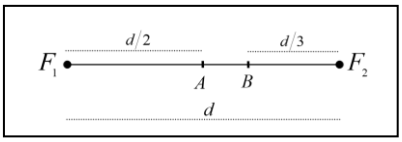
Tema 3

Octubre 2018

3.1. Dos focos F_1 y F_2, separados una distancia $d = 9\,\text{m}$, emiten ondas sonoras armónicas de frecuencia $3600\ \text{Hz}$, que se propagan con velocidad $1440\ \text{ms}^{-1}$, en un medio cuya densidad es $800\ \text{kg}\,\text{m}^{-3}$. El foco F_2 emite retrasado $\pi/2$ respecto a F_1, observándose que en los puntos A y B de la figura, las intensidades son $I_A = \frac{5}{36}\,\text{mWm}^{-2}$ e $I_B = \frac{1}{8}\,\text{mWm}^{-2}$. Suponiendo que la fase inicial en el foco F_1 es nula, determinar razonadamente:

1) Si las ondas emitidas por los focos son ondas planas o esféricas.
2) La función de onda para la presión acústica de la onda emitida por el foco F_1 (utilizando notación armónica), sabiendo que en el punto A la relación entre las intensidades procedentes de cada foco por separado es $I_1 = 4I_2$.
3) La velocidad de las partículas del medio, asociada a la perturbación emitida por el foco F_1, en los puntos situados a $\frac{10}{\pi}$ cm de él.



***Problema* 3.1**

Junio 2018

3.2. Un foco puntual emite ondas sonoras que se propagan con velocidad $250\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$ en un medio de densidad $2{,}4\ \text{kg}\,\text{m}^{-3}$. La velocidad de oscilación de las partículas del medio, en puntos que distan $\frac{1}{6}$ m del foco, es $\vec{v} = \frac{2\sqrt{3}}{15}\cos\left(1500\sqrt{3}\,t - \sqrt{3}\right)\vec{u}_r\ \text{ms}^{-1}\ (t \text{ en s})$. Obtener razonadamente la función de onda para la presión acústica, considerando que la fase inicial en el foco está comprendida entre 0 y π rad.

Abril 2018

3.3. Un foco puntual emite ondas sonoras en un medio de densidad $\frac{5}{3}\,\text{kg}\,\text{m}^{-3}$. En un determinado punto A se tiene: $Z = 125\left(1 + i\sqrt{3}\right)$ rayl y $v_p = 2\sqrt{3}\cos\left(100\pi t - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\text{cms}^{-1}$ (t en s). Obtener razonadamente:

1) La función de onda para la presión acústica.
2) La potencia con la que emite el foco.

Julio 2018

3.4. Un foco, de potencia 2304π mW, emite ondas sonoras. La presión acústica en puntos ① y ②, que distan respectivamente $\frac{20}{3}$ cm y 20 cm del foco, es:

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= 360\cos\left(\pi\cdot 10^4 t - \frac{4\pi}{3}\right)\ \text{Pa} \\ p_2 &= 120\cos\left(\pi\cdot 10^4 t - \frac{2\pi}{3}\right)\ \text{Pa} \end{aligned}\right\}\ (t \text{ en s})$$

Si la velocidad de propagación de las ondas verifica $190\ \text{ms}^{-1} < v < 380\ \text{ms}^{-1}$ y la fase inicial de la presión acústica en el foco está comprendida entre $-\pi$ y π rad, obtener razonadamente:

1) La longitud de onda de la señal.
2) La velocidad de las partículas del medio, en los puntos que distan $\frac{6}{\pi}$ cm del foco.

Junio 2018

3.5. Un foco puntual emite ondas sonoras armónicas, con una potencia de $\dfrac{4\pi}{7}\,\mathrm{W}$, en un medio cuya densidad es $800\ \mathrm{kg\,m^{-3}}$. La perturbación a $1\ \mathrm{m}$ del foco es $p = -A\cos 2100\pi t$, donde la amplitud es desconocida y t se mide en s. Sabiendo que la fase inicial en el foco es nula y que la velocidad de propagación de las ondas verifica $620\ \mathrm{ms^{-1}} < v < 800\ \mathrm{ms^{-1}}$, determinar razonadamente las funciones de onda para la velocidad y para el desplazamiento de las partículas del medio, en aquellos puntos en los que la presión acústica está adelantada $2\pi/3$ respecto al desplazamiento.

Enero 2019

3.6. Un foco emite ondas sonoras en un medio de densidad $1750\ \mathrm{g\,m^{-3}}$. La presión acústica en puntos ① y ②, situados, respectivamente, a distancias $\dfrac{1}{12}\ \mathrm{m}$ y $\dfrac{1}{4}\ \mathrm{m}$ del foco, es:

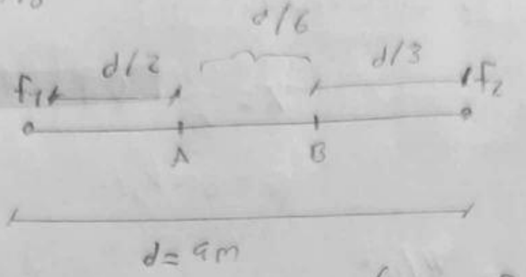
$$\left.\begin{aligned} p_1 &= 1260\cos\left(1120\pi t\right)\ \mathrm{Pa} \\ p_2 &= -420\cos\left(1120\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\ \mathrm{Pa} \end{aligned}\right\}\ (t\ \text{en s})$$

Si la velocidad de propagación de las ondas satisface la condición $200\ \mathrm{ms^{-1}} < v < 300\ \mathrm{ms^{-1}}$, determinar razonadamente:

1) La función de onda para la presión acústica, indicando su fase inicial entre 0 y π rad.
2) La velocidad de vibración de las partículas del medio en aquellos puntos en los que el módulo de la impedancia de la onda es $245\ \mathrm{rayl}$.

Octubre 2018

3.1.



$f = 3600\ Hz \quad \rightarrow \omega = 2\pi f = 7200\pi$ rad/s

$v_s = 1440$ m/s $\quad k = \frac{\omega}{v_s} = \frac{7200\pi}{1440} = 5\pi$

$\rho_0 = 800$ kg/m

$$\left[\ \varphi_2 = \varphi_1 - \frac{\pi}{2}\ \right] \qquad \left\{ \begin{array}{l} J_A = \frac{5}{36}\ m\ \ W/m \\ J_B = \frac{1}{8}\ m\ \ W/m \end{array} \right\}$$

fase inicial f_1 nula.

1) Ondas planas o esféricas $\quad \delta = (\omega t - k r_1 + \varphi_1) - (\omega t - k r_2 + \varphi_2)$

Calculamos el desfase:

Desfase al punto A: $\quad r_{1A} = d/2 = 9/2$

$r_{2A} = d/3 + \left(\frac{d}{2} + \frac{d}{3} - d\right) = d/3 + d/6 = 9/3 + 9/6 = 9/2$

$$\delta(A) = k(r_2 - r_1) + (\varphi_1 - \varphi_2) = 5\pi\left(9/2 - 9/2\right) + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$J_A = J_1 + J_2 + 2\sqrt{J_1 J_2}\cos\delta(A) \Rightarrow \left[\ J_A = J_1 + J_2\ \right]$$

Desfase al punto B: $\quad r_{1B} = d/2 + d/6 = 9/2 + 9/6 = 6$

$r_{2B} = d/3 = 3$

$$\delta(B) = k(r_2 - r_1) + (\varphi_1 - \varphi_2) = 5\pi(3 - 6) + \frac{\pi}{2} = -15\pi + \frac{\pi}{2} =$$

$$= -15\pi - \pi + \pi + \frac{\pi}{2} = -14\pi - \pi + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$$

$$J_B = J_1 + J_2 + 2\sqrt{J_1 J_2}\cos\delta(B) = \{\cos\delta(B) = 0\} \Rightarrow \left[\ J_B = J_1 + J_2\ \right]$$

$$\left[\ J_A \neq J_B\ \right]$$

Como la intensidad en los puntos A y B no depende del desfase, si fuesen ondas planas J_A debería ser igual a J_B, pues la intensidad es proporcional a P_0^2

$$\left\{ J \sim \frac{1}{r^2} \right\}$$

Como $J_A \neq J_B$, se trata de ondas esféricas.

$$\left[\ J_{esférica} = \frac{P_0^2}{2\rho_0 v_s} = \frac{a^2}{2\rho_0 v_s \cdot r^2}\ \right]$$

2) Función de onda para la presión acústica en el F1. (notación armónica)

$J_{1A} = 4 J_{2A} \to J_2 = \frac{J_1}{4}$ $\qquad \left[k = \frac{\omega}{v_s} = 5\pi\right]$ rad/m

$J_A = J_{1A} + J_{2A} = J_1 + \frac{J_1}{4} = \frac{5}{4} J_1$ $\qquad [\rho_0 = 800\ kg/m^3]$

$$J_{1A} = \frac{4}{5} J_A = \frac{4}{5}\cdot\frac{5}{36}\cdot 10^{-3} = \frac{1}{9}\ m\ W/m^2$$

$$J_{1A} = \frac{p_{01A}^2}{2\rho_0 v_s} = \frac{1}{9}\cdot 10^{-3}$$

$$p_{01A} = \sqrt{\frac{1}{9}\cdot 2\cdot 800\cdot 1440\cdot 10^{-3}} = 16\ Pa$$

$$p_{01A} = \frac{a}{r} \Rightarrow a = p_{01A}\cdot r = 16\cdot\frac{9}{2} = 72\ Pa\cdot m$$

$$\left[\ p_1(r_1,t) = p_{01A}\cos(\omega t - k r_1 + \varphi_1) = \frac{72}{r}\cos(7200\pi t - 5\pi r_1)\ Pa\ \right]$$

3) Velocidad de las partículas al F1, puntos situados a $\frac{10}{\pi}$ cm

$$Z = \frac{\hat{p}}{\hat{v}_p} = \{\text{ondas esféricas}\} = \rho_0 v_s \cos\theta\, e^{i\theta},\quad tg\,\theta = \frac{1}{kr}$$

$$tg\,\theta = \frac{1}{5\pi\cdot\frac{10}{\pi}\cdot 10^{-2}} = 2 \to \theta = 1{,}1$$

$$\to tg^2\theta = \frac{1-\cos^2\theta}{\cos^2\theta} \to \left[\cos\theta = \sqrt{\frac{1}{1+tg^2\theta}} = \frac{1}{\sqrt{5}}\right]$$

$$\left[\ Z\left(r = \tfrac{10}{\pi}\ cm\right) = \rho_0 v_s \cos\theta\cdot e^{i\theta} = 800\cdot 1440\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}\, e^{i\theta},\quad tg\,\theta = 2\ \right]$$

$$p_1\left(r = \tfrac{10}{\pi}\ cm, t\right) = \frac{72}{\frac{10}{\pi}\cdot 10^{-2}}\cos\left(7200\pi t - 5\pi\cdot\frac{10}{\pi}\cdot 10^{-2}\right) = 720\pi\cos\left(7200\pi t - \frac{1}{2}\right)\ Pa$$

$$v_p = \frac{p_0}{\rho_0 v_s \cos\theta}\cdot e^{-i\theta} = \frac{720\pi}{800\cdot 1440\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}}\cdot e^{-i\theta} = \frac{\sqrt{5}\,\pi}{1600}\cdot e^{-i\theta}$$

$$\left[\ \vec{v}_p = \frac{\sqrt{5}\,\pi}{1600}\cdot e^{i\left(7200\pi t - \frac{1}{2} - \theta\right)}\ \vec{u}_r,\ m/s,\quad tg\,\theta = 2\ \right]$$

32 Junio 2018.

Foco puntual $\equiv$ Ondas esféricas

Punto : $\frac{1}{6}$ m $\quad \vec{v}_p = \frac{2\sqrt{3}}{15} \cos(1500\sqrt{3}\,t - \sqrt{3}) \vec{u_r}$ m/s

$v_s = 250$ m/s

$\rho_0 = 2{,}4$ kg/m^3

Ondas esféricas : $\vec{k} \parallel \vec{u_r}$, $\vec{k}\cdot\vec{r} = k \cdot r$

$$Z = \frac{p_o}{v_{p_o}}$$

Ondas esféricas : $Z = \rho_0 v_s \cos\theta \, e^{i\theta}$

$$v_p = \frac{p_o}{\rho_0 v_s \cdot \cos\theta} e^{-i\theta} \cdot e^{i(\omega t - kr + \varphi)} = \frac{p_o}{\rho_0 v_s \cdot \cos\theta} e^{-i(\omega t - kr + \varphi - \theta)}$$

$[r = \frac{1}{6}]$ $\quad tg\,\theta = \frac{1}{kr} \quad \theta = \frac{\pi}{6}$

$$\begin{cases} \omega = 1500\sqrt{3} \text{ rad/s} \\ k = \frac{\omega}{v_s} = \frac{1500\sqrt{3}}{250} = 6\sqrt{3} \text{ rad/m} \end{cases}$$

$\cos(1500\sqrt{3}\,t - \sqrt{3} + 2n\pi) = \cos(\omega t - kr + \varphi - \theta)$

$-\sqrt{3} + 2n\pi = -\sqrt{3} + \varphi - \theta$ $\quad$ $0 < \varphi < \pi$

$\varphi = 2n\pi + \theta = 2n\pi + \frac{\pi}{6}$, para $n = 0 \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6}$

$|Z| = \frac{p_o}{v_{p_o}} \rightarrow p_o = |Z| \cdot v_{p_o} = \rho_0 v_s \cdot \cos\theta \cdot \frac{2\sqrt{3}}{15} = 2{,}4 \cdot 250 \cdot \cos(\frac{\pi}{6}) \cdot \frac{2\sqrt{3}}{15} = 120$ Pa

$p_o = \frac{a}{r} \rightarrow a = p_o \cdot r = 120 \cdot \frac{1}{6} = 20$

$$p(r,t) = \frac{20}{r} \cos(1500\sqrt{3}\,t - 6\sqrt{3}\, r + \frac{\pi}{6}) \text{ Pa} \quad \left([t] = s,\ [r] = m\right)$$

Abril 2018.

33

Foco puntual ≡ Ondas esféricas

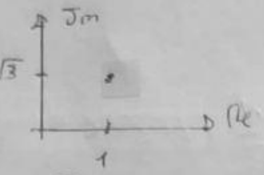
Densidad: $\rho_0 = \frac{5}{3}\ kg/m^3$

En el punto A: $Z = 125(1+i\sqrt{3})$ rayl

$v_p = 2\sqrt{3}\cos(100\pi t - \frac{1}{\sqrt{3}})\ cm/s = 2\sqrt{3}\cdot 10^{-2}\cos(100\pi t - \frac{1}{\sqrt{3}})\ m/s$

1) Función de onda para la presión acústica.

Z ≡ Complejo:



Fase: $\theta = \arctan\frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{\pi}{3}$

Módulo: $\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$

$Z = 125(1+i\sqrt{3}) = 250\, e^{i\pi/3}$

$$\left.\begin{aligned} Z &= \frac{p_0}{v_p} \\ Z &= \rho_0 v_s \cos\theta \cdot e^{i\theta} \end{aligned}\right\}$$

$\rho_0 v_s \cos\theta = 250 \rightarrow v_s = \frac{250}{\rho_0 \cos\theta} = \frac{3\cdot 250}{5\cdot\cos(\frac{\pi}{3})} = 300\ m/s$

Ondas esféricas $\vec{k} \parallel \vec{u_r}$; $\vec{k}\cdot\vec{r} = kr$

$p(r,t) = p_0 \cos(\omega t - kr + \varphi)$ con $\{p_0 = \frac{a}{r}\}$

$p(r,t) = p_0\, e^{i(\omega t - kr + \varphi)}$

$Z = \rho_0 v_s \cos e^{i\theta}$, $\tan\theta = \frac{1}{kr}$

$Z = \frac{p_0}{v_{p_0}} \rightarrow v_{p_0} = \frac{p_0}{Z} = \frac{p_0}{\rho_0 v_s \cdot \cos\theta}$

$v_p = \frac{p_0}{\rho_0 v_s \cos\theta} e^{-i\theta} \cdot e^{i(\omega t - kr + \varphi)} = \frac{p_0}{\rho_0 v_s \cos\theta} e^{i(\omega t - kr + \varphi - \theta)}$

En el punto A:

$$v_p(A) = v_{0A} \cos(\omega t - kr + \varphi - \theta_A) = 2\sqrt{3} \cos\left(100\pi t - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot 10^{-2}$$

$\omega = 100\pi$ rad/s

$v_{0A} = 2\sqrt{3} \cdot 10^{-2}$ m/s

$$\tan\theta = \frac{1}{kr} \rightarrow r = \frac{1}{k \cdot \tan\theta} = \frac{3}{\pi \cdot \sqrt{3}} \text{ m} \quad K \cdot r = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$k = \frac{\omega}{v_s} = \frac{100\pi}{300} = \frac{\pi}{3} \text{ rad/m}$$

$$\cos(\omega t - kr + \varphi - \theta_A) = \cos\left(100\pi t - \frac{1}{\sqrt{3}} + 2n\pi\right)$$

$$\varphi - \theta_A = 2n\pi \rightarrow \boxed{\varphi = \frac{\pi}{3} + 2n\pi}$$

Para $n=0$, $\varphi = \frac{\pi}{3}$ $\quad 0 < \varphi < \pi$

$$|Z| = \frac{p_0}{v_{p0}} = \rho_0 \cdot v_s \cdot \cos\theta = 250$$

$$p_0 = \rho_0 \cdot v_s \cdot \cos\theta \cdot v_{p0} = 250 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^{-2} = 5\sqrt{3} \text{ Pa}$$

$$p_0 = \frac{a}{r} = \left\{ r = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \right\} \rightarrow a = p_0 \cdot r = 5\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\pi} = \frac{15}{\pi}$$

Función de onda para la presión acústica:

$$p = p_0 \cdot \cos(\omega t - kr + \varphi) = \frac{15}{\pi r} \cdot \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3} \cdot r + \frac{\pi}{3}\right) \text{ Pa}$$

$$p = \frac{15}{\pi r} e^{i\left(100\pi t - \frac{\pi}{3} r + \frac{\pi}{3}\right)} \text{ Pa}$$

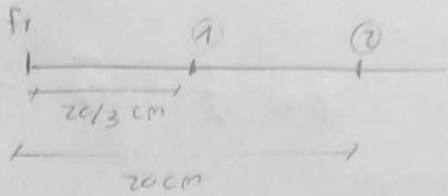
2) Potencia media generada por el foco:

$$W = I \cdot S = \frac{p_0^2}{2\rho_0 v_s} \cdot 4\pi r^2 = \frac{\frac{a^2}{r^2}}{2\rho_0 v_s} 4\pi r^2 = \frac{a^2 \cdot 2\pi}{\frac{5}{3} \cdot 300} =$$

$$\boxed{W = \frac{\frac{225}{\pi^2} \cdot 2\pi}{500} = \frac{450}{500\pi} = \frac{9}{10\pi} \text{ W}}$$

Julio 2018.

34. $W = 2304\pi \, mW$



$P_1 = 360 \cos(\pi \cdot 10^4 t - \frac{4\pi}{3})$ Pa

$P_2 = 120 \cos(\pi 10^4 t - \frac{2\pi}{3})$ Pa

Como Po no se ve le superponen, ondas efectivas.

$190 \, m/s < v_s < 380 \, m/s$

$-\pi < \varphi < \pi$

1) Longitud de onda: $p(r,t) = \frac{a}{r} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi)$

$\left\{ \vec{k} \parallel \vec{u_r} \; ; \; \vec{k} \cdot \vec{r} = k \cdot r \right\}$

2

$\left\{ r = \frac{20}{3} \cdot 10^{-2} \right\}$

$p(r,t) = p_0 \cos(\omega t - kr + \varphi) =$

$p(r = \frac{20}{3} cm, t) = \frac{a \cdot 3}{20} \cos(10^4 \pi t - k \cdot \frac{20}{3} \cdot 10^{-2} + \varphi)$

$\cos(10^4 \pi t - k \cdot \frac{20}{3} \cdot 10^{-2} + \varphi) = \cos(10^4 \pi t - \frac{4\pi}{3})$

(1) $\left\{ -k \cdot \frac{20}{3} \cdot 10^{-2} + \varphi = -\frac{4\pi}{3} + 2n\pi \right\}$

Ιούλιο 2018.

3.4.

(1) $(\omega t - k\,\frac{20}{3}\cdot 10^{-2} + \varphi) = (\omega t - \frac{4\pi}{3} + 2n_1\pi)$

(2) $(\omega t - k\,20\cdot 10^{-2} + \varphi) = (\omega t - \frac{2\pi}{3} + 2n_2\pi)$

(1) $\varphi = k\,\frac{20}{3}\cdot 10^{-2} - \frac{4\pi}{3} + 2n_1\pi$ $\qquad n_1 - n_2 = n$

(2) $\varphi = k\,20\cdot 10^{-2} - \frac{2\pi}{3} + 2n_2\pi$

$k\,20\cdot 10^{-2} - \frac{2\pi}{3} + 2n_2\pi = k\,\frac{20}{3}\,10^{-2} - \frac{4\pi}{3} + 2n_1\pi$

$k(20\cdot 10^{-2} - \frac{20}{3}\cdot 10^{-2}) = \frac{2\pi}{3} - \frac{4\pi}{3} + 2\pi(n_1 - n_2)$

$k(\frac{40}{3}\cdot 10^{-2}) = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$

$k = \frac{3}{40}\cdot 10^{-2}(-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n) = 15(-\frac{\pi}{3} + \pi n) = 5(-\pi + 3\pi n)$

$\rightarrow k = 5\pi(3n-1)$

$\left[k = -5\pi + 15\pi n\right]$

$v_s = \frac{\omega}{k} = \frac{\pi 10^4}{-5\pi + 15\pi n}$ $\rightarrow$ $190 < \frac{\pi 10^4}{-5\pi + 15\pi n} < 380$

$\frac{\pi 10^4}{-5\pi + 15\pi n} < 380$ $\rightarrow$ $\pi 10^4 < 1900\pi(3n-1)$

$\frac{10^4}{1900} < 3n - 1$ $\rightarrow$ $n > \frac{\left(\frac{10^4}{1900} + 1\right)}{3} = 2{,}08$

$\frac{\pi 10^4}{5\pi(3n-1)} > 190$ $\rightarrow$ $n < \frac{\frac{10^4}{950} + 1}{3} = 3{,}84$

$2{,}08 < n < 3{,}84$

$\boxed{n = 3}$

Bis $n = 3$. $n = n_1 - n_2 \to n_1 = n + n_2$

$$k\left(\frac{40}{3}\cdot 10^{-2}\right) = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi(n_1 - n_2)$$

$$k = 5\pi(3n-1) \to \boxed{k = 5\pi(9-1) = 40\pi \ rad/m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \to \boxed{\lambda = 5cm}$$

2) Velocidad de las partículas: Pnts q. distan $\frac{6}{\pi}$ cm

$$v_p\left(r = \frac{6}{\pi}cm, t\right) =$$

$$Z = \frac{P}{v_p}$$

$$Z = \rho_0 \cdot v_s \cos e^{i\theta}, \quad tg\,\theta = \frac{1}{kr}$$

$$tg\,\theta = \frac{1}{kr} = \frac{1}{40\pi \cdot \frac{6}{\pi}\cdot 10^{-2}} = \frac{5}{12}$$

$$\theta =$$

$$sen^2\theta = 1 - \cos^2\theta$$

$$\cos\theta \to \cos^2\theta + sen^2\theta = 1,$$

$$tg^2\theta = \frac{sen^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{1-\cos^2\theta}{\cos^2\theta} \to \cos^2\theta\, tg^2\theta = 1 - \cos^2\theta$$

$$\cos^2\theta\,(tg^2\theta + 1) = 1 \to \cos^2\theta = \frac{1}{tg^2\theta + 1} = \frac{144}{169}$$

$$\boxed{\cos\theta = \frac{12}{13} \simeq 0{,}9}$$

$$\left\{ P_0 = \frac{a}{r} \ \text{Ondas esféricas} \right\}$$

$$v_s = \frac{10^4\pi}{40\pi} = 250 \ m/s$$

$$W = I \cdot S = \frac{P_0^2}{2\rho_0 v_s} \cdot 4\pi r^2 = 2304\pi \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{a^2}{\rho_0} = \frac{2304 \cdot 10^{-3}\ 250}{2}$$

3.4.

Para $r = 20\ cm \rightarrow P_0 = \frac{a}{r} = 120$

$$a = r \cdot 120 = 20 \cdot 10^{-2} \cdot 120 = 24\ Pa\ m$$

Para $r = \frac{20}{3}\ cm \rightarrow P_0 = \frac{a}{r} = 360$

$$a = 360 \cdot \frac{20}{3} \cdot 10^{-2} = 24\ Pa\ m$$

$$\boxed{v_s = 250\ m/s \quad \cos\theta = \frac{12}{13}}$$

$$P_0 = \frac{a}{r} = \frac{24}{r}$$

$$k = 40\pi\ rad/m$$

$$\boxed{\rho_0 = \frac{a^2 \cdot 2}{2304 \cdot 10^{-3} \cdot 250} = 2\ kg/m^3}$$

$$Z = \frac{P_0}{v_{P_0}} \qquad v_{P_0} = \frac{P_0}{\rho_0 v_s \cos\theta} \cdot e^{-i\theta}$$

$$Z = \rho_0 v_s \cos\theta\, e^{i\theta}$$

$$\vec{v}_P(r,t) = \frac{P_0}{\rho_0 v_s \cos\theta} e^{-i\theta} \cdot e^{i(\omega t - kr + \varphi)}$$

$$\vec{v}_P(r,t) = \frac{24}{r} \cdot \frac{1}{2 \cdot 250 \cos\theta} e^{-i\theta} e^{i(\omega t - kr + \varphi)}$$

$$P(r,t) = \frac{a}{r} e^{i(\omega t - kr + \varphi)} \rightarrow P(r,t) = \frac{24}{r} e^{i(\pi 10^4 t - 40\pi \cdot r + \varphi)}\ Pa$$

Para $r = 20 \cdot 10^{-2}$:

$$P(r = 20cm, t) = \frac{24}{20 \cdot 10^{-2}} e^{i(\pi 10^4 t - \frac{2\pi}{3})}\ Pa$$

$$\omega t - 40\pi \cdot 20 \cdot 10^{-2} + \varphi = \omega t - \frac{2\pi}{3} + 2n_2\pi$$

$$\varphi = 8\pi - \frac{2\pi}{3} + 2n_2\pi \rightarrow \varphi = -\frac{2\pi}{3} + 2n\pi$$

$$-\pi < \varphi < \pi \rightarrow -\frac{2\pi}{3} + 2n\pi < \pi \rightarrow n_2 < \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow -\frac{2\pi}{3} + 2n\pi > -\pi \rightarrow n_2 > \frac{\frac{2\pi}{3} - \pi}{2} \simeq -\frac{\pi}{6}$$

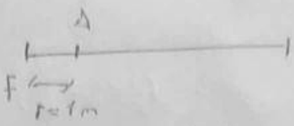
$$\boxed{n_2 = 0} \qquad \boxed{\varphi = -\frac{2\pi}{3}\ rad}$$

$$\bar{v_p}(r=\tfrac{6}{\pi}cm,t)=\frac{\frac{24}{\frac{6}{\pi}}10^2}{2\cdot 250\cdot\cos\theta}\,e^{i(\pi 10^4-40\pi\cdot\frac{6}{\pi}\cdot 10^{-2}-\frac{2\pi}{3}-\theta)}\ \text{Pa}\ ,\ tg\theta=\frac{5}{12}$$

$$\bar{v_p}(r=\tfrac{6}{\pi}cm,t)=\frac{400\pi}{500\cdot\frac{12}{13}}\,e^{i(\pi 10^4-\frac{12}{5}-\frac{2\pi}{3}-\theta)}\ \vec{u_r}\ m/s$$

$$\boxed{\bar{v_p}=\frac{13\pi}{15}\,e^{i(\pi 10^4-\frac{12}{5}-\frac{2\pi}{3}-\theta)}\ \bar{u_r}\ m/s\ ;\ tg\theta=\frac{5}{12}}$$

35. $W = J \cdot S = \frac{4\pi}{7}$ W



$\rho_0 = 800\ kg/m^3$

$p = -A\cos(2100\pi t) = A\cos(2100\pi t + \pi)$ Pa

$620\ m/s < v_s < 800\ m/s$

Determinar velocidad y desplazamiento, donde la presión acústica está adelantada $2\pi/3$

Foco puntual emite ondas acústicas esféricas $\quad S = 4\pi r^2$

$J = \frac{p_0^2}{2\rho_0 v_s}$, $\quad p_0 = \frac{a}{r}$

$\omega = 2100\pi$ rad/s

En $r = 1m$, $p = -A\cos(2100\pi t)$ $\quad \varphi = 0$ (inicial)

$p_0 = \{\text{ondas esféricas}\} = \frac{a}{r}$

$p = p_0 \cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi)$; $\quad \vec{k} \parallel \vec{u_r}$, $\quad \vec{k}\cdot\vec{r} = k \cdot r$

$2100\pi t - k \cdot 1 = 2100\pi t + \pi + 2n\pi$

$k = -\pi + 2n\pi$ $\qquad v_s = \frac{\omega}{k} = \frac{2100\pi}{\pi(-1-2n)} = -\frac{2100}{1+2n}$

$-\frac{2100}{1+2n} > 620 \to -2100 > 620 + 1240n$

$n < \frac{-2100-620}{1240} = -2,19$

$-\frac{2100}{1+2n} < 800 \to -2100 < 800 + 1600n$

$n > \frac{-2100-800}{1600} = -1,8$

$n = -2$

$\left[k = -\pi - 2(-2)\pi = 3\pi\right]$ rad/m

$\left[p = \frac{A}{r}\cos(2100\pi t - 3\pi r) \text{ Pa}\right]$

$p_0^2 = J \cdot 2 \cdot \rho_0 v_s$

$J = \frac{W}{S} = \frac{\frac{4\pi}{7}}{4\pi r^2} = \frac{1}{7r^2}$

$\frac{a^2}{r^2} = \frac{1}{7r^2} \cdot 2 \cdot 800 \cdot 700$

$\left[a = \sqrt{16 \cdot 10^4} = 400\right]$

$\left[v_s = \frac{\omega}{k} = \frac{2100\pi}{3\pi} = 700\ m/s\right]$

$$\left[p = \frac{400}{r} \cos(2100\pi t - 3\pi r)\ Pa \right]$$

$$z = \frac{p}{v_p} = \{\text{onda esférica}\} = \rho_0 v_s \cos\theta\, e^{i\theta} \quad , \quad tg\,\theta = \frac{1}{kr}$$

$$v_p = \frac{p}{\rho_0 v_s \cos\theta\, e^{i\theta}} = \frac{\frac{400}{r} e^{i(\omega t - 3\pi r)}}{800 \cdot 700 \cdot \cos\theta\, e^{i\theta}} = \frac{p}{\rho_0 v_s \cos\theta} e^{i(\omega t - 3\pi r - \theta)} \ m/s$$

Presión adelantada $\frac{2\pi}{3}$ del desplazamiento ; $\varphi_p = 0$

$$\left\{ \varphi_p - \varphi_\xi = \frac{2\pi}{3} \right\}$$

$$\vec{v_p} = \frac{\partial \vec{\xi}}{\partial t} \quad ; \quad \xi = \int v_p \cdot dt = \frac{p}{\rho_0 v_s \cdot \cos\theta} \int e^{i(\omega t - 3\pi - \theta)} dt =$$

$$= \frac{p}{\rho_0 v_s \cdot \cos\theta} \frac{1}{i\omega} e^{i(\omega t - 3\pi - \theta)} = \frac{p}{\rho_0 v_s \cdot \cos\theta\, \omega} e^{i(\omega t - 3\pi - \theta - \frac{\pi}{2})}$$

$$\xi = \frac{p}{\rho_0 v_s \cdot \omega \cdot \cos\theta} e^{i(\omega t - 3\pi - \theta - \frac{\pi}{2})}$$

$$\varphi_p - \varphi_\xi = \frac{2\pi}{3} \rightarrow \varphi_\xi = -\frac{2\pi}{3} = -\theta - \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_\xi = -\theta - \frac{\pi}{2} \rightarrow$$

$$\left[\theta = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} \right]$$

$$tg\,\theta = \frac{1}{kr} \rightarrow tg\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3\pi r} \rightarrow \left(r = \frac{1}{3\pi \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}\pi} = \frac{\sqrt{3}}{3\pi}\ m \right)$$

$$v_p = \frac{400}{\frac{\sqrt{3}}{3\pi} \cdot 800 \cdot 700 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)} \cdot e^{i(2100\pi t - 3\pi \frac{\sqrt{3}}{3\pi} - \frac{\pi}{6})}\ m/s$$

$$\left[\vec{v_p} = \frac{\pi}{700} e^{i(2100\pi t - \sqrt{3} - \frac{\pi}{6})} \vec{u_r}\ m/s \right]$$

$$\vec{\xi} = \frac{\pi}{700 \cdot 2100\pi} \cdot e^{i(2100\pi t - \sqrt{3} - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2})} \vec{u_r}\ m$$

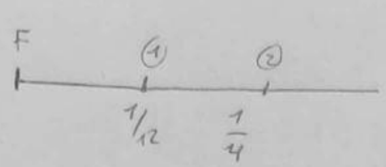
$$\left[\vec{\xi} = \frac{1}{1470 \cdot 10^3} e^{i(2100\pi t - \sqrt{3} - \frac{2\pi}{3})}\ m \right]$$

Enero 2019. 3.6.

$\rho_0 = 1750 \, g/m^3 = 1,75 \, kg/m^3$

$p_1 = 1260 \cos(1120\pi t) \, Pa$

$p_2 = -420 \cos(1120\pi t + \frac{\pi}{3}) \, Pa$



$200 \, m/s < v_s < 300 \, m/s$

1) función de onda para la presión acústica, fase inicial $0 < \varphi < \pi$ rad.

Como $p_{01} \neq p_{02}$, la presión acústica depende de la distancia al foco

suponemos que la onda es esférica, por lo tanto la función de onda

para la presión acústica sería: $p = \frac{a}{r} \cos(\omega t - \bar{k} \cdot \bar{r} + \varphi)$

$\vec{k} \parallel \vec{u_r}$

$r_1 = \frac{1}{12}$ / $\rightarrow \frac{a}{r_1} = 1260 \rightarrow a = 1260 \cdot \frac{1}{12} = 105$

$p_2 = -420 \cos(1120\pi t + \frac{\pi}{3}) = 420 \cos(1120\pi t + \frac{\pi}{3} + \pi)$

$= p_{02} \cos(\omega t + \frac{4\pi}{3})$

$p_2 = p_{02} \cdot \cos(\omega t + k \cdot r_2 + \varphi)$

$p_1 = p_{01} \cdot \cos(\omega t + k \cdot r_1 + \varphi + 2n\pi) = p_{01} \cos(\omega t)$

$-k \cdot \frac{1}{4} + \varphi = 2n_1\pi \rightarrow \varphi = -\frac{k}{4} + 2n_1\pi$

$-k \cdot \frac{1}{12} + \varphi = \frac{4\pi}{3} + 2n_2\pi \rightarrow \varphi = \frac{4\pi}{3} + 2n_2\pi - \frac{k}{12}$

$-\frac{k}{4} + 2n_1\pi = -\frac{k}{12} + \frac{4\pi}{3} + 2n_2\pi$ $[n_1 - n_2 = n]$

$v_s = \frac{\omega}{k}$, $k(\frac{1}{4} - \frac{1}{12}) = 2n_1\pi - 2n_2\pi - \frac{4\pi}{3}$

$k(\frac{1}{4} - \frac{1}{12}) = 2n\pi - \frac{4\pi}{3}$

$\frac{1}{6} k = \frac{\pi}{3}(6n - 4) \rightarrow k = 2\pi(6n - 4)$

$\frac{\omega}{k} > 200 \rightarrow k < \frac{\omega}{200} \rightarrow 2\pi(6n - 4) < \frac{1120\pi}{200}$

$6n < \frac{28}{10} + 4 \rightarrow n < \frac{34}{30} = 1,1\overline{3}$

$\frac{w}{k} < 300 \rightarrow \frac{1120\pi}{300} < \frac{\pi}{3}(6n-4)$

$$n > \frac{\frac{1120}{900}+4}{6} = 0,874.$$

$n = 1.$

$$\left[k = \left(2\pi - \frac{4\pi}{3}\right) 6 = 4\pi \ \text{rd/m} \right]$$

$$-4\pi \cdot \frac{1}{12} + \varphi = 2m\pi$$

$$\varphi = 2m\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow \varphi = 2m_1\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$\pi\left(2m_1 - \frac{1}{3}\right) > 0 \rightarrow m_1 > \frac{1}{6} \simeq 0$$

$$\pi\left(2m - \frac{1}{3}\right) < \pi \rightarrow m_1 < \frac{1+\frac{1}{3}}{2} = \frac{7}{12} = 0,5$$

$m = 0$

$$\left[\varphi = \frac{\pi}{3}\right]$$

$$\left[p = \frac{105}{r} \cos\left(1120\pi t - 4\pi r + \frac{\pi}{3}\right) \ \text{Pa} \right]$$

$$\left[|z| = \rho_0 \cdot v_s \cdot \cos\theta \right]$$

2) $z = 245$ rayl

$$z = \frac{p}{v_p} = \{\text{onda esférica}\} = \rho_0 \cdot v_s \cos\theta \, e^{i\theta}, \quad tg\,\theta = \frac{1}{kr}$$

$$v_s = \frac{w}{k} = \frac{1120\pi}{4\pi} = 280$$

$$v_p = \frac{p}{z} = \frac{p}{\rho_0 v_s \cdot \cos\theta \, e^{i\theta}}$$

$$\cos\theta = \frac{z}{\rho_0 \cdot v_s} = \frac{245}{1,75 \cdot 280} = \frac{1}{2} \rightarrow \left[\theta = \frac{\pi}{3}\right]$$

$$tg\,\theta = \sqrt{3} \rightarrow \frac{1}{k \cdot r} = \sqrt{3} \rightarrow \left[r = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{12\pi} \ \text{m} \right]$$

$$p = \frac{105}{r} e^{i\left(1120\pi t - 4\pi r + \frac{\pi}{3}\right)} e^{-i\theta}$$

$$v_p = \frac{p}{z} = \frac{105}{\frac{\sqrt{3}}{12\pi} \cdot 245} e^{i\left(1120\pi t - 4\pi \cdot \frac{\sqrt{3}}{12\pi} + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right)}$$

$$\left[\vec{v_p} = \frac{\sqrt{3} \cdot 12\pi}{7} e^{i\left(1120\pi t - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)} \vec{u_r} \ \text{m/s} \right]$$

Problema 3.1

1) Las ondas son esféricas.

2) $p_1 = \dfrac{72}{r_1}\cos\left(7200\pi t - 5\pi r_1\right)$ Pa $\left(t \text{ en s}, r_1 \text{ en m}\right)$

3) $\vec{v}_{p_1} = \dfrac{\pi\sqrt{5}}{16} e^{i\left(7200\pi t - \frac{1}{2} - \theta\right)} \vec{u}_r$ cms^{-1}, $\operatorname{tg}\theta = 2$ $\left(t \text{ en s}\right)$

Problema 3.2

$p(r,t) = \dfrac{20}{r} e^{i\left(1500\sqrt{3}t - 6\sqrt{3}r + \frac{\pi}{6}\right)}$ Pa (r en m)

Problema 3.3

1) $p = \dfrac{15}{\pi r}\cos\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{3}r + \dfrac{\pi}{3}\right)$ Pa $\left(r \text{ en m}\right)$

2) $W = \dfrac{9}{10\pi}$ W

Problema 3.4

1) $\lambda = 5$ cm

2) $\vec{v}_p = \dfrac{13\pi}{15} e^{i\left(\pi\cdot 10^4 t - \frac{12}{5} - \frac{2\pi}{3} - \theta\right)} \vec{u}_r$ ms^{-1} ; $\operatorname{tg}\theta = \dfrac{5}{12}$

Problema 3.5

$\vec{v}_p = \dfrac{\pi}{700}\cos\left(2100\pi t - \sqrt{3} - \dfrac{\pi}{6}\right)\vec{u}_r$ ms^{-1} ; $\vec{\xi} = \dfrac{100}{147}\cos\left(2100\pi t - \sqrt{3} - \dfrac{2\pi}{3}\right)\vec{u}_r$ μm

Problema 3.6

1) $p = \dfrac{105}{r}\cos\left(1120\pi t - 4\pi r + \dfrac{\pi}{3}\right)$ Pa , con r en m.

2) $\vec{v}_p = \dfrac{12\pi\sqrt{3}}{7} e^{i\left(1120\pi t - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)} \vec{u}_r$