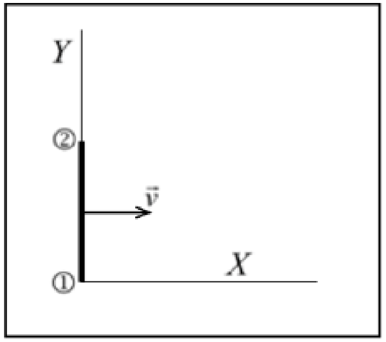
Problema 7 del TEMA 5: Campos electromagnéticos

7. Una varilla conductora, de longitud b, se desplaza con velocidad constante, $\vec{v} = v_0 \vec{u}_x$, en el seno de un campo magnético $\vec{B} = (B_0 - ayt^2)(-\vec{u}_z)$, donde a es una constante positiva. La posición de la varilla en el instante inicial es la indicada en la figura. De forma razonada:

1) Obtener las unidades de la constante a, expresándolas en función de las unidades fundamentales del Sistema Internacional.
2) Determinar el instante de tiempo en el que la diferencia de potencial entre sus extremos, $V_2 - V_1$, es nula.



Problema 7

1)

$$\vec{B} = (B_0 - ayt^2)(-\vec{u}_z) \Rightarrow [B] = [a][y][t]^2 \Rightarrow [a] = \frac{[B]}{[y][t]^2} \; ; \; [y] = \mathrm{m} \; ; \; [t] = \mathrm{s}$$

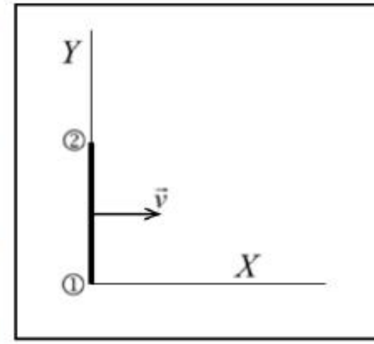
$$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B} \Rightarrow [F] = [q][v][B] \Rightarrow [B] = \frac{[F]}{[q][v]} = \mathrm{T} \; ; \; [F] = \mathrm{N} \; ; \; [q] = \mathrm{C} \; ; \; [v] = \mathrm{m/s}$$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow [F] = [m][a] = \dfrac{\mathrm{kg{\cdot}m}}{\mathrm{s}^2} \\ I = \dfrac{dq}{dt} \Rightarrow [q] = [I][t] = \mathrm{A{\cdot}s} \end{array}\right\} \Rightarrow [B] = \frac{\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s}}{\mathrm{s^2 A{\cdot}s{\cdot}m}} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{A{\cdot}s^2}} \Rightarrow \boxed{[a] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{A{\cdot}m{\cdot}s^4}}}$$

Problema 7

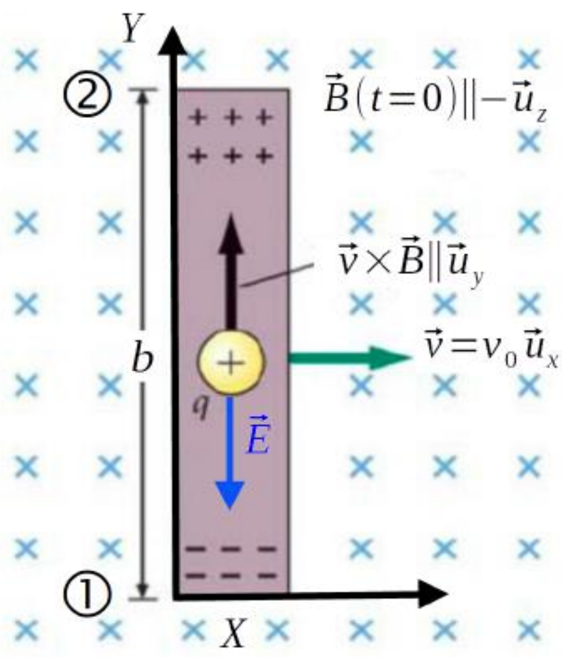
7. Una varilla conductora, de longitud b, se desplaza con velocidad constante, $\vec{v} = v_0\,\vec{u}_x$, en el seno de un campo magnético $\vec{B} = \left(B_0 - ayt^2\right)\left(-\vec{u}_z\right)$, donde a es una constante positiva. La posición de la varilla en el instante inicial es la indicada en la figura. De forma razonada:

1) Obtener las unidades de la constante a, expresándolas en función de las unidades fundamentales del Sistema Internacional.
2) Determinar el instante de tiempo en el que la diferencia de potencial entre sus extremos, $V_2 - V_1$, es nula.



Problema 7

2)



En el equilibrio:

$$\vec{F}_E + \vec{F}_B = 0 \;\Rightarrow\; q\vec{E} + q\vec{v}\times\vec{B} = 0 \Rightarrow\; \vec{E} = -\vec{v}\times\vec{B}$$

$$V_2 - V_1 = -\int_1^2 \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = \int_1^2 \left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{\ell} =$$

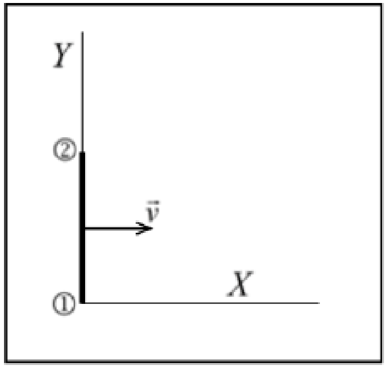
$$= \int_1^2 \left(v_0\vec{u}_x \times (B_0 - ayt^2)(-\vec{u}_z)\right)\cdot d\vec{\ell} =$$

$$= \int_1^2 v_0\left(B_0 - ayt^2\right)\vec{u}_y\cdot d\vec{\ell} = \int_0^b v_0\left(B_0 - ayt^2\right)dy =$$

Problema 7

7. Una varilla conductora, de longitud b, se desplaza con velocidad constante, $\vec{v} = v_0\,\vec{u}_x$, en el seno de un campo magnético $\vec{B} = \left(B_0 - ayt^2\right)\left(-\vec{u}_z\right)$, donde a es una constante positiva. La posición de la varilla en el instante inicial es la indicada en la figura. De forma razonada:

1) Obtener las unidades de la constante a, expresándolas en función de las unidades fundamentales del Sistema Internacional.
2) Determinar el instante de tiempo en el que la diferencia de potencial entre sus extremos, $V_2 - V_1$, es nula.



Problema 7

$$V_2 - V_1 = \int_0^b v_0\left(B_0 - ayt^2\right)dy = \int_0^b v_0 B_0 dy - \int_0^b v_0 ayt^2 dy = v_0 B_0 b - \frac{1}{2} a v_0 t^2 b^2$$

$$V_2 - V_1 = v_0 B_0 b - \frac{1}{2} a v_0 t^2 b^2 \equiv 0 \;\Rightarrow\; \frac{1}{2} a v_0 t^2 b^2 = v_0 B_0 b \;\Rightarrow\; t^2 = \frac{2B_0}{ab} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{t = \sqrt{\frac{2B_0}{ab}}}$$