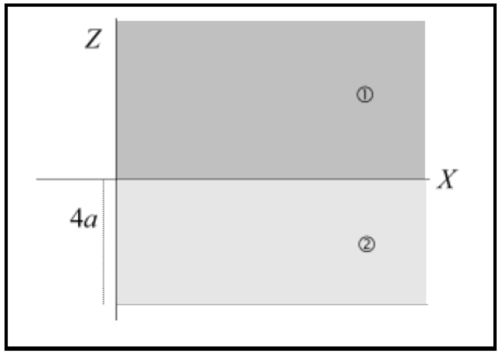
Tema 4 - Problema 6

Mayo 2018

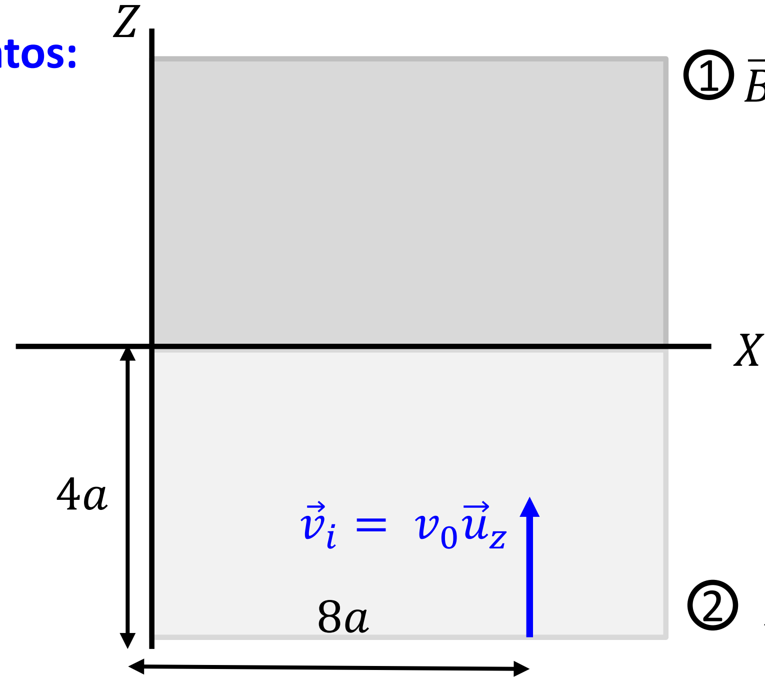
6. En la región ① de la figura se establece un campo magnético uniforme y en la región ② un campo eléctrico uniforme, $\vec{E} = \frac{mv_0^2}{qa}(-\vec{u}_z)$. Una partícula, de masa m y carga $-q$, penetra en la región ② por el punto $(8a, 0, -4a)$ con velocidad $\vec{v} = v_0\,\vec{u}_z$. Cuando la partícula entra en la región ① describe una trayectoria circular de radio $5a$, y abandona dicha región por el punto $(0, 0, 4a)$. Determinar de forma razonada:

1) El campo magnético en la región ①.
2) La velocidad de la partícula al abandonar la región ①.



***Problema* 6**

Datos:

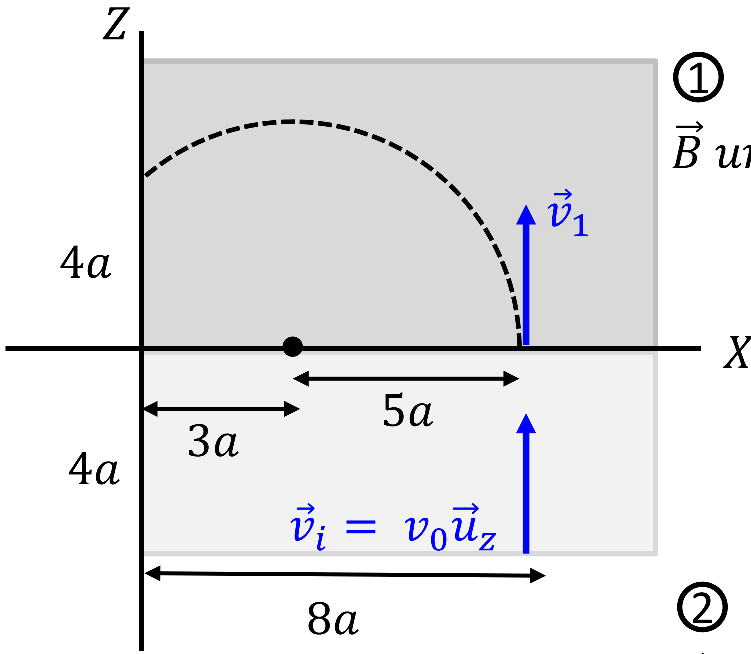


① $\vec{B}$ *uniforme*

② $\vec{E} = \frac{mv_0^2}{qa}(-\vec{u}_z)$

Partícula:
-q, m
En región 2:
trayectoria circular
con *R=5a*

Tema 4 - Problema 6



① $\vec{B}$ *uniforme*

② $\vec{E} = \dfrac{mv_0^2}{qa}(-\vec{u}_z)$

1) El campo magnético en la región ①

$\vec{v}_i \parallel \vec{u}_z$

$\vec{F}_2 = -q\vec{E} \rightarrow \vec{F}_2 \parallel \vec{u}_z$

El movimiento en región 2 es rectilíneo y uniforme

$\vec{v}_1 \parallel \vec{u}_z$

*Trayectoria en 1 es circular

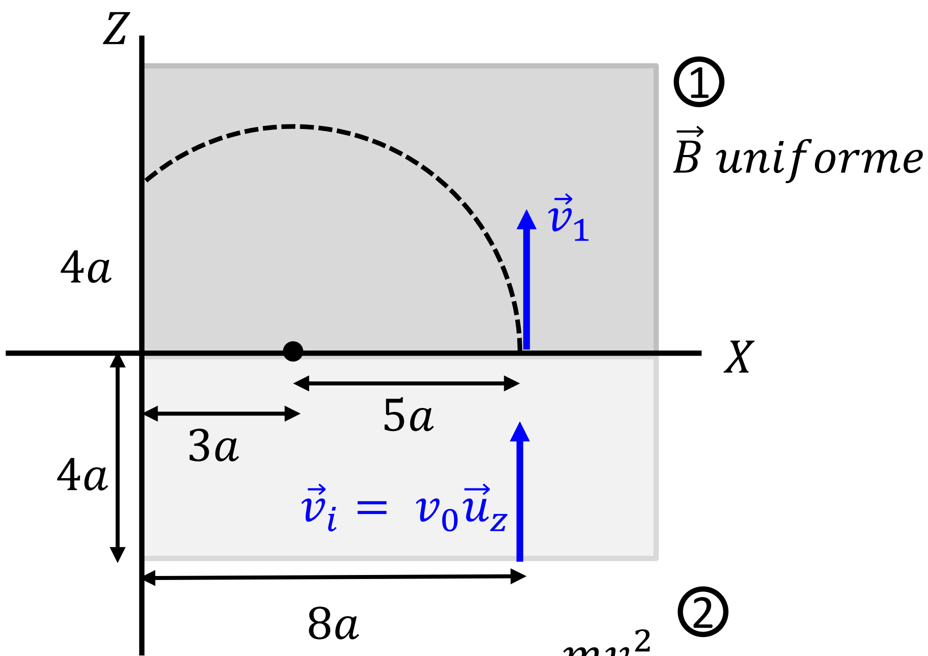
* $\vec{v}_1 \parallel \vec{u}_z$

*La velocidad es siempre tangente a la trayectoria

*Partícula sale por el punto (0, 0, 4a)

La trayectoria en la región 1 será la que hemos dibujado punteada

Tema 4 - Problema 6



$$\vec{E} = \frac{mv_0^2}{qa}(-\vec{u}_z)$$

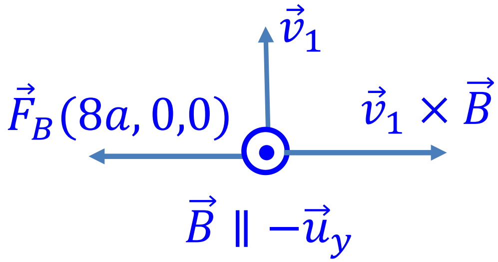
$\vec{v}_1 \parallel \vec{u}_z$

$\vec{F}_B(8a, 0,0) = -q\vec{v}_1 \times \vec{B}$

Trayectoria circular:

$\vec{v}_1 \perp \vec{B}$

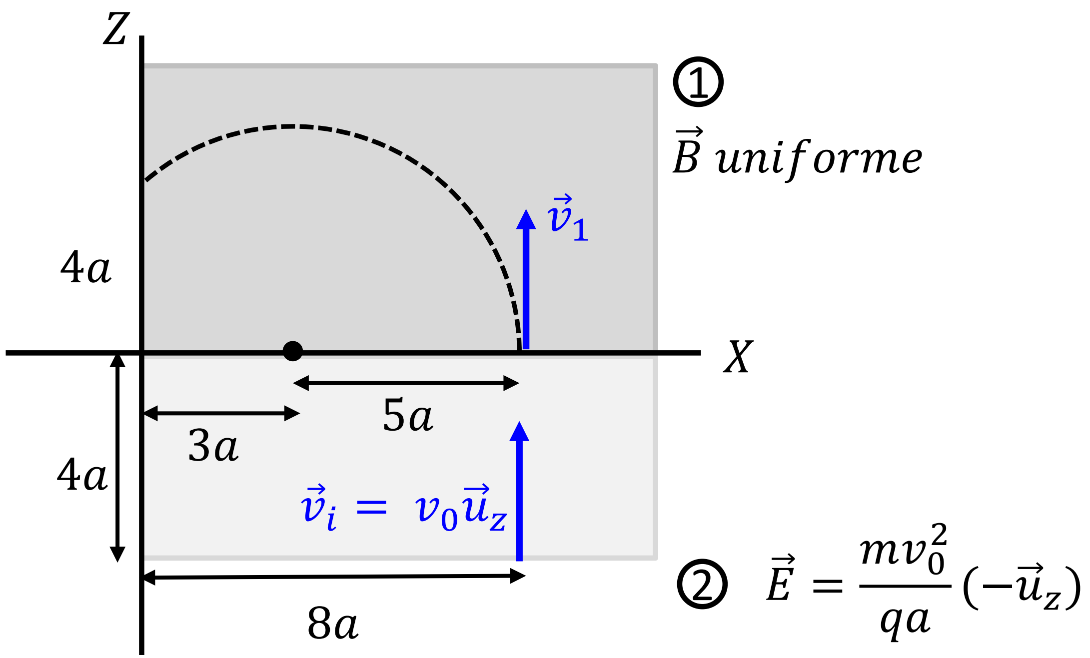
$\vec{F}_B(8a, 0,0) \parallel -\vec{u}_x$



Además:

$$\vec{F}_B = -q\vec{v} \times \vec{B} = m\vec{a}_n \rightarrow qv_1B = m\frac{v_1^2}{R} \rightarrow B = \frac{mv_1}{qR} \text{ con } R = 5a, ¿\, v_1?$$

Tema 4 - Problema 6

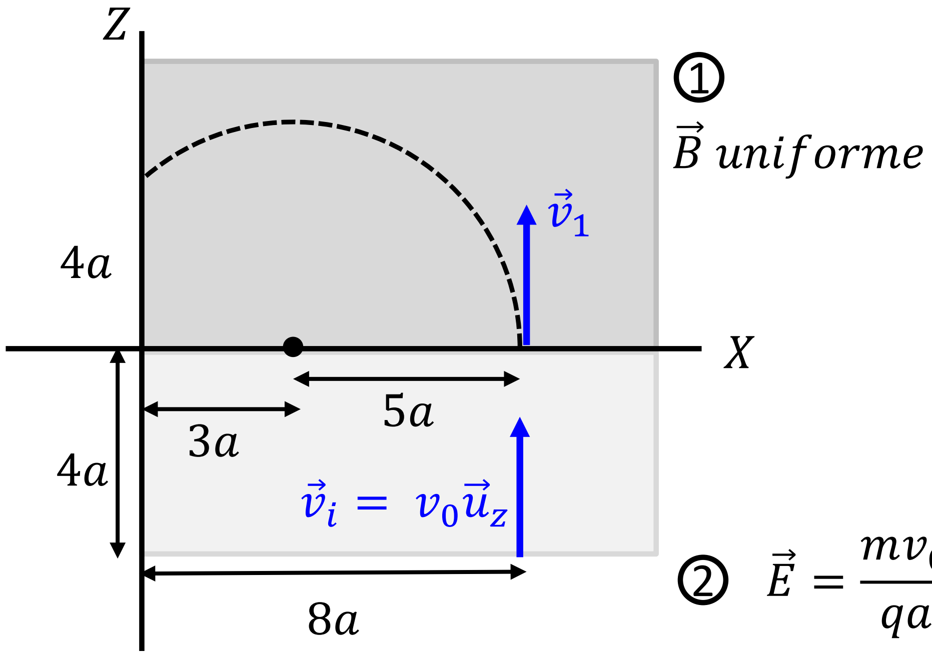


El campo eléctrico es conservativo. En la región 2: $\Delta E_c = -\Delta E_p$

$$\Delta E_p = q\int_{ini}^{fin}\vec{E}\cdot\overrightarrow{dl} = q\int_{ini}^{fin}\frac{mv_0^2}{qa}(-\vec{u}_z)\cdot\overrightarrow{dl} = -\frac{mv_0^2}{a}\int_{-4a}^{0}dz = -4mv_0^2$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 4mv_0^2 \rightarrow v_1^2 - v_0^2 = 8v_0^2 \rightarrow v_1 = 3v_0$$

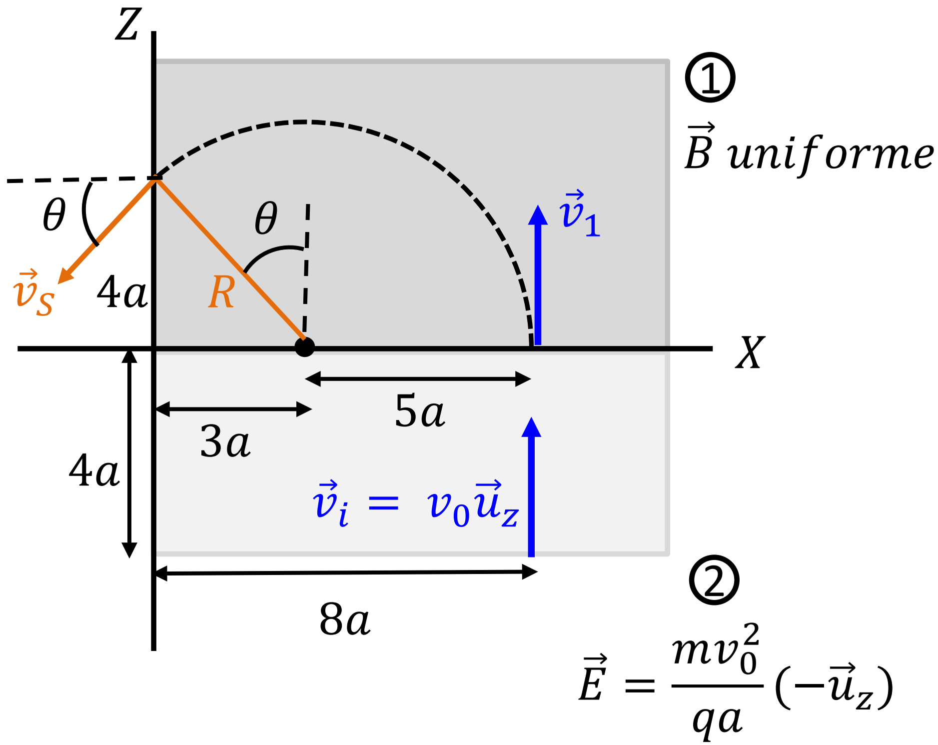
Tema 4 - Problema 6



$$\vec{E} = \frac{mv_0^2}{qa}(-\vec{u}_z)$$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{B} \parallel -\vec{u}_y \\ \\ B = \dfrac{mv_1}{qR} \text{ con } R = 5a \text{ y } v_1 = 3v_0 \end{array}\right\} \quad \boxed{\vec{B} = -\frac{3mv_0}{5qa}\vec{u}_y}$$

Tema 4 - Problema 6



2) Velocidad al salir de la región 2.

$$\vec{F}_B \perp \vec{v}_1 \rightarrow \vec{a}_t = 0 \rightarrow v_1 \equiv cte$$

$$v_1 = v_S = 3v_0$$

$$\vec{u}_s = -cos\theta\vec{u}_x - sen\theta\vec{u}_z$$

$$cos\theta = \frac{4a}{5a} = \frac{4}{5}$$

$$sen\theta = \frac{3a}{5a} = \frac{3}{5}$$

$$\boxed{\vec{v}_S = -\frac{3v_0}{5}(4\vec{u}_x + 3\vec{u}_z)}$$