*Marzo 2018*

**1.** Un foco $F_1$ emite ondas planas de longitud de onda $\lambda$ e intensidad $I$, siendo la perturbación en él $\Psi_0 \operatorname{sen} \omega t$. Un foco $F_2$, situado a una distancia $28\lambda$ de $F_1$, emite ondas planas de la misma longitud de onda, pero de amplitud triple y retrasado $\pi/3$ respecto al primer foco. Considerando los puntos situados sobre la línea que une ambos focos y entre ellos, determinar razonadamente:

1) Los puntos en los que la intensidad resultante es $4I$, indicando la distancia que los separa de $F_1$.
2) La perturbación resultante en el punto, de los obtenidos en el anterior apartado, más próximo a $F_1$, indicando su amplitud y su fase inicial.

*Junio 2019*

**2.** Dos focos, $F_1$ y $F_2$, que emiten, con igual intensidad, ondas planas de longitud de onda $\lambda$, están separados una distancia $d = \frac{169}{4}\lambda$. La oscilación en el primer foco es $\Psi_1(0,t) = a \operatorname{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$ y el segundo foco emite retrasado $\frac{\pi}{6}$ respecto al primero. Considerando un punto *B*, entre los dos focos y a una distancia $30\lambda$ de $F_1$, determinar razonadamente:

1) La mínima distancia entre el punto *B* y un punto en el que se observe un mínimo de intensidad.
2) La perturbación en el punto *B*, indicando amplitud y fase inicial.

*Julio 2014*

**3.** La perturbación en un foco sonoro puntual, que se encuentra fijo en el punto $(15,0,0)$ m, es $\Psi = \Psi_0 \operatorname{sen} \omega t$. Un observador realiza un movimiento uniforme a lo largo de la recta $y = -\frac{4}{3}x + 20$ ($x$ e $y$ en m), de forma que en el instante inicial $x = 9$ m. Si la frecuencia de las ondas percibidas por el observador es $\frac{\omega}{8\pi}$, determinar razonadamente:

1) El vector velocidad que describe el movimiento del observador.
2) La diferencia de nivel de intensidad medida por el observador, entre el instante inicial y transcurridos $\frac{1}{15}$ s.

*Octubre 2017*

**4.** En una cuerda de masa *m* y longitud *L*, sujeta por ambos extremos, se propagan ondas estacionarias de frecuencia *f*, correspondientes al segundo armónico (el fundamental es el primero). Utilizando las condiciones de contorno, determinar razonadamente:

1) La tensión a la que está sometida la cuerda.
2) La posición de los puntos que vibran con amplitud igual a la mitad de la amplitud máxima.

*Enero 2019*

**5.** Un foco puntual, $F_1$, emite ondas elásticas longitudinales, de forma que la perturbación en los puntos situados a $\frac{7}{3}$ m de él, es $-\frac{\sqrt{3}}{9}A_0 \cos(3600\pi t)$, donde *t* se mide en s. A una distancia $\frac{17}{18}$ m del foco $F_1$ se sitúa un segundo foco, $F_2$, que emite ondas de la misma frecuencia, en oposición de fase con el primer foco. En un punto *C*, situado a una distancia $\frac{7}{9}$ m de $F_1$ y en la línea que unos los dos focos, se observa que las amplitudes de las perturbaciones emitidas por cada foco por separado cumplen la relación

$\Psi_{02} = \Psi_{01}\sqrt{3}$. Considerando nula la fase inicial en el foco $F_1$ (utilizando formulación coseno), determinar razonadamente:

1) La velocidad de propagación de las ondas, $v$, sabiendo que $1000\ \mathrm{ms^{-1}} < v < 1600\ \mathrm{ms^{-1}}$.
2) La expresión de la perturbación resultante en el punto *C*, indicando su amplitud y fase inicial.

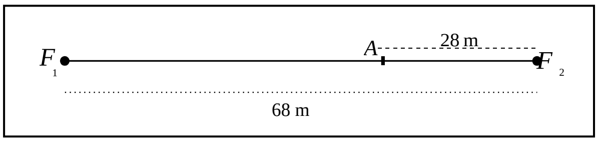
*Noviembre 2018*

**6.** Los focos $F_1$ y $F_2$ de la figura, emiten ondas planas de frecuencia $2000\ \mathrm{Hz}$, que se propagan con velocidad $320\ \mathrm{ms^{-1}}$. Las funciones de onda en cada uno de los focos son:

$$\Psi_{F_1} = b\sqrt{3}\cos(\omega t + \pi/3)\,; \quad \Psi_{F_2} = b\cos(\omega t + \varphi)\ (\varphi \text{ desconocido})$$

Si en el punto *A* la intensidad es $I_A = 4I_2$, obtener razonadamente:

1) La función de onda correspondiente a la señal emitida por $F_2$, si $0 < \varphi < \pi$.
2) La perturbación resultante en *A*, indicando su amplitud y fase inicial.
3) La diferencia de nivel de intensidad que se observará entre el punto *A* y un punto *B* que dista $\dfrac{25}{3}\ \mathrm{m}$ de $F_1$.



***Problema* 6**

*Enero 2018*

**7.** En una varilla, sujeta por uno de sus extremos, se propagan ondas estacionarias correspondientes al quinto armónico (considérese que el primero es el fundamental). La amplitud de oscilación en los vientres es $\sqrt{2}\ \mathrm{mm}$ y a $15\ \mathrm{mm}$ del extremo fijo es $1\ \mathrm{mm}$. Haciendo uso de las condiciones de contorno, obtener razonadamente los posibles valores que puede tener la longitud de la varilla, indicando su valor máximo.

*Julio 2018*

**8.** En un tubo cerrado por uno de sus extremos, se propagan ondas estacionarias correspondientes al cuarto armónico (el primero es el fundamental), siendo la función de onda para el desplazamiento de las partículas del aire en su interior: $\Psi = a\cos\dfrac{25\pi}{3}z\ \cos\omega t$ (*z* en m y *t* en s). Haciendo uso de las condiciones de contorno, determinar razonadamente:

1) La velocidad con la que oscilan las partículas del aire en el interior del tubo, en los puntos que distan $14\ \mathrm{cm}$ del extremo cerrado.
2) La posición, respecto al extremo abierto, de los puntos del interior del tubo en los que la amplitud de oscilación del desplazamiento de las partículas es la misma que la de los puntos del apartado anterior.

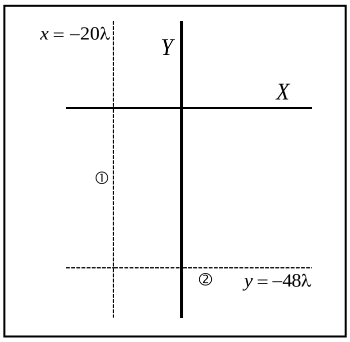
*Julio 2019*

**9.** Dos focos, ① y ②, emiten ondas planas transversales, de longitud de onda $\lambda$. El primero de los focos, situado sobre el plano $x = -20\lambda$, genera ondas que se propagan en la dirección $\vec{u}_x$, mientras que las ondas emitidas por el segundo foco, situado sobre el plano $y = -48\lambda$, se propagan en la dirección $\vec{u}_y$, siendo la perturbación en cada foco:

$$\Psi_1(0,t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t - \pi/3)\,; \quad \Psi_2(0,t) = 2A\cos(\omega t + \varphi)$$

donde $\varphi$ (desconocido) verifica $0 < \varphi < \pi$.

Si en el origen de coordenadas la intensidad es $7I_0$, donde $I_0$ es la intensidad en aquellos puntos en los que las dos señales llegan en oposición de fase, obtener razonadamente:



***Problema* 9**

1) La diferencia de nivel de intensidad entre los puntos del plano *XY* en los que la intensidad es máxima y el punto $B(28\lambda, 0{,}0)$.
2) La perturbación en el punto *B*, indicando su amplitud y su fase inicial, dando, para esta última, el valor de su función seno y su función coseno.

*Marzo 2018*

**10.** En una varilla de longitud *L*, sujeta por un extremo, se propagan ondas estacionarias de frecuencia $\frac{5v}{4L}$, donde *v* es la velocidad de propagación de las ondas. Determinar, haciendo uso de las correspondientes condiciones de contorno:
1) En qué armónico oscila la varilla (considérese el modo fundamental como primer armónico).
2) Las posiciones, respecto al extremo fijo, de los puntos que oscilan con amplitud $\frac{\sqrt{2}}{2}A$, siendo *A* la amplitud en los vientres.

*Marzo 2017*

**11.** Dos focos puntuales, $F_1$ y $F_2$, se sitúan, respectivamente, en los puntos $\left(-\frac{\lambda}{15}, 0{,}0\right)$ y $\left(\frac{\lambda}{15}, 0{,}0\right)$. Ambos focos emiten, con igual potencia, ondas transversales de frecuencia *f* y longitud de onda $\lambda$. Si en los puntos del eje *Y* la intensidad debida a la interferencia es nula:
1) Determinar razonadamente la diferencia de fase con la que emiten los dos focos, dando su valor entre $0$ y $2\pi$ rad.

Sabiendo que la fase inicial con la que emite $F_2$ es nula y que la amplitud, debida a la perturbación emitida por este foco, en el punto $A\left(\frac{\lambda}{30}, 0{,}0\right)$, es $\Psi_0$:

2) Obtener de forma razonada la expresión de la perturbación debida al foco $F_1$ en el punto *A*.

*Junio 2019*

**12.** La función de onda correspondiente a una onda estacionaria que se propaga en un tubo, de longitud $L = \frac{9\pi}{2k}$, abierto por un extremo y cerrado por el otro, es $\Psi(x,t) = A_0 \cos kx \operatorname{sen} \omega t$. Si el extremo cerrado se encuentra en $x = 0$, determinar de forma razonada y haciendo uso de las condiciones de contorno:
1) Las unidades de la constante $A_0$, expresándolas en función de las unidades fundamentales del Sistema Internacional.
2) La posición, respecto al extremo cerrado, de todos los nodos en el interior del tubo.
3) En qué armónico está oscilando el tubo, considerando el fundamental como el primero.

*Julio 2018*

**13.** Un foco emite con intensidad $I_0 = 432\ \mathrm{mWm^{-2}}$, ondas planas de longitud de onda $\lambda$. A una distancia $205\lambda$ del foco se coloca una lámina sobre la que inciden las ondas perpendicularmente, observándose que en el punto *A*, equidistante del foco y de la lámina, se produce un mínimo de intensidad. Si a una distancia $\frac{\lambda}{12}$ de la lámina, la intensidad es $372\ \mathrm{mWm^{-2}}$, determinar razonadamente la fracción de intensidad reflejada por la lámina, sabiendo que $I_A > 250\ \mathrm{mWm^{-2}}$.

*Junio 2018*

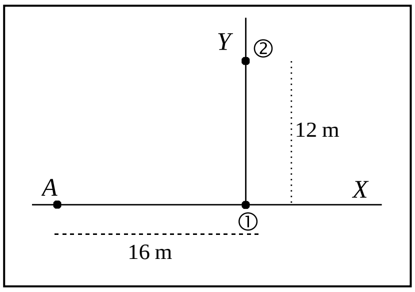
**14.** En una varilla de $110\ \mathrm{cm}$ de longitud, con un extremo libre y otro fijo, se propagan ondas estacionarias descritas por $\Psi = 4\cos(5\pi x)\cos(200\pi t)$ cm ($x$ en m y $t$ en s). De forma razonada y utilizando las correspondientes condiciones de contorno, determinar:

1) Qué extremo de la varilla está situado en $x = 0$ y en qué armónico oscila la varilla (considérese el fundamental como primer armónico).
2) La velocidad de oscilación de un punto P, situado a $25\ \mathrm{cm}$ del extremo $x = 0$, indicando amplitud y fase inicial.
3) La posición, respecto al extremo $x = 0$, de todos los puntos que oscilan con la misma amplitud que P.

*Junio 2013*

**15.** Dos focos ① y ② emiten en oposición de fase ondas esféricas transversales de la misma frecuencia. Los focos están situados sobre el eje *Y*, tal como indica la figura. En el punto *A* se observa que la amplitud de la señal procedente del foco ① es igual que la de la señal procedente del foco ② y que cuando emiten ambos focos el correspondiente término de interferencia es nulo:

1) Calcular el valor de la longitud de onda de las ondas emitidas por los focos, sabiendo que $\frac{5}{4}\ \mathrm{m} < \lambda < \frac{7}{4}\ \mathrm{m}$.
2) Determinar la relación entre las amplitudes de las señales procedentes de ambos focos en aquellos puntos que equidistan de los dos.




***Problema* 15**

*Enero 2018*

**16.** Un foco emite ondas planas de longitud de onda $\lambda$, siendo la perturbación en él $\Psi_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$. A una distancia $d = 50\lambda$ del foco se coloca una lámina, sobre la que inciden perpendicularmente las ondas, que refleja el 25% de la intensidad incidente, sin introducir cambio de fase. De forma razonada:

1) Obtener la diferencia de nivel de intensidad que se observa entre dos puntos ① y ②, a distancias respectivas $\frac{31}{3}\lambda$ y $\frac{25}{4}\lambda$ de la lámina.
2) Determinar la perturbación resultante en el punto ②, indicando su fase inicial (entre 0 y $2\pi$ rad) y su amplitud.

*Abril 2019*

**17.** Un foco emite ondas planas de longitud de onda $\lambda$, que inciden perpendicularmente sobre una lámina, de forma que la reflexión introduce un cambio de fase de $\pi$ rad. Los puntos situados entre el foco y la lámina en los que la intensidad es mínima, oscilan con un movimiento armónico simple de amplitud $2A_0/5$. Si la perturbación en el foco es $A_0 \operatorname{sen}(\omega t + \alpha)$, determinar razonadamente:

1) La fracción de intensidad reflejada en la lámina.
2) La máxima diferencia de nivel de intensidad que puede medirse entre el foco y la lámina.
3) Qué condiciones debe cumplir la distancia entre el foco y la lámina para que, entre ambos, sólo se observen cinco puntos en los que la intensidad es mínima.

*Noviembre 2018*

**18.** Dos focos $F_1$ y $F_2$ emiten ondas esféricas de longitud de onda $80\ \mathrm{cm}$, con potencias $P_1 = 4\ \mathrm{mW}$ y $P_2 = 25\ \mathrm{mW}$. En un punto *A*, situado entre ambos focos, sobre la línea que los une y a una distancia $7{,}5\ \mathrm{m}$ de $F_2$, la intensidad resultante del proceso de interferencia es nula. Obtener de forma razonada:

1) La distancia entre el punto $A$ y el foco $F_1$, así como la diferencia de fase con la que llegan a dicho punto las ondas procedentes de ambos focos.
2) La diferencia de fase con la que emiten los dos focos, dando su valor entre 0 y $2\pi$ rad .
3) La mínima distancia que debería desplazarse el foco $F_2$ para que en el punto $A$ la intensidad tenga un máximo relativo.

Π. 2013


HOJA TEMA 2

1.

1. $I_1 = I$

$\Psi_1(x_1 = 0, t) = \Psi_0 \sin(\omega t)$

$\phi_1 = 0 \qquad \phi_2 = \phi_1 - \pi/3 = \frac{\pi}{3}$ rad $\qquad \Psi_{02} = 3\Psi_{01}$

onda Plana

$\Psi_0 = cte \qquad I \propto \Psi_0^2$

a) $I_T = 4I$

$I_T = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos\delta$

$$I_2 = \frac{\Psi_{02}^2 \cdot I}{\Psi_{01}^2} = I \cdot \left(\frac{3\Psi_{01}}{\Psi_{01}}\right)^2 = 9I$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{C_1 \cdot \Psi_{01}^2}{C_2 \cdot \Psi_{02}^2} \longrightarrow$$

$x_1 = x$

$x_2 = 28\lambda - x$

$C_1 = C_2$ Por ser de la misma naturaleza propagándose en el mismo medio

$I_T = I + 9I + 2\sqrt{I \cdot 9I} \cdot \cos\delta$

$4I = 10I + 6I\cos\delta$

$-6I = 6I\cos\delta \rightarrow \cos\delta = -1 \rightarrow \delta = (2n+1)\pi$

$\delta = (\omega_1 t - kx_1 + \phi_1) - (\omega_2 t - kx_2 + \phi_2) = k(x_2 - x_1) + (\phi_1 - \phi_2)$

$= \frac{2\pi}{\lambda}(28\lambda - x - x) + (+\pi/3) = 56\pi - \frac{4\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{3}$

$\pi\left(56 - \frac{4x}{\lambda} + \frac{1}{3}\right) = (2n+1)\pi$

$\frac{169}{3} - \frac{4x}{\lambda} = 2n+1 \rightarrow \frac{166}{3} - 2n = \frac{4x}{\lambda}$

Distancias que las separa del foco $F_1$.

$$x_{min} = \frac{166 - 6n}{12}\lambda$$

$\frac{166-6n}{12}\lambda < 28\lambda \rightarrow 166 - 6n < 336 \qquad n > -\frac{85}{3} \simeq -28{,}33$

$-n < \frac{85}{3} \qquad n = -28$

$\frac{166-6n}{12}\lambda > 0 \rightarrow -6n > -166 \qquad n = 27$

$n < 27{,}66$

$$x_{min} = \frac{166-6n}{12}\lambda; \; -28 \leq n \leq 27$$

2) Ponto mais próximo a $F_1$

$$x_{min}(n=-25) = \frac{166 - 6(-25)\lambda}{12} = \frac{167}{6}\lambda$$

$$x_{min}(n=27) = \frac{166 - 6 \cdot 27}{12}\lambda = \frac{\lambda}{3}$$

$$x_2 = 28\lambda - \frac{\lambda}{3} = \frac{83}{3}\lambda$$

$$-\frac{2\pi}{3} - \frac{4\pi}{3} + \frac{4}{3}\pi$$

$$\left[ x = \frac{\lambda}{3} \right]$$

$$\Psi_1\left(x_1 = \frac{\lambda}{3}, t\right) = \Psi_0 \,\text{sen}\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{3}\right) = \Psi_0 \,\text{sen}\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) = \Psi_0 \,\text{sen}\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right)$$

$$\Psi_2\left(x_2 = \frac{83}{3}\lambda, t\right) = 3\Psi_0 \,\text{sen}\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{83}{3}\lambda - \frac{\pi}{3}\right) = 3\Psi_0\left(\omega t - \frac{14}{3}\pi\right) = 3\Psi_0 \,\text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Psi_T(P) = \Psi_1(P) + \Psi_2(P) = \Psi_{0T} \,\text{sen}(\omega t + \phi_T) = \Psi_{0T}\left[\cos(\omega t) \cdot \text{sen}(\phi_T) + \text{sen}(\omega t) \cos(\phi_T)\right]$$

$$= \Psi_0\left[\cos(\omega t) \cdot \text{sen}\left(-\frac{4\pi}{3}\right) + \text{sen}(\omega t) \cdot \cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right)\right] +$$

$$+ 3\Psi_0\left[\cos(\omega t) \cdot \text{sen}\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \text{sen}(\omega t) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right]$$

$$\Psi_{0T} \cdot \text{sen}(\phi_T) = \Psi_0 \cdot \text{sen}\left(+\frac{4\pi}{3}\right) + 3\Psi_0 \,\text{sen}\left(+\frac{\pi}{3}\right) = +\sqrt{3}\,\Psi_0 > 0$$

$$\Psi_{0T} \cos(\phi_T) = \Psi_0 \cos\left(+\frac{4\pi}{3}\right) + 3\Psi_0 \cos\left(+\frac{\pi}{3}\right) = \Psi_0 > 0$$

$$\left[\phi_T = +\frac{\pi}{3}\right] \quad \left\{ \begin{matrix} \text{sen}\,\phi_T < 0 \\ \cos\phi_T > 0 \end{matrix} \right\}$$

$$\tan(\phi_T) = \frac{\sqrt{3}\,\Psi_0}{\Psi_0} = +\sqrt{3}$$

$$\Psi_{0T} = 2\Psi_0$$

$$\left[ \Psi_T\left(x_1 = \frac{\lambda}{3}, t\right) = 2\Psi_0 \,\text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \right]$$

$\Psi_{0T} \cdot \sin(\phi_T) = \frac{3}{2} A_0$

$\Psi_{0T} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2} A_0 \rightarrow \Psi_{0T} = \sqrt{3} A_0$

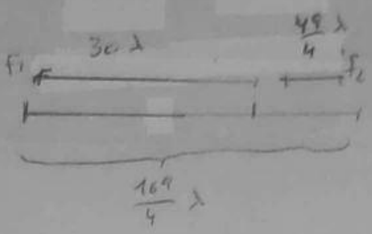
$$\left[ \Psi_T(P) = \sqrt{3}\, A_0 \sin\left(200\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \right]$$

---

2, PRSM 2019

ACSD TEMA 2

2.




Ondas Planas $\Psi_0 = cte$

Misma Intensidad $I_1 = I_2 = I$

$\Psi_1(0,t) = a \sin(\omega t + \frac{\pi}{3})$

$\Psi_{01} = \Psi_{02} = a$

$\phi_2 = \frac{\pi}{6}$ rad

$\phi_2 = \phi_1 - \frac{\pi}{6}$

$x_2 = \frac{169}{4}\lambda - x$

$x_1 = x$

1) Mínimo de Intensidad.

Intensidad mínima: $\cos(\delta) = -1 \rightarrow \delta = (2n+1)\pi$

$$I(B) = I_1(B) + I_2(B) + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos(\delta)$$

Diferencia de fase:

$$\delta(B) = (\omega t - kx_1 + \phi_1) - (\omega t - kx_2 + \phi_2) = k(x_2 - x_1) + (\phi_1 - \phi_2)$$

$$\delta(B) = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{169\lambda}{4} - x - x\right) + \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{169\pi}{2} - \frac{4\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{6} = (2n+1)\pi$$

$$\frac{169}{2} - \frac{4x}{\lambda} + \frac{1}{6} = 2n+1$$

$$\frac{251}{3} = 2n + \frac{4x}{\lambda} \rightarrow 4x = \left(\frac{251}{3} - 2n\right)\lambda$$

$$\left[ x_{min} = \frac{251-6n}{12}\lambda \right]$$

Puntos donde la intensidad es mínima

Punto cercano a B:

si está entre B y $F_2$: $\frac{251-6n}{12}\lambda > 30\lambda \rightarrow 251 - 6n > 360$

$n < -\frac{109}{6} \rightarrow n = -19$

si está entre $F_1$ y B: $\frac{251-6n}{12}\lambda < 30\lambda$

$n > -\frac{109}{6} \rightarrow n = -18$

$(x_{min})_{n=-19} = \frac{251-6(-19)}{12} = \frac{365\lambda}{12}$ $\quad 30\lambda - \frac{365}{12}\lambda = \frac{5}{12}\lambda \rightarrow$ a $\frac{5}{12}\lambda$ de B

$(x_{min})_{n=-18} = \frac{251-6(-18)}{12} = \frac{359\lambda}{12}$ $\quad$ (a $\frac{\lambda}{12}$ de B)

$30\lambda - \frac{359}{12}\lambda = \frac{\lambda}{12} \rightarrow$ a $\frac{\lambda}{12}$ de B

Punto más cercano a B donde la intensidad es mínima

2) $\psi_{01} = \psi_{02} = a$

$$\psi_T(B) = \psi_{0T}(B)\, sen(\omega t + \phi_T) = \psi_{0T}\left[\cos(\omega t)\cdot sen(\phi) + sen(\omega t)\cdot \cos(\phi_T)\right] =$$

$$\psi_1(B) = a\, sen\left(\omega t - k x_1 + \frac{\pi}{3}\right)$$

$x_1 = 30\lambda$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\psi_1(B) = a\, sen\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\cdot 30\lambda + \frac{\pi}{3}\right) = a\, sen\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\psi_2(B) = a\, sen\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\cdot \frac{49}{4}\lambda + \frac{\pi}{6}\right) = a\, sen\left(\omega t - \frac{49\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) =$$

$x_2 = \frac{49}{4}\lambda$

$$= a\, sen\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\psi_{0T}(B)\, sen(\phi_T) = a\, sen\left(\frac{\pi}{3}\right) + a\, sen\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$\psi_{0T}(B)\cos(\phi_T) = a\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + a\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = a$$

$\psi_{0T}(B) = a$

$\tan(\phi_T) = 0 \rightarrow \phi_T = 0$

$$\boxed{\psi(B,t) = a\, sen(\omega t)}$$

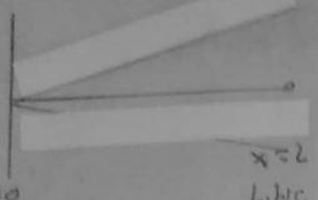
46-77.

Ondas Estacionarias.

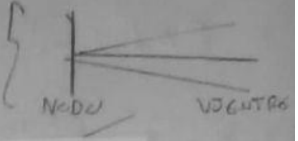
4. Varilla longitud: $L$

$$\Psi(x,t) = A\cos\left(\frac{7\pi}{2L}x\right)\sin(\omega t)$$

Si mediante la Fresnel no puede ocurrir le nodo y vientre.




Superpos onda de desplazamiento {

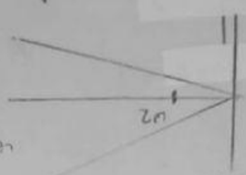



a) Aplicando las condiciones de contorno.

↓ No

$$\Psi_0(x=0,t) = A\cos\left(\frac{7\pi}{2L}\cdot 0\right) \neq 0$$

En $x=0$, no hay un nodo, hay un vientre.




$$\Psi_0(x=L,t) = A\cos\left(\frac{7\pi}{2L}\cdot L\right) = 0$$

En $x=L$, hay un nodo.

$$\frac{7\pi}{2L}\cdot L = \frac{\pi}{2}(2n+1)$$

$$\frac{7\pi}{2} = \frac{\pi}{2}(2n+1) \rightarrow 2n=6, \quad \boxed{n=3} \rightarrow 4.º \text{ Armónico}$$

Condición de vientre:

$$\frac{\partial\Psi}{\partial x} = -A\cdot\sin\left(\frac{7\pi}{2L}x\right) = 0$$

$$\left.\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right|_{x=0} = \sin(0) = 0$$

b) obtener los posibles valores que puede tener la longitud de la varilla. en 2mm del extremo fijo

$x = L-2$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial x} = -A\sin\left(\frac{7\pi}{2L}x\right) = 0$$

$$\left.\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right|_{x=L-2} = -A\sin\left(\frac{7\pi}{2L}(L-2)\right) = -A\sin\left(\frac{7\pi}{2}-\frac{7\pi}{L}\right) = 0$$

$$\frac{7\pi}{2}-\frac{7\pi}{L} = \pi n \rightarrow \frac{7}{L} = \frac{7}{2} - n \rightarrow 7 = \frac{7-2n}{2}L$$

$$L = \frac{14}{7-2n} \rightarrow 3.º \text{ Armónico} \quad \boxed{L = \frac{14}{7-6} = 14\text{ cm}}$$

16-17 Ondas Estacionarias

Tubo abierto por los dos extremos

$$\psi = A \operatorname{sen}(2\pi x)\operatorname{sen}(680\pi t + \frac{\pi}{4})$$

Condiciones de contorno

a) $\psi_0(x=0) = A \operatorname{sen}(2\pi \cdot 0) = 0$ NODO → Presión

Unidades de A.

$$[A] = [P] = \frac{[F]}{[S]} = \frac{kg \cdot m}{m^2 \cdot s^2} = \frac{kg}{m \cdot s^2}$$

b) 4 puntos Amplitud $= \frac{A\sqrt{3}}{2}$

Posiciones de los puntos que oscilan con amplitud $\frac{A\sqrt{3}}{2}$

$$\psi_0(x,t) = |A \operatorname{sen}(2\pi x)| = \frac{A\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{arcsen}\left(\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \begin{cases} \to \frac{\pi}{3} \\ \to -\frac{\pi}{3} + \pi = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$|\operatorname{sen}(2\pi x)| = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2\pi x = \frac{\pi}{3} + m\pi \qquad x = \frac{1}{6} + \frac{m}{2}$$

$$2\pi x = \frac{2\pi}{3} + m'\pi \qquad x = \frac{1}{3} + \frac{m'}{2}$$

| $m$ | $x$ |
|---|---|
| 0 | 1/6 |
| 1 | 2/3 |
| 2 | 7/6 > 1 |
| 3 | 5/3 > 1 |

| $m'$ | $x$ |
|---|---|
| 0 | 1/3 |
| 1 | 5/6 |
| 2 | 4/3 > 1 |
| 3 | 11/6 > 1 |

$$\left[x = \frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}\right] [m]$$

Si en $x = L$ hay un NODO sacaremos la longitud de la onda.

c) Para $x = L$ → NODO.

$$\psi_0(x=L) = A \cdot \operatorname{sen}(2\pi L) = 0$$

$$2\pi L = n\pi \to L = \frac{n}{2}$$

$L = 1\,m$, $n = 2$ → 3.er Armónico.

| $n$ | $L$ |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1/2 |
| 2 | 1 |

6. Ondas Planas

$f_1 = f_2 = f = 2000 Hz$

$v = \lambda \cdot f = 320 m/s$

Ondas armónicas: $\underbrace{\Psi_1 = b\sqrt{3}\cos(\omega t + \pi/3)}_{\text{Perturbación punto 1}}$ $\underbrace{\Psi_2 = b\cos(\omega t + \phi)\ (\phi \text{ desconocida})}_{\text{perturbación punto 2}}$

$I_A = 4 I_2$ { $I_A$: Representa la intensidad resultante en el punto A. $I_2$: Representa la intensidad que se mediría en el punto A si solo estuviera actuando el foco 2. }

Foco 1:

$\Psi_1(x_1,t) = \Psi_{01}\cos(\omega t - kx_1 + \phi_1)$

Para $x_1 = 0$ (Perturbación)

$\Psi_1(0,t) = \Psi_{01}\cos(\omega t + \phi_1)$

$= b\sqrt{3}\cos(\omega t + \pi/3)$

$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_{01} = b\sqrt{3} \\ \omega = 2\pi \cdot f = 4000\pi \text{ rad/s} \end{array} \right.$

$\phi_1 = \pi/3$

Foco 2:

$\Psi_2(x_2,t) = \Psi_{02}\cos(\omega t - kx_2 + \phi_2)$

Para $x_2 = 0$ (Perturbación)

$\Psi_2(0,t) = \Psi_{02}\cos(\omega t + \phi_2) = b\cos(\omega t + \phi)$

$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_{02} = b \\ \omega = 2\pi \cdot f \\ \phi_2 = ?\ ,\ 0 < \phi < \pi \end{array} \right.$

{ $C$ = cte, en la cual pregunta constante depende solo de el tipo de onda y del medio en el que se mueve }

$I_A = C \cdot \Psi_{0A}^2$

$I_1 = C\ \Psi_{01}^2$

$I_2 = C\ \Psi_{02}^2$

$I_A = 4 I_2$

$C\,\Psi_{0A}^2 = C \cdot 4 \cdot \Psi_{02}^2$ ; $\Psi_{0A}^2 = 4 \cdot \Psi_{02}^2$ ; $\Psi_{0A} = 2\Psi_{02}$ { representa la amplitud positiva }

$(\pm)\sqrt{\Psi_{02}^2}$

$$\boxed{\Psi_{0A}^2 = \Psi_{01}^2 + \Psi_{02}^2 + 2\Psi_{01}\Psi_{02}\cos\delta}$$

$4b^2 = (b\sqrt{3})^2 + b^2 + 2(b\sqrt{3})\,b\cos\delta$

$4b^2 = 3b^2 + b^2 + 2\sqrt{3}\,b^2 \cdot \cos\delta$ , $\cos\delta = 0 \rightarrow \delta = (2n+1)\frac{\pi}{2}$

$4b^2 = \underbrace{3b^2 + b^2}_{4b^2}$

$\delta$: Representa el desfase con el que las ondas llegan a un punto en concreto

$\delta = (\omega t - kx_1 + \phi_1) - (\omega t - kx_2 + \phi_2) = k(x_2 - x_1) + \phi_1 - \phi_2$

$V = \lambda \cdot f \; ; \; k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\frac{V}{f}} = \frac{\omega}{V} = \frac{4000\pi}{320} = 25\frac{\pi}{2}$ rad/m

$\left\{ \begin{array}{ll} x_1 = 68 - 28\,m & \phi_1 = \frac{\pi}{2} \\ x_2 = 28\,m & \phi_2 = ? \end{array} \right\} \; 0 < \phi_2 < \pi$

$\delta = 25\frac{\pi}{2}(40 - 28) + (\phi_2 - \frac{\pi}{3})$

$\delta = 25 \cdot 6\pi + \phi_2 - \frac{\pi}{3} = (2n+1)\frac{\pi}{2}$

$\{\cos\delta = 0\}$

$\cos\delta = \cos(\underbrace{25\frac{\pi}{2} \cdot 12 + \phi_2}_{\phi'} - \frac{\pi}{3}) = \cos(\phi' - \frac{\pi}{3})$

$\phi' - \frac{\pi}{3} = (2n+1)\frac{\pi}{2}$

$\phi = \frac{\pi}{6}(6n+5) \; \left\{ \begin{array}{l} 0 < \phi < \pi \\ n = 0 \end{array} \right\} \; \phi = \frac{5\pi}{6}$

$\Psi_2(x_2, t) = b\cos(4000\pi t - \frac{25\pi}{2}x_2 + \frac{5\pi}{6}) \; \left\{ \begin{array}{l} x_2 \text{ metros} \\ t \text{ segundos} \end{array} \right\}$

2) Perturbación resultante en A.

$\Psi_1 = b\sqrt{3}\cos(\omega t - k \cdot 40 + \frac{\pi}{3}) = b\sqrt{3}\cos(\omega t + \pi/3)$

$\Psi_2 = b\cos(\omega t - k28 + 5\pi/6) = b\cos(\omega t + 5\pi/6)$

$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_1 = b\sqrt{3}\,\text{sen}(\omega t + \pi/3 + \frac{\pi}{2}) \\ \Psi_2 = b\,\text{sen}(\omega t + \frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{2}) \end{array} \right.$

$\Psi_T(A) = A_T\,\text{sen}(\omega t + \phi_T) = \Psi_1(A) + \Psi_2(A) = b\sqrt{3}\,\text{sen}(\omega t + 5\pi/6) + b\,\text{sen}(\omega t + 4\pi/3)$

...tremo 6.

$$\Delta_T \operatorname{sen}(\omega t)\cos(\phi_T) + \Delta_T \cos(\omega t)\operatorname{sen}(\phi_T) =$$

$$= \underbrace{b\sqrt{3}\operatorname{sen}(\omega t)\cos(5\pi/6) + b\sqrt{3}\cos(\omega t)\operatorname{sen}(5\pi/6)}_{\psi_1} +$$

$$+ b\operatorname{sen}(\omega t)\cos(4\pi/3) + b\cos(\omega t)\operatorname{sen}(4\pi/3)$$

$$\begin{cases} \Delta_T \operatorname{sen}(\phi_T) = b\sqrt{3}\operatorname{sen}(5\pi/6) + b\operatorname{sen}(4\pi/3) = b\sqrt{3}\,\frac{1}{2} + b\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0 \\ \Delta_T \cos(\phi_T) = b\sqrt{3}\cos(5\pi/6) + b\cos(4\pi/3) = b\sqrt{3}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - b\,\frac{1}{2} = -2b \end{cases}$$

$\Delta_T^2 \operatorname{sen}^2(\phi_T) + \Delta_T^2 \cos^2(\phi_T) = 4b$.

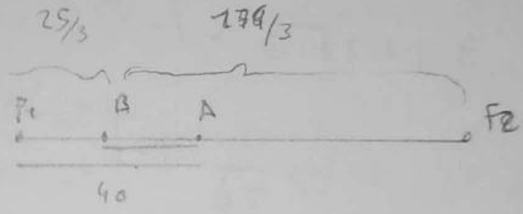
$\boxed{\Delta_T = 2b}$

- $\operatorname{sen}(\phi_T) = 0 \rightarrow \begin{matrix} \phi_T = 0 \\ \phi_T = \pi \end{matrix} \rightarrow \boxed{\phi_T = \pi \text{ rad}}$

- $\cos(\phi_T) < 0 \quad \left\{ \Delta_T \cos(\pi) = -2b;\ \Delta_T(-1) = -2b \right.$ $\quad \boxed{\Delta_T = 2b} \rightarrow$ positivo.

$\left.\begin{matrix} \cos(\phi_T) = -1 \\ \operatorname{sen}(\phi_T) = 0 \end{matrix}\right\} \phi_T = \pi.$

$$\boxed{\psi_T(\Delta) = 2b\operatorname{sen}(4000\pi t + \pi)}$$




3. Diferencia nivel intensidad.

$\Delta S = S_A - S_B$

En B: $x_1 = \frac{25}{3}$ m  Distancia primer foco.

$x_2 = 68 - \frac{25}{3}$ m $= \frac{179}{3}$  Distancia segundo foco

Intensidad resultante en un punto. $(P = B)$

$$I(B) = I_1(B) + I_2(B) + 2\sqrt{I_1 I_2}\,\cos\delta(B)$$

$\frac{I_1}{3} = I_2\ ;\ \boxed{I_1 = 3 I_2}$

$$\begin{cases} I_1 = C \cdot \psi_{01}^2 = 3b^2 \\ I_2 = C \cdot \psi_{02}^2 = b^2 \end{cases}$$

$$I(B) = 4 I_2 + 2\sqrt{3 I_2^2}\,\cos\delta(B)$$

$$\delta = (\omega t - kx_1 + \phi_1) - (\omega t - kx_2 + \phi) = k(x_2 - x_1) + \phi_1 - \phi_2$$

$$\left\{ \begin{matrix} k = \frac{25}{2}\pi & \phi_2 = \pi/3 \\ x_2 = \frac{25}{3} & \phi_1 = \frac{5\pi}{6} \\ x_1 = \frac{179}{3} & \end{matrix} \right\}$$

$$\delta = \frac{25\pi}{2}\left(\frac{25}{3} - \frac{179}{3}\right) + \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3}$$

$$\delta = -\frac{1925}{3}\pi + \frac{1}{2}\pi = -\frac{3847}{6}\pi$$

$$\left\{ \begin{matrix} -\frac{3847}{6}\pi = -\frac{3850}{6}\pi + \frac{3\pi}{6} = -\frac{3852}{6}\pi + \frac{2\pi}{6} + \frac{3\pi}{6} = \\ \delta = -642\pi + \frac{2\pi}{6} + \frac{3\pi}{6} \end{matrix} \right\}$$

$$\delta = \frac{5\pi}{6} \quad ; \left[ \cos\delta = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$J_{(B)} = 4J_2 + 2\sqrt{3}J_2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 4I_2 - 3J_2 = J_2$$

$$\Delta S = S_A - S_B = 10\log\frac{J_A}{J_B} = \left\{ \begin{matrix} J_A = 4J_2 \\ J_B = J_2 \end{matrix} \right\} = 10\log\frac{4I_2}{J_2} = 10\log(4)\ dB$$

$$\Delta S = 20\log(2)\ dB$$

7. Enero 2018.

Onda Estacionaria

$$\psi(x,t) = \left(C_1 \operatorname{sen}(kx) + C_2 \cos(kx)\right) \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$$

Asumo que la onda es de desplazamiento

Amplitud vientre : $\sqrt{2}$ mm


y a 15 mm del extremo fijo $A = 1$ mm

Condiciones de contorno: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Varilla sujeta} \rightarrow \text{Nodo} \\ \text{abierta} \rightarrow \text{Vientre} \end{array} \right\}$

$$\underset{\text{VIENTRE}}{\psi(x,t)} = \left(C_1 \operatorname{sen}(kx) + C_2 \cos(kx)\right) \operatorname{sen}(\omega t + \phi) = 0$$

$$\boxed{C_1 = 0} \rightarrow \frac{\partial \psi}{\partial x} = \left(C_1 \cos(kx) - C_2 \operatorname{sen}(kx)\right) \operatorname{sen}(\omega t + \phi) \Big|_{x=0}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = C_2 \cdot \cos(kx) \cdot \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$$

$$\underset{\text{Nodo}}{x = L} \rightarrow \psi = C_2 \cos(kL) \cdot \operatorname{sen}(\omega t + \phi) = 0$$

$$\cos(kL) = 0 \rightarrow kL = (2n+1)\frac{\pi}{2}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

$5^{\circ}$ Armónico $\rightarrow n = 4$

$$L = \frac{(2n+1)\pi}{2k} = \frac{9\pi}{2k}$$

DATOS:
Amplitud vientre : $\sqrt{2}$ mm
Amplitud a 1 mm del extremo fijo $= 15$ mm

Para $x = 0$, VIENTRE → varilla libre → Amplitud máxima.
Para $x = L$, NODO varilla cerrada.

$$\boxed{C_2 = \sqrt{2}}$$

$$\psi_0(x=0) = C_2 \cdot \cos(kL) = \sqrt{2} \text{ mm}$$

$$\psi_0(x = L - 15\text{mm}) = C_2 \cdot \cos(kx) = 1 \text{ mm}$$

$$\sqrt{2} \cos\left(k\left(\frac{9\pi}{2k} - 15\right)\right)$$

$$\sqrt{2} \cos\left(\frac{9\pi}{2} - 15k\right) = 1$$

$$\cos\left(\frac{9\pi}{2} - 15k\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\rightarrow \frac{9\pi}{2} - 15k = \frac{\pi}{4}$$

$$-15k = -\frac{17\pi}{4}$$

$$\boxed{k = \frac{17\pi}{60}}$$

$$\boxed{L = \frac{9\pi}{2 \cdot \frac{17\pi}{60}} = \frac{60 \cdot 9}{17 \cdot 2} = \frac{270}{17} \text{ mm.}}$$

Marzo 2018

10. Ondas Estacionarias $f = \frac{5V}{4L}$

1) $\psi(x,t) = (C_1 \cdot \text{sen}(kx) + C_2 \cos(kx))\, \text{sen}(\omega t + \phi)$

Nodo en $x = 0$

$$\psi(x=0,t) = C_2 \cdot \text{sen}(\omega t + \phi) = 0 \rightarrow \boxed{C_2 = 0}$$

$$\psi(x,t) = C_1 \,\text{sen}(kx)\, \text{sen}(\omega t + \phi)$$

Vientre $x = L$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = C_1 \cdot \cos(kx) \cdot \text{sen}(\omega t + \phi)$$

$$\left.\frac{\partial \psi}{\partial x}\right|_{x=L} = C_1 \cdot \cos(kL) \cdot \text{sen}(\omega t + \phi) = 0$$

$$\cos(kL) = 0 \rightarrow kL = \frac{\pi}{2}(2n+1)$$

$$L = \frac{\pi(2n+1)}{2k} \rightarrow k = \frac{\pi(2n+1)}{2L}$$

$V = \lambda \cdot f$

$$f = \frac{5V}{4L} \rightarrow$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\frac{V}{f}} = \frac{2\pi f}{V} = \frac{2\pi \frac{5V}{4L}}{V} = \frac{5\pi}{2L}$$

$$\frac{5\pi}{2L} = \frac{\pi(2n+1)}{2L} \rightarrow 5 = 2n+1 \rightarrow n = 2$$ en el 3.er Armónico.

3) Buscamos extremo fijo con amplitud $\frac{\sqrt{2}}{2}\Delta$

$K(n=2) = \frac{5\pi}{2L}$

$\Delta$ amplitud en los vientres.

Calculamos amplitud en los vientres

$\Delta$ $\cdots = \Delta$.

$\psi_c(x=L,t) = C_1 \cdot \operatorname{sen}(KL) \cdot$

$C_1 = \Delta$.

$\psi_c(x=..,t) = \left| C_1 \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{L} \cdot x\right) \right| = \frac{\sqrt{2}}{2}\Delta$.

$\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$

$\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$

$1^{er}$ o $2^{er}$ cuadrante.

$\left| \operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{L}x\right) \right| = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{L}\right) = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{5\pi}{L}x = \frac{\pi}{4} + m\pi \rightarrow x = \frac{2L\left(\frac{1}{4}+m\right)}{5} = \frac{L(1+4m)}{10}$

$\frac{5\pi}{L}x = \frac{3\pi}{4} + m'\pi \rightarrow x = \frac{2L\left(\frac{3}{4}+m'\right)}{5} = \frac{L(3+4m')}{10}$

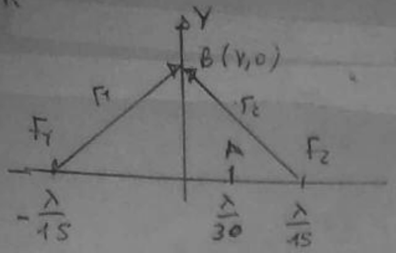
| m | x | m' | x |
|---|---|---|---|
| 0 | $L/10$ | 0 | $3L/10$ |
| 1 | $L/2$ | 1 | $7L/10$ |
| 2 | $9L/10$ | 2 | $11L/10 > L$ |
| 3 | $13L/10 > L$ | | |

No existe.

$x = \frac{L}{10}, \frac{3L}{10}, \frac{5L}{10}, \frac{7L}{10}, \frac{9L}{10}$

$|\psi_c(x)| = \Delta \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

11.




$P_1 = P_2 = P$

$\lambda = \frac{2\pi}{K}$

Onda Esférica:

$\psi(r,t) = \psi_0(r)\, sen(\omega t - kr + \phi)$

Diferencia de Fase: $0 < (\phi_1 - \phi_2) < 2\pi$

$r_1 = r_2$ ; $I = 0$

$$\psi_{0T}^2 = \psi_{01}^2 + \psi_{02}^2 + 2\,\psi_{01}\cdot\psi_{02}\cos\delta(B)$$

$$I(B) = I_1(B) + I_2(B) + 2\sqrt{I_1(B)\cdot I_2(B)}\cdot\cos\delta(B)$$

Como $I = 0$: $\cos\delta(B) = -1$ ; $\delta(B) = (2n+1)\pi$ ; $\boxed{I_1 = I_2}$

$$\delta(B) = (\omega t - kx_1 + \phi_1) - (\omega t - kx_2 + \phi_2)$$

$$\delta(B) = k\cancel{(r_1 - r_2)}^{0} + (\phi_1 - \phi_2) \; ; \quad \delta(B) = (\phi_1 - \phi_2) \equiv (2n+1)\pi$$

Como: $0 < (\phi_1 - \phi_2) < 2\pi$ ; $\boxed{\delta(B) = \pi}$.

$\boxed{I = C\,\psi_0^2}$

2. $\phi_2 = 0 \rightarrow \phi_1 = \pi$

$\psi_{02}(A) = \psi_0$

$\psi_1(r_1,t) = \psi_{01}(r_1)\, sen(\omega t - kr_1 + \phi_1)$

$\psi_1(A) = \underbrace{\psi_{01}(A)}\, sen(\omega t - k\underbrace{r_1(A)} + \phi_1)$

$\omega = 2\pi f$ ; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$C_1 = C_2$

$r_2(A) = \frac{\lambda}{15} - \frac{\lambda}{30} = \frac{\lambda}{30}$

$r_1(A) = \frac{\lambda}{15} + \frac{\lambda}{30} = \frac{3\lambda}{30}$

$\rightarrow \dfrac{\psi_{01}^2(A)}{\psi_{02}^2(A)} = \dfrac{C_1 I_1(A)}{C_2 I_2(A)}$

onda esférica

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\psi_{01}^2}{\psi_{02}^2} = \frac{\frac{P}{S_1(A)}}{\frac{P}{S_2(A)}} = \frac{S_2(A)}{S_1(A)} = \frac{4\pi r_2^2(A)}{4\pi r_1^2(A)} = \frac{r_2^2(A)}{r_1^2(A)} = \left(\frac{\frac{\lambda}{30}}{3\lambda/30}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\psi_{01}^2(A) = \frac{1}{9}\psi_{02}^2(A) \rightarrow \boxed{\psi_{01}(A) = \frac{\psi_0}{3}}$$

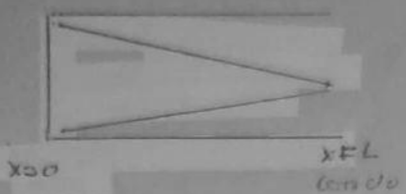
$$\psi_1(A) = \frac{\psi_0}{3}\, sen\left(2\pi f t - \overbrace{\frac{2\pi}{\lambda}}^{k}\cdot\overbrace{\frac{3\lambda}{30}}^{r_1} + \pi\right) = \frac{\psi_0}{3}\, sen\left(2\pi f t - \frac{\pi}{5} + \pi\right)$$

$$\boxed{\psi_1(A) = \frac{\psi_0}{3}\, sen\left(2\pi f t + \frac{4\pi}{5}\right)}$$

12. Junio 2019 Onda Estacionaria Tubo

$$\Psi(x,t) = A_0 \cos(kx) \operatorname{sen}(\omega t)$$

$L = \frac{9\pi}{2k}$



1) Condiciones de Contorno:

$\Psi(x=0,t) = A_0 \cos(0) = A_0 \rightarrow$ Vientre en $x=0$

$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = -A_0 \operatorname{sen}(kx) = 0 \rightarrow$ Nodo

Desplazamiento $\rightarrow$ Tubo cerrado $\rightarrow$ Nodo

Presión $\rightarrow$ Tubo cerrado $\rightarrow$ Vientre

Si en un extremo cerrado tenemos un vientre la función de onda $x$ corresponde con presión acústica: $[A_0] = [p]$

$p = \frac{F}{S} \rightarrow [A_0] = \frac{[F]}{[S]} = \frac{kg \cdot m}{m^2 \cdot s^2} = \frac{kg}{m\,s^2}$

$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = kg \cdot m/s^2$

$[A_0] = \frac{kg}{m \cdot s^2}$

2) Posición respecto al extremo cerrado de todos los nodos

Condición de nodo.

$\Psi(x,t) = A_0 \cos kx \operatorname{sen}(\omega t) = 0$

$kx = \frac{\pi}{2}(2n+1) \rightarrow x = \frac{\pi(2n+1)}{2k} = \frac{\pi(2n+1)}{2 \cdot \frac{9\pi}{2L}} = \frac{(2n+1)L}{9}$

$x = \frac{(2n+1)L}{9}$

$\left\{ L = \frac{9\pi}{2k} \rightarrow k = \frac{9\pi}{2L} \right.$

Condiciones: $x > 0$

$\frac{(2n+1)L}{9} > 0 \rightarrow (2n+1) > 0 \qquad n \geq -\frac{1}{2}$

$x < L$

$\frac{(2n+1)L}{9} < L \rightarrow 2n+1 < 9 \qquad n \leq 4$

$\boxed{0 \leq n \leq 4}$

| $n$ | $x$ |
|---|---|
| 0 | $L/9$ |
| 1 | $L/3$ |
| 2 | $5/9\,L$ |
| 3 | $7/9\,L$ |
| 4 | $L$ |

$\boxed{x = \frac{L}{9}, \frac{L}{3}, \frac{5}{9}L, \frac{7}{9}L, L}$

3) En qué armónico está oscilando

Condición de nodo

$\Psi(x=L,t) = 0 = A_0 \cos kx \operatorname{sen}(\omega t)$

$\cos kL = 0 \rightarrow kL = \frac{(2n+1)\pi}{2}$

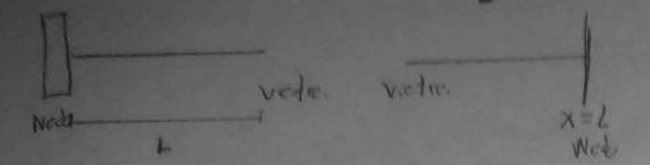
$\frac{(2n+1)\pi}{2} = \frac{9\pi}{2L} \cdot L$

$(2n+1) = 9$

$n = 4 \rightarrow 5^{\circ}$ armónico.

14.

$L = 110\,cm$




$\psi = 4\cos(5\pi x)\cdot\cos(200\pi t)$ $\qquad \psi = g(x)\,sen(\omega t + \phi)$

$k =$

Condiciones de contorno:

$\psi(0,t) = 0\ \forall t$

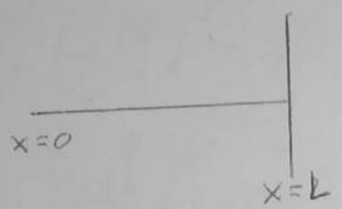
$\psi(0,t) = 4\cos(0)\cos(200\pi t) = 4\cos(200\pi t)$

- Amplitud no nula $x=0$ no es un Nodo, no es el extremo fijo

$$\left.\frac{dg(x)}{dx}\right|_{x=0} = -4\cdot 5\pi\, sen(5\pi x) = -20\pi\, sen(5\pi x)$$

$= -20\pi\, sen(0) = 0$, $g(x)$ tiene un Extremo, Amplitud Máxima.

Extremo fijo $x = 110\,cm$ :




$x=0$, extremo libre.

$g(L) = 0 = 4\cos(5\pi L) \rightarrow \cos(5\pi L) = 0 \rightarrow 5\pi L = (2n+1)\frac{\pi}{2}$

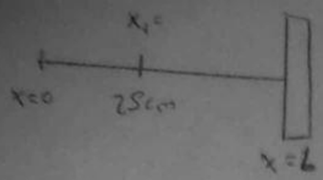
Valores puede tomar $n$:

$5\pi L > 0 \rightarrow (2n+1) > 0$ ; $n \geq 0$

$n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \dots$ $\qquad \rightarrow 5\pi\,\frac{11}{10} = (2n+1)\frac{\pi}{2}$

$L = 110\,cm = \frac{110}{100}\,m$ $\qquad 11 = 2n+1$ ; $\left[n = \frac{10}{2} = 5\right]$

n oscila en el sexto armónico : $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.$




$k = 5\pi = \frac{2\pi}{\lambda}$ ; $\lambda = \frac{2}{5}$

$[k] = rad/m.$

$[k] \cdot [x] = rad$

$\psi(P,t) = 4\cos(5\pi \cdot \frac{25}{100}) \cos(2000\pi t) = 4\cos(\frac{5\pi}{4}) \cos(2000\pi t) =$

$= (-) 4 \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(2000\pi t) = 2\sqrt{2} \cos(2000\pi t + \pi)$

Fase.

$|g(x)| = 2\sqrt{2}$ = Amplitud $= \psi_0$

Velocidad de oscilación

$V = \frac{d}{dt}[2\sqrt{2}\cos(\omega t + \pi)] = -2\sqrt{2}\,\omega\, sen(\omega t + \pi)$

$V = 2\sqrt{2}\,\omega\, sen(\omega t) = 400\sqrt{2}\,\pi\, sen(200\pi t)$ cm/s

3. Busco $\psi_0 = 2\sqrt{2}$

$|g(x)| = 2\sqrt{2}$ ; $\left[ g(x) = \pm 2\sqrt{2} \right]$

$g(x) = 4\cos(5\pi x) \rightarrow 2\sqrt{2} = 4\cos(5\pi x)$

$0 < x < 110$ cm.

$\cos(5\pi x) = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

$(2m+1) > 0$ ; $m > -\frac{1}{2}$ ; $m \geq 0$

$5\pi x = (2m+1)\frac{\pi}{4}$

$x < \frac{11}{10}$ ; $\frac{11}{10} < \frac{2m+1}{20} \rightarrow 22 < 2m+1$

$x = (2m+1) \cdot \frac{1}{20}$

$2m < 21$

$m < \frac{21}{2}$

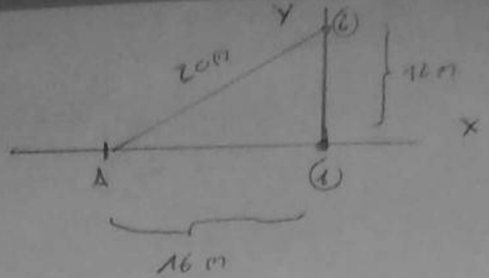
$m \leq 10$ $\qquad 0 \leq m \leq 10$

$\left[ x = \frac{(2m+1)}{20} \right.$ en metros con $\left. 0 \leq m \leq 10 \right]$

Julio 2013

15.

Onda esférica




$\psi_0 \neq cte$

$\omega_1 = \omega_2 = \omega$

$\psi_{01} = \psi_{02}$

$\phi_1 - \phi_2 = \pi$ (oposición de fase)

$r_1 = 16\ m$

$r_2 = 20\ m$

Termino de interferencia nulo

$2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos\delta = 0 \longrightarrow \delta = \frac{\pi}{2}(2n+1)$

1) $\delta = (\omega t - k r_1 + \phi_1) - (\omega t - k r_2 + \phi_2) =$

$= k(r_2 - r_1) + (\phi_1 - \phi_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(20-16) + (\pi) =$

$= \frac{8\pi}{\lambda} + \pi$

$\frac{8\pi}{\lambda} + \pi = \frac{\pi}{2}(2n+1) \longrightarrow \frac{8}{\lambda} + 1 = \frac{1}{2}(2n+1)$

$\frac{8}{\lambda} = n - \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{\lambda = \frac{8}{n - \frac{1}{2}}}$

$\frac{5}{4}\ m < \lambda < \frac{7}{4}\ m$

$\frac{5}{4} < \frac{8}{n-\frac{1}{2}} \rightarrow 5n - \frac{5}{2} < 32$

$n < 6,9$

$\boxed{5,07 < n < 6,9}$

Cojo $n = 6$.

$\frac{7}{4} > \frac{8}{n-\frac{1}{2}} \rightarrow 7n - \frac{7}{2} > 32$

$n > \frac{71}{14} = 5,07$

$\boxed{\lambda(n=6) = \frac{8}{6-\frac{1}{2}} = \frac{16}{11}\ m}$

b) Relación entre las amplitudes en los puntos donde equidistan.

$r_1 = r_2$ equidistan. $\quad C_1 = C_2$, por ser ondas de la misma naturaleza que se propagan en el mismo medio.

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{C_1 \, \psi_{01}^2}{C_2 \cdot \psi_{02}^2} \qquad [S = 4\pi r]$$

$$I_1 = \frac{P_1}{4\pi r_1^2} \qquad \frac{\psi_{01}^2}{\psi_{02}^2} = \frac{\frac{P_1}{4\pi r_1^2}}{\frac{P_2}{4\pi r_2^2}} = \frac{P_1 \, r_2^2}{P_2 \cdot r_1^2}$$

$$I_2 = \frac{P_2}{4\pi r_2^2}$$

$$\boxed{\frac{\psi_{01}}{\psi_{02}} = \sqrt{\frac{P_1}{P_2}}}$$

Potencia propiedad de foco sonoro.

En $\Delta$: $r_1 = 16$ m $\quad r_2 = 20$ m

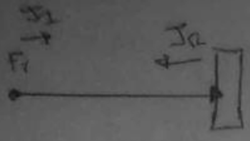
$$\frac{P_1 \cdot r_2^2}{P_2 \, r_1^2} = \left(\frac{\psi_{01}}{\psi_{02}}\right)^2 \qquad \text{Si} \begin{cases} r_1 = 16\text{m} \\ r_2 = 20\text{m} \end{cases} \rightarrow \psi_{01} = \psi_{02}$$

$$\frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{20^2}{16^2} = 1 \rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{16}{25} \text{ constante.}$$

Relación amplitudes.

$$\boxed{\frac{\psi_{01}}{\psi_{02}} = \sqrt{\frac{P_1}{P_2}} = \frac{4}{5}}$$

17.




$\psi_1 = A_0 \sin(\omega t + \alpha)$

$J_{min} = 2\frac{A_0}{5}$ , $\cos(\delta) = -1$
$\delta = (2n+1)\pi$

$\Delta\phi R = \pi$

$$\left.\begin{array}{l} I_I = C_1 \psi_{0I}^2 \\ J_{min} = C_2 \psi^2_{0min} \end{array}\right\} C_1 = C_2$$

$$\frac{J_r}{J_i} = R \; ; \; \frac{\psi^2_{0R}}{\psi^2_{0I}} = R \quad \frac{\psi_{0R}}{\psi_{0I}} = \sqrt{R} \; ; \; \psi_{0R} = \sqrt{R}\cdot\psi_{0I}$$

$\psi_{0I} = A_0$

---

$$J_{min} = C_1 \cdot \psi^2_{0min} \; ; \; \psi^2_{0min} = \frac{2A_0}{5} = \frac{4A_0^2}{25}$$

$$J_{min} = J_1 + J_2 - 2\sqrt{J_1 J_2}$$

$$\psi^2_{min} = \psi^2_{0I} + \psi^2_{0R} - 2\psi_{0R}\cdot\psi_{0I}\cdot\cos\delta(P)$$

$$\psi^2_{min} = \psi^2_{0I} + R\cdot\psi^2_{0I} - 2\sqrt{R}\cdot\psi^2_{0I}\,(-1)$$

$$\frac{4\psi^2_{0I}}{25} = \psi^2_{0I} + R\cdot\psi^2_{0I} + 2\sqrt{R}\cdot\psi^2_{0I} \quad \div 25$$

$$50\sqrt{R} + 25R + 21 = 0 \qquad z = \sqrt{R}$$

$$4 = 25 + 25R + 50\sqrt{R} \to$$

$$\underbrace{R}_{z^2} + \underbrace{2\sqrt{R}}_{z} + \frac{21}{25} = 0$$

$$z = \frac{+2 \pm \sqrt{4 - 4\cdot 21/25}}{2} = \frac{+2 \pm \sqrt{\frac{100-84}{25}}}{2} = \frac{+2 \pm 4/5}{2}$$

$$\sqrt{R} : \left\{ \begin{array}{l} \frac{10+4}{10} = \frac{14}{10} = \frac{7}{5} \\ \frac{10-4}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \end{array} \right\} \qquad R = \frac{J_R}{J_I} \le 1$$

No $\frac{49}{25} = 1,96.$ $\boxed{R = \frac{9}{25}}$

Si $\frac{9}{25} = 0,36 \to$ $J_R < J_I$

$$\Delta S = S_1 - S_2 = 10\log\frac{J_1}{J_0} - 10\log\frac{J_2}{J_0} = 10\log\frac{J_1}{J_2}$$

$$\Delta S_{m} = S_{max} - S_{min} = 10\log\left(\frac{J_{max}}{J_{min}}\right)$$

$$J = C\,\Psi_0^2 \;; \qquad \Delta S_{max} = 10\log\left(\frac{\Psi_{0max}^2}{\Psi_{0min}^2}\right) = 20\log\frac{\Psi_{0max}}{\Psi_{0min}}$$

$$\Psi^2 = \Psi_i^2 + \Psi_r^2 + 2\,\Psi_i\cdot\Psi_r\cos\delta$$

$$\Psi_{0max} = \{\cos\delta = 1\} \;:\; \Psi_{0max}^2 = \Psi_i^2 + \Psi_r^2 + 2\,\Psi_i\cdot\Psi_r = (\Psi_i + \Psi_r)^2$$

$$\Psi_{0min} = \{\cos\delta = -1\} \;:\; \Psi_{0min}^2 = (\Psi_i - \Psi_r)^2$$

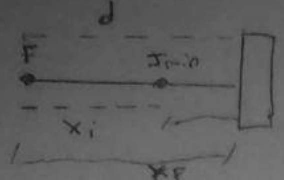
$$\Delta S_{max} = 20\log\frac{(\Psi_i+\Psi_r)^2}{(\Psi_i-\Psi_r)^2} = 20\log\frac{\Psi_i+\Psi_r}{\Psi_i-\Psi_r} = 20\log\frac{\Psi_i+\Psi_r}{|\Psi_i-\Psi_r|}$$

$$\left\{\begin{array}{l} \Psi_{0r} = \sqrt{R}\cdot\Psi_{0I} \\ \sqrt{R} = \frac{3}{5} \end{array}\right\} \qquad \Delta S_{max} = 20\log\frac{\Psi_{0I}(1+\sqrt{R})}{\Psi_{0I}(1-\sqrt{R})} = 20\log\frac{1+3/5}{1-3/5} =$$

$$\Delta S_{max} = 20\log\frac{8/5}{2/5} = 20\log 4 = 20\log 2^2$$

$$\boxed{\Delta S_{max} = 40\log 2}$$

3)




Funciones de onda:

Incidente : $\Psi_i(x,t) = \Psi_{oi}\, sen(\omega t - kx_i + \phi_i)$

Reflejado : $\Psi_r(x,t) = \Psi_{or}\, sen(\omega t - kx_r + \phi_r)$

$J = C \cdot \Psi_o^2$ ; $J_{min} = \Psi_{o\,min}^2$

$$\Psi_{o\,min}^2 = \Psi_{oi}^2 + \Psi_{or}^2 + 2 \cdot \Psi_{oi} \cdot \Psi_{or} \cos\delta$$

$\cos\delta = -1$ ; $\delta = (2n+1)\pi$

$$\delta = (\omega t - kx_i + \phi_i) - (\omega t - kx_r + \phi_r) = k(x_r - x_i) + (\phi_i - \phi_r)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k = \frac{2\pi}{\lambda} \\ (\phi_i - \phi_r) = \pi \end{array} \right\}$$

$x_r = d + d - x_i = 2d - x_i$

$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(2d - x_i - x_i) + \pi = \frac{2\pi}{\lambda}(2d - 2x_i) + \pi$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(2d - 2x_i) + \pi = (2n+1)\pi \quad \div(\pi)$$

$\frac{2}{\lambda}(2d - 2x_i) + 1 = (2n+1)$ ; $\frac{2}{\lambda}(2d - 2x_i) = 2n$

$2d - 2x_i = n\lambda$ ; $d - x_i = \frac{n\lambda}{2}$ ; $\boxed{x_i = d - \frac{n\lambda}{2}}$

$x_i < d \rightarrow d - \frac{n\lambda}{2} < d \rightarrow -\frac{n\lambda}{2} < 0$ ; $\frac{n\lambda}{2} > 0$

$x_i > 0 \rightarrow d - \frac{n\lambda}{2} < 0 \rightarrow -\frac{n\lambda}{2} < -d$ ; $\frac{n\lambda}{2} > d$

---

Si $n = 5$ : $d > \frac{5\lambda}{2}$

Si $n = 6$ : $d < 3\lambda$

$$\boxed{\frac{5\lambda}{2} < d < 3\lambda}$$

**Problema 1**

1) $x_1 = \dfrac{(83-3n)\lambda}{6}$; $-28 \le n \le 27$

2) $\Psi = 2\Psi_0 \operatorname{sen}(\omega t + \pi/3)$ (amplitud $2\Psi_0$, fase inicial $\pi/3$)

**Problema 2**

1) $\dfrac{\lambda}{12}$ de *B*, entre $F_1$ y *B*.

*2)* $\Psi_B = a \operatorname{sen} \omega t$

**Problema 3**

1) $\vec{v}_O = 51\left(-3\vec{u}_x + 4\vec{u}_y\right) \mathrm{m\,s}^{-1}$

2) $\Delta S = 20\left[3(\log 3) - 1\right] \mathrm{dB} \approx 8{,}6\ \mathrm{dB}$

**Problema 4**

1) $T = mLf^2$

2) A distancias $\dfrac{L}{12}, \dfrac{5L}{12}, \dfrac{7L}{12}$ y $\dfrac{11L}{12}$ de un extremo.

**Problema 5**

1) $v = 1200\ \mathrm{ms}^{-1}$

2) $\Psi_C = \dfrac{A_0\sqrt{3}}{3}\cos\left(3600\pi + \dfrac{\pi}{3}\right)$

**Problema 6**

1) $\Psi_2 = b\cos\left(4000\pi t - \dfrac{25\pi}{2} x_2 + \dfrac{5\pi}{6}\right)$

2) $\Psi_A = 2b \operatorname{sen}(4000\pi t + \pi)$: Amplitud $2b$, fase inicial $\pi$.

3) $S_A - S_B = 20 \log 2\ \mathrm{dB}$

**Problema 7**

$L = 27\,\mathrm{cm}$

**Problema 8**

1) $\vec{v} = \dfrac{a\omega}{2} \operatorname{sen}(\omega t + \pi)\ \vec{u}_z$

2) $z = \dfrac{1}{25}$ m, $\dfrac{2}{25}$ m, $\dfrac{4}{25}$ m, $\dfrac{5}{25}$ m, $\dfrac{7}{25}$ m, $\dfrac{8}{25}$ m, $\dfrac{10}{25}$ m,

**Problema 9**

1) $\Delta S = 10 \log \dfrac{9}{7}\ \mathrm{dB}$

*2)* $\Psi_B = A\sqrt{7}\cos(\omega t + \alpha)$, $\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{1}{2\sqrt{7}}$, $\cos\alpha = -\dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$

**Problema 10**

1) Tercer armónico.

2) $\frac{L}{10}, \frac{3L}{10}, \frac{5L}{10}, \frac{7L}{10}$ y $\frac{9L}{10}$

**Problema 11**

1) $|\varphi_2 - \varphi_1| = \pi$

2) $\Psi = \frac{1}{3}\Psi_0 \operatorname{sen}\left(2\pi f t + \frac{4\pi}{5}\right)$

**Problema 12**

1) $\mathrm{kg\ m^{-1}s^{-2}}$

*2)* $\frac{L}{9}, \frac{L}{3}, \frac{5L}{9}, \frac{7L}{9}, L$

3) Quinto armónico.

**Problema 13**

$\frac{I_r}{I_i} = \frac{1}{36}$

**Problema 14**

1) $x = 0$ es el extremo libre. La varilla oscila en el 6º armónico.

2) $v = 400\pi\sqrt{2}\operatorname{sen}(200\pi t)\ \mathrm{cms^{-1}}$ : $v_0 = 400\pi\sqrt{2}\ \mathrm{cms^{-1}}$, $\varphi = 0$

3) $x = (5 + 10m)$ cm, $0 \le m \le 10$

**Problema 15**

1) $\lambda = \frac{16}{11}$ m

2) $\frac{\Psi_{01}}{\Psi_{02}} = \frac{4}{5}$

**Problema 16**

1) $\Delta S = 10 \log 3$ dB

2) $\Psi = \frac{1}{2}\Psi_0 \cos(\omega t + \pi)$

**Problema 17**

1) $\frac{I_r}{I_i} = \frac{9}{25}$

2) $(\Delta S)_{máx} = 40 \log 2$ dB

3) $\frac{5\lambda}{2} < d < 3\lambda$

**Problema 18**

1) $r_{1A} = 3\,\text{m}$ ; $\delta = \pi$ rad

2) $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{4}$ rad

3) $d = \frac{2}{5}$ m