incidente.

$\left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_\perp \neq 0$ la onda reflejada tendrá las mismas componentes que la onda incidente. θ_r y θ_i pueden estar en fase o en oposición.



$\vec{k_t} \cdot \vec{r} = 6\pi (x - y)$

$\vec{r} = x\,\vec{u_x} + y\,\vec{u_y}$

$\vec{k_t} = 6\pi\,\vec{u_x} - 6\pi\,\vec{u_y}$

$k_t = \sqrt{(6\pi)^2 + (6\pi)^2} = 6\pi\sqrt{2}$ rad/m.

$\vec{u_k} = \operatorname{sen}\theta_t\,\vec{u_x} - \cos\theta_t\,\vec{u_y}$

$\vec{k_t} = k_t \cdot \vec{u_k}$

$\{k_t \equiv k_2\}$

$$\vec{k_t} = k_t \cdot \vec{u_t} = 6\pi\sqrt{2}\,(\text{sen}\,\theta t\,\vec{u_x} - \cos\theta t\,\vec{u_y}) = 6\pi\,\vec{u_x} - 6\pi\,\vec{u_y}$$

Ley de Snell.

$$\begin{cases} \text{sen}\,\theta t = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos\theta t = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$n_1 \cdot \text{sen}\,\theta i = n_2 \cdot \text{sen}\,\theta t$$

$$n_2 = \frac{c}{v_2} = \frac{c}{\omega}\,k_t = \frac{3\cdot 10^8}{18\pi\cdot 10^8}\cdot 6\pi\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$\cos\theta i = \sqrt{1-\text{sen}^2\theta i} = \frac{4}{5}$$

$$\text{sen}\,\theta i = \frac{n_2\cdot\text{sen}\,\theta t}{n_1} = \frac{\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}$$

$$\left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_\perp = \frac{2n_1\cdot\cos\theta i}{n_1\cdot\cos\theta i + n_2\cos\theta t} = \frac{2\cdot\frac{5}{3}\cdot\frac{4}{5}}{\frac{5}{3}\cdot\frac{4}{5} + \sqrt{2}\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{3}+1} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{7}{3}} = \frac{8}{7}$$

$$\boxed{E_{0i} = E_{0t}\cdot\frac{7}{8} = \frac{96\cdot 7}{8} = 84\ V/m}$$

$$\left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_\perp = \frac{n_1\cos\theta i - n_2\cdot\cos\theta t}{n_1\cos\theta i + n_2\cdot\cos\theta t} = \frac{\frac{5}{3}\cdot\frac{4}{5} - \sqrt{2}\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{\frac{5}{3}\cdot\frac{4}{5} + \sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = \frac{\frac{4}{3}-1}{\frac{4}{3}+1} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{7}{3}} = \frac{1}{7}$$

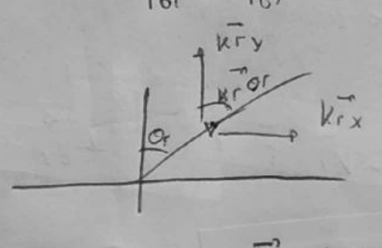
$$\boxed{E_{0r} = \frac{E_{0i}}{7} = \frac{84}{7} = 12\ V/m}$$

$\left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_\perp > 0$ θi y θr están en fase. $\theta i = \theta r$

$\varphi_{Ei} = \varphi_{Et} = 0$. Se supone fase

$\varphi_{Er} = \varphi_{Ei}$

$$\vec{E_r} = E_{0r}\cos(\omega t - \vec{k_r}\cdot\vec{r} + \varphi_{Er})\,\vec{u_{Er}}$$



$$\vec{k_r} = k_1\cdot\vec{u_k}$$

$$\vec{u_k} = \text{sen}\,\theta r\,\vec{u_x} + \cos\theta r\,\vec{u_y}$$

$$n_1 = \frac{c}{\omega}\cdot k_1 \rightarrow k_1 = \frac{n_1\cdot\omega}{c} = \frac{\frac{5}{3}\cdot 18\pi\cdot 10^8}{3\cdot 10^8} = 10\pi\ \text{rad/m}$$

$$\vec{k_r} = 10\pi(\text{sen}\,\theta r\,\vec{u_x} + \cos\theta r\,\vec{u_y}) = 10\pi\left(\frac{3}{5}\,\vec{u_x} + \frac{4}{5}\,\vec{u_y}\right)$$

$$\vec{k_r} = 2\pi(3\,\vec{u_x} + 4\,\vec{u_y})$$

$\vec{E_r} = 12 \cos(18\pi \cdot 10^8 t - 2\pi(3x + 4y))\ \vec{u_z}$ $\quad \varphi_{ci} = \varphi_{cr} = \varphi_{ct}$

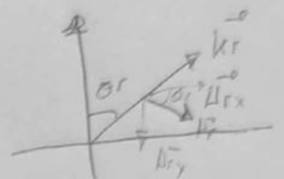
$\vec{E_r} \parallel \vec{u_z}$

$Z = \frac{E}{H}$

$Z_r = \frac{Z_0}{n_1} = \frac{120\pi}{\frac{5}{3}} = 72\pi\ \Omega$

$H_{or} = \frac{E_{or}}{Z_1} = \frac{12}{72\pi} = \frac{1}{6\pi}$ A/m

$\odot \vec{E_r}$



$\left\{ \vec{u_{H_r}} = \cos\theta r\ \vec{u_x} + \operatorname{sen}\theta r\ \vec{u_y} \right.$

$\vec{H_r} = \frac{1}{6\pi} \cdot \cos(18\pi \cdot 10^8 t - 2\pi(3x + 4y)) \left(\frac{4}{5}\vec{u_x} - \frac{3}{5}\vec{u_y}\right)$ A/m

$T = \frac{J_t}{J_i} \cdot \frac{\cos\theta t}{\cos\theta i}$

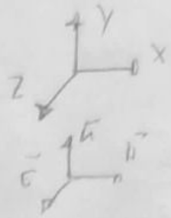
2) $R = \frac{J_r}{J_i} = \left(\frac{E_{cr}}{E_{ci}}\right)^2 = \left(\frac{12}{84}\right)^2 = \frac{1}{49}$

$R + T = 1, \quad T = \frac{48}{49} = \frac{J_t}{J_i} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}/2}{4/5}\right) = \frac{J_t}{J_i} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot 5}{8}$

$\frac{J_t}{J_i} = \frac{48}{49} \cdot \frac{8}{5 \cdot \sqrt{2}} = \frac{384}{245\sqrt{2}} = \frac{192\sqrt{2}}{245}$

8.5.

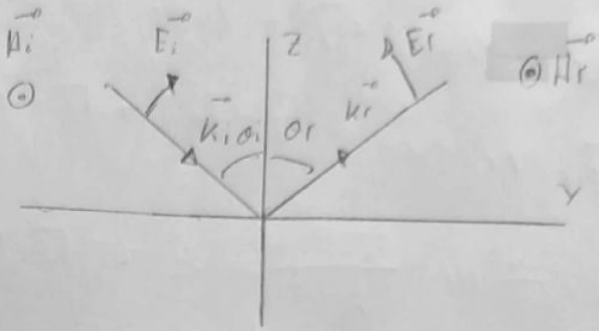
Diciembre 2015.



$n_2 = \sqrt{3}$

$\vec{H_i} = \frac{5}{3\pi} \cos\left(6\pi\sqrt{3}\, 10^8 t - 2\pi y + 2\pi\sqrt{2}\, z\right) \vec{u_x}$ A/m

Polarización contenida en el plano $|\vec{E}_{\parallel}$



$k_i \cdot r = 2\pi y - 2\pi\sqrt{2}\, z$

$$\begin{cases} \vec{k_i} = k_x \vec{u_x} + k_y \vec{u_y} + k_z \vec{u_z} \\ \vec{r} = x\vec{u_x} + y\vec{u_y} + z\vec{u_z} \end{cases}$$

$\vec{k_i} = k_i \vec{u_{ki}}$

$\vec{k_i} = 2\pi \vec{u_y} - 2\pi\sqrt{2}\, \vec{u_z}$

$$\vec{u_{ki}} = \frac{\vec{k_i}}{k_i} = \frac{2\pi(\vec{u_y} - \sqrt{2}\,\vec{u_z})}{2\pi\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}\vec{u_y} - \frac{\sqrt{6}}{3}\vec{u_z} = \operatorname{sen}\theta_i \vec{u_y} - \cos\theta_i \vec{u_z}$$

$$\begin{cases} \operatorname{sen}\theta_i = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \cos\theta_i = \frac{\sqrt{6}}{3} \end{cases}$$

$$n_1 = \frac{c}{\omega} \cdot k_i = \frac{3 \cdot 10^8}{6\pi\sqrt{3} \cdot 10^8} \cdot 2\pi\sqrt{3} = 1$$

Ley de Snell

$$\operatorname{sen}\theta_t = \frac{n_1}{n_2} \cdot \operatorname{sen}\theta_i = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\cos\theta_t = \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2\theta_t} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\left\{ Z_1 = \frac{Z_0}{n_1} = 120\pi \right.$$

$$Z_1 = \frac{E_{0i}}{H_{0i}} \rightarrow E_{0i} = \frac{5}{3\pi} \cdot 120\pi = 200 \text{ V/m}$$

$$\left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_{\parallel} = \frac{n_1 \cos\theta_t - n_2 \cdot \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_t + n_2 \cdot \cos\theta_i} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3} - \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3} + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3}} = -\frac{1}{5} < 0$$

La onda incidente y la onda reflejada están en oposición de fase.

$\vec{H_r} \parallel \vec{u_x}$

$$\frac{E_{or}}{E_{oi}} = \frac{1}{5} \rightarrow E_{or} = \frac{1}{5} \cdot E_{oi} = 40 \ V/m \qquad \theta_i = \theta_r$$

$$\vec{u_{k_r}} = \operatorname{sen}\theta_r \, \vec{u_y} + \cos\theta_r \cdot \vec{u_z} = \frac{\sqrt{3}}{3} \vec{u_y} + \frac{\sqrt{6}}{3} \vec{u_z}$$

$$\vec{k_r} = k_r \cdot \vec{u_{k_r}} = 2\pi (\vec{u_y} + \sqrt{2} \vec{u_z})$$

$$k_r = \frac{\omega}{c} \cdot n_1 = \frac{6\pi\sqrt{3} \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} \cdot = 2\pi\sqrt{3} \ rad/m$$

$$\vec{E_r} = 40 \cdot \cos(6\pi\sqrt{3} \cdot 10^8 t - 2\pi(\vec{u_y} + \sqrt{2}\vec{u_z})) \ \vec{u_E}$$

$$\vec{u_E} = \vec{u_H} \times \vec{u_{k_r}} = \begin{vmatrix} \vec{u_x} & \vec{u_y} & \vec{u_z} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{6}}{3} \end{vmatrix} = +\frac{\sqrt{3}}{3} \vec{u_z} - \frac{\sqrt{6}}{3} \vec{u_y}$$

$$\vec{E_r} = 40 \cos(6\pi\sqrt{3} \cdot 10^8 t - 2\pi(\vec{u_y} + \sqrt{2}\vec{u_z})) \left(-\frac{\sqrt{6}}{3} \vec{u_y} + \frac{\sqrt{3}}{3} \vec{u_z}\right) V/m$$

$$R + T = 1 \quad , \quad R = \frac{J_r \cdot \cos\theta_r}{J_i \cos\theta_i} = \frac{J_r}{J_i} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$$

$$T = 1 - \frac{1}{25} = \frac{24}{25}$$

$$T = \frac{J_t \cdot \cos\theta_t}{J_i \cos\theta_i} = \frac{24}{25} \rightarrow \frac{J_t}{J_i} = \frac{24}{25} \cdot \frac{\cos\theta_i}{\cos\theta_t} = \frac{24}{25} \cdot \frac{\frac{\sqrt{6}}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{24}{25} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{12\sqrt{3}}{25}$$

Escaneado con CamScanner

8.8. Enero 2019.

2 medio, conductor índice de refracción complejo.

$$\left\{ \begin{array}{l} n_2 = 4-3i \\ at(int) = 5\pi \log e \ dB/m \end{array} \right\}$$

$J = 204 m \ W/m^2$

$$at(int) = 10\log \frac{J(x)}{J(x+x_0)} = 10\log \frac{I_0 e^{-2\beta x}}{I_0 e^{-2\beta(x+x_0)}} = 20\beta x_0 \log e$$

$$R = \left| \frac{\langle \vec{S_r} \rangle \vec{u_n}}{\langle \vec{S_i} \rangle \vec{u_n}} \right| = \frac{J_r \cos\theta_r}{J_i \cos\theta_i} = \frac{J_r}{J_i} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)^2 = \left| \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \right| =$$

$$= \left| \left(\frac{1-(4-3i)}{1+(4-3i)} \right)^2 \right| = \left| \left(\frac{-3+3i}{5-3i} \right)^2 \right| = \frac{9}{17}$$

$$R + T = 1 \rightarrow T = 1 - \frac{9}{17} = \frac{8}{17}$$

$$T = \frac{J_{0t} \cos\theta_t}{J_{0i} \cos\theta_i} = \frac{J_{0t}}{J_{0i}} = \frac{8}{17} \rightarrow J_{0t} = \frac{8}{17} \cdot 204 \cdot 10^{-3} = \frac{12}{125} \ W/m^2$$

$$\boxed{J_t = 96 m \ W/m^2}$$

$$J_t = J_{t_0} \cdot e^{-2\beta \cdot d}$$

$$20\beta \cdot \frac{1}{100} \log e = 5\pi \log e \rightarrow \beta = \frac{\pi}{4} \ rad/m.$$

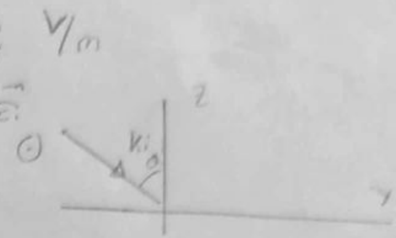
$$\boxed{J_t(d = 60cm) = 96 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 60 \cdot 10^{-2}} = 96 \ e^{-\frac{3\pi}{10}} m \ W/m^2}$$

Enero 2019.

8.10

$n_2 = 12$.

$$\vec{E} = \frac{169}{5}\cos\left[39\pi\cdot 10^8 t - 5\pi(12y - 5z)\right]\vec{u_x} \quad V/m$$



Como la onda incidente no se atenúa con respecto del tiempo, suponemos que se propaga por un medio dieléctrico.

En el medio ②, el índice de refracción no es complejo, medio dieléctrico. Dirección de polarización perpendicular al plano de incidencia $\vec{E_i} = (\vec{E_i})_\perp$

$$k\cdot r = 5\pi(12y - 5z)$$

$$\left\{\begin{array}{l} \vec{k_i} = k_{ix}\vec{u_x} + k_{iy}\vec{u_y} + k_{iz}\vec{u_z} \\ \vec{r} = x\vec{u_x} + y\vec{u_y} + z\vec{u_z} \end{array}\right.$$

$$\vec{k_i} = 5\pi(12\vec{u_y} - 5\vec{u_z})$$

$$\vec{k_i} = k_i\cdot\vec{u_{k_i}} \rightarrow \vec{u_{k_i}} = \frac{\vec{k_i}}{k_i} = \frac{5\pi(12\vec{u_y} - 5\vec{u_z})}{5\pi\cdot 13} = \frac{12}{13}\vec{u_y} - \frac{5}{13}\vec{u_z} =$$

$$= \operatorname{sen}\theta_i\,\vec{u_y} - \cos\theta_i\,\vec{u_z}$$

$$\left\{\begin{array}{l} \operatorname{sen}\theta_i = \frac{12}{13} \\ \cos\theta_i = \frac{5}{13} \end{array}\right.$$

$$n_1 = \frac{c}{\omega}\cdot k_i = \frac{3\cdot 10^8}{39\pi\cdot 10^8}\cdot 5\pi\cdot 13 = 5$$

Aplicando la Ley de Snell:

$$\operatorname{sen}\theta_t = \frac{n_1}{n_2}\operatorname{sen}\theta_i = \frac{5}{12}\cdot\frac{12}{13} = \frac{5}{13}$$

$$\cos\theta_t = \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2\theta_t} = \frac{12}{13}$$

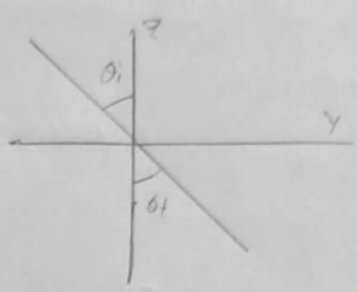
$$\left\{\begin{array}{l} \cos\theta_i = \operatorname{sen}\theta_t = \frac{5}{13} \\ \operatorname{sen}\theta_i = \cos\theta_t = \frac{12}{13} \end{array}\right.$$

Onda linealmente polarizada, pues $\vec{E}$ oscila siempre en la misma dirección $\vec{u_x}$

$$\left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_\perp = \frac{2 n_1 \cos\theta_i}{n_1\cos\theta_i + n_2\cos\theta_t} = \frac{2\cdot 5\cdot\frac{5}{13}}{5\cdot\frac{5}{13} + 12\cdot\frac{12}{13}} = \frac{50}{169} > 0$$

La onda incidente y la onda transmitida tienen las mismas componentes.

θ_t y θ_i estarán en fase.



$$\left[\, E_{0t} = \frac{50}{169}\cdot\frac{169}{5} = 10 \ \text{V/m} \,\right]$$

$$\vec{u_{kt}} = \sin\theta_t\,\vec{u_y} - \cos\theta_t\,\vec{u_z} =$$

$$\vec{u_{kt}} = \frac{5}{13}\vec{u_y} - \frac{12}{13}\vec{u_z} \qquad \vec{E_t} \parallel \vec{u_x}$$

$$Z_2 = \frac{Z_0}{n_2} = \frac{120\pi}{12} = 10\pi$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{u_k}\times\vec{E}}{Z}$$

$$\vec{u_H} = \vec{u_k}\times\vec{u_{Et}} = \begin{vmatrix} \vec{u_x} & \vec{u_y} & \vec{u_z} \\ 0 & \frac{5}{13} & -\frac{12}{13} \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\frac{12}{13}\vec{u_y} - \frac{5}{13}\vec{u_z}$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\pi}\cdot e^{i(39\pi\cdot 10^8 t - 12\pi(5y - 12z))}\left(-\frac{12}{13}\vec{u_y} - \frac{5}{13}\vec{u_z}\right) \ \text{A/m}$$

$$k_t = \frac{\omega}{v_2} = \frac{\omega}{c}\cdot n_2 = \frac{39\pi\cdot 10^8}{3\cdot 10^8}\cdot 12 = 156\pi \ \text{rad/m}.$$

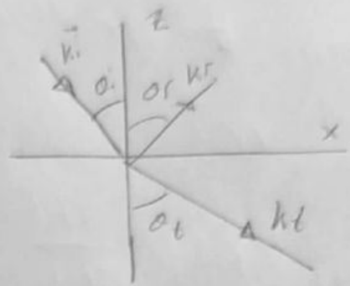
$$\vec{k_t} = 156\pi\left(\frac{5}{13}\vec{u_y} - \frac{12}{13}\vec{u_z}\right) = 12\pi\left(5\vec{u_y} - 12\vec{u_z}\right)$$

$$k\cdot r = 12\pi(5y - 12z)$$

Enero 2018.

8.11. $n_1 = \frac{5}{4}$

$$\vec{H_t} = \frac{1}{\pi\sqrt{5}}\left(6\vec{u_x} + 10\vec{u_y} + 3\vec{u_z}\right) e^{i(12\pi\sqrt{5}\cdot 10^8 t - 10\pi x + 20\pi z)} \ \text{A/m}$$



$$k_t \cdot r = 10\pi x - 20\pi \cdot z$$

$$\begin{cases} \vec{k_t} = k_{tx}\vec{u_x} + k_{ty}\vec{u_y} + k_{tz}\cdot\vec{u_z} \\ \vec{r} = x\vec{u_x} + y\vec{u_y} + z\vec{u_z} \end{cases}$$

$$\vec{k_t} = 10\pi\vec{u_x} - 20\pi\vec{u_z}$$

$$\vec{k_t} = k_t \cdot \vec{u_{kt}} \rightarrow \vec{u_{kt}} = \frac{\vec{k_t}}{k_t} = \frac{10\pi(\vec{u_x} - 2\vec{u_z})}{10\pi\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}\vec{u_x} - \frac{2\sqrt{5}}{5}\vec{u_z}$$

$$\vec{u_{kt}} = \operatorname{sen}\theta_t \cdot \vec{u_x} - \cos\theta_t \cdot \vec{u_z}$$

$$\begin{cases} \operatorname{sen}\theta_t = \frac{\sqrt{5}}{5} \\ \cos\theta_t = \frac{2\sqrt{5}}{5} \end{cases}$$

$$n_2 = \frac{c}{\omega}\cdot k_t = \frac{3\cdot 10^8}{12\pi\cdot\sqrt{5}\cdot 10^8}\, 10\pi\sqrt{5} = \frac{5}{2}$$

Ley de Snell:

$$\operatorname{sen}\theta_i = \frac{n_2}{n_1}\cdot\operatorname{sen}\theta_t = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{4}}\cdot\frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos\theta_i = \sqrt{1 - \operatorname{sen}\theta_i^2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$k_i = \frac{\omega}{c}\cdot n_1 = \frac{12\pi\sqrt{5}\cdot 10^8}{3\cdot 10^8}\cdot\frac{5}{4} = 5\sqrt{5}$$

$$\vec{u_{ki}} = \operatorname{sen}\theta_i\,\vec{u_x} - \cos\theta_i\,\vec{u_z} = \frac{2\sqrt{5}}{5}\vec{u_x} - \frac{\sqrt{5}}{5}\vec{u_z}$$

$$\vec{u_{ki}} = 5(2\vec{u_x} - \vec{u_z})$$

Escaneado con CamScanner

8.11 $\theta_i = \theta_r$

Como $\operatorname{sen}\theta_t = \cos\theta_i$ y $\cos\theta_t = \operatorname{sen}\theta_i$

θ_i y θ_t son ángulos complementarios, el ángulo de incidencia es el ángulo de Brewster. Entonces $\theta_i = \theta_B$, $(E_{0r})_{\parallel} = 0$

Puede que la onda incide con el ángulo de Brewster, la onda reflejada no tendrá componente $\parallel$,

La onda incidente tiene la misma fase y componente que la onda transmitida por lo que la polarización es lineal al tener dirección cte.

$$T = \frac{J_t \cos\theta_t}{J_i \cos\theta_i} = 1$$

$$J_i = \frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i} J_t = \frac{\frac{2\sqrt{5}}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{5}} \cdot \left(\frac{1}{\pi\sqrt{5}}\right)^2 = 5 \cdot \frac{1}{\pi^2 \cdot 5} = \frac{1}{\pi^2} \ W/m^2$$

$$R_{\perp} = \frac{J_r \cos\theta_r}{J_i \cos\theta_i} = \frac{J_r}{J_i} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)^2 = \left(\frac{n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

$$J_i = J_{i\parallel} + J_{i\perp}$$

Problema 8.1

1) $I_r = 0$; $I_t = \dfrac{1}{3\pi}$ Wm^{-2}

2) $\vec{S}_t = \dfrac{2}{3\pi}\,\mathrm{sen}^2\left(39\pi\cdot 10^8 t - 60\pi y + 25\pi z\right)\left(\dfrac{12}{13}\,\vec{u}_y - \dfrac{5}{13}\,\vec{u}_z\right)$ Wm^{-2}

Problema 8.2

$I = \dfrac{432\pi}{5} e^{-16\pi/5}$ Wm^{-2}

Problema 8.3

1) $\vec{E} = -20\, e^{i\left(39\pi\cdot 10^8 t - 30\pi y + 72\pi z\right)}\,\vec{u}_x$ Vm^{-1}; $\quad \vec{S} = \dfrac{20}{\pi}\cos^2\left(39\pi\cdot 10^8 t - 30\pi y + 72\pi z\right)\dfrac{\left(5\vec{u}_y - 12\vec{u}_z\right)}{13}$ Wm^{-2}

2) Ambas ondas están linealmente polarizadas en la dirección del eje *X*.

$I_r = \dfrac{490}{121\pi}$ Wm^{-2}; $\quad I_t = \dfrac{18360}{1573\pi}$ Wm^{-2}

Problema 8.4

1) $\vec{H}_r = \dfrac{1}{6\pi}\cos\left(18\pi\cdot 10^8 t - 6\pi x - 8\pi y\right)\left(\dfrac{4}{5}\vec{u}_x - \dfrac{3}{5}\vec{u}_y\right)$ A m^{-1}

2) $\dfrac{I_r}{I_i} = \dfrac{1}{49}$; $\quad \dfrac{I_t}{I_i} = \dfrac{192\sqrt{2}}{245}$

Problema 8.5

$\vec{E}_r = 40\cos\left(6\pi\sqrt{3}\cdot 10^8 t - 2\pi y - 2\pi\sqrt{2}z\right)\left(-\sqrt{\dfrac{2}{3}}\,\vec{u}_y + \dfrac{1}{\sqrt{3}}\,\vec{u}_z\right)$Vm^{-1}; $\dfrac{I_t}{I_i} = \dfrac{12\sqrt{3}}{25}$

Problema 8.6

1) *a* se mide en Am^{-1}, ya que la función corresponde al campo $\vec{H}_i$.

2) $\omega = 6\pi\cdot 10^8$ rad s^{-1}; $\quad n_2 = 6$; $\quad a = \dfrac{1}{2}$ Am^{-1}

3) $\vec{E}_t = 10\pi\cos\left(6\pi\cdot 10^8 t - 4\pi\sqrt{5}x + 8\pi y\right)\dfrac{\left(2\vec{u}_x + \sqrt{5}\,\vec{u}_y\right)}{3}$ Vm^{-1}; $\quad \dfrac{I_t}{I_i} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

Problema 8.7

1) $I_r = \dfrac{3\pi}{5}$ Wm^{-2}; $\quad I_t = 0$

2) $\vec{S}_r = \dfrac{6\pi}{5}\cos^2\left(15\pi\cdot 10^8 t - 16\pi x - 12\pi y\right)\left(\dfrac{4}{5}\,\vec{u}_x + \dfrac{3}{5}\,\vec{u}_y\right)$ Wm^{-2}. La onda reflejada está linealmente polarizada en la dirección del vector unitario $\left(-\dfrac{3}{5}\,\vec{u}_x + \dfrac{4}{5}\,\vec{u}_y\right)$

Problema 8.8

$I = 96 e^{-3\pi/10}$ mWm^{-2}

Problema 8.9

$$\vec{S}_t = \frac{24 I_0 \sqrt{6}}{49} \cos^2\left(3\pi\sqrt{6}\cdot 10^8 t + 4\pi x - 2\pi\sqrt{5} z\right)\left(-\frac{2}{3}\vec{u}_x + \frac{\sqrt{5}}{3}\vec{u}_z\right)$$

Problema 8.10

$$\vec{H}_t = -\frac{1}{\pi}\cos\left[39\pi\cdot 10^8 t - 12\pi\left(5y - 12z\right)\right]\left(\frac{12}{13}\vec{u}_y + \frac{5}{13}\vec{u}_z\right)\ \mathrm{Am^{-1}}$$

Problema 8.11

1) $\operatorname{sen}\theta_i = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$. Ambas están linealmente polarizadas.

2) $I_i = \dfrac{1635}{\pi}\ \mathrm{Wm^{-2}}$