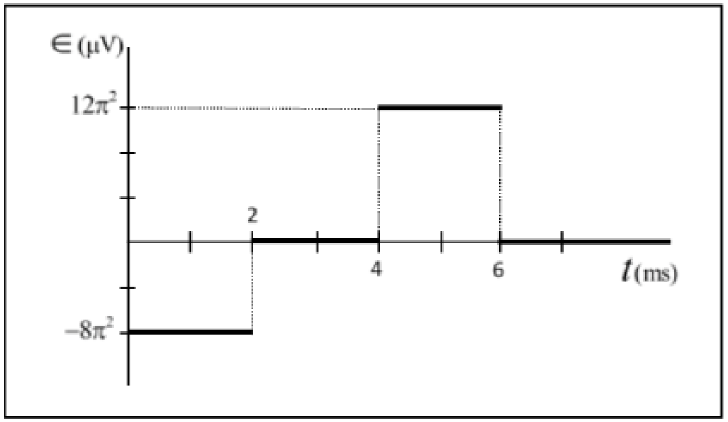
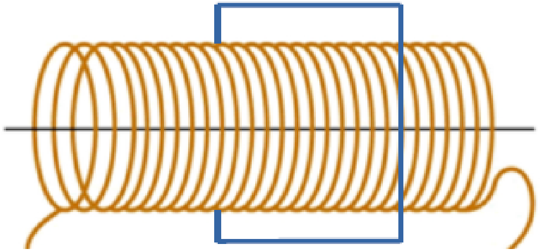
Problema 3 del TEMA 5: Campos electromagnéticos

3. Un solenoide muy largo, de 10^3 espiras m^{-1}, está formado por espiras circulares de 2 cm de radio. Coaxial con él se sitúa una espira cuadrada de 10 cm de lado. Si se hace variar la corriente que circula por el solenoide con el tiempo, se observa una fuerza electromotriz inducida en la espira como la que se muestra en la figura. Determinar razonadamente la expresión de la corriente que circula por el solenoide en función del tiempo y representarla gráficamente, sabiendo que en el instante inicial es nula.

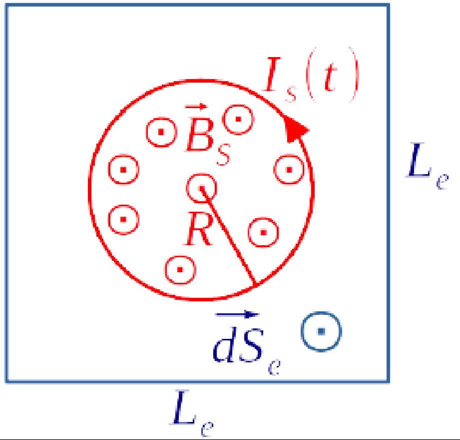


***Problema* 3**



<u>Datos Solenoide</u>:
*muy largo
**r=2cm*
**n=10³ espiras/m*
**I_s= f(t) ; I(0)=0*

<u>Datos Espira:</u>
*cuadrada
**l=10cm*
*f.e.m. inducida en figura



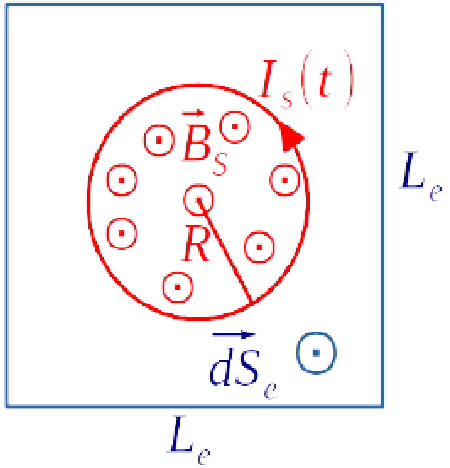
$$\xi = -\frac{d\Phi_e}{dt} \quad : \quad \Phi_e = \iint_{esp} \vec{B}_S \cdot d\vec{S}_e$$

Campo magnético en el interior del solenoide $\quad \vec{B}_S = \mu_0 n_S I_S(t) \vec{u}_{eje}$

Elegimos $\quad d\vec{S}_e \parallel \vec{B}_S$ para $\Phi_e > 0$

Problema 3

El campo magnético del solenoide indefinido es nulo en el exterior de este y solo hay en su interior. Por lo tanto, en el cálculo del flujo que atraviesa a la espira, la superficie a tener en cuenta no es Se, sino la superficie del solenoide Ss (en rojo en la figura).



$$\Phi_e = \iint_{esp} \mu_0 n_S I_S(t)\, dS_e \quad : \quad \vec{B}_S(r > R) = 0$$

$$\Phi_e = \mu_0 n_S I_S(t) S_S = \mu_0 n_S I_S(t) \pi R^2$$

$$\xi = -\frac{d}{dt}\left(\mu_0 n_S I_S(t) \pi R^2\right) = -\mu_0 n_S \pi R^2 \frac{dI_S(t)}{dt}$$

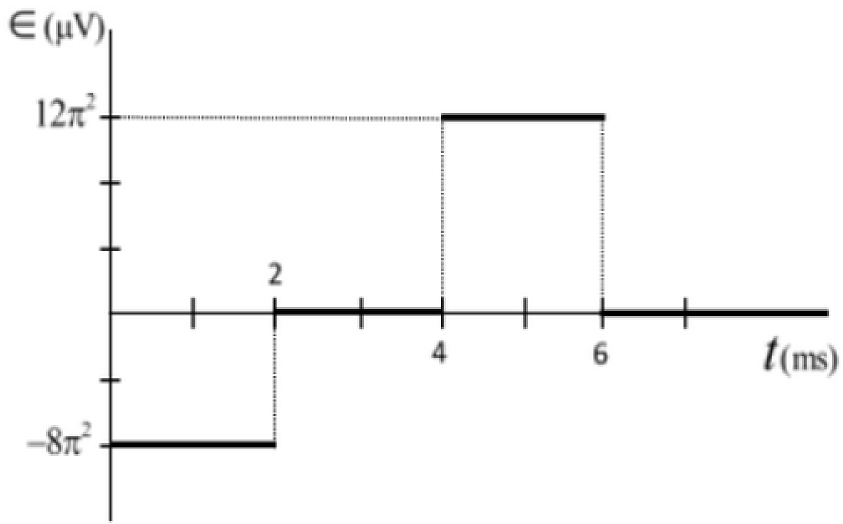
$$\xi = -10^{-3} 4\pi 10^{-7} \pi (2 \cdot 10^{-2})^2 \frac{dI_S}{dt} =$$

$$= -0,16 \cdot 10^{-6} \pi^2 \frac{dI_S}{dt}$$

$$dI_S = -\frac{\xi}{0,16 \cdot 10^{-6} \pi^2} dt \;\Rightarrow\; \int_{I_0}^{I_S} dI_S = -\int_{t_0}^{t} \frac{\xi}{0,16 \cdot 10^{-6} \pi^2} dt \;\Rightarrow$$

Problema 3

La fuerza electromotriz está definida en tramos y en cada uno de ellos tiene un valor constante, por lo tanto sale fuera de la integral:



$$I_S - I_0 = -\int_{t_0}^{t} \frac{\xi}{0,16 \cdot 10^{-6}\pi^2} dt \Rightarrow$$

$$\xi \rightarrow \text{definida a tramos} \rightarrow \xi_i = cte$$

$$I_{Si} = I_{0i} - \frac{\xi_i}{0,16 \cdot 10^{-6}\pi^2} \int_{t_0}^{t} dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_{Si} = I_{0i} - \frac{\xi_i}{0,16 \cdot 10^{-6}\pi^2}(t - t_{0i})$$

$$[t] = \text{s}$$

En cada tramo, el valor inicial de I va a ser distinto.
Ejemplo: La intensidad al final del primer tramo, será el valor inicial que toma en el siguiente tramo:

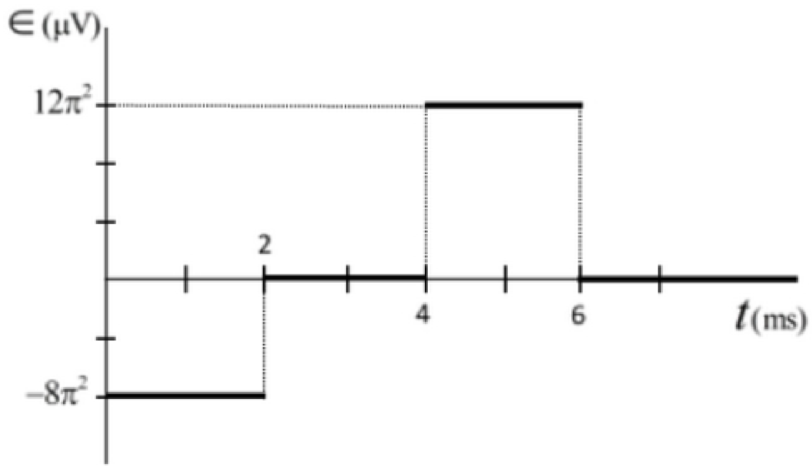
$$(0 < t < 2\text{ms}) \Rightarrow t_{0A} = 0 \; ; \; I_{0A} = 0$$

$$\epsilon_{ind} = -8\pi^2 \mu V$$

$$I_{SA} = -\left(\frac{-8\pi^2 \cdot 10^{-6}}{0,16 \cdot 10^{-6}\pi^2}\right) t \cdot 10^{-3} \Rightarrow \boxed{I_{SA} = \frac{t}{20}\text{A} \; ; \; [t] = \text{ms}}$$

$$I_{SA}(t = 2\text{ms}) = \frac{1}{10}\text{A} = I_{0B}$$

Problema 3



$\epsilon_{ind} = 0$

$$(2 < t < 4)\text{ms} \Rightarrow t_{0B} = 2\text{ms};\ I_{0B} = \frac{1}{10}\text{A}$$

$$I_{SB} = \frac{1}{10} - 0 \Rightarrow \boxed{I_{SB} = \frac{1}{10}\text{A}}$$

$$(4 < t < 6)\text{ms} \Rightarrow t_{0C} = 4\text{ms};\quad I_{0C} = \frac{1}{10}\text{A} \quad \epsilon_{ind} = 12\pi^2\mu V$$

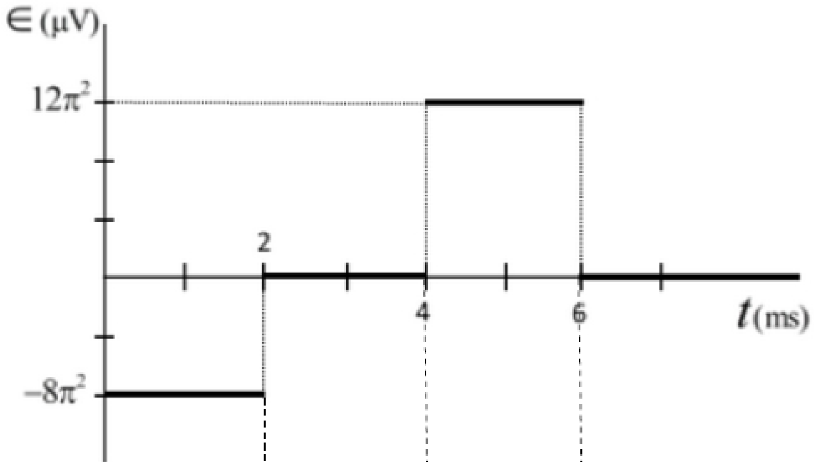
$$I_{SC} = \frac{1}{10} - \left(\frac{12\pi^2 \cdot 10^{-6}}{0,16 \cdot 10^{-6}\pi^2}\right)(t-4)\,10^{-3} \Rightarrow \boxed{I_{SC} = \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{40}t\right)\text{A}}\ ;\ [t] = \text{ms}$$

$$I_{SC}(t = 6\text{ms}) = \left(\frac{2}{5} - \frac{3 \cdot 6}{40}\right) = -\frac{1}{20}\text{A}$$

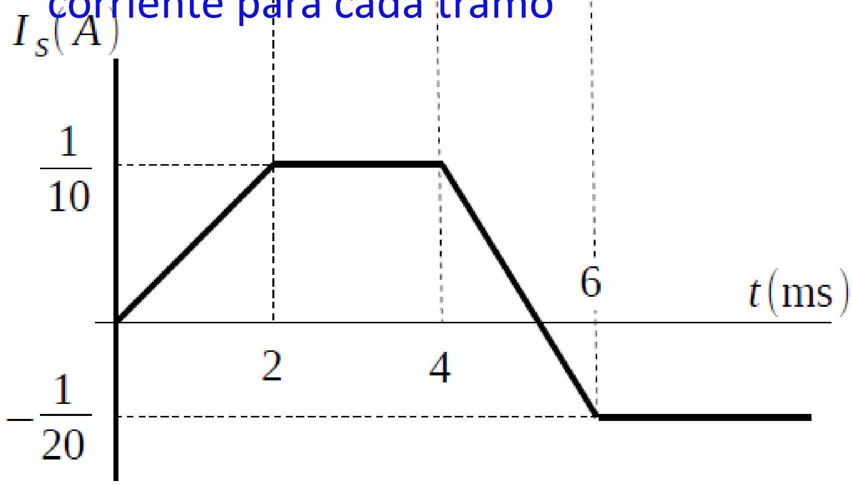
$$(t > 6\text{ms}) \Rightarrow t_{0D} = 6\text{ms};\quad I_{0D} = -\frac{1}{20}\text{A} \quad \epsilon_{ind} = 0$$

$$I_{SD} = \frac{1}{20} - 0 \Rightarrow \boxed{I_{SD} = -\frac{1}{20}\text{A}}$$

Problema 3



Dibujamos los valores de la intensidad de corriente para cada tramo



$$(0 < t < 2\mathrm{ms}) \Rightarrow \; t_{0A} = 0; \; I_{0A} = 0$$

$$I_{SA} = \frac{t}{20}\mathrm{A}$$

$$(2 < t < 4)\mathrm{ms} \Rightarrow t_{0B} = 2\mathrm{ms}; I_{0B} = \tfrac{1}{10}\mathrm{A}$$

$$I_{SB} = \frac{1}{10}\mathrm{A}$$

$$(4 < t < 6)\mathrm{ms} \Rightarrow \; t_{0C} = 4\mathrm{ms}; I_{0C} = \tfrac{1}{10}\mathrm{A}$$

$$I_{SC} = \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{40}t\right)\mathrm{A}$$

$$(t > 6\mathrm{ms}) \Rightarrow t_{0D} = 6\mathrm{ms}; I_{0D} = -\tfrac{1}{20}\mathrm{A}$$

$$I_{SD} = -\frac{1}{20}\mathrm{A}$$

$$[t] = \mathrm{ms}$$