UNIFORME | NO UNIFORME

- $x_{sc} \equiv$ Nivel de sobrecarga / fondo de escala.
- Rango dinámico del cuantificador $[-x_{sc}, x_{sc}]$
- $b \equiv N°$ de bits de resolución
- $\Delta = \dfrac{\text{rango dinámico}}{n° \text{ de escalón}} = \dfrac{2 \cdot x_{sc}}{2^b}$
- $x_p \equiv$ Amplitud señal $x(t)$
- $\{x_p \le x_{sc}\}$

Valor cuadrático medio de un tono: $\langle x^2 \rangle = \dfrac{x_p^2}{2} \ [V^2]$ $[R = 1\Omega]$

Señal fdp uniforme: $\langle x^2 \rangle = \dfrac{x_p^2}{3}$

Potencia de ruido
Valor cuadrático medio del ruido de cuantificación

$$\langle q^2 \rangle = \dfrac{\Delta^2}{12} \ [V^2]$$

CUANTIFICACIÓN UNIFORME

Calidad o relación S/N

$$\left(\dfrac{S}{n}\right)_{q, \text{ unif}} = \dfrac{\langle x^2 \rangle}{\langle q^2 \rangle} = \dfrac{\langle x^2 \rangle}{\dfrac{\Delta^2}{12}}$$

$$\left(\dfrac{S}{N}\right)_{\text{unif}} = 10 \log \left(\left(\dfrac{S}{n}\right)_{q, \text{ unif}} \right) \ [dB]$$

Señal a la entrada SINUSOIDAL (TONO)

$$\langle x^2 \rangle = x_p^2 / 2$$

$$\left(\dfrac{S}{n}\right)_{q, \text{ unif}} = \dfrac{x_p^2/2}{\Delta^2/12} = \dfrac{6 \cdot x_p^2}{\left(\dfrac{2 \cdot x_{sc}}{2^b}\right)} = 3 \cdot 2^{2b} \left(\dfrac{x_p}{x_{sc}}\right)^2$$

$$\left(\dfrac{S}{N}\right)_{q, \text{ unif}} = 6.02 \cdot b + 1.76 - 20 \log \left(\dfrac{x_{sc}}{x_p}\right) \ [dB]$$

$$\text{Si } x_p = x_{sc} \to 20 \log \left(\dfrac{x_{sc}}{x_p}\right) = 0 \, dB$$

$$\left(\dfrac{S}{N}\right)_{q, \text{ unif}} = 6.02 \, b + 1.76 \ [dB]$$

Otras señales (señales aleatorias)

$x_p \equiv$ Señal valor de pico
$\langle x_n^2 \rangle \equiv$ Valor cuadrático medio normalizado

$$\left(\dfrac{S}{n}\right)_q = \dfrac{\langle x^2 \rangle}{\dfrac{\Delta^2}{12}} = \dfrac{\langle x_n^2 \rangle \, x_p^2}{\Delta^2/12} = 3 \cdot 2^{2b} \left(\dfrac{x_p}{x_{sc}}\right)^2$$

$$\left(\dfrac{S}{N}\right)_q = 6.02 b + 1.77 + 10 \log \left(\langle x_n^2 \rangle \right) - 20 \log \left(\dfrac{x_{sc}}{x_p}\right) \ [dB]$$

fdp = función densidad de probabilidad uniforme (plana)

$$b = \log_2 \left(\dfrac{2 \cdot x_{sc}}{\Delta}\right)$$

CUANTIFICACIÓN NO UNIFORME

Ley A

$$\left[g_c = \frac{A}{1+\ln A} \right]$$

$$C(x) = \begin{cases} \dfrac{A}{1+\ln A} \, x & 0 \le |x| \le \dfrac{x_{sc}}{A} & \text{ZONA LINEAL} \\[4mm] x_{sc} \, \dfrac{1+\ln\left(A \dfrac{|x|}{x_{sc}}\right)}{1+\ln A} \, \text{sign}(x) & \dfrac{x_{sc}}{A} \le |x| \le 1 & \text{ZONA LOGARÍTMICA} \\ & & \text{(NO LINEAL)} \end{cases}$$
[V]

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} -1 \; ; \; x < 0 \\ 0 \; ; \; x = 0 \\ 1 \; ; \; x > 0 \end{cases}$$

CÁLCULO

$$\left(\frac{S}{n}\right)_{q, \text{ no unif}} = \left(\frac{S}{n}\right)_{q, \text{ unif}} \cdot g_c^2$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{q, \text{ no unif}} = \left(\frac{S}{N}\right)_{q, \text{ unif}} + \underbrace{20 \log(g_c)}_{G_c} \quad [dB]$$

• Secuencia binaria (Codificación PCM)

$$k = E\left\{\frac{C(x)}{\Delta}\right\} \text{Parte entera}$$

$b \equiv$ N° de bit de resolución

Palabra Código
1 bit   (b-1) bits

Signo
1 +
0 -

Signo   k en binario

$$\begin{cases} C(x_1) = \Delta \\ C(x_2) = 2\Delta \end{cases}$$

Calcular Error de cuantificación $x[m] = \begin{cases} \text{Uniforme}: x \\ \text{No Uniforme}: C(x) \end{cases}$

1° $k = E\left\{\dfrac{x[m]}{\Delta}\right\}$

2° $\bar{x}[m] = \text{signo} \, \Delta \, (k + 0,5)$

3° $q = |x[m] - \bar{x}[m]| \le \dfrac{\Delta}{2}$ (Verificar)

Régimen Simbólico

$$Rs = \frac{1}{T} \; [\text{símbolos/s}] \; \text{ó} \; [\text{baud/s}]$$

Régimen binario / T_b binario

$$Rb = \frac{1}{T_b} \; [\text{bits/s}] = K \cdot Rs$$

$[bps]$

Número de bits asociados a cada símbolo

$$k = \log_2 M$$

ANCHO DE BANDA

$$Rs = \frac{Rb}{\log_2 M}$$

- Pulsos Rectangulares Tipo NRZ (enter nulo)

$$[B = Rs] \; [Hz]$$

- Pulsos con forma de sinc:

$$B = \frac{Rs}{2} \; [Hz]$$

Banda Base

- Pulso coseno alzado

$$B = \frac{Rs}{2}(1+\alpha) = \frac{Rb}{2}(1+\alpha)$$ Ancho de banda señal modulada $[Hz]$

[primer nulo $T = 1/Rs$]

$$W = \frac{1}{2T} = \frac{Rs}{2}$$ Ancho de banda señal moduladora

roll-off : $0 \leq \alpha \leq 1$

$$[B = W(1+\alpha) \; ; \; f_a = W(1-\alpha)]$$

$$B_{\text{paso banda}} = 2 \cdot B_{\text{banda base}}$$

- Estando el primer nulo de la sinc en $T = 1/Rs$

Canal de Nyquist en sentido estricto

$$Rb = Rs$$

Ancho de banda señal modulada $[Hz]$

- Eficiencia espectral : $\eta = \frac{Rb}{B}$ $[\text{bits/s/Hz}]$

(comparación entre modulaciones)

$$f_{NYQUIST} \geq 2 \cdot W$$ CRITERIO DE NYQUIST

$$f_s > 2 \cdot W$$

No hay ISI : $Rs = \frac{1}{T}$

W = Ancho de banda de canal

• Régimen binario señal PCM : $Rb = b \cdot f_s$

TEMA 6

Codificación PCM

Régimen binario

$$Rb = b \cdot f_s \; (\text{bits/s})$$

- Período de muestreo: $T_s = \frac{1}{f_s}$

Decodificación: Valor reconstruido

$$\bar{x}[m] = \text{signo} \; \Delta (K + 0,5)$$

$\{ C(x) = x[m] \}$

Error de cuantificación

$$q(x) = x[m] - \bar{x}[m] \; [V]$$

verificar $q(x) < \frac{\Delta}{2}$

- Determinar palabra código

- Escalón : $\Delta = \frac{2 \cdot x_{sc}}{2^b}$

- Nº de escalón: $K = E\left\{ \frac{C(x)}{\Delta} \right\}$ parte entera

$$f_s = f_{NYQUIST}$$

TDM

Régimen binario en TDM

$$Nb_{ib} = \text{nº bits/trama} = (\text{canals}) \cdot \left(\frac{\text{bits}}{b}\right) + (\text{bit de señalización}) \; [bit]$$

- Tiempo de Trama : T_{TRAMA}

- Período de muestreo : T_s

$$Rb = \text{nº bits/trama} \cdot \text{nº tramas/s} \; [kbps]$$

$$T_T = T_s$$

Régimen binario: $Rb_{\text{canal}} = b \cdot f_s$ $[\text{bit/s}]$

$$T_b = \frac{T_{TRAMA}}{Nb_{ib}} \; , \; Rb = \frac{1}{T_b}$$ Velocidad binaria $[Mbps]$

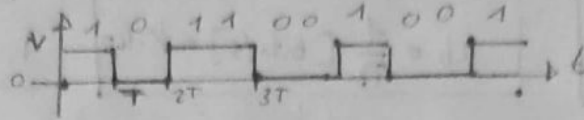$$W = \frac{Rb}{2} \; , \; B = W(1+\alpha) \; [Hz]$$

CÓDIGOS DE LÍNEA
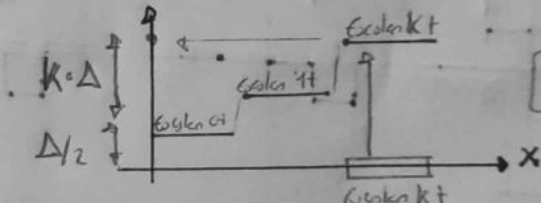
NRZ Unipolar
- $1 = +V / 0 = 0V$
- Con Continua
- Pérdida sincronismo si no hay transiciones
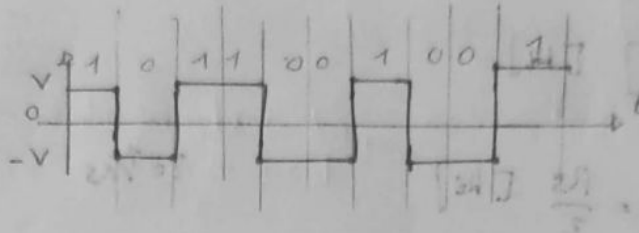

NRZ Polar (NRZ-L)
- $1 = +V / 0 = -V$
- Sin continua
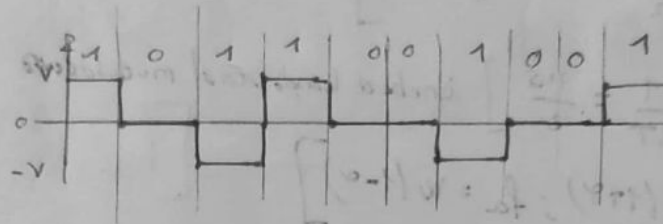- Pérdida sincronismo si no hay transiciones

NRZ Bipolar
- $0 = 0V$
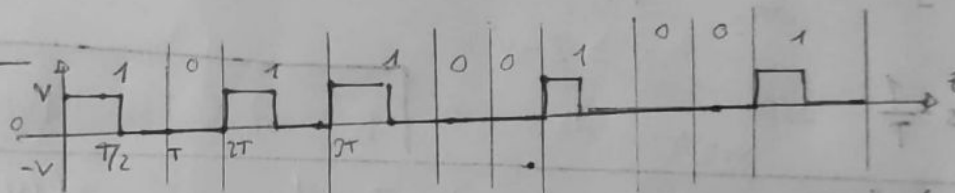- $1 = $ alterna $+V$ y $-V$
- Sin Continua
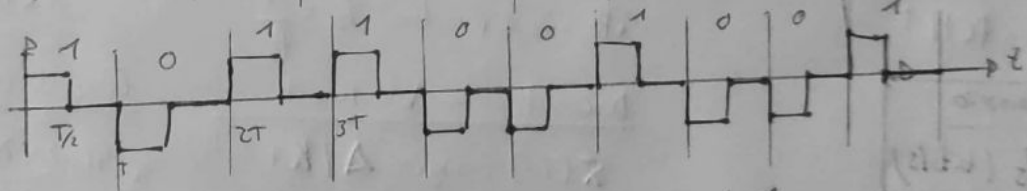- Evita pérdida sincronismo en secuencias de '1'
- Alternado = puede detectar errores

RZ - Unipolar
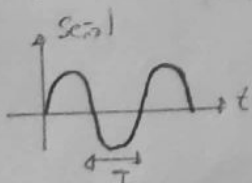

RZ - Polar

RZ - Bipolar = AMI
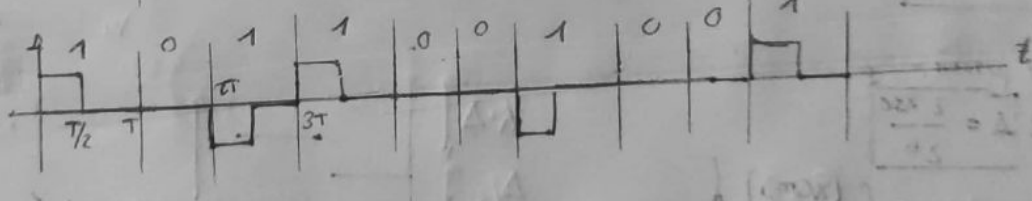
Diagrama de ojo
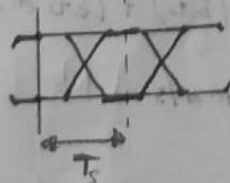
Señal

Calcular potencia media al transmisión:

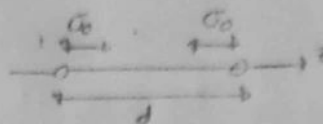$$\bar{P} = \frac{V^2 + 0}{2} \ [W]$$

$$Ebtx = \frac{\bar{P}}{Rb}$$

TIMA 8. PROBABILIDAD DE ERROR EN SISTEMAS BINARIOS

· Probabilidad de error de bit [N·NRZ]

$$Pb = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{d}{\sigma_0 2\sqrt{2}}\right) = \text{función}\left(\frac{\text{señal}}{\text{ruido}}\right)$$
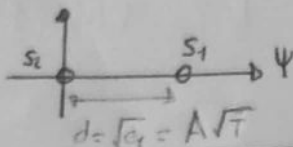
· Desviación típica: $\sigma_0 = \sqrt{\frac{n_0}{2}}$

· Distancia entre señales $d = |a_1 - a_2|$

NRZ-L-Unipolar

[R = 1R]

$d = \sqrt{e_1} = A\sqrt{T}$

Energía media por bit

$e_b = e_1/2$

$d = \sqrt{2e_b}$

$$Pb = \frac{1}{2}\text{erfc}\left(\frac{d}{\sigma_0 2\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2}\text{erfc}\left(\sqrt{\frac{e_{b\,ex}}{2n_0}}\right)$$
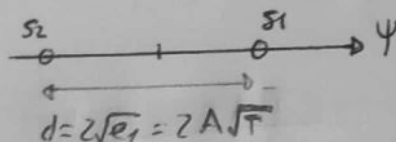
$\sigma_0 = \sqrt{\frac{n_0}{2}}$

NRZ-L-Polar

R = 1R

$d = 2\sqrt{e_1} = 2A\sqrt{T}$

Energía media por bit

$e_b = e_1 = e_2$

$d = 2\sqrt{e_b}$

$$Pb = \frac{1}{2}\text{erfc}\left(\frac{d}{\sigma_0 2\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2}\text{erfc}\left(\sqrt{\frac{e_{b\,ex}}{n_0}}\right)$$

Umbral de decisión: $\gamma_0 = \frac{a_1 + a_2}{2}$

Símbolo Equiprobable
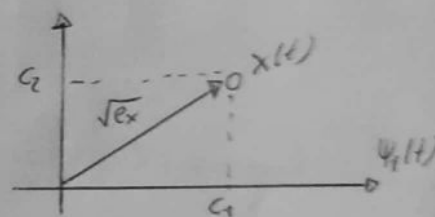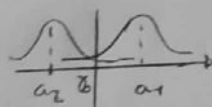
Energía de la señal: $e_x = c_1^2 + c_2^2$

Longitud del vector: $\sqrt{e_x} = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$
(distancia al origen)

$n_0 = T_{eT} \cdot K \quad [W/Hz]$

$[K = 1,38 \cdot 10^{-23} \; J/K]$

F/He Banda Base coseno alzado

$W = \frac{Rb}{2}$

$B = \frac{Rb}{2}(1+\gamma)$

$\rho = \frac{Rb}{2}(1-\gamma)$
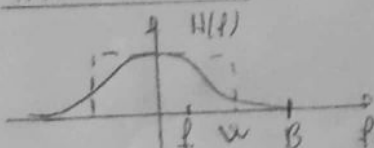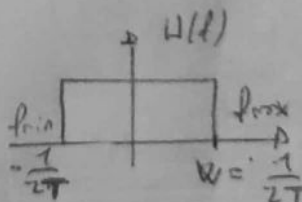
$f_{NYQ} = 2 \cdot f_{max}$
(exib. subportante)

· f_m = frecuencia de muestreo

· $T_m = \frac{1}{f_m}$

$W = \frac{1}{2T}$

• Todos los símbolos de la constelación con la misma energía, sean adecuada por la transmisión por canales que introdujeron distorsión lineal o por el uso de amplificadores de potencia que trabajen en zona no lineal.

Período $T_s = \dfrac{1}{R_s} = \dfrac{1}{R_b} \cdot \log_2 M = T_b \cdot \log_2 M$
símbolo

• Número de ciclos de portadora hay en cada símbolo: $T_s \cdot f_c$ [ciclos portadora / $T_{símbolo}$]

4- PDM 4 niveles codifican (b) bits, velocidad binaria $R_b = b \cdot f_s$ [Mbps]

$$f_s = \dfrac{1}{T_s}$$

T_{in} = Temperatura de ruido a la entrada del receptor
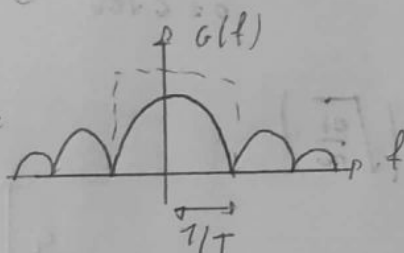F_{RX} = Figura de ruido del receptor $f_{RX} = 10^{\frac{F_{RX}}{10}}$
$T_0 = 300$ Kelvin
$k = 1,35 \cdot 10^{-23}$

$T_e = T_0 (f - 1)$

$T_{ET} = T_e + T_{in}$

$$\left[n_0 \doteq k\,(T_{in} + T_e) = k \cdot T_{ET} \quad [W/Hz] \right]$$

Espectro señal Banda base

Ancho de banda señal Moduladas se duplica $(T.9)$

Ancho banda en Banda Base

$$W = \dfrac{1}{2 T_s} = \dfrac{R_s}{2}$$

$$B_{Banda\ Base} = W(1 + \gamma) = \dfrac{R_s}{2}(1 + \gamma)$$

Modular: $B_{QPSK} = 2 \cdot B_{BANDA\ BASE}$

función densidad de probabilidad (fdp)

$$f(n) = \dfrac{1}{\sigma_c \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{n}{\sigma_c}\right)^2\right]$$

Hay ISI $R_s = 2(1/T)$

no hay
ISI (pero no óptimo) $R_s = \frac{1}{3}(1/T)$

9. FÓRMULAS BÁSICAS

Régimen Simbólico: $\left[R_s = \frac{1}{T} = \frac{R_b}{\log_2 M} \right]$ [baudios]

• Energía de bit
A partir de la Energía de Símbolo $\left[e_b = \frac{e_s}{\log_2 M} \right]$ [J]

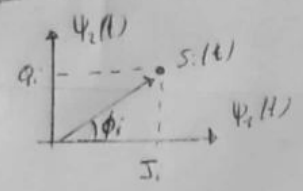→ Energía de Símbolo: $e_{sRX} = \frac{e_{sTX}}{10^{At/10}}$

→ Potencia de Símbolo: $P_{RX} = \frac{P_{TX}}{10^{At/10}}$

→ Distancia entre símbolos: $d_{RX} = \frac{d_{TX}}{10^{At/10}}$

• Atenuación: $\boxed{At = 10\log(at) \; ; \; at = 10^{\frac{At}{10}}}$

→ Eficiencia espectral: $\frac{R_b}{B}$ [bps/Hz]

	en TRANSMISIÓN	en RECEPCIÓN
• Energía de bit :	e_{bTX}	e_{bRX}
• Energía de Símbolo	e_{sTX}	e_{sRX}
• Potencia media	$\bar{P}_{TX}$	$\bar{P}_{RX}$

$\bar{P}_{TX} = e_b \cdot R_b$

• POTENCIA MEDIA : $\boxed{\bar{P}_{TX} = e_{sTX} \cdot R_s}$

• ENERGÍA MEDIA : $\boxed{e_{sTX} = \frac{\bar{P}_{TX}}{R_s}}$
DE SÍMBOLO

• POTENCIA equivalente : $PEP = e_{max} \cdot R_s$ [W] $_{TX}$
de pico

ANCHO DE BANDO. Eficiencia Espectal

• Pulso Rectangular	$B = 2 \cdot R_s$	$\frac{R_b}{B} = \frac{\log_2 M}{2}$
• Pulso Sinc	$B = R_s$	$\frac{R_b}{B} = \log_2 M$
• Pulso en coseno alzado	$\boxed{B = R_s(1+\gamma)}$	$\frac{R_b}{B} = \frac{\log_2 M}{(1+\gamma)}$

MODULACIONES LINEALES ASK, PSK, QAM, DPK

Señal: $s_i(t) = A_i \cos(w_c t + \phi_i)$ (Módulo y Fase)

Coordenadas de la Señal: $s_i(t) = \underbrace{\sqrt{e_i} \cdot \cos(\phi_i)}_{J_i} \cdot \psi_1(t) + \underbrace{\sqrt{e_i} \, \text{sen}(\phi_i)}_{Q_i} \psi_2(t)$

$s_i(t) = J_i \, \psi_1(t) + Q_i \, \psi_2(t)$

$\boxed{\begin{array}{l} J_i = \sqrt{e_i} \cdot \cos(\phi_i) \\ Q_i = \sqrt{e_i} \, \text{sen}(\phi_i) \end{array}}$
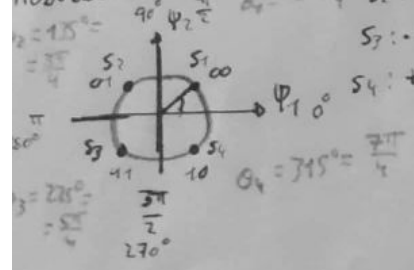
Base ortonormal :

$\psi_1(t) = \sqrt{\frac{2R}{T}} \cdot \cos(w_c t)$

$\psi_2(t) = -\sqrt{\frac{2R}{T}} \cdot \text{sen}(w_c t)$

$s_i(t) = \sqrt{e_i} \cdot \cos(\phi_i) \overbrace{\sqrt{\frac{2R}{T}} \cdot \cos(w_c t)}^{\psi_1(t)} - \sqrt{e_i} \, \text{sen}(\phi_i) \overbrace{\left(-\sqrt{\frac{2R}{T}}\right) \text{sen}(w_c t}^{\psi_2(t)}$

$\boxed{A_i = \sqrt{e_i} \cdot \sqrt{\frac{2R}{T}}}$ Amplitud

$\boxed{e_i = \left(\frac{A_i^2}{2R}\right) \cdot T}$

$s_i(t) = A \cdot \cos\left(w_c t + \frac{2\pi(i-1)}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$

MODULACIÓN QPSK

$s_1 : +1, +1$
$s_2 : -1, +1$
$s_3 : -1, +1$
$s_4 : +1, -1$

$\theta_1 = 45° = \frac{\pi}{4}$
$\theta_4 = 315° = \frac{7\pi}{4}$

T.8
Pulso RECTANGULAR

$T_s = \frac{1}{R_s}$ $R_b = R_s$

Energía de Símbolo : $e_s = \frac{V^2}{R} \cdot T_s = \frac{V^2}{R_s \cdot R}$ [J]

$e_s = J^2 + Q^2$

Distancia : $d = \sqrt{e_{sRX_1}} + \sqrt{e_{sRX_2}}$
entre símbolos

Amplitud de NRZ $\le V$

• Potencia Media : $\bar{P} = \frac{V^2 + 0}{2}$ [W]

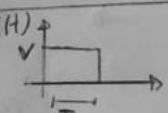$\boxed{e_s = \frac{\bar{P}}{R_s}}$, $e_b = \frac{\bar{P}}{R_b}$

$\boxed{e_{bRX} = \frac{e_{bTX}}{10^{At/10}}}$ $\boxed{at = \frac{e_{bTX}}{e_{bRX}}}$

MODULACIÓN EN FRECUENCIA FSK   (No hay constelación)

- Modulación por desplazamiento de frecuencia
  Δf = Separación entre frecuencias contiguas

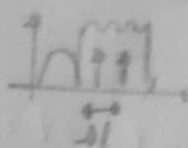Energía constante: $e = \dfrac{A^2}{2R} T$

$P_c P = \bar{P}$

$S_i(t) = A \cdot \cos(2\pi f_i t)$, $\quad f_i = f_c + i\dfrac{\Delta f}{2}$; $\begin{cases} i = \pm 1, \pm 3, \dots & \text{M par} \\ i = 0, \pm 2, \dots & \text{M impar} \end{cases}$

- Todos los símbolos ortogonales
  Separación entre frecuencias:

- Con Detección coherente : $\Delta f = \dfrac{1}{2T}, \dfrac{2}{2T}, \dfrac{3}{2T}$
- Con Detección No coherente : $\Delta f = \dfrac{1}{T}, \dfrac{2}{T}, \dfrac{3}{T}$

Ancho de Banda : $\boxed{B \cong (M-1)\Delta f + R_s(1+\alpha)}$

⎵ Entre dos extremos   ⎵ cte a ΔN, α el con exceso al ideal

- Nota: para pulsos rectangulares tomar $\boxed{\gamma = 1}$ en la fórmula del Ancho de Banda

Calidad

$P_b = \dfrac{M}{2(M-1)} P_s$ $\begin{bmatrix} M=2, P_b = P_s \\ M=4, P_b = \dfrac{2}{3}P_s \\ M=8, P_b = \dfrac{4}{7}P_s \end{bmatrix}$

Con detección coherente:

$P_b \leq \dfrac{M}{4} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\dfrac{e_b}{2n_0} \log_2 M} \right)$ $\quad$ si: $\uparrow M, \uparrow P_s, \downarrow P_b$

$\dfrac{E_b}{N_0} = 10 \log\left(\dfrac{e_b}{n_0}\right)$ (dB)

$b = \log_2 M$ [bb/símbolo]

$M = 2^b$ C símbolo

Energía de Símbolo

$e_{TX} = e_{bRX} \cdot 10^{\frac{At}{10}}$

Potencia Media

$P_{TX} = e_{TX} \cdot R_s$

$\overline{P_{TX}} = e_{bRX} \cdot R_b$

$P_{TX} = P_{RX} + Ab$

- De [W] a [dBW]

  $10 \log 0,5W = -3 dBW \longrightarrow$

- De [dBW] a [W]

  $10^{\frac{-3dBW}{10}} = 0,5W \longleftarrow$

- De [dBW] a [dBm]

  $-3 dBW + 30 = 27 dBm$

- De [dBm] a [dBW]

  $27 dBm - 30 = -3 dBW$

Regiones de decisión (Símbolos equiprobables → los símbolos de decisión son equidistantes)

Código de Gray   Errores entre símbolos contiguos

$$Pb = \frac{Ps}{\log_2 M}$$

Probabilidad de error de bit

ASK, PSK y QAM
No APK

Probabilidad bit error (error emisión bit en recepción)

$$\psi(t) = \sqrt{\frac{2R}{T}} \cos(w_c t) \quad \text{base de dimensión 1.}$$

$$s_i(t) = A_i \cdot \cos(w_c t) = \sqrt{e_i} \sqrt{\frac{2R}{T}} \cos(w_c t) = \sqrt{e_i} \, \psi(t)$$

$$\text{Amplitud: } A_i = (2i-1-M)\frac{\Delta}{2i} \; [V]$$

$$e_i = \frac{A_i^2}{2R} T \longrightarrow A_i = \sqrt{e_i} \sqrt{\frac{2R}{T}}$$

$$i = 1, 2, \dots M$$

ASK

· Modulación por desplazamiento de amplitud
· Utiliza M niveles discretos

2-ASK

$$d = 2\sqrt{e_1}$$
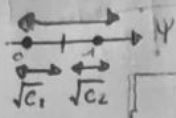
$$\sqrt{e_1} \quad \sqrt{e_2}$$

$$\boxed{\sqrt{e_s} = \frac{d}{2}} \rightarrow \boxed{e_s = e_1 = e_2 = \frac{d^2}{4}}$$

Energía de Símbolo

M-ASK

$$\sqrt{e_i} = (2i-1-M)\frac{d}{2}$$

$$e_s = \frac{(M^2-1)d^2}{2}$$

$$d = \sqrt{\frac{12 e_s}{M^2-1}} = \sqrt{\frac{12 \log_2 M \, e_b}{M^2-1}}$$

Probabilidad de error de símbolo $\boxed{P_s = \frac{M-1}{M} \text{erfc}\left(\frac{d}{2\sqrt{n_0}}\right)}$

Sabiendo d y eb $\boxed{P_s = \frac{M-1}{M} \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{3 \log_2 M}{M^2-1}\frac{e_b}{n_0}}\right) = \frac{M-1}{M}\text{erfc}\left(\sqrt{\frac{3}{M^2-1}\frac{e_s}{n_0}}\right)}$

ASK

4-ASK

$$d = 2\sqrt{e_3}$$

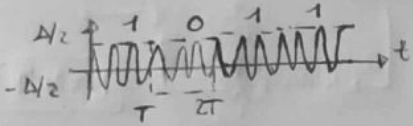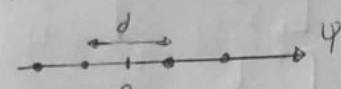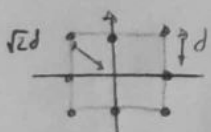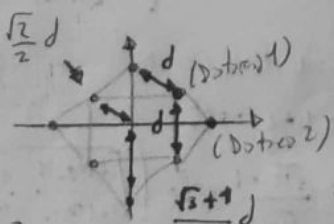$$s_1 \quad s_2 \quad s_3 \quad s_4$$
$$00 \quad 01 \quad 11 \quad 10$$
$$\sqrt{e_1} \quad \sqrt{e_3}$$

$$\sqrt{e_1} = \sqrt{e_4} = d + \frac{d}{2} = \frac{3d}{2} \rightarrow \boxed{e_1 = e_4 = \frac{9d^2}{4}}$$

$$\sqrt{e_2} = \sqrt{e_3} = \frac{d}{2} \rightarrow \boxed{e_2 = e_3 = \frac{d^2}{4}}$$

Energía símbolo: $\left[e_s = \frac{1}{2}\left(\frac{d^2}{4} + \frac{9d^2}{4}\right) = \frac{5d^2}{4}\right]$

$$\boxed{\frac{PEP}{P} = \frac{e_1}{e_s} = \frac{\frac{9d^2}{4}}{\frac{5d^2}{4}} = 1,8}$$

Factor cresta

Diagrama de Ojo   4 niveles

Diagrama bloques:

Mejor calidad $Ps \downarrow$ y $Eb/N_0 \uparrow$

APK   modulación por desplazamiento de amplitud y fase

Calidad
$$\frac{1}{M}\text{erfc}\left(\frac{d_{min}}{2\sqrt{n_0}}\right) \leq P_s \leq \frac{M-1}{2}\text{erfc}\left(\frac{d_{min}}{2\sqrt{n_0}}\right)$$

8-APK

$$\frac{\sqrt{2}}{2}d$$

d (Distancia 1)

(Distancia 2)

$$d_h \rightarrow d$$
$$d_l \rightarrow$$

$$a_t^2 = d^2 - \frac{d^2}{4} = \frac{3d^2}{4}; \boxed{a_t = \frac{\sqrt{3}d}{2}}$$

$$e = \left(\frac{d^2}{2} + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right) = \frac{d^2}{2}$$

$$\sqrt{2}d \quad \quad \sqrt{2}d$$

$$e_s = \frac{d^2 + (\sqrt{2}d)^2}{2} = 1,5 d^2$$
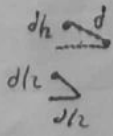
$$\frac{\sqrt{3}+1}{2}d$$

$$e_s = \frac{\left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{d+d\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2} = \frac{3+\sqrt{3}}{4}d^2 = 1,183 d^2$$

APK

$d \equiv$ distancia entre símbolos contiguos

PSK

Modulación por desplazamiento de fase (M fases diferentes)

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{e_{sim}}{T_s}}\sqrt{\frac{2T}{T_s}} \cdot \cos\left(w_c t + \frac{2\pi(i-1)}{M} + \alpha_0\right)$$

Amplitud

Explosión en fase · Cuadratura

$$s_i(t) = \sqrt{e}\cos\left(\frac{2\pi(i-1)}{M}+\alpha_0\right)\psi_1(t) + \sqrt{e}\,sen\left(\frac{2\pi(i-1)}{M}+\alpha_0\right)\psi_2(t)$$

J_i Q_i
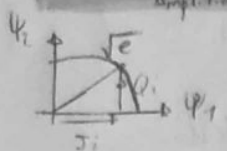
- Todos los símbolos misma energía
- PEP = potencia media

$$QPSK \equiv s(t) = \sqrt{\frac{2\pi}{T_s}}\sqrt{e_s}\cos(w_c t + \theta) \; [V]$$

- M=2 BPSK No hay componente en Cuadratura ≡ 2-ASK
- M=4 QPSK ≡ 4-QDM
- M=8 8-PSK

ψ_1 diagram $\sqrt{e}$, Q_i, ψ_2, J_i

$\alpha_0 = 45°$

$$e_s = \frac{d^2}{2}$$
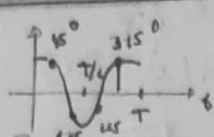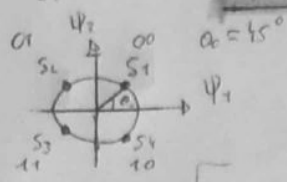
8-PSK con fase 0°   Fase y Cuadratura
5 niveles fase
5 niveles Cuadratura   No equispaciados

Constellation: 010 011 ... 001 000 ...

8-PSK con fase π/8 $\theta = \frac{\pi}{8}$
4 niveles fase
4 niveles Cuadratura
No equispaciados

Calidad

$$erfc\left[\sqrt{\frac{e_s}{n_0}}\,sen\left(\frac{\pi}{M}\right)\right] \geq P_s \geq \frac{1}{2}erfc\left[\sqrt{\frac{e_s}{n_0}}\,sen\left(\frac{\pi}{M}\right)\right]$$
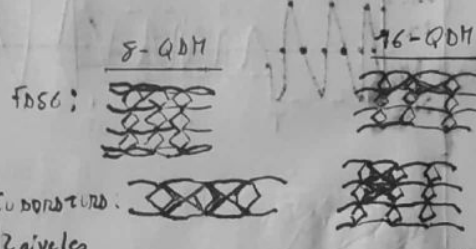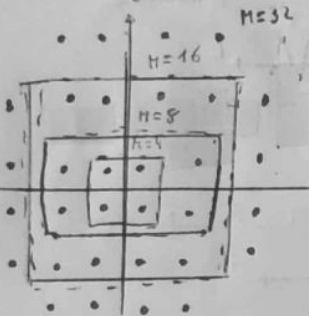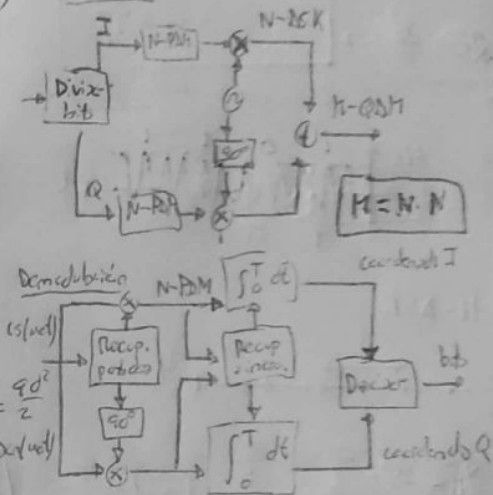
Para M ≥ 4 $P_s = erfc\left[\sqrt{\frac{e_s}{n_0}}\,sen\left(\frac{\pi}{M}\right)\right]$

PSK

$$s_i(t) = J_i\,\psi_1(t) + Q_i\,\psi_2(t)$$

$$e_i = J_i^2 + Q_i^2$$

Modulación

I → N-ASK → ⊗ → N-ASK
Divisor bit
Q → N-ASK → ⊗ →
$M = N \cdot N$

Demodulación N-ASK $\int_0^T dt$ → coordenada I
$cs(w_c t)$ → Recup. portadora → Recup. sincro. → 90° → Decisor → bit
→ ⊗ → $\int_0^T dt$ → coordenada Q

QDM
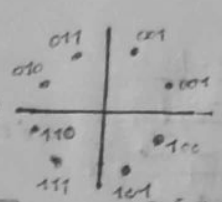
2 señales N-PDM independientes
Modulación ASK fase y cuadratura

M=32
M=16
M=8
M=4

8-QDM   16-QDM
fase:
Cuadratura: 2 niveles

16-QDM

d diagram
1010 1011 1001 1000
1110 1111 1101 1100
0110 0111 0100
0010 0011 0001 0000
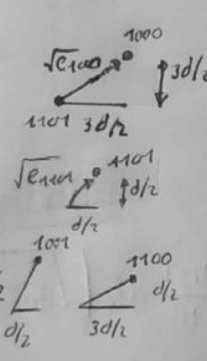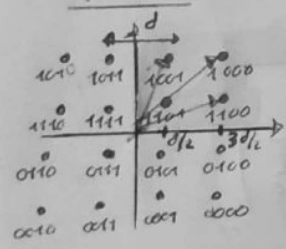
1000: $\sqrt{e_{1000}}$, $3d/2$
$(\sqrt{e_{1000}})^2 = \left(\frac{3d}{2}\right)^2 + \left(\frac{3d}{2}\right)^2 = \frac{18d^2}{4} = \frac{9d^2}{2}$

1101: $(\sqrt{e_{1101}})^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{d^2}{2}$

1001: $(\sqrt{e_{1001}})^2 = (\sqrt{e_{1100}})^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{3d}{2}\right)^2 = \frac{d^2}{4}+\frac{9d^2}{4} = \frac{5d^2}{2}$

$$e_s = \frac{e_{1000}+e_{1101}+2\cdot e_{1100}}{4} = \frac{\frac{9d^2}{2}+\frac{10d^2}{2}+\frac{d^2}{1}}{4} = \frac{20d^2}{8} = \frac{5d^2}{2}$$

$e_{max} = e_{1000} = \frac{9d^2}{2}$
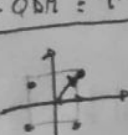$e_{1101} = \frac{d^2}{2}$
$e_{1001} = e_{1100} = \frac{5d^2}{2}$

Potencia media = $\bar{P} = e_s \cdot R_s = \left(\frac{5d^2}{2}\right)\cdot R_s$
Potencia equivalente de pico: $PEP = e_{max} \cdot R_s = \left(\frac{9d^2}{2}\right)\cdot R_s$

Factor cresta: $\frac{PEP}{\bar{P}} = 1,8$

4-QDM ≡ 4-PSK
$e = \left(\frac{d}{2}\right)^2+\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{d^2}{2}$
$e_s = e = \frac{d^2}{2}$
$\phi_{1000} = \phi_{1000} = arctan\left(\frac{\frac{d}{2}}{\frac{d}{2}}\right) = arctan(1) = 45°$
$\phi_{0010} = \phi_{0111} = arctan\left(\frac{-1}{-1}\right) = 225°$

Calidad

8-QDM, 32-QDM
$$P_s < 2\cdot erfc\left(\sqrt{\frac{3(\log_2 M)}{2(M-1)}\frac{eb}{n_0}}\right)$$

QDM

QPSK, 16-QDM, 64-QDM
$$P_s = 1-(1-p)^2$$
$$p = \frac{\sqrt{M}-1}{\sqrt{M}}erfc\left(\sqrt{\frac{3\log_2 M}{2(M-1)}\frac{eb}{n_0}}\right)$$

$\phi_{1000} = arctan\left(\frac{\frac{d}{2}}{\frac{3d}{2}}\right) = arctan\left(\frac{1}{3}\right) = 18,4°$

$\phi_{1001} = arctan\left(\frac{\frac{3d}{2}}{\frac{d}{2}}\right) = arctan\left(\frac{3}{1}\right) = 71,6°$