Ejercicios Propuestos

Junio 2018

9.2. La función de onda para el campo eléctrico correspondiente al tercer modo de una onda que viaja guiada entre dos planos conductores paralelos es:

$$\vec{E} = 40\pi\, e^{i\left(9\pi\cdot 10^{9} t - 36\pi z\right)}\left[4\cos\left(27\pi x\right)\vec{u}_x + 3i\,\mathrm{sen}\left(27\pi x\right)\vec{u}_z\right]\mathrm{Vm}^{-1}\ \ (t \text{ en s, } x \text{ y } z \text{ en m})$$

De forma razonada:

1) Obtener el campo magnético $\vec{H}$ asociado al modo dado.
2) Obtener la longitud de onda de corte de todos los modos que se propagan sin atenuación.
3) Determinar para qué modo la intensidad se atenúa $9\pi\sqrt{3}\log e$ dB cm^{-1}.
4) Determinar entre qué valores debería estar comprendida la permitividad relativa del medio para que se propagara sólo un modo más, considerando que la frecuencia de excitación no ha cambiado.

<u>Datos:</u>

Guía de planos paralelos

Tercer Modo → $\vec{E} = 40\pi\, e^{i\left(9\pi\cdot 10^{9} t - 36\pi z\right)}\left[4\cos\left(27\pi x\right)\vec{u}_x + 3i\,\mathrm{sen}\left(27\pi x\right)\vec{u}_z\right]\mathrm{Vm}^{-1}\ \ (t \text{ en s, } x \text{ y } z \text{ en m})$

Datos:

Guía de planos paralelos

Tercer Modo → $\vec{E} = 40\pi\, e^{i\left(9\pi\cdot 10^9\, t - 36\pi\, z\right)}\left[4\cos\left(27\pi\, x\right)\vec{u}_x + 3i\,\mathrm{sen}\left(27\pi\, x\right)\vec{u}_z\right]\mathrm{Vm}^{-1}\ \left(t \text{ en s}, x \text{ y } z \text{ en m}\right)$

1) Campo $\vec{H}$ asociado al tercer modo

Debemos utilizar las ecuaciones de Maxwell → Ley de Faraday-Lenz

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

Teniendo en cuenta que $E_y = 0, E_x = f(x,z), E_z = g(x,z)$, el rotacional queda:

$$\nabla \times \vec{E} = \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)\vec{u}_y$$

Datos:

Guía de planos paralelos

Tercer Modo → $\vec{E} = 40\pi\, e^{i\left(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z\right)} \left[4\cos\left(27\pi x\right)\vec{u}_x + 3i\,\mathrm{sen}\left(27\pi x\right)\vec{u}_z\right] \mathrm{Vm}^{-1} \quad (t \text{ en s}, x \text{ y } z \text{ en m})$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left[160\pi \cos(27\pi x) e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)}\right] =$$

$$= 160\pi \cos(27\pi x)\,(-36\pi i)\, e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)} =$$

$$= -5760\pi^2 i \cos(27\pi x) e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left[120\pi i\, \mathrm{sen}(27\pi x) e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)}\right] =$$

$$= 120\pi i\,(27\pi) \cos(27\pi x) e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)} = 3240\pi^2 i \cos(27\pi x) e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)}$$

Datos:

Guía de planos paralelos

Tercer Modo → $\vec{E} = 40\pi\, e^{i\left(9\pi\cdot10^9 t - 36\pi z\right)}\left[4\cos\left(27\pi x\right)\vec{u}_x + 3i\,\mathrm{sen}\left(27\pi x\right)\vec{u}_z\right]\mathrm{Vm}^{-1}$ (t en s, x y z en m)

Volviendo a la Ley de Faraday-Lenz:

$$\nabla \times \vec{E} = \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)\vec{u}_y = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$-\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \left[-5760\pi^2 i\cos(27\pi x) - 3240\pi^2 i\cos(27\pi x)\right] e^{i(9\pi\cdot10^9 t - 36\pi z)}\vec{u}_y$$

$$\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 9000\pi^2 i\cos(27\pi x) e^{i(9\pi\cdot10^9 t - 36\pi z)}\vec{u}_y$$

$$\vec{H} = \frac{9000\pi^2 i}{4\pi 10^{-7}}\cos(27\pi x)\int e^{i(9\pi\cdot10^9 t - 36\pi z)} dt\, \vec{u}_y$$

Datos:

Guía de planos paralelos

Tercer Modo → $\vec{E} = 40\pi\, e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)} \left[4\cos(27\pi x)\vec{u}_x + 3i\,\mathrm{sen}(27\pi x)\vec{u}_z \right] \mathrm{Vm}^{-1}$ (t en s, x y z en m)

$$\vec{H} = \frac{9000\pi^2 i}{4\pi 10^{-7}} \cos(27\pi x) \int e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)} dt\, \vec{u}_y$$

$$\vec{H} = \frac{9000\pi^2 i}{4\pi 10^{-7}} \cos(27\pi x) \frac{e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)}}{i\, 9\pi \cdot 10^9} \vec{u}_y$$

$$\boxed{\vec{H} = \frac{5}{2} \cos(27\pi x) e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)} \vec{u}_y \ \mathrm{A/m}}$$

Datos:

Guía de planos paralelos

Tercer Modo → $\vec{E} = 40\pi\, e^{i\left(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z\right)}\left[4\cos\left(27\pi x\right)\vec{u}_x + 3i\,\mathrm{sen}\left(27\pi x\right)\vec{u}_z\right] \mathrm{Vm}^{-1}$ (t en s, x y z en m)

2) Longitud de onda de corte de todos los modos que se propagan sin atenuación

Sabemos que hay propagación si:

$$\lambda_0 < \lambda_c \quad \text{con} \quad \lambda_c = \frac{2d}{n}$$

Necesitamos calcular λ_0 (longitud de onda de la señal excitadora) y d (distancia entre planos).

De la hoja de fórmulas: $$\frac{1}{\lambda_g^2} + \frac{1}{\lambda_c^2} = \frac{1}{\lambda_0^2}$$

Para el tercer modo: $$\lambda_{c3} = \frac{2d}{3} \quad (n = 3)$$

P. Ochoa; M. Sánchez Agudo

Datos:

Guía de planos paralelos

Tercer Modo → $\vec{E} = 40\pi\, e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)}\left[4\cos(27\pi x)\vec{u}_x + 3i\,\mathrm{sen}(27\pi x)\vec{u}_z\right]\mathrm{Vm}^{-1}$ (t en s, x y z en m)

De la función de onda dada para el tercer modo, obtenemos:

- Término de propagación: $e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)} \equiv e^{i(\omega t - k_g z)} \Rightarrow k_g = 36\pi\,\mathrm{rad/m}$
- Carácter estacionario: $\left.\begin{array}{l}\cos(k_c x) \equiv \cos(27\pi x)\\ \mathrm{sen}(k_c x) \equiv \mathrm{sen}(27\pi x)\end{array}\right\} \Rightarrow k_{c3} = 27\pi\,\mathrm{rad/m}$

$$\frac{1}{\lambda_g^2} + \frac{1}{\lambda_c^2} = \frac{1}{\lambda_0^2} \quad \Rightarrow \quad k_g^2 + k_c^2 = k^2$$

$$k = \sqrt{(36\pi)^2 + (27\pi)^2} = 45\pi\,\mathrm{rad/m}$$

Datos:

Guía de planos paralelos

Tercer Modo → $\vec{E} = 40\pi\, e^{i\left(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z\right)} \left[4\cos\left(27\pi x\right)\vec{u}_x + 3i\,\mathrm{sen}\left(27\pi x\right)\vec{u}_z\right] \mathrm{Vm}^{-1}$ $(t$ en s, x y z en m$)$

$$\lambda_0 = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{45\pi}\,\mathrm{m} \;\Rightarrow\; \lambda_0 = \frac{40}{9}\,\mathrm{cm}$$

$$\lambda_{c3} = \frac{2\pi}{k_{c3}} = \frac{2\pi}{27\pi}\,\mathrm{m} \;\Rightarrow\; \lambda_{c3} = \frac{200}{27}\,\mathrm{cm}$$

$$\lambda_{c3} = \frac{2d}{3} \quad (n=3) \;\Rightarrow\; d = \frac{3\lambda_{c3}}{2} \;\Rightarrow\; d = \frac{100}{9}\,\mathrm{cm}$$

Obtenidos λ_0 y d, volvemos a la condición de propagación:

$$\lambda_0 < \lambda_c \quad \text{con} \quad \lambda_c = \frac{2d}{n}$$

$$n < \frac{2d}{\lambda_0} = \frac{2\cdot 100\cdot 9}{9\cdot 40} \;\Rightarrow\; n < 5$$

Datos:

Guía de planos paralelos

Tercer Modo → $\vec{E} = 40\pi\, e^{i\left(9\pi\cdot 10^9\, t - 36\pi\, z\right)}\left[4\cos\left(27\pi\, x\right)\vec{u}_x + 3i\,\mathrm{sen}\left(27\pi\, x\right)\vec{u}_z\right]\mathrm{Vm}^{-1}\ \ (t \text{ en s, } x \text{ y } z \text{ en m})$

$n < 5 \;\Rightarrow$ Se propagan los cuatro primeros modos:

$$\lambda_1 = 2d\,;\ \ \lambda_2 = d\,;\ \ \lambda_3 = \frac{2d}{3}\,;\ \ \lambda_4 = \frac{d}{2}$$

$$\boxed{\lambda_1 = \frac{200}{9}\,\mathrm{cm}\,;\ \ \lambda_2 = \frac{100}{9}\,\mathrm{cm}\,;\ \ \lambda_3 = \frac{200}{27}\,\mathrm{cm}\,;\ \ \lambda_4 = \frac{50}{9}\,\mathrm{cm}}$$

Datos:

Guía de planos paralelos

Tercer Modo → $\vec{E} = 40\pi\, e^{i\left(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z\right)} \left[4\cos\left(27\pi x\right)\vec{u}_x + 3i\,\mathrm{sen}\left(27\pi x\right)\vec{u}_z\right] \mathrm{Vm}^{-1} \quad (t \text{ en s}, x \text{ y } z \text{ en m})$

3) Determinar para qué modo la intensidad se atenúa $9\pi\sqrt{3}\log e \ \ \mathrm{dB\,cm}^{-1}$

Existe atenuación si: $\lambda_0 \geq \lambda_c \quad \rightarrow \quad \lambda_g = i|\lambda_g| \quad \rightarrow \quad \Psi_0 \propto e^{-\frac{2\pi z}{|\lambda_g|}}$

$$I \propto \Psi_0^2 \quad \Rightarrow \quad a_t(int) = 10\log\left(\frac{I_0 e^{-\frac{4\pi z}{|\lambda_g|}}}{I_0 e^{-\frac{4\pi(z+z_0)}{|\lambda_g|}}}\right) = \frac{40\pi z_0}{|\lambda_g|}\log e$$

$$z_0 = 1\,\mathrm{cm} \quad \rightarrow \quad \frac{40\pi}{|\lambda_g|}\log e \equiv 9\pi\sqrt{3}\log e \quad \Rightarrow \quad |\lambda_g| = \frac{40}{9\sqrt{3}}\,\mathrm{cm}$$

$$\lambda_g = i|\lambda_g| = \frac{i40}{9\sqrt{3}}\,\mathrm{cm} \quad \Rightarrow \quad \lambda_g^2 = -\frac{1600}{243}\,\mathrm{cm}^2$$

Datos:

Guía de planos paralelos

Tercer Modo → $\vec{E} = 40\pi\, e^{i\left(9\pi\cdot 10^{9} t - 36\pi z\right)} \left[4\cos\left(27\pi x\right)\vec{u}_x + 3i\,\text{sen}\left(27\pi x\right)\vec{u}_z \right] \text{Vm}^{-1} \quad (t \text{ en s}, x \text{ y } z \text{ en m})$

$$\left.\begin{aligned} \lambda_g^2 &= -\frac{1600}{243}\,\text{cm}^2 \\ \lambda_0^2 &= \frac{1600}{81}\,\text{cm}^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{1}{\lambda_g^2}+\frac{1}{\lambda_c^2} = \frac{1}{\lambda_0^2} \Rightarrow \frac{1}{\lambda_c^2} = \frac{1}{\lambda_0^2} - \frac{1}{\lambda_g^2} = \frac{81}{1600}+\frac{243}{1600}$$

$$\frac{1}{\lambda_c^2} = \frac{324}{1600} \Rightarrow \lambda_c = \sqrt{\left(\frac{1600}{324}\right)} \Rightarrow \lambda_c = \frac{20}{9}\,\text{cm}$$

$$\left.\begin{aligned} \lambda_c &= \tfrac{20}{9}\,\text{cm} \\ \lambda_c &= \frac{2d}{n} \\ d &= \frac{100}{9}\,\text{cm} \end{aligned}\right\} \Rightarrow n = \frac{2d}{\lambda_c} = \frac{2\cdot 100\cdot 9}{9\cdot 20} = 10$$

Datos:

Guía de planos paralelos

Tercer Modo → $\vec{E} = 40\pi\, e^{i\left(9\pi\cdot 10^{9} t - 36\pi z\right)} \left[4\cos\left(27\pi x\right)\vec{u}_x + 3i\,\mathrm{sen}\left(27\pi x\right)\vec{u}_z\right] \mathrm{Vm}^{-1}$ (t en s, x y z en m)

Sabemos que la atenuación corresponde al décimo modo, pero ¿corresponde a un modo TE o TM?

Del término de propagación, $e^{i(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z)}$, podemos afirmar que la onda se propaga en la dirección $\vec{u}_z$.

$$\vec{E} = E_x\vec{u}_x + E_z\vec{u}_z \;\Rightarrow\; E_z \neq 0$$

$$\vec{H} = H_y\vec{u}_y \;\Rightarrow\; H_z = 0$$

$$\left.\begin{array}{c} \text{dirección de propagación} \rightarrow \vec{u}_z \\ \vec{E}\cdot\vec{u}_z \neq 0 \\ \vec{H}\cdot\vec{u}_z = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \text{la onda no es TE} \\ \text{la onda sí es TM} \end{cases}$$

$$\boxed{\text{La atenuación corresponde al modo } \mathrm{TM}_{10}}$$

Datos:

Guía de planos paralelos

Tercer Modo → $\vec{E} = 40\pi\, e^{i\left(9\pi\cdot 10^9 t - 36\pi z\right)} \left[4\cos\left(27\pi x\right)\vec{u}_x + 3i\,\mathrm{sen}\left(27\pi x\right)\vec{u}_z\right] \mathrm{Vm}^{-1}$ (t en s, x y z en m)

4) Valores de la permitividad relativa del medio para que se propague sólo un modo más (considerando que la frecuencia de excitación no ha cambiado).

En el apartado 2) encontramos que se propagaban 4 modos. Ahora buscarmos ε_r para que se propague sólo un modo más, se propaga el TM_5 pero no el TM_6:

$$\left.\begin{array}{l} f_0 > f_5 \;\Rightarrow\; f_0 > \dfrac{v_0}{\lambda_5} = \dfrac{5v_0}{2d} = \dfrac{5c}{2d\sqrt{\varepsilon_r}} \;\Rightarrow\; \sqrt{\varepsilon_r} > \dfrac{5c}{2f_0 d} \\[2ex] f_0 \le f_6 \;\Rightarrow\; f_0 \le \dfrac{v_0}{\lambda_6} = \dfrac{6v_0}{2d} = \dfrac{6c}{2d\sqrt{\varepsilon_r}} \;\Rightarrow\; \sqrt{\varepsilon_r} \le \dfrac{3c}{f_0 d} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$f_0 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{9\pi\cdot 10^9}{2\pi} = \frac{9\cdot 10^9}{2}\,\mathrm{Hz} \quad ; \quad d = \frac{100}{9}\,\mathrm{cm} = \frac{1}{9}\,\mathrm{m}$$

Datos:

Guía de planos paralelos

Tercer Modo → $\vec{E} = 40\pi\, e^{i\left(9\pi\cdot 10^{9} t - 36\pi z\right)}\left[4\cos\left(27\pi x\right)\vec{u}_x + 3i\,\mathrm{sen}\left(27\pi x\right)\vec{u}_z\right] \mathrm{Vm}^{-1}$ $(t$ en s, x y z en m$)$

$$\left.\begin{aligned} f_0 > f_5 \;&\Rightarrow\; \sqrt{\varepsilon_r} > \frac{5c}{2 f_0 d} \\ f_0 \leq f_6 \;&\Rightarrow\; \sqrt{\varepsilon_r} \leq \frac{3c}{f_0 d} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\frac{c}{f_0 d} = \frac{3\cdot 10^8}{\frac{9}{2}\cdot 10^9 \frac{1}{9}} = \frac{3}{5} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{\varepsilon_r} > \frac{5}{2}\cdot\frac{3}{5} = \frac{3}{2} \\ \sqrt{\varepsilon_r} \leq 3\cdot\frac{3}{5} = \frac{9}{5} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{9}{4} < \varepsilon_r \leq \frac{81}{25}}$$

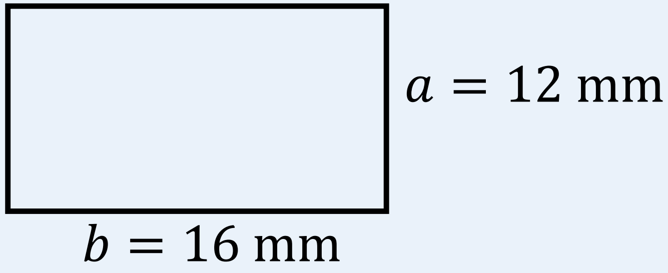
P. Ochoa; M. Sánchez Agudo

Diciembre 2018

9.7. Una guía rectangular tiene lados $a = 12$ mm y $b = 16$ mm, y su interior está ocupado por un material de índice de refracción $\dfrac{25}{8}$. Si la atenuación para la intensidad del modo TE_{22} es $\dfrac{35\pi}{3}\log e\ \mathrm{dB\,cm^{-1}}$, determinar razonadamente:

1) La frecuencia con la que se excita la guía.
2) Los modos que se propagan sin atenuación en la guía.

Datos:



$$b = \frac{4}{3}a \qquad \sqrt{\varepsilon_r} = \frac{25}{8}$$

$$Modo\ TE_{22} \rightarrow at(int) = \frac{35\pi}{3}\log e\ \ dB/cm$$

Datos:

$a = 12 \text{ mm}$

$b = 16 \text{ mm}$

$b = \frac{4}{3} a \qquad \sqrt{\varepsilon_r} = \frac{25}{8}$

$Modo\ TE_{22} \rightarrow at(int) = \frac{35\pi}{3} \log e \ \ dB/cm$

1) Frecuencia con la que se excita la guía

De la hoja de fórmulas:

$$f_{nm}^2 = \frac{1}{4\varepsilon\mu}\left[\left(\frac{n}{a}\right)^2 + \left(\frac{m}{b}\right)^2\right] \longrightarrow f_{nm} = \frac{v_0}{2}\sqrt{\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}}$$

$$f_{nm} = \frac{c}{2\sqrt{\varepsilon_r}}\sqrt{\frac{n^2}{a^2} + \frac{9m^2}{16a^2}} = \frac{c}{8a\sqrt{\varepsilon_r}}\sqrt{16n^2 + 9m^2}$$

$$\frac{c}{8a\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{3 \cdot 10^8}{8 \cdot 12 \cdot 10^{-3}\,\frac{25}{8}} \text{Hz} = 1 \text{ GHz}$$

$$f_{nm} = \sqrt{16n^2 + 9m^2} \text{ GHz}$$

Datos:

$a = 12 \text{ mm}$

$b = 16 \text{ mm}$

$b = \frac{4}{3}a \qquad \sqrt{\varepsilon_r} = \frac{25}{8}$

$Modo\ TE_{22} \rightarrow at(int) = \frac{35\pi}{3}\log e\ \ dB/cm$

Para el modo TE_{22} :

$$f_c = f_{2,2} = \sqrt{16(2)^2 + 9(2)^2}\,\text{GHz} = 10\,\text{GHz}$$

$$\lambda_c = \frac{v_0}{f_c} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r} f_c} = \frac{3 \cdot 10^8}{\frac{25}{8} 10 \cdot 10^9} = \frac{6}{625}\,\text{m} = \frac{24}{25}\,\text{cm}$$

Datos:

$a = 12\text{ mm}$

$b = 16\text{ mm}$

$b = \frac{4}{3}a \qquad \sqrt{\varepsilon_r} = \frac{25}{8}$

$Modo\ TE_{22} \rightarrow at(int) = \frac{35\pi}{3}\log e\ \ dB/cm$

Por otro lado, sabemos que el modo TE_{22} se atenúa: $\lambda_g = i|\lambda_g|$

$$I \propto \Psi_0^2\ ;\ \Psi_0 \propto e^{-\frac{2\pi z}{|\lambda_g|}} \ \Rightarrow\ a_t(int) = 10\log\left(\frac{I_0 e^{-\frac{4\pi z}{|\lambda_g|}}}{I_0 e^{-\frac{4\pi(z+z_0)}{|\lambda_g|}}}\right) = \frac{40\pi z_0}{|\lambda_g|}\log e$$

$$z_0 = 1\,\text{cm} \ \rightarrow\ \frac{40\pi}{|\lambda_g|}\log e \equiv \frac{35\pi}{3}\log e \ \Rightarrow\ |\lambda_g| = \frac{24}{7}\,\text{cm} \Rightarrow\ \lambda_g = i\frac{24}{7}\,\text{cm}$$

Conocidas λ_c y λ_g para un modo, podemos determinar λ_o:

$$\frac{1}{\lambda_0^2} = \frac{1}{\lambda_g^2} + \frac{1}{\lambda_c^2} = -\frac{49}{576} + \frac{625}{576} = \frac{576}{576} = 1 \ \Rightarrow\ \lambda_0 = 1\,\text{cm}$$

<u>Datos:</u>

$$b = \frac{4}{3}a \qquad \sqrt{\varepsilon_r} = \frac{25}{8}$$

$$Modo\ TE_{22} \rightarrow at(int) = \frac{35\pi}{3}\log e\ \ dB/cm$$

Por tanto:

$$f_0 = \frac{v_0}{\lambda_0} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}\lambda_0} = \frac{3 \cdot 10^8}{\frac{25}{8}1 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow \boxed{f_0 = 9,6\,\mathrm{GHz}}$$

2) Los modos que se propagan sin atenuación en la guía

Sabemos que se propagan los modos para los que se cumple que: $f_0 > f_{nm}$

$$f_{nm} = \sqrt{16n^2 + 9m^2}\,\mathrm{GHz} \quad ; \quad f_0 = 9,6\,\mathrm{GHz}$$

n	m	$f_{nm}(\mathrm{GHz})$	propagación	excluidos
1	0	4	Sí	
2	0	8	Sí	
3	0	12	No	$TE_{nm},\ n \geq 3$
0	1	3	Sí	
0	2	6	Sí	
0	3	9	Sí	
0	4	12	No	$TE_{nm},\ m \geq 4$
1	1	5	Sí	
1	2	$\approx 7,2$	Sí	
1	3	$\approx 9,8$	No	$TE_{1m},\ m \geq 3$
2	1	$\approx 8,5$	Sí	

El resto de modos no pueden propagarse ya que tendrían $n \geq 2$ y $m \geq 2$ y TE_{22} se atenúa.

A la vista de los datos que hemos obtenido en la tabla, podemos afirmar que se propagan los modos:

$$\boxed{\mathrm{TE}_{10},\ \mathrm{TE}_{20},\ \mathrm{TE}_{01},\ \mathrm{TE}_{02},\ \mathrm{TE}_{03},\ \mathrm{TE}_{11},\ \mathrm{TE}_{12},\ \mathrm{TE}_{21}}$$

n	m	$f_{nm}(\mathrm{GHz})$	propagación	excluidos
1	0	4	Sí	
2	0	8	Sí	
3	0	12	No	$TE_{nm},\ n \geq 3$
0	1	3	Sí	
0	2	6	Sí	
0	3	9	Sí	
0	4	12	No	$TE_{nm},\ m \geq 4$
1	1	5	Sí	
1	2	$\approx 7,2$	Sí	
1	3	$\approx 9,8$	No	$TE_{1m},\ m \geq 3$
2	1	$\approx 8,5$	Sí	

El resto de modos no pueden propagarse ya que tendrían $n \geq 2$ y $m \geq 2$ y TE_{22} se atenúa.