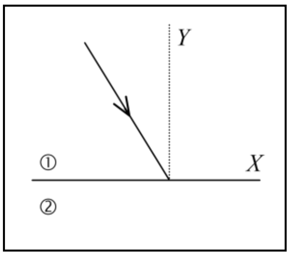
Tema 4

Abril 2018

4.1. Una onda sonora plana, cuya presión acústica es $p = 20\cos\left(3630\pi t - 6\pi\sqrt{2}x + 3\pi y\right)$ Pa (t en s, x e y en m), incide desde un medio ① $\left(\rho_{01} = 0,6\ \text{kg m}^{-3}\right)$ sobre la frontera con un medio ② $\left(\rho_{02} = 2\rho_{01};\ Z_2 = Z_1\sqrt{3}\right)$, tal como muestra la figura. De forma razonada, obtener la función de onda para la presión acústica en el medio ②, así como la fracción de intensidad reflejada y transmitida en la frontera.



***Problema* 4.1**

Junio 2018

4.2. Una onda sonora plana, que se propaga en un medio ① $(Z_1 = 250\ \text{rayl})$ incide sobre la frontera de un medio ② $(Z_2 = 400\ \text{rayl})$, observándose que, cuando el ángulo de incidencia θ_i verifica $\cos\theta_i = \dfrac{5}{12}$, no existe haz reflejado. De forma razonada, obtener:

1) La relación entre las densidades de ambos medios.
2) La fracción de intensidad transmitida en la frontera.

Junio 2018

4.3. Un foco emite ondas sonoras planas, de longitud de onda $16\ \text{cm}$, en un medio ① de densidad $800\ \text{kg m}^{-3}$. La función de onda para el desplazamiento de las partículas del medio, en el foco, es $\vec{\xi}(0,t) = \dfrac{4}{3\pi}\cos\left(15\pi\cdot 10^3 t - \dfrac{\pi}{4}\right)\vec{u}_y$ μm $(t$ en s$)$. Las ondas inciden perpendicularmente en la frontera con otro medio ② y se observa que, en un punto A, situado entre el foco y la frontera y a $30\ \text{cm}$ de la misma, la intensidad es $240\ \text{Wm}^{-2}$.

1) Determinar de forma razonada la impedancia del medio ②, sabiendo que es menor que la del medio ①.

   Si la distancia entre el foco y el punto A es $57\ \text{cm}$:
2) Obtener razonadamente la función de onda para la presión acústica asociada a la onda reflejada, en función de la distancia al foco.

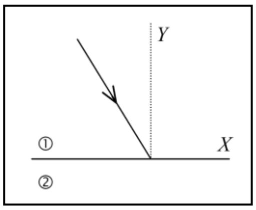
Julio 2018

4.4. Un foco situado en un medio ① $\left(Z_1 = 420\ \text{rayl},\ \rho_{01} = 0,5\ \text{kg m}^{-3}\right)$ emite ondas planas de intensidad $\dfrac{27}{280}\ \text{Wm}^{-2}$. Las ondas inciden perpendicularmente en la frontera con otro medio ② $\left(Z_2 = 210\ \text{rayl};\ \rho_{02} = 1\ \text{kg m}^{-3}\right)$. Si los puntos más cercanos a la frontera en los que se producen máximos de intensidad están situados a $40\ \text{cm}$ de ella, determinar de forma razonada:

1) La amplitud del desplazamiento de las partículas del medio en los puntos indicados anteriormente.
2) La función de onda para la presión acústica en el medio ②, suponiendo que la fase inicial en el foco es nula.
3) Si existe algún ángulo de incidencia para el que la amplitud de la presión acústica en el medio ② sea nula. En caso afirmativo, determinar su valor.

Octubre 2018

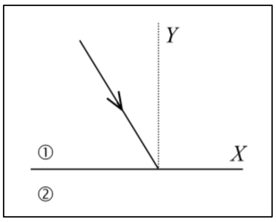
4.5. Una onda sonora plana, que se propaga en un medio ① $(Z_1 = 400 \text{ rayl})$, incide sobre la frontera de un medio ② $(Z_2 = 500 \text{ rayl})$, como se indica en la figura. La presión acústica de la onda incidente es $p_i = 8\cos\left(2\pi\cdot 10^3 t - \frac{9\pi}{2}x + \frac{3\pi\sqrt{7}}{2}y\right)$ Pa (t en s, x e y en m), observándose que la intensidad de la onda reflejada en la frontera es nula. De forma razonada, obtener la función de onda para la velocidad vibratoria de las partículas en el medio ②, así como la fracción de intensidad transmitida.



***Problema* 4.5**

Enero 2019

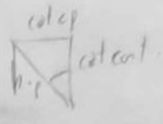
4.6. Una onda sonora plana y armónica incide sobre la frontera de separación entre dos medios ① y ② (ver figura), siendo $Z_1 = 418 \text{ rayl}$, $Z_2 = 209 \text{ rayl}$, $v_2 = 512 \text{ m s}^{-1}$. Si la presión acústica de la onda incidente es $p_i = 110\cos\left[7680\pi t - 3\pi\sqrt{\frac{7}{3}}(3x - 4y)\right]$ Pa $(t$ en s, x e y en m$)$, obtener de forma razonada la función de onda correspondiente a la velocidad oscilatoria de las partículas en el medio ②, así como las fracciones de intensidad reflejada y transmitida en la frontera.

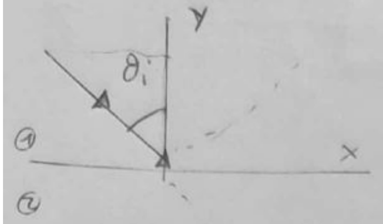


***Problema* 4.6**

4.1. Abril 2018.

$$p = 20\cos(3630\pi t - 6\pi\sqrt{2}\,x + 3\pi y)\ \text{Pa}$$





$\rho_{o1} = 0{,}6\ \text{kg/m}^3$

$\rho_{o2} = 2\,\rho_{o1}$

$Z_2 = Z_1\sqrt{3}$

$Z = \dfrac{p}{v_p}$ onda plana: $Z = \rho_o \cdot v_s$

- obtener función de onda para la presión acústica en el medio ② (p_t)
- Fracción intensidad reflejada y transmitida en la frontera: $\dfrac{I_r}{I_t}$

$$p_i(r,t) = p_{oi}\cos(\omega t - \vec{k_i}\cdot\vec{r} + \varphi_i)$$

$$\left.\begin{array}{l}\vec{k_i} = k_x\cdot\vec{u_x} + k_y\cdot\vec{u_y} + k_z\cdot\vec{u_z}\\ \vec{r} = x\,\vec{u_x} + y\,\vec{u_y} + z\cdot\vec{u_z}\end{array}\right\} \quad k_x\cdot x + k_y\cdot y = 6\pi\sqrt{2}\,x - 3\pi y$$

$k_x = 6\pi\sqrt{2}$ rad/m.

$k_y = -3\pi$ rad/m.

$$|\vec{k_i}| = \sqrt{(6\pi\sqrt{2})^2 + (-3\pi)^2} = 9\pi$$

$$\vec{u_r} = \frac{\vec{k_i}}{|\vec{k_i}|} = \frac{6\pi\sqrt{2}\,\vec{u_x} - 3\pi\vec{u_y}}{9\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{3}\vec{u_x} - \frac{1}{3}\vec{u_y} = \operatorname{sen}\theta_i\,\vec{u_x} - \cos\theta_t\,\vec{u_y}$$

$$\left[\begin{array}{l}\operatorname{sen}\theta_i = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}\\[2mm] \cos\theta_i = \dfrac{1}{3}\end{array}\right]$$

$$\frac{p_{ot}}{p_{oi}} = \frac{2Z_2\cos\theta_i}{Z_2\cos\theta_i + Z_1\cos\theta_t} =$$

$$v_{s1} = \frac{\omega}{k_i} = \frac{3630\pi}{9\pi} = \frac{1210}{3}\ \text{m/s}$$

$$\left.\begin{array}{l}Z = \dfrac{p}{v_p}\\ \text{onda plana } Z = \rho_o v_s\end{array}\right\} \quad Z_1 = \rho_{o1}\,v_{s1} = 0{,}6\cdot\frac{1210}{3} = 242\ \text{rayl.}$$

$$\left.\begin{array}{l}Z_2 = Z_1\cdot\sqrt{3} = 242\sqrt{3}\ \text{rayl.}\\ Z_2 = \rho_{o2}\cdot v_{s2}\end{array}\right\} \quad \left[\, v_{s2} = \frac{242\sqrt{3}}{\rho_{o2}} = \frac{242\sqrt{3}}{2\cdot 0{,}6} = \frac{605\sqrt{3}}{3}\ \text{m/s}\right.$$

Ley de Snell:

$$v_{s2} \cdot \operatorname{sen}\theta_i = v_{s1} \cdot \operatorname{sen}\theta_t$$

$$\operatorname{sen}\theta_t = \frac{v_{s2} \cdot \operatorname{sen}\theta_i}{v_{s1}} = \frac{\frac{605\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3}}{\frac{1210}{3}} = \frac{\frac{605 \cdot 2 \cdot \sqrt{6}}{9}}{\frac{1210}{3}} = \frac{605 \cdot 2\sqrt{6}}{3 \cdot 1210} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\cos\theta_t = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$P_{0i} = 20$ Pa

$Z_2 = 242\sqrt{3}$ rayl

$Z_1 = 242$ rayl

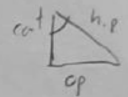
$$\frac{P_{0t}}{P_{0i}} = \frac{2 Z_2 \cdot \cos\theta_i}{Z_2 \cos\theta_i + Z_1 \cos\theta_t}$$

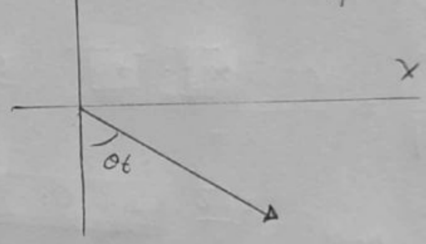
$$P_{0t} = 20 \cdot \frac{2 \cdot 242 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{3}}{242 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{3} + 242 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = 20 \text{ Pa.}$$

$$P_t = 20\cos(3630\pi t - \vec{k_t} \cdot \vec{r}) \text{ Pa} \quad \to v_{s2} = \frac{\omega}{k_t}$$

$$\vec{k_t} = k_t \, \vec{u_t}$$

$$k_t = \frac{\omega}{v_{s2}} = \frac{3630\pi}{\frac{605\sqrt{3}}{3}} = \frac{10890\pi}{605\sqrt{3}} = 18\frac{\sqrt{3}}{3}\pi = 6\pi\sqrt{3} \text{ rad/m.}$$





$$\vec{u_t} = \operatorname{sen}\theta_t \, \vec{u_x} - \cos\theta_t \, \vec{u_y} = \frac{\sqrt{6}}{3}\vec{u_x} - \frac{\sqrt{3}}{3}\vec{u_y}$$

$$\vec{k_t} = 6\pi\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\vec{u_x} - \frac{\sqrt{3}}{3}\vec{u_y}\right) = 6\pi\sqrt{2}\,\vec{u_x} - 6\pi\vec{u_y}$$

$$\vec{k_t} \cdot \vec{r} = 6\pi\sqrt{2}\,x - 6\pi y$$

$$\boxed{P_t = 20\cos(3630\pi - 6\pi\sqrt{2}\,x + 6\pi y) \text{ Pa}}$$

4.1.

$$R = \frac{J_r \cos\theta_r}{J_i \cos\theta_t} = \{\theta_r = \theta_i\} = \frac{J_r}{J_i} = \left(\frac{P_{or}}{P_{oi}}\right)^2 = \left(\frac{Z_2\cos\theta_i - Z_1\cos\theta_t}{Z_2\cos\theta_i + Z_1\cos\theta_t}\right)^2$$

- $\cos\theta_i = \frac{1}{3}$ $\qquad Z_2 = 242\sqrt{3}$ rayl
- $\cos\theta_t = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\qquad Z_1 = 242$ rayl

No hay onda reflejada, pues J_i no puede ser 0.

$$\left(\frac{P_{or}}{P_{oi}}\right)^2 = \left(\frac{242\sqrt{3}\cdot\frac{1}{3} - 242\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}}{242\sqrt{3}\cdot\frac{1}{3} + 242\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}}\right)^2 = 0 = \frac{J_r}{J_i}$$

$P_{ot} = P_{oi}$ $\qquad P_{or} + P_{oi} = P_{ot}$

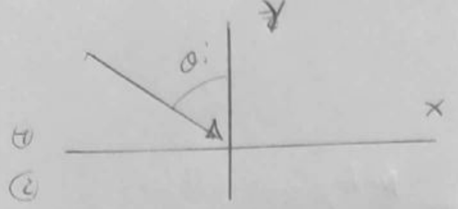
$$R + T = 1 \rightarrow R = 0,\ T = 1 \rightarrow T = \frac{J_t \cdot \cos\theta_t}{J_i \cos\theta_i} = 1$$

$$\left[\begin{array}{l} P_{oi} = P_{ot} \\ J_t = J_i \end{array}\right] \qquad \left[\frac{J_t}{J_i} = \frac{\cos\theta_i}{\cos\theta_t} = \frac{1/3}{\sqrt{3}/3} = \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$$

4.2. Junio 2018

$Z_1 = 250$ rayl

$Z_2 = 400$ rayl



$\cos\theta_i = \frac{5}{12} \rightarrow$ No existe haz reflejado $R = 0$

1) Relación entre las densidades de ambos medios:

$$Z = \frac{P}{v_p} \quad Z = \rho_0 v_s \qquad v_{s1} = \frac{Z_1}{\rho_{01}} \qquad v_{s2} = \frac{Z_2}{\rho_{02}}$$

Ley de Snell:

$$v_{s2} \cdot \operatorname{sen}\theta_i = v_{s1} \cdot \operatorname{sen}\theta_t$$

$$\frac{Z_2}{\rho_{02}} \operatorname{sen}\theta_i = \frac{Z_1}{\rho_{01}} \cdot \operatorname{sen}\theta_t$$

$$\boxed{\frac{\rho_{01}}{\rho_{02}} = \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{\operatorname{sen}\theta_t}{\operatorname{sen}\theta_i}}$$

$$R = \frac{J_r \cdot \cos\theta_r}{J_i \cos\theta_i} = \left(\frac{P_{0r}}{P_{0i}}\right)^2 = \left(\frac{Z_2 \cdot \cos\theta_i - Z_1 \cos\theta_t}{Z_2 \cos\theta_i + Z_1 \cos\theta_t}\right)^2 = 0$$

$$Z_2 \cos\theta_i - Z_1 \cos\theta_t = 0 \rightarrow \cos\theta_t = \frac{Z_2}{Z_1}\cos\theta_i = \frac{400}{250} \cdot \frac{5}{12} = \frac{2}{3}$$

$$\operatorname{sen}\theta_i = \sqrt{1 - \left(\frac{5}{12}\right)^2} = \frac{\sqrt{119}}{12}$$

$$\operatorname{sen}\theta_t = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\frac{\rho_{01}}{\rho_{02}} = \frac{250}{400} \cdot \frac{\sqrt{5}/3}{\frac{\sqrt{119}}{12}}$$

$$\boxed{\frac{\rho_{01}}{\rho_{02}} = \frac{5}{8} \cdot \frac{12\sqrt{5}}{3 \cdot \sqrt{119}} = \frac{5\sqrt{5}}{2\sqrt{119}}}$$

2) Fracción de intensidad transmitida a la frontera.

$$R = 0, \; T = 1 = \frac{J_t \cdot \cos\theta_t}{J_i \cos\theta_i}$$

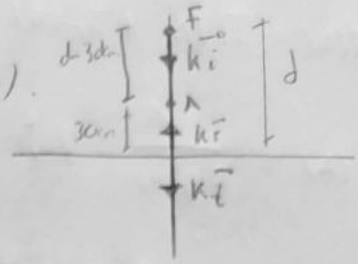
$$\frac{J_t}{J_i} = \frac{\cos\theta_i}{\cos\theta_t} = \frac{5/12}{2/3} = \frac{5}{8}$$

4.3. Ondas Planas.

$\lambda = 16\,cm = 16 \cdot 10^{-2}\,m.$

$\rho_{0_1} = 800\,kg/m^3$

$\vec{\xi}(0,t) = \frac{4}{3\pi} \cos\left(15\pi \cdot 10^3 t - \frac{\pi}{4}\right) \vec{u_y}\ \mu m$ ((en S) (medio 1).



Onda incide perpendicularmente en la frente en de medio.

$I(A) = 240\,W/m^2 \rightarrow y = 30\,cm$

1. Impedancia del medio ②, $Z_2 < Z_1$

Al ser onda acústica, es una onda longitudinal y por lo tanto la dirección de propagación es la misma que la de vibración.

$$k_i = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{16 \cdot 10^{-2}} = \frac{25\pi}{2}\ rad/m.$$

$$\vec{\xi}(y,t) = \frac{4}{3\pi} \cdot 10^{-6}\, e^{i\left(15\pi \cdot 10^3 t - \frac{25\pi}{2} y - \frac{\pi}{4}\right)} \vec{u_y}\ m.$$

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = k \cdot y$$

$$\vec{v_p} \parallel \vec{\xi} \rightarrow \quad \vec{v_p} = \frac{d\vec{\xi}}{dt} = 20 \cdot 10^{-3}\, e^{i\left(15\pi \cdot 10^3 t - \frac{25\pi}{2} y + \varphi_y\right)} \vec{u_y}\ m/s$$

$$\left.\begin{aligned} \varphi - \theta &= -\frac{\pi}{4} \\ \theta &= \frac{\pi}{2} \end{aligned}\right\} \quad \varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$\vec{v_p} = \frac{d\vec{\xi}}{dt} = 20 \cdot 10^{-3} \cdot e^{i\left(15\pi \cdot 10^3 t - \frac{25\pi}{2} y + \frac{\pi}{4}\right)} \vec{u_y}\ m/s$$

$$Z_i = \frac{p_i}{v_{p_i}} = \{\text{ondas Planas}\} = \rho_{0i} \cdot v_s = 800 \cdot \frac{6}{5} \cdot 10^3 = 960 \cdot 10^3\ rayl.$$

$$v_{s_i} = \frac{\omega}{k_i} = \frac{15\pi \cdot 10^3}{\frac{25\pi}{2}} = \frac{6}{5} \cdot 10^3$$

$$\left[\ p_i = v_{p_i} \cdot Z_i = 19200 \cdot e^{i\left(15\pi \cdot 10^3 t - \frac{25\pi}{2} y + \frac{\pi}{4}\right)}\ Pa\ \right]$$

En el punto A:

$$J(A) = J_i(A) + J_r(A) + 2\sqrt{J_r^2 + J_i^2}\ \cos\delta_A$$

$$J_i(A) = \frac{1}{2\rho_0 v_s}\cdot p_{0i}^2 = \frac{19200^2}{2\cdot 800\cdot\frac{6}{5}\cdot 10^3} = 192\ W/m^2$$

$$\delta(A) = (\omega t - k\cdot y_i + \varphi_i) - (\omega t - k\cdot y_r + \varphi_r)$$

$$\frac{p_{0r}}{p_{0i}} = \frac{Z_2\cos\theta i - Z_1\cos\theta t}{Z_2\cos\theta i + Z_1\cos\theta t} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} < 0$$

$\{\theta i = \theta r = \theta t = 0\}$ Inorml.

$\boxed{Z_2 < Z_1}$ Enunciado.

Hay cambio de fase a la reflexión:

$$\delta = k(y_r - y_i) + (\varphi_i - \varphi_r) = \frac{25\pi}{2}\left(d + 30\cdot 10^{-2} - (d - 30\cdot 10^{-2})\right) + \pi$$

$y_r = d + 30\,cm$

$y_i = d - 30\,cm$

$$\delta = \left[\frac{25\pi}{2}\cdot\frac{3}{5} + \pi = \frac{17\pi}{2}\right] = \frac{\pi}{2}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \qquad J_A = J_i(A) + J_r(A)$$

$$J_r(A) = 240 - 192 = 48\ W/m^2$$

$$J_r(A) = \frac{p_{0r}^2(A)}{2\rho_0 v_s} \rightarrow p_{0r} = \sqrt{48\cdot 2\cdot 800\cdot\frac{6}{5}\cdot 10^3} = 9600\ Pa$$

$$\frac{p_{0r}}{p_{0i}} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \frac{9600}{19200} = \frac{1}{2}\ [\text{No podría ser } Z_2 > Z_1]$$

Cambio de Fase $(Z_2 < Z_1)$ $\frac{p_{0r}}{p_{0i}} = \{\text{debe ser}\} = -\frac{1}{2}$

$$Z_2 - Z_1 = \left(-\frac{1}{2}\right)(Z_2 + Z_1) \rightarrow \left[Z_2 = \frac{Z_1}{3} = \frac{960\cdot 10^3}{3} = 320\cdot 10^3\ \text{Ryl}\right]$$

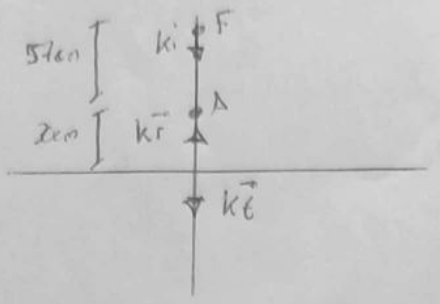
$$\left[Z_2 < Z_1\right]$$

Escaneado con CamScanner

Junio 2018

4.3.

2)



Presión acústica asociada a la onda reflejada en función de la distancia al foco

$$\frac{P_{0r}}{P_{0i}} = \frac{Z_2 \cos\theta i - Z_1 \cos\theta t}{Z_2 \cos\theta i + Z_1 \cos\theta t} = \frac{1}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_1 = 960 \cdot 10^3 \text{ rayl} \\ Z_2 = 320 \cdot 10^3 \text{ rayl} \\ \theta i = \theta t = \theta r = 0 \end{array} \right.$$

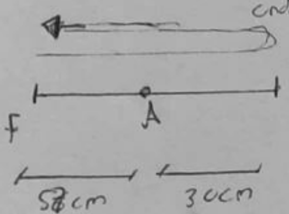
$$P_{0r} = \frac{P_{0i}}{2} = \frac{19200}{2} = 9600 \text{ Pa}$$

$$\varphi_i - \varphi_r = \pm\pi \quad \left\{ \varphi_i = \frac{\pi}{4} \right\}$$

$$\boxed{\varphi_r = \frac{\pi}{4} + \pi = \frac{5\pi}{4}}$$

$$P_r = P_{0r}\, e^{i(15\pi 10^3 t - \frac{25\pi}{2} \gamma_r + \varphi_i - \varphi_r)}$$

onda reflejada.



$$\gamma_{r_F} = 2d - y$$

$$\gamma_{rA} = 2d - 57 = 117 = d + 30$$

$$d = 57 + 30 = 87 \cdot 10^{-2}$$

Punto Y (cualquiera)

$$P_r = 9600 \cdot e^{i(15\pi 10^3 t - \frac{25\pi}{2} \cdot (2 \cdot 87 \cdot 10^{-2} - y) + \frac{5\pi}{4})}$$

$$P_r = 9600\, e^{i(15\pi \cdot 10^3 t - \frac{87\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} + \frac{25\pi}{2} y)}$$

$$\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$$

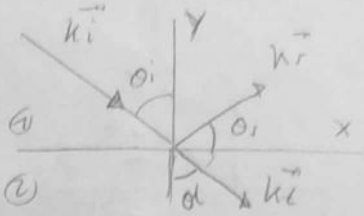
$$P_r = 9600\, e^{i(15\pi \cdot 10^3 t + \frac{25}{2} y - \frac{41\pi}{2})} \text{ Pa.}$$

$$\boxed{P_r = 9600\, e^{i(15\pi \cdot 10^3 t + \frac{25}{2} y - \frac{\pi}{2})} \text{ Pa}}$$

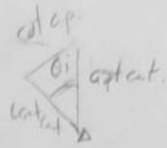
Octubre 2018. 4.5)

onda sonora plana: $Z_1 = 400$ rayl

$Z_2 = 500$ rayl



$p_i = 8\cos\left(2\pi\cdot 10^3 t - \frac{9\pi}{2}x + \frac{3\pi\sqrt{7}}{2}y\right)$ Pa.



$I_r = 0$

$\cos\theta_i =$

obtener la velocidad vibratoria de las partículas en el medio ② $(\vec{V_{pt}})$

Fracción intensidad transmitida. $\left(\frac{P_{ot}}{P_{oi}}\right)$

$$Z = \frac{p}{v_p} \to v_{p_{oi}} = \frac{P_{oi}}{Z_1} = \frac{8}{400} = 20\cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

Como la intensidad es proporcional a P_0^2 en las ondas planas, si no hay intensidad no habrá onda reflejada. $\frac{I_r}{I_i} = 0$

$$\vec{k}\cdot\vec{r} = \begin{cases} \vec{k} = k_x\vec{u_x} + k_y\vec{u_y} + k_z\vec{u_z} \\ \vec{r} = x\vec{u_x} + y\vec{u_y} + z\vec{u_z} \end{cases} = k_x x + k_y y + k_z z$$

$$\vec{k}\cdot\vec{r} = \frac{9\pi}{2}x - \frac{3\pi\sqrt{7}}{2}y \qquad \begin{cases} k_x = \frac{9\pi}{2} \\ k_y = -\frac{3\pi\sqrt{7}}{2} \end{cases}$$

$$\vec{k_i} = \left(\frac{9\pi}{2}\vec{u_x} - \frac{3\pi\sqrt{7}}{2}\vec{u_y}\right) \text{ rad/m}$$

vector unitario:

$$|\vec{k_i}| = \sqrt{\left(\frac{9\pi}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\pi\sqrt{7}}{2}\right)^2} = 6\pi \text{ rad/m}$$

$$\vec{u_k} = \frac{\vec{k_i}}{|\vec{k_i}|} = \frac{\frac{9\pi}{2}\vec{u_x} - \frac{3\pi\sqrt{7}}{2}\vec{u_y}}{6\pi} = \frac{3}{4}\vec{u_x} - \frac{\sqrt{7}}{4}\vec{u_y}$$

$\theta_i = \text{sen}\,\theta_i\,\vec{u_x} - \cos\theta_i\,\vec{u_y}$

$$\begin{cases} \text{sen}\,\theta_i = \frac{3}{4} \\ \cos\theta_i = +\frac{\sqrt{7}}{4} \end{cases}$$

$$\frac{P_{or}}{P_{oi}} = \frac{Z_2\cos\theta_i - Z_1\cos\theta_t}{Z_2\cos\theta_i + Z_1\cos\theta_t} = 0$$

$$Z_2\cos\theta_i = Z_1\cos\theta_t$$

$$\boxed{\cos\theta_t = \frac{Z_2\cdot\cos\theta_i}{Z_1} = \frac{500\cdot\frac{\sqrt{7}}{4}}{400} = \frac{5\cdot\sqrt{7}}{16}}$$

$$\boxed{\frac{P_{ot}}{P_{oi}}} = \frac{2Z_2\cos\theta_i}{Z_2\cos\theta_i + Z_1\cos\theta_t} = \frac{2\cdot 500\cdot\frac{\sqrt{7}}{4}}{500\cdot\frac{\sqrt{7}}{4} + 400\cdot\cos\theta_t} = 1$$

(no hace falta).

Escaneado con CamScanner

Condición de frontera: $p_{oi} = p_{or} + p_{ot} \rightarrow p_{oi} = p_{ot} = 8$ Pa 4.S)

$$\boxed{\text{Ley de Snell: } \frac{\operatorname{sen}\theta_i}{v_{S1}} = \frac{\operatorname{sen}\theta_t}{v_{S2}}}$$

$\cos\theta_t = \frac{5\sqrt{7}}{16}$

$\cos\theta_i =$

$\operatorname{sen}\theta_t ? \rightarrow \operatorname{sen}\theta_t = \sqrt{1-\cos^2\theta_t} = \frac{9}{16}$

$\operatorname{sen}\theta_i = \frac{3}{4}$ $\left[v_S = \frac{\omega}{k} \right]$

$$\left[v_{S2} = \frac{\operatorname{sen}\theta_t \cdot v_{S1}}{\operatorname{sen}\theta_i} \right]$$

$$\left[\vec{k_t} = k_t \cdot \vec{u_t} \right]$$

$$v_{S1} = \frac{\omega}{|\vec{k_i}|} = \frac{2\pi 10^3}{6\pi} = \frac{10^3}{3} \text{ m/s}$$

$$v_{S2} = \frac{\frac{9}{16}\cdot\frac{10^3}{3}}{\frac{3}{4}} = \frac{10^3}{4} = 250 \text{ m/s}$$

$$v_{S2} = \frac{\omega}{|\vec{k_t}|} \rightarrow \left[|\vec{k_t}| = \frac{2\pi\cdot 10^3}{250} = 8\pi \text{ rad/m.} \right]$$

$$\vec{u_t} = \operatorname{sen}\theta_t \vec{u_x} - \cos\theta_t \vec{u_y}$$

$$\left[\vec{u_t} = \frac{9}{16}\vec{u_x} - \frac{5\sqrt{7}}{16}\vec{u_y} \right]$$

$$\left[\vec{k_t} = \frac{9\pi}{2}\vec{u_x} - \frac{5\sqrt{7}\pi}{2}\vec{u_y} \right]$$

$$\left[p_t = 8\, e^{i\left(2\pi\cdot 10^3 t - \frac{9\pi}{2}x + \frac{5\sqrt{7}}{2}\pi y\right)} \text{ Pa.} \right]$$

$$z_2 = \frac{p_{ot}}{v_{pt}} \rightarrow \left[v_{pt} = \frac{p_t}{z_2} = \frac{2}{125} e^{i\left(2\pi\cdot 10^3 t - \frac{9\pi}{2}x + \frac{5\pi\sqrt{7}}{2}y\right)} \text{ m/s} \right]$$

$$\vec{v_{pt}} = \frac{2}{125} e^{i\left(2\pi\cdot 10^3 t - \frac{9\pi}{2}x + \frac{5\pi\sqrt{7}}{2}y\right)} \left(\frac{9}{16}\vec{u_x} - \frac{5\sqrt{7}}{16}\vec{u_y}\right)$$

Fracción de intensidad transmitida: $\frac{I_t}{I_i}$

$$\begin{cases} R+T=1 \\ J_r=0 \end{cases} \rightarrow R=0 \rightarrow T=1$$

$$T=\frac{J_t \cdot \cos\theta_t}{J_i \cos\theta_i}=1$$

$$\boxed{\frac{I_t}{J_i}=\frac{\cos\theta_i}{\cos\theta_t}=\frac{\frac{\sqrt{7}}{4}}{\frac{5\sqrt{7}}{16}}=\frac{4}{5}}$$

$$\underline{\cos\theta_i}=\frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\cos\theta_t=\frac{5\sqrt{7}}{16}$$

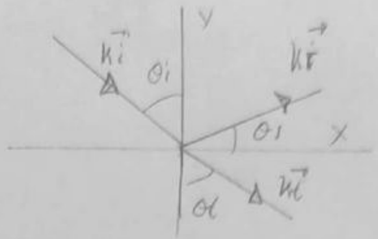
Enero. 2019. 4.6.

$p_i = 110 \cos\left[7680\pi t - 3\pi\sqrt{\frac{7}{3}}(3x-4y)\right]$ Pa

$Z_1 = 418$ rayl

$Z_2 = 209$ rayl

$v_{S_2} = 512$ m/s



obtener velocidad de las partículas en el medio (2)
Fracción intensidad reflejada y transmitida e dB Fracción

$\vec{k} = |\vec{k}| \cdot \vec{u_k}$

$$\vec{k}\cdot\vec{r} = \begin{cases} \vec{k} = k_x \vec{u_x} + k_y \vec{u_y} + k_z \vec{u_z} \\ \vec{r} = x\vec{u_x} + y\vec{u_y} + z\vec{u_z} \end{cases}$$

$$\vec{k_i}\cdot\vec{r} = 9\pi\sqrt{\frac{7}{3}}x - 12\pi\sqrt{\frac{7}{3}}y$$

$$\vec{k_i} = 9\pi\sqrt{\frac{7}{3}}\vec{u_x} - 12\pi\sqrt{\frac{7}{3}}\vec{u_y}$$

$$|\vec{k_i}| = 5\sqrt{21}\pi$$

$$\vec{u_{k_i}} = \frac{\vec{k_i}}{|\vec{k_i}|} = \frac{9\pi\sqrt{\frac{7}{3}}\vec{u_x} - 12\pi\sqrt{\frac{7}{3}}\vec{u_y}}{5\sqrt{21}\pi} = \frac{3}{5}\vec{u_x} - \frac{4}{5}\vec{u_y}$$

$$\theta_i = \operatorname{sen}\theta_i\,\vec{u_x} - \cos\theta_i\,\vec{u_y}$$

$$\begin{cases} \operatorname{sen}\theta_i = \frac{3}{5} \\ \cos\theta_i = \frac{4}{5} \end{cases}$$

$$v_{S_1} = \frac{\omega}{k_i} = \frac{7680\pi}{5\sqrt{21}\pi} = \frac{1536}{\sqrt{21}} \text{ m/s}$$

Ley de Snell: $\frac{\operatorname{sen}\theta_i}{v_{S_1}} = \frac{\operatorname{sen}\theta_t}{v_{S_2}}$

$$\operatorname{sen}\theta_t = \frac{v_{S_2}\cdot\operatorname{sen}\theta_i}{v_{S_1}} = \frac{512\cdot\frac{3}{5}}{\frac{1536}{\sqrt{21}}} = \frac{512\cdot 3\cdot\sqrt{21}}{1536\cdot 5} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

$$\to \cos\theta_t = \sqrt{1-\operatorname{sen}^2\theta_t} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{P_{0r}}{P_{0i}} = \frac{Z_2\cos\theta_i - Z_1\cos\theta_t}{Z_2\cos\theta_i + Z_1\cos\theta_t} = \frac{209\cdot\frac{4}{5} - 418\cdot\frac{2}{5}}{209\cdot\frac{4}{5} + 418\cdot\frac{2}{5}} = 0$$

Escaneado con CamScanner

$$v_{s2} = \frac{\omega}{k_t} \rightarrow k_t = \frac{\omega}{v_{s2}} = \frac{7680\pi}{512} = 15\pi \text{ rad/m}$$

$$\vec{k_t} = k_t \cdot \vec{u_{kt}}$$

$$\sin\theta_t = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

$$\cos\theta_t = \frac{2}{5}$$

$$\vec{u_{kt}} = \sin\theta_t\, \vec{u_x} - \cos\theta_t \cdot \vec{u_y} = \frac{\sqrt{21}}{5}\vec{u_x} - \frac{2}{5}\vec{u_y}$$

$$\vec{k_t} = 15\pi\left(\frac{\sqrt{21}}{5}\vec{u_x} - \frac{2}{5}\vec{u_y}\right) = 3\sqrt{21}\,\pi\,\vec{u_x} - 6\pi\,\vec{u_y}$$

$$\vec{k_t}\cdot\vec{r} = 3\sqrt{21}\,\pi\, x - 6\pi\, y$$

Condiciones de Frontera $P_{oi} = P_{or} + P_{ot} \rightarrow P_{ot} = P_{oi} = 110$ Pa.

$$P_t = 110 \cdot e^{i(7680\pi t - 3\sqrt{21}\pi x + 6\pi y)} \text{ Pa}$$

$$Z_2 = \frac{P_t}{v_{Pt}} \rightarrow v_{Pt} = \frac{P_t}{Z_2} = \frac{110}{209} e^{i(7680\pi t - 3\sqrt{21}\pi x + 6\pi y)} \text{ m/s}$$

$$\vec{v_{Pt}} = \frac{10}{19} e^{i(7680\pi t - 3\sqrt{21}\pi x + 6\pi y)}\left(\frac{\sqrt{21}}{5}\vec{u_x} - \frac{2}{5}\vec{u_y}\right) \text{ m/s}$$

Fracción de la intensidad:

Al ser onda plana: $I \propto P_o^2$, como $P_{or} = 0$ entonces $I_r = 0$

$$R = \frac{I_r\cdot\cos\theta_r}{I_i\cos\theta_i} = 0$$

$$T = \frac{I_t\cdot\cos\theta_t}{I_i\cdot\cos\theta_i} = 1 \rightarrow \frac{I_t}{I_i} = \frac{\cos\theta_i}{\cos\theta_t} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{2}{5}} = 2$$

$$R + T = 1 \rightarrow T = 1$$

Problema 4.1

1) $p_t = 20\cos\left(3630\pi t - 6\pi\sqrt{2}x + 6\pi y\right)$ Pa

2) $\dfrac{I_r}{I_i} = 0$; $\dfrac{I_t}{I_i} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Problema 4.2

1) $\dfrac{\rho_{01}}{\rho_{02}} = \dfrac{5\sqrt{5}}{2\sqrt{119}}$

2) $\dfrac{I_t}{I_i} = \dfrac{5}{8}$

Problema 4.3

1) $Z_2 = 3,2\cdot 10^5$ rayl

2) $p_r = 9,6\cos\left(15\pi\cdot 10^3 t + \dfrac{\pi}{8}y - \dfrac{\pi}{2}\right)$ kPa $\left(y \text{ en cm}\right)$

Problema 4.4

1) $\xi_0 = \dfrac{4}{147\pi}$ mm

2) $p = 6\cos\left(1050\pi t - 5\pi x\right)$ Pa

3) No existe ningún ángulo.

Problema 4.5

$$\left(\vec{v}_p\right)_t = \frac{2}{125}\cos\left(2\pi\cdot 10^3 t - \frac{9\pi}{2}x + \frac{5\pi\sqrt{7}}{2}y\right)\left(\frac{9}{16}\vec{u}_x - \frac{5\sqrt{7}}{16}\vec{u}_y\right)\mathrm{m\,s^{-1}}$$

$$\frac{I_t}{I_i} = \frac{4}{5}$$

Problema 4.6

$$\vec{v}_p = \frac{10}{19}\cos\left[7680\pi t - 3\pi\left(\sqrt{21}\,x - 2y\right)\right]\left(\frac{\sqrt{21}}{5}\vec{u}_x - \frac{2}{5}\vec{u}_y\right)\mathrm{m\,s^{-1}};\ \frac{I_r}{I_i} = 0\ ;\ \frac{I_t}{I_i} = 2$$